5.804.B.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXVIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique, pour la même Année,

Tirés des Regiſtres de cette Académie.

NATURAL HISTORY.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXX.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Sur le mouvement du mercure dans les Baromètres. Page 10
Sur un moyen de remédier aux inconvéniens des débâcles. 15
Sur la circulation de l'air dans les Mines. 18
Sur les différentes manières d'eſſayer les Liqueurs ſpiritueuſes. 23
Sur la force des Bois. 29
Obſervations de Phyſique générale. 31

ANATOMIE.

Sur le mécaniſme de la Rumination & ſur le tempérament des Bêtes à laine. 42
Sur les moyens de rétablir la Déglutition dans un cas où la cauſe qui l'arrête n'eſt marquée par aucun ſigne. 45
Obſervations Anatomiques. 47

CHIMIE.

Sur un nouveau moyen de teindre la Soie en un rouge vif & en pluſieurs autres belles couleurs. 54
Sur la diſſolution du Caoutchouc *ou Réſine élaſtique de Cayenne.* 58
Sur la combinaiſon de l'acide concret du Tartre avec l'Antimoine. 61
Sur une Source minérale trouvée à Vaugirard. 69

BOTANIQUE.

Observations Botaniques. 76

ALGÉBRE. 82

GÉOMÉTRIE. 83

ASTRONOMIE.

Sur les Élémens de la libration des Nœuds, & de la variation de l'orbite du ſecond Satellite de Jupiter. 91
Sur les Élémens de l'orbite de Saturne. 93
Sur les Mouvemens de l'axe d'une Planète dans l'hypothèſe de la diſſimilitude des Méridiens. 95
Sur la plus grande inclinaiſon de l'orbite de la Lune, & ſur la parallaxe de cette Planète. 102
Sur les Obſervations aſtronomiques faites pour déterminer la poſition des caps Finiſtère & Ortegal. 104
Sur les Obſervations aſtronomiques faites pour déterminer la poſition de Manille. 112
Sur la théorie de Jupiter. 116

HYDRAULIQUE.

Sur les Pompes. 122

MÉCANIQUE. 126

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1768. 130
Éloge de M. Baron. 134
Éloge de M. Camus. 144
Éloge de M. Deparcieux. 157
Éloge de M. de l'Iſle. 167

TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

Recherches sur les Mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèse de la dissimilitude des Méridiens. Par M. d'Alembert. Page 1

Mémoire sur le Froid de l'hiver de 1767 à 1768, sur la débâcle des glaces, & sur un moyen propre à en rendre les suites moins fâcheuses. Par M. Deparcieux. 54

Mémoire sur un moyen de teindre la Soie en un rouge vif de Cochenille, & de lui faire prendre plusieurs autres couleurs plus belles & plus solides que celles qu'on a faites jusqu'à présent. Par M. Macquer. 82

Observations & Calculs pour l'opposition de Jupiter avec le Soleil, du 6 Avril 1768. Par M. Jeaurat. 91

Mémoire sur l'opposition de Jupiter, observée en 1768, dans sa limite méridionale. Par M. de la Lande. 93

Observation de l'Éclipse de Lune du 4 Janvier 1768. Par M. l'Abbé Chappe d'Auteroche. 96

Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Sixième Mémoire, *dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.* Par M. du Séjour. 97

Mémoire sur le Cas irréductible. Par M. du Séjour. 207

Mémoire sur un moyen de dissoudre la Résine Caoutchouc, *connue présentement sous le nom de* Résine élastique de Cayenne, *& de la faire reparoître avec toutes ses qualités.* Par M. Macquer. 209

Obſervations ſur la circulation de l'air dans les Mines; moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir. Premier Mémoire. Par M. JARS. 218

Obſervations ſur la circulation de l'air dans les Mines; moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir. Second Mémoire. Par M. JARS. 229

Remarques ſur le paſſage de Vénus qui s'obſervera en 1769. Par M. DE LA LANDE. 236

Obſervations aſtronomiques faites pour déterminer la longitude de Manille. Par M. LE GENTIL. 237

Obſervations ſur le mouvement du Vif-argent dans des baromètres dont les tubes ſont de différens diamètres & chargés par des méthodes différentes. Par M. le Cardinal DE LUYNES. 247

Voyage fait par ordre du Roi à la côte d'Eſpagne, pour déterminer par des Obſervations aſtronomiques la poſition des caps Finiſtère & Ortegal, en 1751. Première Section, *qui comprend la relation hiſtorique du Voyage.* Par M. DE BORY. 270

Mémoire ſur les Élémens de la Variation de l'inclinaiſon & de la libration des nœuds du ſecond Satellite de Jupiter. Par M. MARALDI. 298

Suite des Recherches ſur les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèſe de la diſſimilitude des Méridiens. Par M. D'ALEMBERT. 332

Sur la plus grande inclinaiſon de l'orbite de la Lune au plan de l'Écliptique; & ſur la parallaxe de cet Aſtre. Premier Mémoire. Par M. LE MONNIER. 385

Mémoire ſur le méchaniſme de la Rumination, & ſur le tempérament des Bêtes à laine. Par M. DAUBENTON. 389

Obſervations aſtronomiques faites ſous un Méridien $0^h\ 13'\frac{1}{2}$ *plus occidental que Paris, avec l'ancien quart-de-cercle de M. Picard & avec l'inſtrument des Paſſages.* Par M. LE MONNIER. 399

Observation de l'oppoſition de Jupiter au Soleil, de cette année 1768. Par M. BAILLY. 415

Mémoire ſur les Pompes. Par M. le Chevalier DE BORDA. 418

Mémoire ſur les Élémens de l'orbite de Saturne. Par M. DE LA LANDE. 432

Mémoire ſur la conſtruction des Aréomètres de comparaiſon, applicables au commerce des Liqueurs ſpiritueuſes & à la perception des Droits impoſés ſur ces Liqueurs. Par M. DE MONTIGNY. 435

Addition au Mémoire, imprimé en 1734, ſur les Courbes tautochrones. Par M. FONTAINE. 460

Obſervations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1767. Par M. DU HAMEL. 471

Recherche ſur l'équation du centre de Jupiter, & de quelques autres élémens de la théorie de cette Planète. Par M. BAILLY. 501

Nouvelles Recherches ſur la combinaiſon de l'acide concret du Tartre avec l'antimoine. Par M. DE LASSONE. 520

Expériences pour connoître la force des Bois. Par M. DU HAMEL. 534

Second Mémoire ſur pluſieurs ſujets d'Hiſtoire naturelle & de Chimie. Par M. MONTET, de la Société royale de Montpellier. 538

FAUTES à corriger dans l'Hiſtoire de 1764.

Page 134, ligne 7, M. de la Caille avoit été juſqu'ici le ſeul, &c. *ajoutez* que M. du Séjour, dès 1756, avoit donné une méthode analytique pour trouver la route de l'ombre, dans un recueil de Mémoires, imprimé à Paris chez Deſaint.

FAUTES À CORRIGER

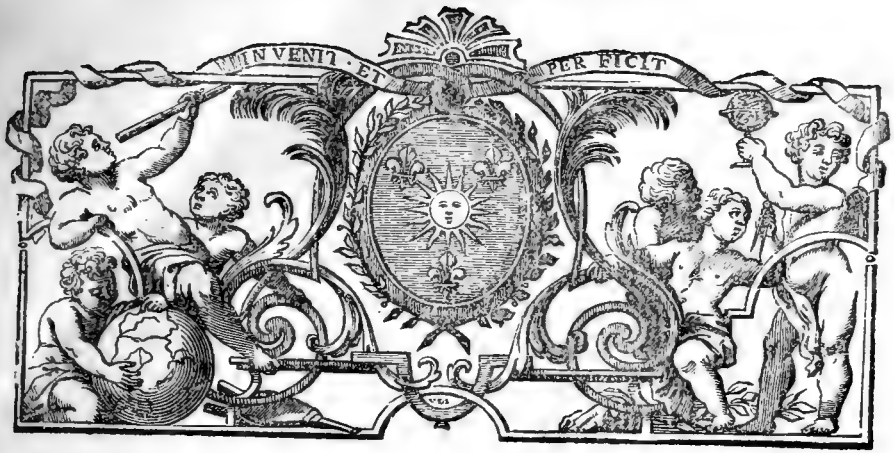
Dans l'Hiſtoire de cette année 1768.

Pag.	Lig.	
33	14,	*après ces mots*, cette partie du ciel étoit, *ajoutez* éclairée
36	22,	*après le mot* ſemblable, *mettez un point-virgule, & l'ôtez à la ligne ſuivante, après le mot* Décembre
50	17,	en, *liſez* en
52	3,	n'eſt, *liſez* n'étoit
54	21,	la le féul, *liſez* la fécule
59	4,	d'indiſſolubilité, *liſez* l'indiſſolubilité
60	21,	*après le mot* ordinaire, *mettez deux points, & les ôtez après* ſervit
62	2,	qu'on peut le lui, *liſez* qu'on peut lui
66	4,	déliquieſcens, *liſez* déliqueſcens
111	3,	&, *liſez* &
113	26,	celles, *liſez* celle
126	20,	portes, jardins, *liſez* portes de jardins
137	9,	que rappeler, *liſez* qu'y rappeler

Dans les Mémoires.

Page 57, ligne 32, ſur les ponts, *liſez* ſous les ponts.
Page 128, ligne 16, réſolu par une phaſe, *liſez* réſolu pour une phaſe.
Page 167, ligne 12, $L = + 57037$, *liſez* $L = + 57031$.
Page 200, ligne 27, $37^d\ 4'\ 19''$, *liſez* $37^d\ 4'\ 15''$.

Pag.	Col.	Lign.				*Liſez*			
309	1	3		25	9. 54. 10 I.	25		9. 54. 16 I.	*dout.*
311	1	21		7 Nov.	8. 10. 40 É.	7 Nov.		8. 14. 0 É.	*dout.*
315	1	13		19	10. 23. 40 É.	19		10. 23. 40 É.	*dout.*
317	2	11	Thury..	26	16. 36. 21 I.	Thury.. 25		16. 36. 21 I.	
Ibid.	2	18	Pékin..	30	15. 40. 15 É.	Pékin.. 30		15. 40. 45 É.	
322	2	10	Pékin..	11 Janv.	13. 52. 22 É.	Pékin.. 11	Janv.	13. 51. 22 É.	
323	2	14		22	10. 9. 38 É.	Paris.... 22		10. 9. 38 É.	
Ibid.	2	29	Thury.	17 Oct.	6. 46. 49 É.	Thury.. 17	Oct.	6. 46. 29 É.	
325	2	10	Stock...	9	5. 57. 15	Stock,.. 9		5. 57. 15 I.	
Ibid.	2	11		9	8. 11. 57 I.	9		8. 11. 57 É.	
326	1	31	Stock...	28	4. 58. 8 É.	Stock... 28		4. 52. 8 É.	
Ibid.	2	7	Pékin...	28	15. 2. 25 I.	Pékin... 28		15. 2. 35 I.	
Ibid.	2	33	Upſal...	1 Mars	6. 28. 25 I.	Upſal... 1	Mars	6. 28. 45 I.	
327	2	18	Paris....	26	16. 25. 55 I.	Paris.... 26		16. 26. 55 I.	
329	1	19	Vienne.	13	12. 50. 1 É.	Vienne. 13	Août	12. 50. 1 É.	
331	1	2	Stock...	2 Sept.	9. 27. 4 É.	Stock... 2	Mai.	9. 27. 4 É.	
Ibid.	1	3	Tirnaw	3	15. 47. 51 I.	Tirnaw 3	Sept.	15. 47. 51 I.	



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXVIII.

L'HISTOIRE de l'Académie n'eſt ordinairement que celle de ſes travaux : Il eſt cependant des évènemens que l'intérêt même des Sciences, leur gloire & la propre reconnoiſſance de l'Académie, ne lui permettent pas de paſſer ſous ſilence.

Ceux dont le récit va commencer l'Hiſtoire de cette année, ſont certainement de ce nombre. Dès le 14 Mai 1766, S. A. R. M.gr le Prince héréditaire de Brunſwick avoit honoré l'Académie de ſa préſence : Il deſira d'aſſiſter, pendant ſon ſéjour à Paris, à une de ſes ſéances, & l'Académie n'a différé juſqu'ici d'en faire part au Public que pour joindre ce fait à deux autres qui ont eu l'année 1768 pour époque.

Le 1.er Juin 1768, l'Académie apprit par M. Baër, ſon

Correſpondant, que l'égliſe de Saint-Olof de Stockolm, dans laquelle le célèbre Deſcartes avoit été enterré, étant dans le cas d'être rebâtie, S. A. R. M.gr le Prince royal de Suède avoit ordonné qu'on conſtruiſît à ſes frais, dans la nouvelle égliſe, un monument magnifique au Philoſophe françois.

La généroſité de ce Prince, & l'eſpèce d'hommage qu'il rendoit aux Sciences en la perſonne de celui qui le premier a enſeigné aux hommes la vraie manière de les cultiver, furent ſenties comme ils le devoient être par l'Académie, elle réſolut d'en témoigner ſa reconnoiſſance à S. A. R. Elle chargea ſon Secrétaire d'avoir l'honneur de lui écrire de ſa part, & il le fit en ces termes :

« MONSEIGNEUR,

» L'Académie royale des Sciences n'a pu apprendre, ſans être » pénétrée d'une juſte admiration, la réſolution qu'a priſe Votre » Alteſſe Royale de faire élever à ſes frais, dans la nouvelle égliſe » de Saint-Olof, un magnifique monument au célèbre Deſcartes, » qui y avoit été inhumé. Ce monument, Monſeigneur, que » Votre Alteſſe Royale conſacre à la gloire du Philoſophe françois » qui a le premier ouvert aux hommes la route qui conduit aux » Sciences & à la vérité, eſt une preuve ſans replique de ſon diſ- » cernement & de ſon amour pour elles. En honorant d'une façon » ſi éclatante le mérite, & le mérite même étranger, Votre Alteſſe » Royale s'acquiert un droit légitime ſur la reconnoiſſance & ſur » l'attachement de tous ceux qui cultiveront à jamais les Sciences » ou qui en connoîtront l'utilité. C'eſt à ce titre, Monſeigneur, » que l'Académie, plus ſenſible que qui que ce ſoit à la gloire du » nom François, s'empreſſe à rendre à Votre Alteſſe Royale ce » juſte hommage, expreſſion de ſes ſentimens, qu'elle me charge » de lui préſenter de ſa part; elle admire un trait que la poſtérité » la plus reculée admirera, & qui couvrira Votre Alteſſe Royale » d'une gloire immortelle. Que n'ont point à eſpérer les Sciences » en Suède, où elles ſont déjà cultivées avec tant de ſuccès, de » la protection d'un Prince qui ſait ſi bien reconnoître le mérite

& témoigner avec autant de magnificence que Votre Alteſſe Royale, le cas qu'il en fait? Je ſuis avec un très-profond reſpect,

MONSEIGNEUR,

De Votre Alteſſe Royale,

Le très-humble & très-obéiſſant ſerviteur, DE FOUCHY,
Secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences.

A Paris, le 20 Juin 1768.

Le 3 Septembre ſuivant, l'Académie reçut la Lettre ſuivante du Prince Royal, en réponſe à celle qu'elle avoit eu l'honneur de lui écrire.

A Eckholmſund le 26 Juillet 1768.

« MESSIEURS,

L'approbation d'un Corps auſſi célèbre & auſſi utile au genre humain, que l'eſt votre Académie, n'a pu que me flatter infiniment: L'action qui me l'a attirée eſt de celles qui honorent les Princes, je le ſais, Meſſieurs, & je vous avoue même qu'en m'y déterminant, j'ai été animé du deſir d'être compté au nombre de ceux qui en ont fait de pareilles, non cependant par aucun motif de vanité, je vous prie d'en être perſuadés; mais parce que je crois que le plus ſûr moyen de rendre les hommes meilleurs & plus heureux, eſt de les éclairer, & qu'ainſi le premier devoir des Princes eſt d'honorer les Lettres & ceux qui les cultivent: c'eſt par ces ſentimens que je me flatte de mériter toujours vos ſuffrages, & de vous convaincre de la ſincérité avec laquelle je ſuis, Meſſieurs,

Votre très-affectionné,
GUSTAVE.

Le voyage que Sa Majeſté le Roi de Danemarck fit en France cette année, procura à l'Académie l'honneur de recevoir ce Monarque. Elle fut avertie que Sa Majeſté Danoiſe deſiroit aſſiſter à une de ſes Aſſemblées, & qu'elle avoit choiſi celle du

3 Décembre pour l'honorer de ſa préſence ; mais que voulant auſſi viſiter l'Académie Françoiſe & celle des Belles-Lettres, ce Prince ne viendroit à l'Académie des Sciences qu'après la ſéance commencée ; elle commença donc & ſe tint à l'ordinaire juſqu'au moment où l'on fut informé de l'arrivée du Roi de Danemarck : alors l'Académie en corps, les Officiers à la tête, alla le recevoir à la porte de la Chapelle par où il avoit paſſé en venant de l'Académie des Belles-Lettres, & le conduiſit dans la Salle, où Sa Majeſté prit place dans un fauteuil placé au milieu de la table des Honoraires. Tout le monde étant reſté debout, il invita la Compagnie à s'aſſeoir : il avoit à ſa droite M. le Comte de Saint-Florentin, Préſident ; à ſa gauche M. le Marquis de Courtanvaux, Vice-préſident ; à la droite de M. de Saint-Florentin, M. du Hamel, Directeur ; à la gauche de M. de Courtanvaux, M. d'Alembert, Sous-directeur ; & enſuite, à droite & à gauche, M.rs les Honoraires & les autres Académiciens dans leurs places ordinaires. On avoit diſpoſé dans le parquet, pour la ſuite de Sa Majeſté Danoiſe, & autour de la Salle, des ſiéges & des banquettes pour les perſonnes que la curioſité y avoit attirées ; & comme l'Académie regardoit cette journée comme un jour de fête pour elle, les Dames même y avoient été admiſes & rempliſſoient les tribunes.

Tout le monde étant en place, M. d'Alembert lut le Diſcours ſuivant adreſſé à l'aſſemblée :

« MESSIEURS,

» La Philoſophie, toute portée qu'elle eſt à fuir l'éclat & l'appareil, » a cependant quelque droit à l'eſtime des hommes, puiſqu'elle » travaille à les éclairer. Mais la ſimplicité qui fait ſon caractère, » ne lui permet pas de s'annoncer & de ſe faire valoir elle-même. » Peu impoſante & peu active, elle a beſoin, pour ſe produire avec » confiance, de protecteurs puiſſans & reſpectés. Il eſt réſervé aux » Rois de rendre ce ſervice à la Philoſophie, ou plutôt aux » hommes. Contente des regards du Sage, la vérité aime à s'en- » ſévelir avec lui dans la retraite ; c'eſt aux Souverains, dont » l'opinion & l'exemple ont ſouvent plus de pouvoir que leur

volonté même, à tirer de cette retraite la vérité modeſte & timide, & à la placer près de ce Trône où tous les yeux ſont attachés. Il eſt vrai, Meſſieurs, que l'avantage de la raiſon eſt de ſe voir tôt ou tard écoutée & ſuivie; qu'elle exerce ſur les eſprits, ſans bruit & ſans effort, une autorité lente & ſecrette, & par-là même plus aſſurée; que le moment de ſon triomphe arrive enfin, quelqu'obſtacle qu'on y oppoſe: mais la gloire des Princes eſt de hâter ce moment; & le plus grand bonheur d'une Nation, eſt que ceux qui la gouvernent ſoient d'accord avec ceux qui l'inſtruiſent.

Quelle douce ſatisfaction ne doit donc pas reſſentir une Compagnie de gens de Lettres, quand elle voit ceux que les Peuples ont pour maîtres & prennent pour modèles, s'intéreſſer à ſes travaux, les encourager par leur eſtime, les animer par leurs regards? Nous avons joui plus d'une fois, Meſſieurs, de ce précieux avantage. Nous avons eu le bonheur de voir notre auguſte Monarque, à peine ſorti de l'enfance, honorer de ſa préſence nos Aſſemblées, entrer dans le détail de nos occupations, & nous annoncer par cet heureux préſage la protection qu'il leur accorde. Nous avons vu le Souverain d'un vaſte Empire, né dans le ſein de la barbarie avec un génie créateur, venir chercher dans ce ſanctuaire des Sciences le flambeau qu'il devoit ſecouer ſur la tête de ſa Nation, engourdie ſous le double eſclavage de la ſuperſtition & du deſpotiſme. Qu'il eſt flatteur pour nous de joindre aujourd'hui à ces noms reſpectables celui d'un jeune Prince, qui après avoir montré à la Nation françoiſe les qualités aimables auxquelles elle met tant de prix, prouve qu'il ſait mettre lui-même un prix plus réel à la raiſon & aux lumières! Il donne cette leçon par ſon exemple, non-ſeulement à ceux qui placés comme lui de bonne heure ſur le trône, n'en connoîtroient pas auſſi-bien que lui les beſoins & les devoirs, mais à ceux même, qui placés moins haut, auroient le malheur de regarder l'ignorance & le mépris des talens comme l'apanage de la naiſſance & des dignités. Raſſaſié, & preſque fatigué de nos fêtes, il vient dans cet aſile de la Philoſophie ſe dérober pour quelques momens aux plaiſirs qui le pourſuivent; & les amuſemens dont on l'accable augmentent ſon empreſſement

» à connoître cette partie de la Nation, que les Étrangers & leurs » Souverains ſemblent honorer particulièrement de leur eſtime. » Quoique déjà très-inſtruit, quoique jeune, & quoique Prince, » (que de titres pour la préſomption!) il croit qu'il lui reſte en- » core à apprendre, & qu'on ne peut être trop éclairé quand on » tient les rênes d'un grand Empire. Souverain d'un royaume où » les Sciences ſont cultivées avec ſuccès, il n'avoit pas beſoin ſans » doute de ſortir de chez lui pour les trouver. Mais il ſait que » la Nature, qui n'a pas réuni tous les talens dans un ſeul homme, » n'a pas non plus concentré toutes les lumières dans un ſeul » peuple; il voyage donc, pour ajouter de nouvelles richeſſes à » celles qu'il poſsède, & pour les rapporter & les répandre dans » les États qui lui ſont ſoumis; perſuadé que les Sciences ſont une » eſpèce de commerce, où toutes les Nations éclairées doivent à la » fois donner & recevoir. Cette vérité, Meſſieurs, eſt trop » eſſentielle au progrès des Lettres pour être oubliée ou méconnue » de ceux qui les cultivent. La Nation françoiſe en particulier, » (nous oſons atteſter ici les reſpectables Étrangers qui nous écoutent) » a toujours vivement ſenti les avantages de ce commerce mutuel. » Quoique ſa Langue & ſes Écrits ſoient répandus par toute » l'Europe, quoique les Lettres ſoient aujourd'hui le plus ſolide » fondement de ſa gloire, elle n'en reconnoît pas moins tout ce » qu'elle a reçu des autres peuples; peut-être même la juſtice qu'elle » aime à leur rendre, eſt un des traits qui la caractériſent le plus; » au moins devroit-il la garantir du reproche de préſomption qu'on » ſe plaît un peu trop à lui faire. L'Académie aime ſur-tout à ſe » rappeler en ce moment, qu'elle a été redevable au Danemarck » de deux hommes, juſtement comptés au nombre de ſes plus » illuſtres Membres, Roëmer, connu par l'importante découverte » de la vîteſſe de la lumière, & Winſlow, l'un des plus grands » Anatomiſtes de ſon temps. Il n'y a qu'un petit nombre d'années » que ce dernier étoit encore au milieu de nous: les Élèves qu'il a » formés y ont conſacré ſon image*, & l'un des premiers objets » qui dans cette Salle s'offre aux regards du Souverain que nous

* Le buſte de M. Winſlow eſt dans la Salle d'aſſemblée de l'Académie, à laquelle il a été donné, de même que celui de M. de Reaumur, par M. Hériſſant.

avons l'honneur d'y recevoir, eſt le buſte d'un Savant né dans « ſes États, & devenu notre Confrère. Nous ne parlons encore « que comme Académiciens & comme François, de notre recon- « noiſſance envers la nation Danoiſe. Cette reconnoiſſance ſeroit « bien plus étendue, ſi, comme citoyens de l'Europe littéraire, nous « voulions détailler les obligations que les Sciences ont depuis « long-temps à cette Nation éclairée. Un ſeul nom, mais un nom « immortel, nous diſpenſera d'en citer beaucoup d'autres, celui du « célèbre Tycho-Brahé, qu'à la vérité un malheureux ſcrupule « théologique écarta du vrai ſyſtème du monde, mais dont les « travaux pleins de génie & les obſervations précieuſes, ont ſervi « de baſe aux grandes découvertes qui ont mis ce ſyſtème hors « d'atteinte. Ce n'eſt pas ſeulement à l'Aſtronomie, à ce chef- « d'œuvre de la ſagacité humaine, que la nation Danoiſe a rendu « des ſervices éclatans. Pour nous borner au plus récent de tous, « les peuples qui prennent quelqu'intérêt au progrès des lumières, « pourroient-ils oublier ce qu'ils doivent aux Savans Danois, qui « viennent de parcourir les déſerts de l'Aſie & de l'Afrique, pour « augmenter par leurs recherches le dépôt des connoiſſances hu- « maines? Vous n'ignorez pas, Meſſieurs, & vous l'avez appris « avec douleur, que preſque tous ont péri dans ce voyage, victimes « reſpectables & infortunées de leur zèle. Un ſeul d'entr'eux ſemble « n'avoir échappé à la mort, que pour conſerver à leur patrie & à « la poſtérité les précieux fruits de leurs travaux. Puiſſent les Sciences « & les Lettres, pour leſquelles ils ſe ſont dévoués avec tant de « courage, rendre à leur mémoire le même honneur que Rome « & la Grèce rendoient autrefois aux généreux citoyens, qui « avoient perdu la vie dans les combats! Puiſſent toutes les Aca- « démies de l'Europe graver ſur leur tombe cette inſcription ſimple « & touchante, que le patriotiſme antique a conſacrée! *ILS SONT* « *MORTS POUR LA RÉPUBLIQUE!* * «

Ces bienfaits ſignalés d'une Nation envers les autres, ſont «

* Voici les noms de ces Savans : M. Van-Staven, Profeſſeur en Philoſophie; M. Forskal, Phyſicien; M. Cramer, Médecin; M. Neibuhr, Mathématicien : Les trois premiers ſont morts en Arabie avec M. Paureinfeind, Deſſinateur. M. Neibuhr ſeul eſt revenu en Europe.

pour le Souverain qui la gouverne, un engagement de les per-
» pétuer ; & l'accueil dont ce Souverain honore aujourd'hui les
Lettres, nous aſſure, Meſſieurs, qu'il remplira ce qu'elles
» attendent de lui. Ce jour ſera à jamais célèbre dans les faſtes de
» l'Académie, & nos Muſes ne ſeront point ingrates. Pour exprimer
» leurs ſentimens, elles n'auront point à s'avilir par une adulation
» indigne d'elles, & plus indigne encore d'un Monarque qui vient
» s'aſſeoir dans ce Temple de la vérité. Cette vérité qui préſide
» ici & qui nous entend, déſavoueroit un ſi mépriſable hommage.
» L'éloge des bons Rois eſt dans le cœur du peuple ; c'eſt-là que
» les gens de Lettres trouveront celui du Prince, qui acquiert de
» ſi juſtes droits à leur reconnoiſſance. Ils tranſmettront à la poſté-
» rité les traits mémorables de bienfaiſance, qui ont rendu les pre-
» mières années de ſon règne ſi chères à l'humanité, & que la
» France * a déjà célébrées par la voix du plus illuſtre de ſes
» Écrivains. Ils conſerveront à l'Hiſtoire l'exemple de ſageſſe & de
» courage tout à la fois que ce Prince a donné des premiers à
» l'Europe, en ſubiſſant, pour ſe conſerver à ſes Sujets, l'épreuve
» de l'inoculation, dont la deſtinée ſingulière eſt d'effrayer encore
» la multitude, lorſqu'elle n'effraye plus les Souverains. Puiſſent,
» Meſſieurs, vos juſtes hommages entretenir à jamais dans ce
» jeune Monarque l'amour de la véritable gloire, ſi néceſſaire
» à ceux que leur élévation donne en ſpectacle à leur ſiècle, &
» qui ne pourroient mépriſer ſon ſuffrage, ſans mépriſer les vertus
» dont ce ſuffrage eſt la récompenſe. »

La lecture de ce Diſcours étant finie, M. du Séjour lut un extrait de ſon Mémoire ſur le paſſage de Vénus ſur le Soleil, du 3 Juin 1769, qu'il avoit lû à l'Aſſemblée publique du 12 Novembre ; enſuite M. l'Abbé Nollet lut un Mémoire contenant pluſieurs expériences ſur l'évaporation des liqueurs ſpiritueuſes & ſur leur pénétrabilité. Ces expériences furent faites par M. Briſſon, en préſence de Sa Majeſté Danoiſe, qui parut prendre le plus grand intérêt à l'une & à l'autre lecture.

* On veut parler ici des ſecours donnés par Sa Majeſté le Roi de Danemarck, à une famille malheureuſe du Languedoc, & célébrés dans une pièce de M. de Voltaire qui commence ainſi : *Eh quoi, généreux Prince, &c.*

La

La ſéance, qui fut prolongée au-delà du terme ordinaire, étant finie, le roi de Danemarck demanda à voir le buſte de M. Winſlow, qui eſt dans la Salle, & qu'on lui montra. Il ſortit enſuite; & l'Académie en corps, les Officiers à la tête, le reconduiſit à ſon carroſſe.

La gloire des Sciences & celle d'un Prince cher à la France, ne nous permettent pas de paſſer ici ſous ſilence un fait dont le Diſcours de M. d'Alembert a été l'occaſion. Une copie de ce Diſcours étant tombée entre les mains de S. A. R. l'Infant Duc de Parme, ce Prince en fit une traduction qu'il envoya à M. d'Alembert, écrite toute entière de ſa main; & ce dernier lui en ayant témoigné ſa vive & reſpectueuſe reconnoiſſance, l'Infant lui fit l'honneur de répondre par une Lettre, auſſi de ſa main. La modeſtie de M. d'Alembert nous en a caché une partie; mais nous ne pouvons nous diſpenſer d'en citer quelques endroits, auſſi honorables pour les Sciences que pour le Prince, & pour ceux qui ont préſidé à ſon éducation. *

Les vérités exprimées dans votre Diſcours, dit-il à M. d'Alembert, *ſont des règles pour les Princes; je l'ai traduit, afin de les imprimer dans mon ame . . . . . Ce Diſcours m'a fait d'autant plus de plaiſir que j'y retrouve les ſentimens d'humanité qu'on m'a inſpirés dès l'enfance. Je ſens combien les lumières peuvent contribuer au bonheur des peuples en dirigeant la conduite du Prince. Je ſens auſſi que l'eſtime de ceux qui éclairent les Nations eſt capable d'adoucir toutes les peines du Gouvernement.* Que n'a-t-on point à eſpérer d'un Prince qui ſait ſi bien exprimer de pareils ſentimens !

* M. de Keralio, Gouverneur du Prince; M. l'Abbé de Condillac, Précepteur.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE MOUVEMENT DU MERCURE DANS LES BAROMÈTRES.

V. les Mém. p. 247.

L'UTILITÉ du Baromètre eſt connue de tout le monde phyſicien, non-ſeulement il indique la peſanteur abſolue de l'atmoſphère & ſes variations, mais il peut encore ſervir à meſurer l'élévation des montagnes & la profondeur des ſouterrains, & même à donner par des obſervations faites à des hauteurs très-différentes, la loi de la condenſation de l'air; il ſert d'ailleurs à vérifier le vide dans les expériences de la machine pneumatique; en un mot, il eſt employé à tant d'uſages différens, qu'on peut le regarder comme un des inſtrumens les plus néceſſaires aux Phyſiciens.

Mais plus les uſages du Baromètre ſont multipliés, plus il eſt eſſentiel qu'il ſoit exact; & il n'eſt que trop ordinaire d'en rencontrer qui ne le ſont pas, défaut ſi dangereux, que dans ce dernier cas, au lieu de conduire à la vérité, il mène infailliblement à des erreurs d'autant plus groſſières qu'il s'écarte plus de la perfection.

C'eſt dans la vue de remédier à un inconvénient ſi conſidérable, que M. le Cardinal de Luynes a entrepris le travail dont il a donné le réſultat à l'Académie; & duquel nous allons eſſayer de rendre compte.

Les défauts d'un baromètre ne peuvent venir que du mercure qui le remplit, du tuyau qui le contient, ou enfin de la manière dont il a été chargé: ces trois objets ont été ſoigneuſement diſcutés par Son Éminence, le mercure qu'il employoit avoit été revivifié du cinabre, & purgé par cette opération de toutes les matières étrangères qui auroient pu altérer ſon poids ou ſa fluidité; & par conſéquent on n'avoit rien à craindre de ce côté-là.

Les défauts qui peuvent naître du tuyau ſont plus nombreux, le verre dont il eſt compoſé ne doit avoir aucune fêlure, aucune ouverture qui puiſſe donner paſſage à l'air; & nous verrons bientôt que dans des tuyaux ſcrupuleuſement examinés, même avec une forte loupe, il s'en trouve d'imperceptibles qui altèrent ou même anéantiſſent à la longue tout l'effet du baromètre; il ne doit ſe trouver dans leur intérieur aucunes aſpérités qui puiſſent retenir ou gêner le mouvement du mercure: enfin on s'eſt aperçu que dans les tuyaux d'un très-petit diamètre, le mercure étoit comme gêné, & s'élevoit beaucoup moins que dans ceux d'un plus grand calibre.

M. le Cardinal de Luynes examina ſoigneuſement les différens tuyaux qu'il deſtinoit à ſes expériences, & il en choiſit d'abord cinq, dont les diamètres étoient depuis $\frac{2}{3}$ de ligne juſqu'à 13 lignes $\frac{1}{4}$; trois autres tubes de 2 lignes $\frac{1}{4}$ de diamètre, furent deſtinés à d'autres expériences, ils furent tous nettoyés & ſéchés avec ſoin.

Ces tubes une fois préparés, il ne s'agiſſoit plus que de les charger, & cette opération étoit la plus délicate de toutes; celui de $\frac{2}{3}$ de ligne & celui de 2 lignes $\frac{1}{3}$, furent chargés le mercure étant exceſſivement bouillant; il s'agiſſoit de charger de même celui de 13 lignes $\frac{1}{4}$ de diamètre, mais cette opération n'étoit pas ſans difficulté, comment oſer en effet expoſer un tuyau de cette groſſeur au feu néceſſaire pour faire bouillir le mercure? comment l'y ſoutenir chargé d'une ſi énorme colonne de vif-argent? comment enfin le ſoutenir pendant l'opération? Les précautions de M. le Cardinal de Luynes, & l'adreſſe du ſieur Cappy qui le ſeconda dans cette occaſion, firent diſparoître ces difficultés. Son Éminence fit conſtruire une eſpèce de fourneau, compoſé de deux cylindres de gros fil-de-fer, dans l'entre-deux deſquels on mettoit les charbons allumés, tandis que le tube qu'on ſoutenoit debout au milieu du vide du cylindre intérieur recevoit l'action du feu qu'on pouvoit gouverner à volonté: le tuyau étoit ſoutenu par un couſſinet qu'on tenoit à la main pour empêcher que le poids du mercure n'en fit partir le fond ou n'y occaſionnât des fêlures; enfin on ne faiſoit bouillir le mercure

que par parties, & ſucceſſivement juſqu'à ce que le tube fût entièrement rempli, alors on le ferma à l'aide d'une virole de buis qu'on y avoit maſtiquée, & il fut ſoigneuſement gardé en cet état juſqu'à ce que la monture fût prête.

Des quatre autres tuyaux, le premier qui avoit $\frac{2}{3}$ de ligne, fut chargé le mercure exceſſivement bouillant, de même que le ſecond qui avoit 2 lignes $\frac{1}{3}$; le troiſième, de 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, fut chargé à froid avec un entonnoir à longue queue, très-déliée, qui portoit le mercure preſque juſqu'au fond du tuyau; & enfin le quatrième, fut chargé avec du mercure très-chaud, mais ſans le faire bouillir.

Les précautions les plus grandes ont été priſes pour renverſer les tuyaux, & les plonger dans la boîte qui devoit ſervir de récipient au mercure, ſans y laiſſer rentrer aucune portion d'air; ces boîtes étoient formées de bois dur & creuſées en plein bois; Son Éminence ayant trouvé que ces ſortes de boîtes étoient plus commodes & auſſi ſûres que celles qu'on pourroit leur ſubſtituer.

La colonne de mercure qui répond à la peſanteur de l'atmoſphère, doit être meſurée depuis la ſurface du mercure dans le récipient, juſqu'à celle du haut de la colonne dans le tuyau; or il eſt certain que lorſque cette colonne augmente, il entre du mercure de la boîte dans le tuyau, & que par conſéquent ſa ſurface baiſſe; d'où il ſuit que pour avoir la hauteur abſolue de la colonne, il faut ajouter à l'élévation du mercure dans le tuyau l'abaiſſement de celui de la boîte: tant que le diamètre du tuyau eſt très-petit par rapport à celui de la boîte, cet abaiſſement eſt inſenſible, mais quand le tuyau eſt gros, l'abaiſſement dans la boîte n'eſt pas à négliger; & pour s'en aſſurer M. le Cardinal de Luynes fit percer le couvercle, de manière qu'une petite tige de fil-de-laiton, portée ſur un liége qui flotoit ſur le mercure, pût paſſer par cette ouverture; d'où il réſultoit que les variations de hauteur de la baſe ſe trouvoient exactement marquées par l'index attaché à cette tige, ſur une diviſion fixée au couvercle de la boîte; & ce fut dans cet état que ce baromètre & les quatre autres dont nous venons de parler furent mis en expérience.

En même temps que M. le Cardinal de Luynes avoit préparé les cinq tubes dont nous venons de parler, il en avoit encore préparé un autre d'une façon différente, celui-ci avoit été nettoyé à l'eſprit-de-vin; ſon diamètre étoit de 2 lignes $\frac{1}{2}$, & il fut chargé à froid avec l'entonnoir à longue queue. Son Éminence fut extrêmement ſurpriſe en voyant que le mercure ne s'y ſoutenoit qu'à 26 pouces 7 $\frac{1}{2}$ lignes, ce même tube ayant été déchargé & rechargé, le mercure très-bouillant; la colonne de mercure s'y trouva à la même hauteur que dans un des baromètres précédens qui avoit même calibre, & qui avoit auſſi été chargé avec le mercure très-bouillant; il reſtoit à ſavoir ſi le peu de hauteur de la colonne dans la première expérience, venoit de la manière de charger le baromètre, ou de ce que le tuyau avoit été lavé intérieurement d'eſprit-de-vin, & nous verrons bientôt les raiſons que Son Éminence avoit de le ſoupçonner; en effet, un tuyau ayant été chargé à froid ſans entonnoir, & en prenant toutes les précautions poſſibles, le mercure s'y ſoutint à la même hauteur que dans un tuyau preſque de même diamètre, chargé de mercure très-bouillant; le même tuyau ayant été enſuite déchargé, fut lavé avec de l'eſprit-de-vin, & deſſéché avec un linge blanc & bien ſec, & ayant été rechargé avec le même mercure & le plus grand ſoin, le vif-argent ne s'y ſoutint qu'à un pouce plus bas que dans le baromètre de comparaiſon.

La raiſon qui avoit porté M. le Cardinal de Luynes à ſoupçonner que l'eſprit-de-vin nuiſoit à la hauteur du mercure dans les baromètres, étoit que la même choſe lui étoit arrivée pluſieurs années auparavant avec deux tubes abſolument pareils qui ne différoient que parce que l'un des deux avoit été lavé avec de l'eſprit-de-vin; & que dans ce dernier le mercure étoit toujours demeuré un pouce plus bas que dans l'autre, malgré toutes les précautions qu'on prit pour les ſécher exactement.

Des obſervations de M. le Cardinal de Luynes, conſignées pour la plus grande partie dans des Tables jointes à ce Mémoire; il réſulte que les baromètres chargés le mercure étant exceſſivement bouillant, ſont ceux où il reſte le moins d'air; que leurs marches ſont les plus régulières, lors même que le tuyau n'a qu'un diamètre

de $\frac{2}{3}$ de ligne ou au-deſſous; que les baromètres chargés à froid avec l'entonnoir à longue queue, ſe tiennent beaucoup plus bas que ceux qui ont été chargés le mercure bouillant; que ceux qui ont été chargés ſans entonnoir, & avec précaution, même avec du mercure froid, ſe maintiennent preſqu'à la même hauteur que ceux qui l'ont été avec du mercure bouillant: mais que ceux dont les tubes ont été lavés avec de l'eſprit-de-vin, ſont de tous ceux où le mercure ſe tient le plus bas, à moins qu'on ne les charge avec du mercure bouillant exceſſivement, auquel cas ils ſe tiennent auſſi haut que les autres; que dans les tubes d'un très-grand diamètre, le mercure ſe tient plus haut de quelques lignes que dans les baromètres ordinaires; que de toutes les méthodes uſitées pour charger les baromètres, la plus mauvaiſe eſt de les charger avec l'entonnoir à longue queue; & qu'enfin ſi on n'apporte pas le plus grand ſoin à cette opération, on court riſque de tomber dans d'énormes erreurs; les expériences faiſant voir qu'on pourroit croire la colonne d'air beaucoup plus courte & moins peſante qu'elle ne l'eſt réellement: M. le Cardinal de Luynes termine ce Mémoire par deux réflexions.

La première eſt ſur la lumière phoſphorique du baromètre, on regarde communément cette lumière comme une preuve aſſurée que le haut du baromètre eſt abſolument purgé d'air: cependant une obſervation qu'il a faite il y a environ vingt ans, eſt une preuve ſans replique que cette règle eſt ſujette à reſtriction; il avoit chargé un baromètre, en faiſant chauffer le mercure, partie par partie, & l'opération étant finie, le baromètre au moindre balancement donna une lumière très-vive; mais il y avoit au haut du tube une fêlure imperceptible, par laquelle l'air y rentroit peu à peu, & il ne fut pas plutôt mis en expérience que le mercure commença à baiſſer. Son Éminence ſuivit la diminution de la colonne juſqu'à ce qu'elle n'eût plus que 4 pouces de haut, & pendant tout ce temps il ne ceſſa de donner de la lumière; il eſt vrai que cette lumière qui d'abord étoit très-vive, & paroiſſoit aux premiers balancemens avoir toujours diminué de vivacité, & ne paroiſſoit plus qu'après un grand nombre de balancemens; d'où il réſulte, qu'à la vérité, quand un baromètre donne une lumière

très-vive aux moindres balancemens, on peut conclure qu'il eſt bien purgé d'air ; mais que ſi cette lumière eſt foible, pâle & qu'il faille un grand nombre de balancemens pour l'exciter, ce n'eſt pas une marque du vide parfait dans le tube, puiſqu'elle peut ſubſiſter en cet état avec une quantité d'air ſuffiſante pour réduire la colonne à 4 pouces de hauteur.

L'autre remarque eſt ſur les précautions qu'on doit prendre quand on charge un baromètre avec du mercure exceſſivement bouillant, ſur-tout ſi le tuyau eſt d'un très-grand diamètre ; on doit éviter de faire cette opération dans un lieu trop petit & trop clos, elle doit être faite à l'air ſi on veut éviter l'altération que pourroit cauſer à la ſanté le mercure réduit en vapeur qui s'élève : on doit de même prendre garde de laiſſer dans cet endroit aucune dorure ni rien de métallique, excepté le fer, & de n'avoir ſur ſoi ni galon ni bijou d'or ou d'argent, cette vapeur s'y attacheroit infailliblement, & gâteroit ſans retour tout ce qui ne pourroit pas ſoutenir l'action du feu néceſſaire pour la faire partir. On doit encore conduire l'opération avec toute la prudence & toute la patience poſſibles, pour éviter de faire caſſer les tubes & de perdre une quantité conſidérable de mercure : on ne ſauroit trop avertir ceux qui font des expériences de Phyſique, des inconvéniens auxquels ils pourroient être expoſés, il en reſtera encore aſſez qui n'auront pas été prévus.

SUR UN MOYEN DE REMÉDIER AUX INCONVÉNIENS DES DÉBÂCLES.

ON ne connoît que trop à Paris le danger que les glaces & ſur-tout les débâcles, font eſſuyer aux bateaux qui ſont dans ſes ports, & les pertes fréquentes qu'elles occaſionnent ; cette année a été une des plus fertiles en accidens de toute eſpèce, & le nombre de malheurs que la débâcle a cauſés, a engagé M. de Parcieux à chercher les moyens de prévenir à l'avenir de pareils accidens.

V. les Mém. p. 54.

Le premier pas à faire, quand on veut tenter de remédier à un mal, eſt d'en connoître les circonſtances & les cauſes; c'eſt auſſi par-là que M. de Parcieux a commencé.

Il arrive bien rarement, ou même il n'arrive preſque jamais que la rivière de Seine & celle de Marne débâclent en même temps, & c'eſt un grand bonheur qu'elles ne partent que l'une après l'autre. Le canal même de la Seine ne ſe fermeroit jamais ſi les glaçons ne trouvoient aux piles des ponts des obſtacles qui les arrêtent; mais s'il ſe trouve, comme il ne manque pas d'arriver, des glaçons diſpoſés à s'arranger en ceintre, il ſe forme une arcade couchée qui s'appuye ſur les piles de part & d'autre, & qui retient les glaçons au-deſſus; auſſi voit-on que dès que cela eſt arrivé, toute la partie qui eſt au-deſſous ou, comme diſent les gens de rivière, à l'aval de l'endroit où l'embarras s'eſt formé, demeure vide de glaçons.

Une ſeconde cauſe du dégât que font les glaces dans les débâcles, eſt l'impoſſibilité de pouvoir mettre en ſûreté les bateaux le long des bords de la rivière, & de caſſer les glaces qui s'y forment dès que la rivière commence à charier; car alors on ne peut plus aller ſur ſa ſurface ſans s'expoſer au plus grand danger.

Une troiſième cauſe eſt ce que les gens de rivière nomment *rencharge*, c'eſt-à-dire l'amas des glaçons qui deſcendent d'en haut, & qui, arrêtés par ceux qui barrent les ponts, s'amoncèlent les uns ſur les autres, & forment une maſſe dont les efforts animés par le courant, deviennent redoutables; ce qui n'arriveroit certainement pas ſi le milieu du lit de la rivière & les arches des ponts reſtoient libres.

Voici comment M. de Parcieux remédie à ces inconvéniens.

Puiſque lorſque la rivière eſt priſe, & les glaçons arrêtés à un certain endroit, toute la partie du courant qui eſt au-deſſous demeure libre, il eſt clair que ſi on pouvoit par quelque moyen faire prendre la rivière au-deſſus de Paris, tout ſon canal dans la ville n'auroit d'autres glaçons que ceux qui pourroient ſe former vers ſes bords, & qu'on ſeroit toujours le maître de caſſer journellement, de même que de ranger les bateaux à l'abri du courant des glaces quand la débâcle arriveroit, & qu'il eſt,

comme

comme nous venons de le dire, impoſſible de faire dès que la rivière commence à charier.

Le moyen qu'emploie M. de Parcieux, pour produire cet effet, eſt extrêmement ſimple. Nous venons de dire que la Seine & la Marne ne faiſoient jamais leur débâcle enſemble; cette circonſtance a déterminé M. de Parcieux à ne barrer que le canal de la Seine un peu avant ſa jonction avec la Marne: la largeur de ſon lit eſt en cet endroit d'environ ſoixante-dix ou quatre-vingts toiſes; il y établit deux palées de pieux pareilles aux piles d'un pont de bois, qui partagent en trois la largeur du lit; & à ces pieux il amarre des chaînes de madriers flottans, attachés enſemble par les bouts avec des crochets & des anneaux de fer.

Il eſt évident que ces palées ne gêneront pas la navigation, parce qu'elles laiſſent entr'elles un intervalle ſuffiſant, & qu'elles ſeront aſſez élevées hors de l'eau pour être aperçues. Mais lorſque la rivière ſera prête à charier, ce qu'on connoîtra aiſément par le thermomètre, les chaînes de madriers flottans qu'on mettra alors, retiendront le bouſin ou glace ſpongieuſe qui ſe forme la première, & enſuite les autres glaçons, qui ſe prendront infailliblement, & dès que la rivière ſera entièrement priſe, on en détachera les madriers pour les ſerrer.

Les glaces étant ainſi arrêtées, le canal de la rivière demeurera abſolument libre juſqu'au deſſous de Paris, on pourra ranger à l'aiſe les bateaux & caſſer la glace des bords; & lorſque la débâcle viendra, les glaçons ne trouvant aucune réſiſtance couleront librement, & il ne s'y fera jamais de rencharge ni d'accumulation de glace, ce qui diminuera infiniment le danger des débâcles & les dommages qu'elles peuvent cauſer.

Mais pour mettre abſolument les bateaux & les marchandiſes hors d'atteinte, M. de Parcieux propoſe d'établir dans Paris même une *Gare*, à très-bon marché; il prend pour cela le petit bras de la rivière, depuis la pointe du terrein* juſqu'à ſa réunion avec le grand bras au-deſſous du Pont-neuf, cet eſpace un peu approfondi & fermé par en haut d'une eſtacade de charpente

* Ce qu'on nomme *terrein*, eſt le jardin du Chapitre de N. D. ſitué à la pointe orientale de l'île du Palais.

ſuffiſante pour arrêter les glaces, deviendroit une retraite aſſurée pour les bateaux, qu'on y feroit entrer d'autant plus aiſément que la rivière priſe plus haut laiſſeroit toute liberté de les y conduire pendant la gelée, ſans craindre les glaçons.

On pourroit peut-être craindre que la dépenſe néceſſaire à ces établiſſemens ne fût capable d'empêcher de les entreprendre; mais le zèle de M. de Parcieux a prévenu cette objection, & il s'eſt aſſuré par un calcul exact & éclairé, & par les avis des gens de l'Art, que la dépenſe étoit modique relativement à cet objet & à l'immenſe utilité qui en réſulteroit. Ce Mémoire ſera le dernier effet du zèle patriotique de M. de Parcieux, la mort qui nous l'a enlevé cette année, a fait perdre avec lui une grande quantité d'idées heureuſes & utiles que lui fourniſſoient ſon ſavoir & ſon cœur vraiment citoyen.

SUR LA

CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES.

V. les Mém. p. 218.

ON ne connoît que trop le danger que le défaut de la circulation de l'air dans les Mines, fait courir à ceux qui ſont employés à leur exploitation; il les expoſe non-ſeulement à être étouffés faute de pouvoir y reſpirer, ou du moins à y ſouffrir beaucoup de ce chef, mais encore à y être empoiſonnés par les exhalaiſons malfaiſantes qui s'y amaſſent, & même à y périr par des vapeurs inflammables qui s'allument au feu des lampes qui les éclairent, & qui tuent infailliblement tous ceux qui n'ont pas le temps ou la préſence d'eſprit de ſe coucher à plate-terre. Les exemples de ces accidens ſont malheureuſement trop fréquens, pour qu'on puiſſe les révoquer en doute.

La circulation de l'air dans les mines, eſt le moyen le plus aſſuré de faire diſparoître tous ces inconvéniens, & travailler à la procurer eſt rendre un des plus grands ſervices qu'on puiſſe rendre à l'humanité, & ſur-tout à ceux que leur état attache aux travaux des mines.

C'eſt à fournir les moyens de procurer cette circulation ſi

néceſſaire que ſont deſtinés les Mémoires de M. Jars, dont nous avons à rendre compte. Une obſervation qu'il fit dans les mines de Cheſſy, lui donna lieu de démêler le principe ſur lequel eſt fondée toute ſa théorie: ces mines ſont percées dans la pente d'une colline ſous laquelle les galeries s'enfoncent preſque horizontalement, & d'eſpace en eſpace on y a percé, autant qu'on a pu, des puits de reſpiration qui pénètrent dans les galeries, & dont l'orifice eſt placé plus ou moins haut ſur les collines. Il s'aperçut que le courant d'air qui s'établiſſoit en été dans les galeries, avoit une direction abſolument oppoſée à celle du courant qui avoit lieu en hiver; c'en fut aſſez pour l'engager à rechercher la cauſe de ce ſingulier phénomène, & voici la raiſon très-plauſible qu'il en donne.

Lorſqu'une galerie eſt, comme celles de Cheſſy, percée par un puits de reſpiration, il y a, tant à l'embouchure de la galerie qu'à celle du puits, une colonne d'air qui s'étend juſqu'au ſommet de l'atmoſphère. La colonne qui appuie ſur l'orifice de la galerie eſt compoſée toute entière de l'air extérieur & a la même température que lui; celle qui appuie ſur l'orifice du puits eſt à l'extérieur compoſée du même air, mais depuis l'orifice du puits juſqu'à la galerie, l'air de la colonne eſt à la température des caves. Les deux colonnes ſont donc néceſſairement inégales en poids, quoiqu'égales en longueur; en hiver, l'atmoſphère étant plus froide, & par conſéquent plus peſante que l'air de l'intérieur de la mine, la colonne du puits, compoſée en partie de ce dernier, eſt plus légère que celle qui ſe préſente à l'embouchure de la mine: celle-ci chaſſe donc l'air de la galerie, & le fait ſortir par le puits. En été, au contraire, l'air extérieur étant plus léger & plus chaud que celui de la mine, la colonne du puits, compoſée en partie de ce dernier, devient la plus peſante, & l'air ſortira par l'ouverture de la galerie.

De cette obſervation & de la théorie à laquelle elle ſert de baſe, il réſulte que lorſque l'air extérieur ſera à la même température que celui de la mine, les deux colonnes étant alors de même poids, il ne s'établira dans la galerie aucun courant, & c'eſt effectivement ce qui arrive dans ces mines & dans beaucoup d'autres ſemblablement ſituées, dans leſquelles on eſt obligé de ſuſpendre

les travaux à la pouſſe & à la chute des feuilles, c'eſt-à-dire, pour parler le langage de la bonne Phyſique, dans les temps où l'air extérieur eſt à la même température que celui des mines.

Le même inconvénient ſe trouvera encore dans les mines dont les galeries ſont horizontales, & placées ſous une plaine qui l'eſt auſſi; inutilement tentera-t-on d'y donner de l'air en perçant un grand nombre de puits, l'égalité de toutes les colonnes d'air qui pénétreroient par-là dans la mine, les mettroit en équilibre, & il ne s'y établiroit aucun courant.

On peut cependant rappeler ces eſpèces de mines à l'état de celles qui ſont percées dans les collines, l'art aidé du principe de M. Jars, peut donner ce qu'avoit refuſé la Nature; il ne s'agit pour cela que d'établir une inégalité de poids dans les colonnes qui inſiſtent ſur deux puits, pour qu'il s'établiſſe un courant d'air dans la galerie qui joint ces deux puits; & voici les moyens qu'emploie M. Jars pour l'obtenir.

Si la galerie eſt percée dans la pente d'une montagne, tant qu'elle n'ira pas plus loin que l'endroit où l'on peut percer un puits, il ſera aiſé d'y avoir une circulation d'air; mais ſi on veut pouſſer la galerie plus loin, la circulation ceſſera dans la partie qui eſt au-delà du puits; & voici comment M. Jars parvient à l'y établir; il forme un plancher à quelque diſtance du ſol de la galerie; ce plancher, très-utile d'ailleurs pour le roulage des brouettes & le paſſage des eaux, forme un canal qui ſe prolonge juſqu'au fond de la mine; on intercepte par une porte la communication de la partie antérieure de la galerie avec le puits de reſpiration, d'où il ſuit que l'air entrant par l'embouchure de la galerie eſt porté par le canal juſqu'au fond de la mine, & n'ayant plus alors de communication avec la galerie, à cauſe de la porte, il eſt obligé de repaſſer par le puits; il ſe trouvera donc alors deux colonnes inégales en peſanteur, & le courant d'air s'établira.

Il s'établiroit de même au fond d'un puits creuſé au bout de la galerie en y conduiſant, au moyen d'un tuyau, l'air qui paſſe ſous le plancher dont nous avons parlé, & qui entre par l'ouverture de la galerie.

Nous avons ſuppoſé dans tout ce que nous venons de dire, que l'orifice de la galerie fût dans une colline, & plus bas que l'orifice des puits de reſpiration; mais ſi la galerie étoit percée horizontalement ſous une plaine à peu près de niveau, tous les puits ſeroient également profonds, & toutes les colonnes d'air en équilibre, & par conſéquent il n'y auroit aucune circulation.

Pour rompre cet équilibre, M. Jars a imaginé d'élever ſur l'orifice d'un des puits, une tour ou cheminée, qui prolongeât la longueur du puits, & dont la maçonnerie fût aſſez épaiſſe pour conſerver à l'air qu'il contient, la même température qu'à celui du puits; il eſt clair que par ce moyen l'équilibre entre les colonnes ſera rompu, & le courant d'air s'établira dans la galerie.

Toute cette circulation d'air aura donc lieu dans les galeries, d'un ſens pendant l'hiver, & d'un ſens oppoſé pendant l'été; mais dans le printemps & dans l'automne, où l'air extérieur & celui de la mine ont la même température, il n'y auroit aucun courant d'air, & il faudroit abandonner les ouvrages: voici de quelle manière M. Jars remédie à cet inconvénient.

Il établit près de l'entrée de la mine ou de l'embouchure d'un des puits, un fourneau dont la cheminée eſt fort élevée; le feu y eſt allumé ſur un grillage qui eſt à quelques pieds de terre, & dans cet eſpace qui renferme le cendrier, on pratique dans le mur du fourneau une ouverture pour recevoir l'embouchure d'un tuyau de fer qui deſcend dans la mine & ſe prolonge avec des tuyaux de bois juſqu'à ſon extrémité; il arrive de-là que le fourneau, dont la porte doit toujours être exactement fermée, excepté dans les momens où l'on attiſe le feu, tire & pompe avec violence l'air du fond de la mine, & que celui-ci eſt à chaque inſtant remplacé par celui qui entre par l'embouchure de la mine ou du puits. Par cet ingénieux moyen, que M. Jars a emprunté de Lehmann, & qui ſe trouve décrit encore en pluſieurs autres ouvrages, on peut établir au fond des mines les plus profondes un courant d'air très-rapide, capable non-ſeulement de fournir à la libre reſpiration des ouvriers, mais encore d'entraîner à meſure qu'elles ſe forment, les vapeurs pernicieuſes & meurtrières qui ne ſe produiſent que trop ſouvent au fond des mines.

Ces vapeurs ne ſont rien moins que des illuſions, l'Académie en a parlé en 1763 [a], à l'occaſion de celles qui infeſtoient alors les mines de charbon de Briançon, qui convainquirent déſagréablement les incrédules de leur réalité, & M. Jars a employé ſon ſecond Mémoire [b] à rapporter les accidens de cette eſpèce qu'il avoit obſervés dans ſes voyages; nous ne répèterons point ici ce que ces obſervations ont de commun avec celles de Briançon. Nous dirons ſeulement que dans le nombre des ouvriers tués par les vapeurs inflammables, lorſqu'elles s'allument, il s'en trouve qui portent des marques plus ou moins grandes de brûlure, & d'autres qui n'ont aucune bleſſure extérieure, & ces derniers ſont, à ce qu'on prétend, étouffés par le retour & la condenſation de l'air, que la vapeur avoit dilaté prodigieuſement en s'allumant.

[a] *Voy. Hiſt. p. 229.*

[b] *V. les Mém. p. 229.*

Ces derniers conſervent long-temps leur chaleur & leur ſoupleſſe, ils ne ſont communément roides qu'au bout de deux ou trois jours; M. Jars penſe avec beaucoup de vraiſemblance que ces malheureux ne meurent que long-temps après la ſuffocation, & que des ſecours prudemment adminiſtrés pourroient les rappeler à la vie. Toujours l'humanité exige-t-elle de tenter ces ſecours; que d'hommes de toutes les Nations devroient la vie à la réflexion du Phyſicien françois & à ſon amour pour l'humanité, ſi ce moyen réuſſiſſoit!

On ne doit pas regarder ces vapeurs inflammables comme des cas rares; des tuyaux de reſpiration établis dans les mines de Workington & de Whithe-haven en Angleterre, en tirent une ſi grande quantité qu'on avoit propoſé d'en diſtribuer les écoulemens dans toutes les rues de la dernière de ces villes, pour les éclairer, projet peut-être peu raiſonnable, mais qui prouve bien l'immenſe quantité de cette matière contenue dans les mines.

Il ſe trouve auſſi dans quelques autres mines des vapeurs non inflammables, mais du genre de celles qui ôtent à l'air ſon élaſticité & le rendent non reſpirable; celles-ci ne ſont pas moins funeſtes aux ouvriers que les autres, & ne manquent pas de les ſuffoquer.

Heureuſement la circulation de l'air dans les mines emporte également les unes & les autres, & on ſera toujours maître de

ſe la procurer en ſuivant les principes de M. Jars; on ne doit pas même redouter la dépenſe du feu néceſſaire en quelques cas pour l'établir: il n'y a point de mine métallique qui n'ait beſoin de fourneaux pour ſon exploitation, & on peut profiter de ce feu pour opérer la circulation d'air dans la mine, il n'en coûtera qu'un peu d'attention dans la conſtruction du fourneau qui y ſera deſtiné, & les mines de charbon en offrent aſſez de celui qui ne ſeroit pas propre à être vendu, pour ſubvenir abondamment à l'entretien de ce feu. Il ne dépendra donc déſormais que des Directeurs des mines de procurer à leurs ouvriers la ſûreté & la ſalubrité dans leurs travaux; les principes de M. Jars, que nous venons d'établir, leur en donneront toujours la facilité.

SUR LES

DIFFÉRENTES MANIÈRES D'ESSAYER LES LIQUEURS SPIRITUEUSES.

IL eſt une infinité de circonſtances dans leſquelles on eſt obligé de décider du degré de force des Liqueurs ſpiritueuſes, ſoit pour l'intérêt du Commerce, ſoit pour régler avec juſtice la perception des droits du Roi. V. les Mém. P. 435.

L'importance de ces objets a engagé M. de Montigny à en faire le ſujet de ſes recherches: nous allons eſſayer de donner une idée des principes ſur leſquels il ſe fonde, & des conſéquences qu'il en a ſu tirer.

Toute liqueur ſpiritueuſe eſt un compoſé d'eſprit ardent & de flegme, & elle eſt d'autant plus forte qu'elle contient plus du premier & moins du ſecond.

Décider donc de la force, par exemple, d'une eau-de-vie propoſée, eſt déterminer combien elle contient d'eſprit-de-vin; le prix de l'eau-de-vie & le droit qu'elle doit payer, ne peuvent porter que ſur cette partie, & non ſur le flegme ou l'eau qui l'accompagne & qui n'a par lui-même aucune valeur.

On a tâché d'y parvenir de pluſieurs manières, & toutes ſont plus ou moins imparfaites: Quelques Marchands emploient à cet

effet un petit vaiſſeau de verre où ils mettent un peu d'eau-de-vie, qu'ils font mouſſer en la ſecouant; le plus ou le moins de cette écume leur fait juger de la force plus ou moins grande de l'eau-de-vie. On voit aſſez combien cette épreuve eſt vague; mais ce n'eſt pas tout, rien n'eſt plus aiſé que de la rendre infidèle en mêlant dans l'eau-de-vie quelque matière mucilagineuſe.

D'autres emploient une méthode différente; on ſait que l'huile d'olives ſe ſoutient à la ſurface de l'eau, & va à fond dans l'eſprit-de-vin; il doit donc arriver, & il arrive en effet, qu'une goutte d'huile jetée ſur de l'eau-de-vie y deſcend d'autant plus promptement qu'elle eſt plus forte, & c'eſt par la rapidité de cette deſcente qu'ils jugent du degré de force de celle qu'ils eſſayent; mais il eſt aiſé de voir combien cette épreuve, quoique meilleure que la précédente, laiſſe encore d'incertitude ſur le degré de force des liqueurs ſpiritueuſes.

La diſtillation & la combuſtion ſeroient des moyens certains de déterminer la quantité d'eſprit ardent qui eſt contenu dans une liqueur propoſée; mais il ne faut que la plus petite réflexion pour voir que les précautions, la dépenſe & le temps qu'ils exigent ne permettent de les employer ni dans les Bureaux des fermes du Roi ni dans le Commerce.

Les aréomètres ou pèſe-liqueurs ſemblent offrir une reſſource plus aſſurée. Ces inſtrumens ſont, comme on ſait, des eſpèces de phioles chargées au fond d'un peu de mercure, & qui s'enfoncent plus ou moins dans les liqueurs, ſuivant que celles-ci ont une peſanteur ſpécifique plus ou moins grande: or il eſt certain que plus une eau-de-vie eſt forte, c'eſt-à-dire plus elle contient d'eſprit-de-vin, plus elle eſt légère; & qu'au contraire, plus elle eſt foible, c'eſt-à-dire, plus elle contient d'eau, plus ſous un même volume elle eſt peſante: les pèſe-liqueurs peuvent donc faire juger du plus ou moins de gravité ſpécifique d'une eau-de-vie propoſée, & par conſéquent de ſon plus ou moins de force.

C'eſt auſſi à ce moyen qu'ont eu recours ceux qui ont voulu apporter quelque préciſion dans l'examen du degré de force des liqueurs ſpiritueuſes, & il faut avouer qu'il n'y en a pas de plus prompt ni de meilleur.

Mais

Mais quelque légitime que ſoit la préférence qu'on accorde aux aréomètres, ſont-ils exempts de défauts, & peut-on décider ſûrement par leur moyen, non-ſeulement ſi une eau-de-vie eſt plus forte qu'une autre, mais à quel degré elle eſt plus forte? c'étoit ce qu'il falloit examiner.

La conſtruction de cet inſtrument a conſidérablement varié entre les mains des Phyſiciens, ils y ont employé diverſes matières, ils lui ont donné différentes formes, & ont introduit des différences juſque dans la manière de s'en ſervir. Les uns ont placé une diviſion ſur le long col de cet inſtrument, & ont jugé de la peſanteur ſpécifique de la liqueur par le plus grand ou le moindre enfoncement de l'aréomètre qui y étoit plongé; d'autres ont jugé de cette peſanteur par la quantité plus ou moins grande de poids connus qu'il falloit ajouter à l'aréomètre pour le faire toujours enfoncer à une même hauteur. M. de Montigny rapporte en détail toutes ces tentatives, & les noms des Phyſiciens qui les ont faites; & il examine en même temps ce qu'elles peuvent avoir d'utile ou de défectueux.

Tous ces aréomètres conviennent entr'eux en ce que leurs diviſions ſont égales, & il ſemble au premier coup d'œil, que ces diviſions doivent très-bien repréſenter les degrés de force ou la quantité d'eſprit ardent que contient la liqueur. Rien ne ſeroit cependant moins exact, & nous allons bientôt voir combien ce procédé s'écarteroit de la vérité.

Les expériences que fit M. de Reaumur, lorſqu'il conſtruiſit ſes thermomètres, lui offrirent un phénomène juſqu'alors inconnu; il s'aperçut que l'eau & l'eſprit inflammable ſe pénétroient mutuellement, que l'eau diſſolvoit en quelque ſorte l'eſprit-de-vin, de manière que ſi on les mêle en parties égales, le volume qui en réſultera ne ſera pas double de celui que chaque liqueur occupoit ſéparément. Si cette imbibition d'une liqueur dans l'autre étoit toujours proportionnelle à la quantité d'eſprit contenu dans la liqueur, l'exactitude du rapport ne ſeroit point altérée, & il pourroit être ſûrement marqué par les diviſions égales de l'aréomètre; mais la diminution de la liqueur ne ſuit pas cette loi, & elle varie ſelon la proportion dans laquelle elles ſont mêlées, il a donc

fallu que M. de Montigny ſubſtituât des diviſions inégales aux diviſions égales des aréomètres ordinaires, & voici comment il s'y eſt pris pour les obtenir.

Il a commencé par s'aſſurer du rapport exact de l'eſprit-de-vin le mieux déflegmé avec l'eau diſtillée, en peſant dans la même bouteille environ deux pintes de chacune de ces deux liqueurs; & ſa vue, dans cette opération, a été de ſe procurer par la ſuite le moyen de reconnoître ſi l'eſprit-de-vin qu'il voudroit employer, ſeroit, s'il m'eſt permis de m'exprimer ainſi, au même titre que celui qu'il employoit.

Avec ces deux liqueurs ainſi connues, il a fait neuf différens mélanges, l'un d'une partie d'eau & de huit parties d'eſprit-de-vin; le ſecond de deux parties d'eau & de ſept parties d'eſprit-de-vin, & ainſi de ſuite juſqu'à la neuvième, qui avoit une ſeule partie d'eſprit-de-vin contre huit parties d'eau.

Ces mélanges faits avec l'attention de ne mêler les liqueurs que peu à peu, pour éviter la chaleur & l'évaporation de l'eſprit-de-vin, qu'une fermentation trop forte n'auroit pas manqué de produire, furent mis à repoſer pendant vingt-quatre heures.

M. de Montigny s'étoit pourvu d'aréomètres de verre, car il les préfère à ceux de métal, qui pourroient ſe laiſſer entamer par les liqueurs qu'on eſſaie. Il avoit encore fait préparer un vaiſſeau cylindrique d'étain, capable de contenir la liqueur & l'aréomètre qu'on y plongeoit: ce vaiſſeau avoit à ſon bord une petite baguette d'étain ſoudée, deſtinée à recevoir un parallélépipède d'ivoire, qui s'y place comme un cierge ſur ſon chandelier & à le maintenir verticalement; ce même parallélépipède d'ivoire étoit encore garni d'un curſeur qui l'embraſſoit, & qui portoit une dent horizontale, aſſez longue pour traverſer le vaiſſeau par ſon centre.

Tout étant ainſi préparé, on mit dans le vaſe de la liqueur la plus foible, juſqu'à ce que le haut de la tige de l'aréomètre concourut avec le curſeur placé au plus haut du parallélépipède, & on marqua un trait ſur ce dernier. On prit enſuite la liqueur immédiatement plus forte, c'eſt-à-dire celle qui contenoit deux parties d'eſprit-de-vin; on la ſubſtitua dans le vaſe à la première,

obſervant que ſa ſurface fut à même hauteur, on baiſſa le curſeur juſqu'à ce qu'il répondit au haut de la tige de l'aréomètre, qui s'enfonçoit certainement davantage qu'il n'avoit fait dans la première expérience, & on traça de même un trait à cette hauteur ſur le parallélépipède d'ivoire: en répétant cette opération avec les neuf liqueurs compoſées, on eut neuf diviſions qui répondoient aux neuf degrés de force des liqueurs ſpiritueuſes, & qui comprenoient & au-delà toutes les différences poſſibles entre les eaux-de-vie.

Ces diviſions ſont inégales, mais M. de Montigny n'a trouvé aucun inconvénient ſenſible à rendre égales les diviſions intermédiaires; l'erreur qui peut en naître, eſt un infiniment petit pour le Commerce.

On aura donc ſur la règle d'ivoire une échelle qui répondra exactement aux quantités d'eſprit ardent qui ſont contenues dans chaque eau-de-vie, & on ſera toujours à portée d'en arbitrer le prix & d'en fixer le droit avec équité.

Il reſtoit cependant encore à parer à un inconvénient; les liqueurs & ſur-tout les liqueurs ſpiritueuſes, ſe raréfient par le chaud, & ſe condenſent par le froid, il en réſulte néceſſairement une variation dans leur peſanteur ſpécifique, & l'aréomètre indiqueroit mal leur degré de force, ſi on ne faiſoit l'épreuve en un lieu ſoigneuſement entretenu à la même température à laquelle a été faite la graduation de l'inſtrument.

Il ſeroit, abſolument parlant, poſſible de s'aſſujettir à cette condition; mais elle ſeroit incommode, & M. de Montigny a trouvé le moyen de s'y ſouſtraire.

La règle ou parallélépipède d'ivoire qui porte les diviſions a quatre faces; il trace ſur chacune de ces faces une diviſion, en ſe procurant dans le lieu où il opère, une température différente de 5 degrés en 5 degrés du thermomètre, à commencer par la température qui eſt 5 degrés au-deſſous du terme de la congélation. Au moyen de deux parallélépipèdes on a huit échelles qui répondront à toutes les températures de ce climat, depuis 5 degrés au-deſſous de la glace juſqu'à 30 au-deſſus: ces deux règles & un petit thermomètre, mettront l'Eſſayeur en état d'opérer avec

exactitude, en choiſiſſant l'échelle qui conviendra à la température marquée par le thermomètre.

Les échelles dont nous venons de parler, ne ſont faites que de 5 en 5 degrés du thermomètre, & il y a des températures intermédiaires; mais M. de Montigny s'eſt aſſuré que cette différence pouvoit être négligée, ſans aucune erreur ſenſible.

Au moyen de la conſtruction propoſée par M. de Montigny, on aura des aréomètres qui pourront donner toujours le degré de force des différentes liqueurs ſpiritueuſes; la conſtruction de ces inſtrumens ſera facile & peu diſpendieuſe, leur uſage ſera aiſé & donnera toujours le moyen de déterminer avec équité la valeur de ces liqueurs & les droits auxquels elles doivent être aſſujetties, ſur-tout ſi on relâche ce droit, comme le propoſe M. de Montigny, d'une partie qui peut aller à $\frac{1}{90}$; mais ſi cependant il arrivoit à ce ſujet quelque différend, M. de Montigny propoſe un moyen de faire facilement, en juſtice, cette appréciation d'une manière encore plus préciſe.

Ce moyen n'exige d'autre inſtrument qu'une petite balance, aux deux extrémités du fléau de laquelle ſont ſuſpendus deux cylindres de cuivre parfaitement équilibrés; en plongeant un de ces corps dans l'eau-de-vie conteſtée, & l'autre dans une liqueur compoſée d'eau & d'eſprit-de-vin, qu'on rendra plus ou moins forte, au moyen de doſes connues de l'un ou de l'autre, juſqu'à ce que les deux poids ſe retrouvent en équilibre, on aura le degré précis de force de la liqueur conteſtée: cette opération ne peut jamais être ſujette à aucun inconvénient, & ſe peut pratiquer par-tout avec la plus grande facilité. Les aréomètres propoſés par M. de Montigny, réſolvent donc abſolument le problème qu'il s'étoit propoſé, & leur uſage peut en même temps éclairer le Commerçant, en le mettant à portée de ſe garantir des infidélités auxquelles il pourroit être expoſé, porter une exacte juſtice dans la perception des droits, qui n'a été juſqu'ici que trop arbitraire, & ôter enfin tout prétexte à la fraude & aux abus en cette partie.

SUR LA FORCE DES BOIS.

ON ſe plaint depuis long-temps que la qualité des bois de charpente n'eſt plus la même qu'elle étoit au commencement de ce ſiècle. Les Ingénieurs remarquent que des écluſes qui duroient autrefois quarante & cinquante ans, n'en durent aujourd'hui que dix ou douze. Les Architectes ſe trouvent très-ſouvent dans le cas de changer au bout de peu de temps les poutres qu'ils emploient dans les bâtimens, quelqu'attention qu'ils aient apportée à les bien choiſir, & enfin les Vaiſſeaux qui avoient encore leurs membres ſains au bout de quarante ans, ne peuvent durer aujourd'hui plus de dix ou douze ſans les avoir abſolument détruits. V. les Mém. P. 534.

Un phénomène ſi intéreſſant méritoit bien qu'on eſſayât d'en aſſigner la cauſe, & M. du Hamel en a fait l'objet de ſes recherches; mais pour ne pas s'expoſer à travailler en vain, il a voulu avant tout s'aſſurer de la force des bois, & voici les réſultats qu'il a tirés des expériences faites à Breſt par ordre de M.rs de Roquefeuille & Marchais, ſous les yeux de M.rs les Ingénieurs, pour fixer avec connoiſſance de cauſe les dimenſions des poutres qu'on devoit employer à un bâtiment conſidérable qu'on y conſtruiſoit.

On diſpoſa, pour cet effet, deux chevalets placés à 23 pieds l'un de l'autre, ſur leſquels on fit porter ſucceſſivement trois poutres un peu plus longues que cet intervalle, & on les chargea de pluſieurs poids, juſqu'à ce qu'elles rompiſſent ſous la charge.

La première avoit 10 pouces de largeur ſur 9 d'épaiſſeur; on la chargea d'un canon de 36, peſant 7591 livres; elle plia un peu ſous ce poids, & la charge ayant été augmentée juſqu'à 8901 livres, elle rompit vers ſon milieu; on reconnut après ſa rupture qu'elle avoit quelques défauts.

Une ſeconde de 11 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur, ſur 10 pouces de largeur, fut chargée d'un ſemblable canon, qui la fit un peu plier; on ſuſpendit un ſecond canon à 8 pieds de l'extrémité,

elle arqua davantage; elle rompit ſous un troiſième canon, placé de l'autre côté; elle étoit alors chargée de 22760 livres, placées à trois points différens de ſa longueur: cette poutre étoit très-ſaine & de droit-fil.

La troiſième étoit, comme la ſeconde, très-ſaine & de droit-fil; elle avoit 1 pied de large ſur 13 pouces d'épaiſſeur; un canon de 36 livres, ſuſpendu à ſon milieu, l'a fait arquer ſeulement d'un pouce; deux autres canons ayant été ſuſpendus à 3 pieds de chaque côté du milieu, l'arc a été juſqu'à 4 pouces: on voulut alors la charger de deux autres canons, placés à 6 pieds de diſtance de ſon milieu, elle éclata ſi-tôt qu'elle ſentit le poids du premier, & rompit dès qu'elle le porta en entier: elle étoit alors chargée de 26606 livres.

Il réſulte de ces trois expériences, que la force des bois n'eſt pas aujourd'hui telle qu'elle a été obſervée autrefois par M. Parent & par les Phyſiciens qui firent alors les mêmes expériences; qu'on ſe tromperoit beaucoup ſi on vouloit l'évaluer ſur le pied de leurs réſultats; & qu'il faut partir, dans l'architecture & la conſtruction, du degré de force qu'ils ont aujourd'hui.

Mais qui peut avoir cauſé cette eſpèce de dépériſſement dans les bois? Pluſieurs Phyſiciens en ont cru trouver la cauſe dans les gelées de 1709. M. du Hamel ne diſconvient pas que cette cauſe n'ait pu contribuer au mal dont on ſe plaint. Les fortes gelées ſont capables, dans quelques circonſtances, de faire fendre les arbres, & d'altérer beaucoup les couches ligneuſes, d'où réſultent des vices dans l'intérieur des arbres, qui les rendent plus ſujets à la pourriture, altèrent leur qualité, & les rendent moins capables d'une forte réſiſtance.

Malgré toutes ces raiſons, M. du Hamel eſt bien éloigné de regarder cette cauſe comme la ſeule, & il penſe qu'il y en a d'autres qui influent plus généralement ſur la force & la durée des bois.

On abat, depuis long-temps, les bois ſans les replanter, & la plupart de nos futaies ſont ſur de vieilles ſouches: les arbres qui les compoſent ne ſont donc produits que par des racines uſées & par un terrein déjà épuiſé; doit-on être étonné que ces bois

ne ſoient pas de bonne qualité? Nous dirons la même choſe des baliveaux, qui ne ſervent qu'à gâter les taillis, ſans jamais produire de la futaie. On ne peut donc trouver d'arbres ſains que ceux que le haſard a fait épargner dans les liſières ou les haies, ou dans quelques cantons de réſerve. Nous ſommes d'ailleurs forcés d'employer les bois que nos aïeux avoient rebutés, parce qu'ils étoient venus dans les terreins marécageux, & qui, outre ce défaut, ont encore celui d'être preſque toujours ſur le retour. Enfin on en va chercher que les endroits inacceſſibles où ils ſont crûs, avoient défendus juſqu'ici, & que leur grand âge a rendus gras & tendres, & incapables de ſervir à d'autres uſages qu'à boiſer l'intérieur des maiſons.

Telles ſont les raiſons très-vraiſemblables que M. du Hamel apporte de la diminution de la force des bois. En connoiſſant les cauſes de ce mal, on voit aiſément qu'on ne peut l'épargner à ceux qui nous ſuccéderont, qu'en prenant avec ſoin toutes les précautions dont l'omiſſion en a été la cauſe, & qu'on fera toujours ſagement, lorſqu'on voudra employer des bois à quelque uſage, d'examiner avec ſoin quel degré de force & de réſiſtance on doit s'en promettre.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

L'ACADÉMIE a rendu compte au Public en 1762 *, de l'accident arrivé à Straſbourg par la meule d'un Coutelier, qui ſauta en éclats, & elle donna en même temps ſes réflexions ſur la cauſe de cette rupture, & ſur la manière d'y remédier ou plutôt de la prévenir. Voici un ſecond exemple de cet accident, arrivé le 3 Juin de cette année, à Ivry près Paris. Un Émouleur forain ayant été appelé dans une maiſon bourgeoiſe, établit ſes machines dans la cour de cette maiſon, & ſe mit à travailler en préſence d'une jeune perſonne qui s'amuſoit à le regarder, & qui pour ſe garantir du ſoleil, qui étoit très-vif, tenoit ſur ſa tête

* *V. Hiſt. 1762, p. 37.*

un parafol un peu incliné. Après avoir repaſſé deux ou trois pièces, la meule ſauta en éclats avec un bruit ſemblable à un fort coup de mouſquet; un des ces éclats, peſant à peu près trois livres, paſſa par-deſſus un bâtiment d'environ quarante pieds de hauteur, & alla tomber à dix-huit toiſes au-delà, dans un jardin, où il éclata, en tombant, une branche de tilleul; un autre, preſque du même poids, gliſſa ſur le parafol de la ſpectatrice, qui en fut heureuſement quitte pour la peur; beaucoup d'autres éclats plus petits, ſe diſpersèrent aux environs, & une partie de la meule, abſolument en poudre, ſe trouva ſur le pavé, ſans que cette exploſion ait cauſé aucun malheur. Ce fait qui a été communiqué à l'Académie par M. d'Alembert, ne fait que confirmer celui dont elle a parlé en 1762, les réflexions qu'elle avoit faites ſur la cauſe de cet accident, & la néceſſité des moyens qu'elle avoit donnés pour le prévenir.

II.

M. Morand fils avoit pluſieurs fois remarqué, en paſſant dans le chemin qui eſt pratiqué dans la montagne de Saint-Germain-en-Laye, que dans la coupe des terres, il paroiſſoit dans quelques parties du milieu de la montagne des veines de terre remarquables par leur couleur noire aſſez foncée dans quelques endroits; il s'imagina bien que cette même couche de terre régnoit dans plus d'un endroit de la montagne, il la retrouva effectivement dans un ravin profond qui ſert de route aux gens de pied pour abréger leur chemin, & il en ramaſſa des maſſes conſidérables qu'il ſoumit à l'examen. Cette terre eſt noirâtre & glaiſeuſe: elle contient dans des loges caverneuſes des portions abſolument noires, ſemées de molécules végétales, très-reſſemblantes à du menu charbon.

Ce bizarre mélange piqua la curioſité de M. Morand, & il s'étudia à en chercher la cauſe; il ſoupçonna que ces parties charbonneuſes étoient de la tourbe, dont la couche s'étoit formée primitivement au haut de la montagne, & enſuite tranſportée par les pluies qui l'avoient entraînée dans le vallon pêle-mêle avec des terres argileuſes; il étoit aiſé de s'en aſſurer, il ne falloit qu'en mettre au feu quelques morceaux, & l'évènement fut tel qu'il

qu'il l'avoit prévu : la partie ſemblable au charbon brûla & donna l'odeur caractériſtique de la tourbe, tandis que le reſte ſe durcit au feu comme une véritable argile ; & quelques morceaux de cette matière charbonneuſe, expoſés au feu d'une lampe animée par un chalumeau, y brûlèrent comme de la tourbe, donnèrent la même odeur, & laiſſèrent après la combuſtion une cendre abſolument la même que celle de la tourbe. Il y a donc eu de cette matière dans la montagne de Saint-Germain, & peut-être s'en trouveroit-il encore.

III.

Le 6 Décembre de cette année, M. le chevalier Turgot étant à Lanteuil en baſſe Normandie, y obſerva une très-belle Aurore boréale ; elle avoit pour baſe une vapeur ſemblable à un brouillard épais, à travers lequel il voyoit cependant les étoiles de la ſeconde grandeur, tout le reſte de cette partie du ciel étoit d'une lumière rougeâtre, qui alloit en dégradant de lumière, à peu près comme il l'auroit été par la réverbération d'un grand incendie. Sur les ſix heures du ſoir, la lumière devint très-brillante depuis l'oueſt-nord-oueſt, juſqu'à l'eſt-nord-eſt ; à onze heures & demie, il ſe forma au nuage noir des eſpèces de fenêtres ou de créneaux très-lumineux, & il en partit des rayons lumineux qui s'élevoient en ondulant juſque par-delà la grande Ourſe ; il y avoit auſſi des rayons obſcurs, de la même couleur que le nuage d'où ils s'élevoient : à minuit le nuage s'éclaira tout d'un coup & le phénomène demeura tranquille, pluſieurs des rayons lumineux ſe ſéparoient de leur baſe, & demeuroient comme ſuſpendus en forme de flammes légères, la vapeur qui ſervoit de baſe, paroiſſoit avoir un mouvement ſenſible de l'oueſt à l'eſt. M. le Chevalier Turgot s'en aſſura en la comparant à des clochers qu'il voyoit à l'horizon. Il eſt aiſé de reconnoître à cette deſcription les mêmes phénomènes que M. de Mairan avoit obſervés en 1726.

IV.

Feu M. de Reaumur avoit étonné tout le monde Phyſicien par la ſurprenante reproduction des Polypes & de quelques autres animaux. Voici encore un fait de même eſpèce, & peut-être

plus ſingulier, dont M. de la Condamine a fait part à l'Académie. M. Spallanzani, s'étant aviſé de couper les cornes, & même la tête, à quelques limaçons, s'aperçut avec étonnement que quelques-uns de ces animaux qu'il croyoit morts, ne l'étoient point, & qu'au bout d'un temps aſſez long, il leur étoit revenu aux uns de nouvelles cornes, & aux autres une tête entière.

Ce fait excita la curioſité de pluſieurs Académiciens, & coûta la tête à un grand nombre de limaçons. Pluſieurs moururent réellement de l'opération, mais d'autres plus heureux en échappèrent. Voici ce que nous avons pu recueillir des obſervations qui ont été faites par M.rs le Chevalier Turgot, Lavoiſier, Tenon, Hériſſant, & de quelques autres qui ont été communiquées à l'Académie.

A quelques-uns on a coupé la tête en entier : il faut être adroit pour cette opération ; car ſi elle n'eſt faite en un inſtant & avec un inſtrument bien tranchant, l'animal ſe retire ſi promptement qu'on n'en coupe qu'une partie ; d'autres ont eu la tête fendue en long, & on en a emporté une moitié ; d'autres enfin en ont été quittes pour leurs cornes qu'on leur a coupées ou arrachées : ces derniers ne paroiſſent pas fort incommodés de ce retranchement ; ceux mêmes, auxquels on a fendu la tête longitudinalement, n'en ont pas paru ſouffrir beaucoup, il s'eſt formé une peau nouvelle, très-aiſée à diſtinguer de l'ancienne, qui eſt bien plus foncée en couleur, la nouvelle n'acquiert, qu'après l'entière reproduction de la partie, l'air chagriné que paroît avoir la peau du limaçon; les limaçons, à qui la tête a été abſolument coupée, ſe retirent dans leurs coquilles, & y reſtent plus ou moins long-temps renfermés, c'eſt-à-dire, trente ou quarante jours. Il eſt inutile d'ajouter que c'eſt ſans manger, & que leur corps ſouffre une diminution conſidérable par ce long jeûne, où l'animal ne vit que de ce qu'il avoit pris avant l'amputation ; il eſt ſeulement étonnant que la digeſtion ait pu s'en faire, elle ſe fait cependant, puiſqu'ils rendent leurs excrémens pendant un ou deux jours.

Au bout du terme, qui eſt au moins d'un mois, on voit ſe former, au milieu de la partie coupée, une eſpèce de protu-

berance qui croît peu à peu, & devient enfin une nouvelle tête garnie d'une bouche & de dents. M. Hériſſant a démontré que ces dents étoient une nouvelle production, ayant fait voir la tête coupée d'un limaçon qu'il avoit conſervée dans l'eſprit-de-vin, & à laquelle tenoient les dents, quoique la nouvelle tête de l'animal en fût pourvue.

Les cornes ne reparoiſſent aux nouvelles têtes qu'après qu'elles ſont abſolument formées, elles n'obſervent aucune règle dans leur reproduction, celles mêmes qui ont été coupées ou arrachées, n'obſervent pas plus de régularité. Elles ſont en général d'abord d'une couleur plus claire que le reſte de la tête, & il ſe forme au bout ce point noir qu'on croit être l'œil de l'animal. Telles ſont les obſervations ſingulières qu'a offertes l'amputation de la tête des limaçons: c'eſt un nouveau miracle d'Hiſtoire naturelle, & une ample matière offerte aux recherches des Phyſiciens.

V.

Nous avons déja parlé ci-deſſus * des effets du froid de l'hiver de 1767 à 1768 à Paris; il n'a pas été moindre dans les autres Provinces du Royaume. A Courſeulles-ſur-mer, le thermomètre deſcendit le 5 Janvier à 11 degrés ½ au-deſſous de la glace; la neige n'y fondit pas, même au ſoleil. A l'endroit de la haute mer il s'étoit formé un amas d'écume glacée ſemblable à de la neige, mais plus ſolide, qui avoit plus de vingt-cinq pieds de baſe, & qui étoit de quatre pieds de haut & de dix dans certains endroits; & depuis cet amas juſqu'à la baſſe mer, ce n'étoit qu'une glace dans laquelle ſe trouvoient enchâſſées les petites barques des pêcheurs, & plus de quatre cents milliers d'huîtres dans la ſeule paroiſſe de Courſeulles : ce détail eſt tiré d'une lettre de M. l'abbé Mareſt, Prieur de Courſeulles à M. le Chevalier Turgot. A l'autre extrémité du Royaume, à Aix en Provence, le froid n'etoit pas moins exceſſif; il y fut plus rude qu'en 1740, & à ce qu'on croit égal à celui qu'on y avoit éprouvé en 1709. Dès le 2 Janvier, le vent s'étoit tourné au nord, & avoit amené une grande quantité de nuages très-noirs : le baromètre baiſſa tout-à-coup à 27 pouces 2 lignes, & on reſſentit une légère ſecouſſe de tremblement de terre au

* V. ci-deſſus page 16.

village de Rognac, ſitué près de l'étang de Beyre. L'Académie a tiré cette relation d'une lettre écrite d'Aix à M. Fougeroux qui l'a communiquée à l'Académie.

Tandis que le froid ſe faiſoit ſi bien ſentir en France, il n'épargnoit pas plus l'Amérique. Don Antonio de Ulloa, Gouverneur de la Louiſiane & Correſpondant de l'Académie, lui a mandé que le 18 Janvier, le thermomètre de M. de Reaumur étoit deſcendu à 7 $\frac{1}{2}$ degrés au-deſſous de la congélation; mais le 20 au matin il étoit remonté à 8 $\frac{1}{2}$ degrés au-deſſus, & le 21 au ſoir à 9 $\frac{1}{2}$ degrés.

Voilà un froid aſſez vif pour la Louiſiane, mais il n'a pas beaucoup duré; la plus grande chaleur qu'y ait obſervée Don Antonio, n'a fait monter le thermomètre qu'à 33^{d} $\frac{1}{4}$, chaleur peu ſupérieure à celles que nous éprouvons en France. Les deux extrêmes de la température des deux climats ſont aſſez voiſins; mais la marche du chaud & du froid dans l'intervalle entre ces deux termes, peut être, & eſt vraiſemblablement aſſez différente : ce climat paroît ſeulement en général un peu plus chaud que le nôtre.

V I.

M. Hughens avoit autrefois obſervé des balancemens ſenſibles dans la hauteur du mercure du Baromètre. M. Fourcroy de Ramecourt, Ingénieur en chef à Calais & Correſpondant de l'Académie, lui a fait part d'une obſervation ſemblable la nuit du 21 au 22 Décembre; tous les baromètres de Calais deſcendirent d'environ 14 lignes, & le 22, à cinq heures du ſoir, il étoit à 26 pouces 9 lignes, une ligne $\frac{1}{2}$ plus bas que M. Fourcroy ne l'avoit vu depuis cinq ans. Il faiſoit mauvais temps, le vent étoit au ſud-oueſt & ſud-ſud-oueſt, & il y avoit de temps en temps des coups de vents accompagnés de pluie & de grêle : à neuf heures du ſoir, M. Fourcroy, regardant ſon baromètre avec une loupe, aperçut un balancement dans la ſurface du mercure qui tantôt s'élevoit en bouton, & tantôt ſe creuſoit en entonnoir, & en moins de deux minutes de temps il remonta de 26 pouces 0 lignes à 26 pouces 2 lignes; un demi-quart d'heure après, étant à 8 ou 9 pieds de diſtance de ſon

baromètre, il le vit deſcendre ſenſiblement : alors il prit le parti de placer ſon baromètre près de ſon fauteuil & à portée de ſes yeux avec une lumière & une montre à côté, & il l'obſerva conſtamment pendant la plus grande partie de la nuit, & lui vit faire pluſieurs balancemens d'environ deux lignes dans de très-courts eſpaces de temps, en ſorte que ſon mouvement étoit extrêmement ſenſible à la vue ſimple. Le lendemain on vit pendant toute la ſoirée beaucoup d'éclairs, mais ſans entendre le tonnerre. Les marées même parurent dérangées; celle du 22 monta beaucoup plus haut qu'à l'ordinaire, & anticipa de 15 à 20 minutes l'heure à laquelle elle devoit arriver. Une lettre de M. Boucher, Médecin à Lille & Correſpondant de l'Académie, lui a appris que le Baromètre avoit auſſi eu dans cette ville des abaiſſemens extraordinaires.

VII.

M. Gautier, Médecin du Roi à Gray en Franche-comté, a mandé à M. Macquer, que pendant l'été de 1768, il y avoit eu aux environs de cette ville un orage terrible accompagné d'une grêle affreuſe pour ſa quantité & ſa groſſeur ; l'orage étant paſſé, on trouva dans les endroits creux pluſieurs amas de grêle, entre leſquels on aperçut une maſſe de glace de pluſieurs pieds de long, très-large & de pluſieurs pouces d'épaiſſeur : on crut d'abord qu'elle étoit tombée de la nuée ſous cette forme, mais il eſt évident que ce ſentiment n'eſt point ſoutenable, puiſque, ſi elle s'étoit formée dans la nuée, ſa chute l'auroit briſée en éclats; il eſt plus probable que cette table de glace s'étoit formée de la réunion de pluſieurs grêlons unis par l'eau de la pluie que la fraîcheur des grêlons avoit elle-même glacée. On a déjà quelques exemples de ces concrétions de glace, & ſi on doit quelquefois admettre le merveilleux, ce n'eſt au moins que lorſque le phyſique eſt abſolument à bout.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

Les obſervations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pithiviers, en 1767, par M. du Hamel. V. les Mém. page 471.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Guettard, intitulé : *Mémoires ſur différentes parties des Sciences & des Arts, Tome premier.*

Ces Mémoires ſont au nombre de neuf, & la plupart avoient été deſtinés à entrer dans les Volumes de l'Académie. L'abondance des matières n'ayant pas permis de les y admettre, M. Guettard prit le parti de les faire imprimer à part.

Tous ceux qui s'appliquent à l'Hiſtoire naturelle, ſavent qu'on trouve fréquemment dans la terre des os de différens animaux, ſoit terreſtres, ſoit marins : ces os ſe nomment pour cette raiſon *foſſiles ;* ils ſont l'objet du premier & du troiſième Mémoires.

Les coquilles & les autres débris d'animaux marins, enfouis ſouvent à un aſſez grand degré de profondeur, quelquefois même dans l'intérieur des pierres, n'ont pu y être apportés que par la mer, & ſont des témoins irréprochables qu'elle a couvert la plus grande partie de notre globe ; mais les amas d'os foſſiles d'animaux terreſtres ne paroiſſent pas avoir la même origine, & M. Guettard penſe que ceux qu'on trouve en France, tiennent à des uſages que la religion conſacroit chez les Gaulois.

Le ſecond Mémoire a pour objet une plante nommée *Tirſa*, que M. Guettard range dans la famille des Chiens-dents ; il la regarde comme auſſi propre à former des prairies artificielles que le *Ray-graſſ* ou *Fromental* dont les Anglois font un ſi grand uſage. Les Coſaques l'emploient à la nourriture de leurs chevaux, & ces animaux paroiſſent extrêmement avides de ſa graine. On ſait combien les prairies artificielles deviennent néceſſaires à meſure qu'on défriche les terreins vagues qui ſervoient de pâtures : introduire donc une plante propre à cet uſage dans un pays où elle n'eſt pas cultivée, eſt rendre un ſervice eſſentiel à l'humanité.

On connoît déjà dans l'Hiſtoire Naturelle pluſieurs exemples d'êtres, qu'il eſt très-difficile d'aſſigner au règne végétal ou au règne animal, deſquels ils ſont comme les nuances. De ce nombre ſont les polypes d'eau douce, dont la ſingulière hiſtoire étonna, il y a quelques années, tous les Phyſiciens :

on ne connoiſſoit point de polypes terreſtres. Un heureux haſard offrit à M. Guettard une eſpèce de corps très-ſemblable au polype d'eau douce, ayant comme lui des filets qu'il étend, & qu'il ſemble retirer à volonté, de même que ſon corps qu'il réduit ſous la forme d'une boule; ce corps végétal ou animal, mais que M. Guettard penſe être de ce dernier règne, s'attache aux racines de l'eſpargoutte, & eſt d'une extrême petiteſſe; on ne le trouve pas toujours aux racines de cette plante. M. Guettard, lorſqu'il le rencontra, n'étoit pas muni d'inſtrumens aſſez forts pour bien diſcerner un ſi petit corps, & n'a pu s'aſſurer par conſéquent bien préciſément des propriétés de ce ſingulier être; mais il a cru le devoir décrire tel qu'il l'a vu pour mettre les Naturaliſtes à portée de le voir & de l'obſerver: c'eſt l'objet de ſon quatrième Mémoire.

La Porcelaine, autrefois extrêmement rare en Europe, eſt devenue depuis l'objet d'un commerce aſſez conſidérable pour qu'on ait tenté de l'enlever à la Chine. Il s'eſt élevé en Europe, & ſur-tout en France, pluſieurs manufactures de Porcelaines, entre leſquelles il y en a dont les ouvrages ſont infiniment ſupérieurs à ceux de la Chine & du Japon par la beauté des couleurs & la correction des deſſins dont elles ſont ornées; mais elles ne les égalent pas pour la ſolidité de la matière dont elles ſont compoſées. Toutes, ſi on en excepte celle de Saxe, ſe fondent à un feu violent, tandis que celle de Chine y réſiſte avec la plus grande opiniâtreté: cette propriété tenant vraiſemblablement à la nature des matières qu'on emploie, il falloit avoir en nature des échantillons de celles qu'on emploie à la Chine pour reconnoître ſi le royaume en fournit de pareilles: c'étoit effectivement la route qu'avoit tenue M. de Reaumur, mais il avoit été trompé par les échantillons qui lui avoient été envoyés, qui étoient en trop petite quantité, & avoient déjà ſubi quelques préparations, & il n'avoit pu en déterminer la véritable nature. Des échantillons en plus grande quantité, & tels qu'on les avoit tirés de la terre, que les ſoins de feu M. le Duc d'Orléans procurèrent à M. Guettard, le mirent à portée de faire une comparaiſon plus exacte, & de reconnoître

que la France poſſédoit en cette partie des matériaux au moins auſſi bons que ceux de la Chine, & qu'il ne tenoit qu'à nous de les mettre en œuvre. Ils furent en effet employés avec ſuccès dans le laboratoire du Prince, & réuſſirent de manière à ne laiſſer aucun doute ſur cette matière. L'hiſtoire de cette découverte, un extrait du travail de feu M. de Montamis ſur la peinture en émail, l'examen des matières & de leur nature, & la manière de les préparer, ſont le ſujet du cinquième Mémoire. M. Guettard y ajoute auſſi les contradictions qu'il a eues à ſoutenir ſur la propriété de cette découverte qui lui a été conteſtée, & les preuves qui concourent à la lui aſſurer; mais cette partie polémique doit être lûe en entier dans l'ouvrage même de l'Auteur, & nous lui ferions tort de la préſenter en abrégé.

Dans le ſixième Mémoire eſt décrit le travail que M. Guettard a fait pour découvrir les matières qu'on peut ſubſtituer aux chiffons de linge pour la fabrique du Papier, travail d'autant plus intéreſſant, que la conſommation du papier, qui augmente journellement, peut donner lieu de craindre que cette matière première, déjà devenue rare, ne manque enfin abſolument.

Le ſeptième Mémoire a pour objet les expériences faites par les ordres de feu M. le Duc d'Orléans dans ſon laboratoire de Sainte-Geneviève, & au four à porcelaines de Bagnolet, ſur pluſieurs ſortes de ſables, de glaiſes & de pierres : ces différentes ſubſtances furent expoſées à différens degrés de feu. On examina ſoigneuſement les différentes matières métalliques qu'elles contenoient, les changemens que l'application de différens feux y produiſoit, & le réſultat de ces expériences fut conſigné dans des tables qui offrent au premier coup d'œil une comparaiſon facile & exacte de ces matières avant & après les différentes opérations qu'on leur a fait ſubir. Il faudroit ignorer abſolument la Phyſique, & le rapport qu'elle a aux Arts les plus utiles, pour ne pas ſentir le mérite d'un pareil ouvrage.

Le huitième Mémoire contient tout le détail des obſervations météorologiques que M. Guettard a faites pendant ſon voyage en Pologne. Nous ne pouvons qu'indiquer cet article, qui ne peut être abrégé en aucune manière.

Le

Le neuvième & dernier Mémoire contient des obſervations ſur la Minéralogie d'Italie : ces obſervations ne ſont pas de M. Guettard; leur utilité, & l'amitié qu'il avoit pour ceux qui les ont faites, leur ont donné place dans ce Volume; mal-heureuſement une partie conſidérable du manuſcrit de M. d'Aubreuil, qui avoit fait ce voyage, eſt devenue la proie des Algériens : plus malheureuſement encore l'Auteur a-t-il été emporté par la mort à la fleur de ſon âge. Ce jeune obſervateur avoit parcouru, en Phyſicien intelligent, toute l'Italie, & n'avoit rien négligé de tout ce que cette belle contrée de l'Europe offre à chaque pas d'intéreſſant pour l'Hiſtoire Naturelle & celle de l'Antiquité; mais il faut lire ce qui nous en reſte dans l'extrait qu'en a donné M. Guettard : l'abréger plus qu'il ne l'eſt, ſeroit lui ôter une partie de ce qui lui eſt néceſſaire.

Ces neuf Mémoires ſont précédés par pluſieurs Obſervations détachées & très-intéreſſantes ſur le briſement des rayons de lumière à l'approche des corps ſolides, ſur la formation des nuées ſur les hautes montagnes, ſur le tonnerre, ſur l'odeur des cadavres dans les égliſes, par quelques Obſervations de Botanique, & enfin par quelques autres de Chimie & d'Anatomie. Ce premier Volume contient des faits & des recherches aſſez intéreſſantes pour faire deſirer que M. Guettard ſe hâte de publier le ſecond.

ANATOMIE.

SUR LE MÉCANISME DE LA RUMINATION ET SUR LE TEMPÉRAMENT DES BÊTES À LAINE.

V. les Mém. page 389.

CEUX qui ſont même médiocrement inſtruits de l'économie animale, ſavent que dans le nombre des quadrupèdes frugivores, c'eſt-à-dire, qui ſe nourriſſent d'herbes ou de grains, il en eſt pluſieurs eſpèces qui ont la ſingulière propriété de manger deux fois le même aliment, c'eſt-à-dire, qu'après avoir, comme les autres animaux, avalé leur aliment, ils le font revenir par la gorge dans leur bouche, le mâchent de nouveau, & l'avalent enſuite ſans retour, c'eſt ce qu'on nomme *Rumination*, & les animaux qui ont cette propriété, ſe nomment *Animaux ruminans*. Ces animaux ont pluſieurs eſtomacs, & on a même cru qu'ils en avoient quatre. Nous verrons bientôt ſi cette aſſertion eſt juſte; mais, quoique la connoiſſance de la rumination ſoit de toute ancienneté, le mécaniſme, par lequel elle s'opère, n'en étoit pas mieux connu. M. Daubenton a tâché de le développer d'abord par curioſité, & enſuite par l'influence que cette ſingulière opération lui a paru devoir avoir ſur le tempérament de l'animal.

Les herbes coupées par l'animal, lorſqu'il pâture, ſont portées par la première déglutition dans le premier eſtomac qu'on nomme *la panſe*, & où elles reſtent comme en dépôt ſans avoir preſque ſubi aucune altération.

Cet eſtomac eſt accompagné de trois autres, & ils ſont ſitués de manière que l'œſophage communique aux trois premiers preſque par le même orifice.

Le ſecond eſtomac, qu'on appelle le *bonnet*, communique immédiatement à la panſe, & cette communication eſt contiguë à celle de l'œſophage.

Lorſque l'animal veut ruminer, la panſe, alors pleine d'herbes, ſe contracte, une partie de cette herbe remonte par l'action des muſcles de l'œſophage, dans la bouche, pour y être remâchée, mais elle paſſe auparavant par le bonnet; & après cette ſeconde maſtication elle eſt avalée de nouveau & portée, non dans la panſe ni dans le bonnet, mais dans le troiſième eſtomac qu'on nomme *feuillet*, d'où elle paſſe dans la *caillette*, qui eſt le quatrième, & de-là dans l'inteſtin.

Il ſe préſente ici deux queſtions, pourquoi l'herbe contenue dans la panſe, paſſe-t-elle dans le bonnet lorſque ce viſcère ſe contracte, & n'enfile-t-elle pas immédiatement la route de l'œſophage? & pourquoi lors de la ſeconde déglutition, paſſe-t-elle immédiatement dans le feuillet ſans entrer dans la panſe ni dans le bonnet?

Un muſcle placé à l'extrémité de l'œſophage, à l'endroit où il s'insère dans la panſe, eſt l'organe qui opère toutes ces différentes fonctions; il peut, comme les muſcles de la bouche, ſe contracter par un coin ou par l'autre: dans le temps où la panſe ſe contracte, il ſe ferme par le coin qui répond à l'œſophage, & le paſſage du bonnet étant libre, l'herbe y entre, s'y imbibe de la ſéroſité contenue dans l'épaiſſeur du bonnet, qui l'exprime en ſe contractant, & alors l'œſophage s'ouvre du côté du bonnet, & la pelote d'herbe imbibée remonte dans la bouche.

Dans la ſeconde déglutition, au contraire, le muſcle ferme abſolument l'entrée de la panſe & ne laiſſe libre que le paſſage dans le feuillet.

Mais pourquoi ce paſſage de l'herbe dans le bonnet, & quel en peut être l'uſage? la ſeule inſpection des matières contenues dans la panſe & dans le feuillet, le démontre; l'herbe dans la panſe eſt en nature & preſque sèche; dans le feuillet elle eſt en bouillie très-liquide, elle ne peut avoir pris cette humidité que dans ſon paſſage par le bonnet, la texture de ce viſcère même, fait voir qu'il eſt très-propre à contenir de la ſéroſité & à la rendre par la compreſſion; & ſi on veut admettre ici l'analogie,

cet effet n'eſt pas équivoque dans le chameau, où une partie ſemblable contient juſqu'à quatre pintes d'eau, au moyen de laquelle cet animal peut être pluſieurs jours ſans boire: le bonnet du mouton rend de même en le comprimant, une ſéroſité abondante qu'il repompe lorſqu'il ſe rétablit en le lâchant.

Il eſt donc évident que ce ſingulier organe eſt une eſpèce d'éponge animale qui s'imbibe de la ſéroſité du ſang de l'animal & de l'eau qu'il boit.

Il réſulte de-là que cet organe doit d'autant plus pomper de la ſéroſité du ſang, que l'animal y introduira moins d'eau par la voie de la boiſſon, & que par conſéquent il n'eſt pas indifférent de bien règler le temps & la quantité d'eau qu'on leur laiſſe prendre; ſi la boiſſon eſt trop abondante, le bonnet ne tirera pas toute la ſéroſité qu'il doit tirer du ſang, & cette ſéroſité ſuperflue cauſera des maladies dangereuſes à l'animal. M. Daubenton a vu des moutons dans ce cas être remplis d'hydatides ou veſſies pleines d'eau qui gênoient tous les viſcères; ſi au contraire, on ne les fait pas aſſez boire, le bonnet deſsèchera abſolument le ſang, & l'animal ſe deſsèchera: la même choſe arrivera ſi l'animal eſſuie aſſez de chaleur pour ſuer, cette évacuation retirera une partie de la ſéroſité qui auroit été néceſſaire pour la digeſtion, & toute l'économie animale ſera troublée.

Cette dernière réflexion a fait voir à M. Daubenton combien la pratique uſitée en ce pays, de tenir les moutons dans des étables étoit pernicieuſe; ces animaux ſont aſſez bien vêtus pour ne pas craindre le froid, ils ne redoutent que le chaud; la chaleur artificielle qu'on leur procure ne fait que leur cauſer des maladies & détériorer leur laine. Au nord & au ſud de la France, on les tient tout l'hiver ſans abri, & M. Daubenton lui-même a eſſayé de les tenir à l'air tout l'hiver avec le plus grand ſuccès: mais cette matière eſt aſſez importante pour être traitée à part & dans un plus grand détail, & M. Daubenton la réſerve pour un autre Mémoire. Celui-ci aura toujours donné un des principes ſur leſquels eſt fondée cette méthode.

SUR LES
MOYENS DE RÉTABLIR LA DÉGLUTITION
Dans un cas où la cauſe qui l'arrête n'eſt marquée par aucun ſigne.

RIEN n'eſt plus ordinaire que de voir la déglutition interceptée par une eſquinancie, une inflammation, une tumeur ſurvenue à la gorge ; dans tous ces cas la cauſe en eſt aiſée à reconnoître, & ces maladies ſont connues de tous les Médecins. Mais il eſt un autre cas où la déglutition eſt interceptée ſans qu'il paroiſſe aucun ſigne qui puiſſe en indiquer la cauſe ni le traitement. Ce cas s'eſt préſenté quatre fois à M. Ferrein, & il a cru devoir communiquer à l'Académie ſes obſervations à ce ſujet pour prévenir le danger auquel les malades ſeroient infailliblement expoſés faute de ſavoir le moyen de les guérir.

Les quatre ſujets, ſur leſquels M. Ferrein a obſervé ce phénomène, étoient deux filles d'environ vingt à vingt-cinq ans, & deux femmes, jouiſſant les unes & les autres d'une bonne ſanté.

Tout d'un coup elles s'aperçurent qu'il leur étoit impoſſible d'avaler la moindre parcelle d'alimens ſolides ou liquides, ſans éprouver d'ailleurs aucun mal ni aucun ſymptôme dans le goſier ni dans aucune autre partie du corps, ſi ce n'eſt qu'une d'entre elles reſſentit quelques maux de cœur avant cet accident, & ſans qu'il ait été ſuivi d'aucun autre, excepté à une dont nous allons parler.

A celle-ci il prit le troiſième jour de ſon accident, un accès convulſif avec une forte agitation des bras & des jambes & perte de connoiſſance pendant un demi-quart d'heure ; après quoi elle reprit connoiſſance & ſa gaieté naturelle, mais ſans pouvoir parler pendant les deux premières minutes : ces accès la reprirent pendant environ huit jours, mais la foibleſſe, ſuite néceſſaire du défaut de nourriture, devint menaçante malgré les lavemens nourriſſans qu'on lui donnoit. M. Ferrein ayant appris

qu'elle avoit mangé exceſſivement de ſucreries la veille de ſon accident, crut que les humeurs contenues dans l'eſtomac pouvoient exciter le ſpaſme du pharynx & les convulſions de tout le corps, & il chercha à la faire vomir ; comme l'émétique ne pouvoit paſſer à cauſe de l'embarras de la gorge, il eut recours à la fumée de tabac, qui effectivement la fit vomir : la facilité d'avaler revint auſſi-tôt ; des cordiaux, des purgatifs doux & un régime approprié achevèrent l'entière guériſon.

Les trois autres perſonnes n'ayant pas eu des ſymptômes ſi fâcheux, furent traitées un peu plus doucement ; des lavemens chargés de deux grains d'extrait d'opium, firent ceſſer le ſpaſme, la faculté d'avaler revint, & les purgatifs doux, ſagement adminiſtrés, eurent l'honneur de la cure. Cette obſervation a paru d'autant plus importante, que cette eſpèce de maladie étoit peu connue, & qu'elle n'étoit point une ſuite de vapeurs : aucune des quatre perſonnes, que nous venons de citer, n'y ayant été ſujette ni devant ni après ſon accident.

Voici encore un fait à peu près de même nature, tiré d'une lettre de M. Montet, de la Société Royale des Sciences de Montpellier, & dont la guériſon a été opérée par un autre remède ; mais fondé ſur le même principe. La femme d'un Médecin de Montpellier, vive & d'un tempérament actif, fut attaquée d'un mal de gorge accompagné d'une fièvre aſſez forte ; ne pouvant conſulter ſon mari qui étoit alors abſent, elle prit d'elle-même l'émétique qui la purgea beaucoup, ſans diminuer la fièvre, & lui donna une difficulté d'avaler très-conſidérable. Les ſaignées faites au retour de ſon mari, firent tomber la fièvre, mais le mal de gorge ſubſiſta, de même que la difficulté d'avaler ; les ſangſues, les véſicatoires, l'introduction même d'une ſonde de plomb, ne purent débarraſſer l'œſophage, & la malade couroit riſque de périr d'inanition, lorſque ſon mari imagina de lui propoſer d'eſſayer de la glace pilée ; les premiers glaçons furent ſans effet ; mais après pluſieurs tentatives la malade ſentit qu'il étoit paſſé une goutte d'eau : ce ſuccès l'encouragea à continuer, & elle avala une certaine quantité d'eau qui paſſoit goutte à goutte ; le bouillon ne pouvoit cependant pas encore paſſer, & on

ne parvint à en introduire qu'en le faiſant précéder de quelques glaçons : on varia l'uſage du remède, & on ſoutint pendant pluſieurs jours la malade avec des eaux glacées qu'on rendoit nourriſſantes. La ſonde de plomb, les rafraîchiſſans & quelques autres remèdes prudemment adminiſtrés, achevèrent la cure que la glace avoit ſi heureuſement commencée.

Tous ces faits préſentés ſous un point de vue général, ſemblent indiquer que ce mal a pour cauſe un ſpaſme cauſé par des liqueurs viſqueuſes & irritantes ; que la glace n'avoit agi qu'en obligeant les glandes à ſe contracter & en diminuant la diſpoſition inflammatoire, & qu'en général les calmans ſont dans ce cas les remèdes les plus efficaces qu'on puiſſe adminiſtrer. Le dernier fait donne encore une leçon plus importante, il enſeigne aux Médecins à ſavoir oſer prudemment, & à franchir les règles ordinaires, lorſqu'elles ſe trouvent inſuffiſantes.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Les dents des Animaux ont ordinairement leur accroiſſement & leurs limites marquées par la Nature, elles paſſent cependant quelquefois ces limites dans l'homme même & dans quelques animaux : M. Fougeroux, parlant ſur ce ſujet, rapporta que M. de Juſſieu avoit eu chez lui un de ces animaux du genre des lapins & qu'on nomme vulgairement *cochons d'Inde* ; il s'aperçut que les dents inciſives de cet animal s'alongeoient prodigieuſement & à tel point qu'il falloit les lui caſſer & les lui limer de temps en temps pour qu'il pût prendre ſa nourriture, ſans quoi il étoit obligé de jeter en l'air les herbes dont il ſe nourriſſoit, & de les retenir adroitement pour les faire entrer dans ſa gueule ſans les couper comme à l'ordinaire avec ſes dents inciſives ; M. Fougeroux ajouta qu'il avoit obſervé le même accroiſſement de dents ſur pluſieurs lapins, & fit voir quelques-unes des têtes de ces animaux : M. le Duc de Chaulnes & M. Morand, qui avoient obſervé la même choſe, firent voir

de pareilles têtes; il réſulte de toutes ces obſervations que le genre du lapin eſt plus ſujet qu'on ne penſe, à cet alongement de dents qui doit faire périr beaucoup de ces animaux par la difficulté de ſe nourrir qu'il leur cauſe; ce même phénomène s'obſerve quelquefois dans l'homme, mais l'Art fait dans notre eſpèce venir au ſecours de la Nature, & on ſe débarraſſe de ces dents, ſoit en les arrachant, ſoit en les limant pour les empêcher de défigurer ou d'incommoder ceux qui les portent, ce qui rend cet inconvénient très-rare parmi les hommes.

I I.

M. Tenon a fait voir à l'Académie, une veſſie humaine, diviſée intérieurement comme en deux parties, par une cloiſon percée dans ſon milieu; elle lui avoit été envoyée par M. Durand, habile Chirurgien à Chartres : les exemples des doubles veſſies ne ſont pas rares, l'examen de cette dernière fait avec exactitude, a fait voir qu'elle n'étoit double qu'en apparence, & que ce n'étoit qu'une ſeule veſſie, dont la tunique membraneuſe s'étoit échappée en partie par les mailles du réſeau charnu qui enveloppe ce viſcère; ce qui pourroit faire croire que les autres veſſies qu'on a cru doubles, ne devoient cette apparence qu'à la même cauſe. Le malade qui a fourni le ſujet de cette Obſervation étoit mort âgé de ſoixante-quinze ans, des ſuites d'une rétention d'urine, s'étant toujours bien porté juſqu'à environ un an avant ſa mort; il commença alors à reſſentir quelques difficultés d'uriner, qui s'augmentèrent de plus en plus, juſqu'au point que la rétention fut complète trois mois avant ſa mort, ſans cependant qu'il reſſentît aucune douleur, même en comprimant la région du pubis; il fut ſondé & on lui tira deux pintes d'urine, meſure de Paris. Un plus grand nombre de faits de cette nature, décideroit peut-être ſi l'indolence de la veſſie, malgré l'extrême dilatation, ne ſeroit pas un pronoſtic aſſuré d'une hernie de cette eſpèce, ce qu'il y a de certain, c'eſt que lorſqu'elle exiſte, plus elle eſt conſidérable, moins l'urine agit ſur le vaiſſeau pour le dilater, parce qu'elle étend plus aiſément les parois membraneuſes de la hernie, où elle trouve moins de réſiſtance.

M.

III.

M. du Peyron de Cheyſſiole, Docteur en Médecine & M. Bonhoure, Chirurgien, ont fait part à l'Académie, de l'Obſervation ſuivante; dans la paroiſſe d'Ailly, élection de Mauriac, dans la haute Auvergne, il y a une Payſanne née le 19 Août 1676, & par conſéquent âgée de plus de quatre-vingt-onze ans, qui eſt aſſujettie à cet âge aux évacuations ordinaires à ſon ſexe; elle eſt de taille médiocre, bien proportionnée & conſerve encore des reſtes d'une phyſionomie agréable; elle a été mariée à dix-ſept ans & a eu douze enfans qu'elle a tous allaités, elle n'a jamais eu d'autre maladie que ſes couches; cet état de ſanté peut être également attribué à ſa bonne conſtitution & à la frugalité de ſa vie, ne s'étant jamais nourrie que de laitage, de fromage, de légumes, & quelquefois d'un peu de viande de cochon, le tout accompagné de pain bis de ſeigle & de gâteaux de ſarraſin; elle a toujours vaqué aux travaux de ſon état, ſans ceſſer d'obſerver les jeûnes ordonnés par l'Egliſe; ſes organes ne paroiſſent pas affoiblis; elle lit, coud & travaille à d'autres ouvrages ſans lunettes, & à un peu de dureté près dans l'ouie, elle jouit encore de tous ſes ſens, de ſa mémoire & de ſon jugement, en un mot on peut la mettre dans ce petit nombre de perſonnes heureuſement privilégiées de la Nature, auxquelles il a été accordé de jouir paiſiblement de leur être pendant tout le cours de la plus longue carrière. Cet avantage peut bien compenſer la privation des biens & des dignités qui ſûrement l'auroient accourcie & en auroient altéré la jouiſſance.

IV.

Tous ceux qui ſont un peu au fait de la chaſſe, ſavent qu'on regarde comme certain que les lapins & les lièvres ſe donnent mutuellement l'excluſion, en ſorte qu'on ne voit aucun lièvre dans les garennes où les lapins ſont établis; & qu'au contraire les cantons où il y a beaucoup de lièvres, ſont dépeuplés de lapins: il faut cependant que cette antipathie générale entre les deux eſpèces, ait ſes exceptions; M. Fougeroux a fait voir à l'Académie, la peau d'un animal tué dans une garenne, & qui a paru

tenir visiblement des deux espèces. L'amour qui fait rapprocher le sceptre & la houlette, auroit-il donc aussi le pouvoir de réunir les espèces antipathiques !

V.

Un des amis de M. Tillet lui a mandé qu'une jument qui étoit pleine, avoit mis bas un poulain & un mulet. Ce fait est une preuve démonstrative de la possibilité de la superfétation, puisqu'il a fallu ici le concours de deux mâles de différente espèce; mais elle n'est pas la seule, & l'Académie a déjà publié dans son histoire de 1753 [a] une observation absolument semblable.

[a] *Voy. Hist. année 1753, page 131.*

V I.

L'Académie a rendu compte en 1766 [b] d'un fait qui prouve combien il est dangereux de surmener le gros bétail. En voici un autre qui fait voir que la grosse volaille que l'on mène à pied, court le même risque. M. du Hamel a rapporté que des Marchands ayant amené à Pithiviers & aux environs, une grande quantité d'oies qu'ils avoient pressées pour arriver à un certain jour où ils croyoient en avoir un meilleur débit, presque tous ces animaux étoient morts sans qu'on en pût donner d'autre cause que l'excès de fatigue qu'on leur avoit fait éprouver.

[b] *Hist. 1766, pages 54 & 55.*

V I I.

M. Bordenave, Chirurgien de Paris, & bien connu de l'Académie par plusieurs bons ouvrages qu'il lui a communiqués, lui a fait part de l'observation suivante. Un homme âgé d'environ cinquante ans étoit sujet depuis long-temps à éprouver une difficulté considérable de respirer, à une espèce d'anxiété & à des suffocations, & son pouls étoit en général assez foible; après sa mort, on trouva le ventre très-enflé & une infiltration considérable dans les cuisses & dans les jambes : l'ouverture du ventre y fit voir un épanchement peu considérable, & beaucoup de désordre dans les viscères qui y sont contenus ; la difficulté de respirer & la lenteur du pouls faisoient soupçonner qu'il y en avoit aussi dans la poitrine, & on l'ouvrit; le poumon droit étoit adhérent à la plèvre dans une grande partie de son étendue, & il y avoit un épanchement de ce côté, & un plus grand

dans l'autre capacité de la poitrine ; le péricarde parut épaiſſi, & en voulant l'ouvrir, on s'aperçut qu'en quelques endroits il réſiſtoit à l'inſtrument tranchant, ce qui étoit cauſé par une concrétion oſſeuſe qui s'étendoit ſur la ſurface extérieure des ventricules, & ſur-tout ſur celle du ventricule antérieur ; le péricarde très-adhérent ſe confondoit en ces endroits avec la ſubſtance du cœur ſans pouvoir l'en ſéparer : la macération ayant permis de ſéparer la ſubſtance charnue, on trouva une concrétion oſſeuſe, inégalement épaiſſe, tranſparente en quelques endroits, large de plus de deux pouces, & commune aux deux ventricules du cœur & à ſa cloiſon ſans aucune interruption ; elle couvroit preſqu'entièrement le ventricule droit juſqu'à ſa pointe, continuoit en remontant dans la cloiſon, & de-là s'étendoit ſur le ventricule gauche pour aller rejoindre la partie propre au ventricule droit.

Cette obſervation engagea M. Bordenave à rechercher les exemples de faits pareils, & voici le réſultat de ſes recherches : on trouve ſouvent dans la ſubſtance du cœur, & même dans ſes ventricules, des concrétions pierreuſes, même aſſez conſidérables, qui ſûrement ſont capables de gêner ſes fonctions.

On obſerve aſſez fréquemment dans les vieillards, que les troncs des groſſes artères ſont cartilagineux, même oſſeux, & très-rétrécis, mais on obſerve bien plus rarement des oſſifications dans les oreillettes & dans la ſubſtance du cœur ; on en trouve cependant des exemples, & M. Bordenave en cite quelques-uns ; le premier eſt tiré de l'Hiſtoire même de l'Académie * : dans le cadavre d'un Jéſuite mort à l'âge de ſoixante-douze ans, on trouva dans l'épaiſſeur des parois du cœur, un os plat, long de 4. pouces & demi, large de plus d'un pouce, qui embraſſoit, pour ainſi dire, les deux ventricules & auquel les fibres charnues étoient très-adhérentes.

* *Voy. Hiſt. année 1726, page 24.*

Dans un autre ſujet on trouva une oſſification plus conſidérable ; la ſurface externe des oreillettes étoit légèrement & inégalement oſſifiée, les valvules ſémi-lunaires étoient en partie cartilagineuſes & en partie oſſeuſes ; le cœur étoit preſque environné d'une lame d'os qui commençoit à ſa baſe & finiſſoit antérieurement au tiers

de ſa ſurface, mais s'étendoit poſtérieurement juſqu'à ſa pointe; cette lame avoit en quelques endroits juſqu'à un pouce d'épaiſſeur & environ une ligne dans ſon plus mince, cet os n'eſt pas continu, mais interrompu en divers endroits par des portions cartilagineuſes ou membraneuſes, & dans tous ces endroits le péricarde y étoit adhérent.

La Gazette de France du 1.er Février 1768, offre encore un exemple pareil en la perſonne d'un Médecin de Morlaix qui mourut ſubitement; on annonça alors qu'on lui avoit trouvé le cœur oſſifié, mais la vérité étoit qu'il ne contenoit que beaucoup de points iſolés d'oſſification.

Il réſulte de tous ces faits que la formation des concrétions pierreuſes dans le cœur n'eſt pas rare, que l'oſſification des groſſes artères près du cœur, même des valvules & des ventricules, au moins l'induration cartilagineuſe de ces mêmes valvules ſont aſſez ordinaires dans les vieillards, mais que l'oſſification de la propre ſubſtance du cœur ſe rencontre très-rarement.

Comment eſt-il poſſible que dans ce dernier cas les fonctions du cœur puiſſent ſubſiſter, même imparfaitement, comme nous venons de voir qu'elles l'avoient fait dans les circonſtances que nous avons rapportées, & que M. Bordenave a appuyées de quelques autres faits analogues, quoique moins graves? il en attribue la cauſe au mouvement alternatif du cœur & des oreillettes, il doit en réſulter que ſi les oreillettes ou le cœur conſervent leur mouvement, la partie qui en ſera privée en tout ou en partie, agira encore par ſon reſſort, excité par le mouvement de l'autre qui y chaſſera le ſang, & il s'établira une circulation pénible, à la vérité, mais qui ſuffira pour conſerver la vie au malade: auſſi voyons-nous que tous ceux qui ont fait le ſujet de ces Obſervations, éprouvoient des accidens plus ou moins graves, & ils en en auroient peut-être ſubi de plus fâcheux, ſans l'eſpèce d'inſenſibilité de cet organe; car, pour le dire en paſſant, la ſenſibilité du cœur phyſique eſt auſſi petite que celle du cœur moral eſt grande.

Mais que dire lorſque la plus grande partie du cœur ſe trouve détruite, que ſa baſe, ſes oreillettes & un des ventricules n'exiſtent

plus, qu'il n'y a plus de cloiſon ni de valvules; cependant la perſonne qui a été le ſujet de l'Obſervation dont nous parlons, & qui a été publiée en 1728 par M. Soumain, Chirurgien de Paris, vivoit, quoiqu'avec un grand nombre d'accidens, & la circulation ne ſe pouvoit faire que par le moyen du péricarde, lui-même conſidérablement altéré. Il eſt très-difficile de comprendre comment la circulation pouvoit s'opérer avec des organes ſi altérés; ſeroit-elle dûe en ce cas à la ſeule action des artères? ce qu'on peut plus ſûrement en conclure, c'eſt que toutes les reſſources de la Nature ne nous ſont pas encore connues.

CHIMIE.

SUR UN NOUVEAU MOYEN De teindre la SOIE en un rouge vif & en plusieurs autres belles Couleurs.

V. les Mém. page 82.

PEU de personnes ignorent que la Cochenille est la matière colorante qu'on emploie à la teinture de l'écarlate & des autres nuances de beau rouge de bon teint, mais peu savent comment on parvient à en tirer la plupart de ces couleurs, & il ne sera peut-être pas hors de propos de donner ici une légère idée des procédés qu'on emploie pour les obtenir : elle facilitera l'intelligence de ce que nous avons à dire sur cette matière.

La cochenille est la dépouille, ou le débris d'une gale-insecte qui croît sur la plante nommée *Opuntia*, & elle nous est apportée d'Amérique.

La couleur que donne naturellement la cochenille, traitée comme les autres matières qui servent à la teinture, n'est nullement l'écarlate; elle ne donne qu'une couleur d'amaranthe, plus ou moins foncée. Un Hollandois nommé *Drebel* fut le premier qui en tira une couleur plus éclatante; il imagina d'employer dans la teinture de cochenille de la dissolution d'étain par l'eau régale, & son attente ne fut point trompée. La le seul colorante, atténuée par l'acide & mêlée avec la terre de l'alun qu'on sait être très-blanche, lui donna une couleur brillante qu'on nomme *écarlate d'Hollande*, & qui a pris ensuite le nom *d'écarlate des Gobelins*, depuis que par les soins du grand Colbert on fut parvenu à faire, dans cette Manufacture Royale, des teintures d'écarlate supérieures à toutes celles de Hollande. Il est inutile d'ajouter ici que le même procédé donne presque toutes les nuances de rouge, jusqu'au simple couleur de rose, en variant seulement les doses.

Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que ces teintures ſi belles & ſi ſolides n'ont lieu que ſur la laine ou ſur d'autres matières animales : le même bain qui donne à une pièce de drap la plus belle couleur d'écarlate, ne fait que ſalir le coton & le fil de lin ou de chanvre qu'on y plonge, & ne donne à la ſoie qu'une vilaine couleur de lie de vin ou de pelure d'oignon, qui n'a pas même aſſez de ſolidité pour réſiſter à un ſimple lavage dans l'eau.

Un phénomène de cette eſpèce déconcerte un Artiſte, & anime un Phyſicien. M. Macquer a voulu voir d'où venoit cette différence, & voici la route qu'il a ſuivie.

On ſait que les toiles de coton, auxquelles on fait prendre le rouge de garence qu'on nomme *rouge d'Andrinople*, doivent être préparées avec des matières animales : cette opération fit penſer à M. Macquer que les différentes ſubſtances étoient d'autant plus diſpoſées à prendre le rouge de cochenille, qu'elles ſe rapprochoient plus du caractère des matières animales, & que la ſoie en étant plus éloignée que la laine, il falloit s'en rapprocher par les préparations qu'on lui donneroit.

Quelque juſte que ſemblât ce raiſonnement, il ne mena cependant pas M. Macquer au but qu'il s'étoit propoſé ; il eut beau imprégner la ſoie de différens ſucs animaux, & la traiter avec des ſavons compoſés de différentes graiſſes animales, il ne put jamais obtenir que les vilaines couleurs dont nous avons parlé, quoiqu'il eût varié, en une infinité de manières, les doſes de la diſſolution d'étain, & qu'il lui eût même ſubſtitué celles de tous les autres métaux & demi-métaux blancs.

Il étoit donc bien certain que la réuſſite de l'opération dépendoit de quelqu'autre circonſtance, & M. Macquer réſolut d'examiner & de ſuivre de point en point tout ce qui ſe paſſoit dans l'opération par laquelle on teint la laine en écarlate.

Pour y parvenir, il verſa quelques gouttes de diſſolution d'étain dans de l'eau diſtillée ; la liqueur devint laiteuſe, & il ſe précipita un ſédiment très-blanc qui n'étoit que la terre de l'étain que l'acide affoibli par l'eau avoit abandonnée.

En verſant de la même diſſolution dans de la décoction de cochenille bien filtrée, il obtint auſſi un précipité, mais celui-ci

n'étoit pas blanc; il étoit au contraire d'un rouge écarlate très-éclatant, & en ajoutant à diverſes repriſes de la diſſolution d'étain, il parvint à enlever à l'eau toute ſa couleur, & à la faire paſſer au précipité : la liqueur ayant été agitée pour y remêler le précipité, teignit la laine en écarlate, mais la ſoie ne s'y teignit pas mieux qu'à l'ordinaire.

Ces expériences apprirent à M. Macquer que la chaux d'étain ſe ſaiſiſſoit avidement de la fécule colorante de la cochenille, & qu'elle formoit comme une laque écarlate capable de s'appliquer ſur la laine, & d'y adhérer; mais que la ſoie, le coton & le fil ne recevoient point les molécules de cette laque, & par conſéquent la teinture.

Il n'étoit donc plus queſtion que d'eſſayer de faire adhérer la laque écarlate à la ſoie; les réflexions de M. Macquer ſur les expériences précédentes, lui firent ſoupçonner que ce défaut d'adhérence pouvoit venir de ce que les molécules de la terre de l'étain, ſe trouvoient trop groſſies par l'addition de la fécule colorante, pour pouvoir entrer dans les pores de la ſoie; que peut-être ces mêmes molécules, encore diſſoutes, y pourroient être reçues, & qu'alors la fécule colorante qui s'y joindroit, donneroit la teinture à la ſoie.

Il étoit aiſé de s'en éclaircir; pour cela M. Macquer affoiblit de la diſſolution d'étain par l'eau régale avec de l'eau, tellement cependant que l'étain ne s'en précipita point, & il y trempa de la ſoie: elle en fut pénétrée en un inſtant, l'ayant enſuite exprimée & lavée dans l'eau pour en détacher tout ce qui n'y étoit pas adhérent, il la plongea dans un bain de cochenille avivée avec un ſeizième de ſon poids de crême de tartre; l'attente de M. Macquer ne fut point trompée & la ſoie en ſortit teinte d'un rouge plein & vif qui réſiſta à toutes les épreuves & les débouillis qu'on emploie à éprouver l'écarlate ſur la laine.

On voit facilement que les molécules d'étain qui, dans l'opération ordinaire, deviennent par la précipitation & par leur jonction aux particules de cochenille trop groſſes pour ſe cantonner dans les pores de la ſoie, s'y cantonnent dans l'état de diſſolution, & y retiennent les parties colorantes avec leſquelles elles ont une très-grande aptitude à ſe joindre.

La

La couleur que prend la ſoie dans cette teinture eſt belle & ſolide, mais elle n'eſt pas le véritable ponceau; cet inconvénient au reſte, lui eſt commun avec la teinture de *carthamus* ou ſafran bâtard, qu'on emploie à le produire, & on peut y ramener la teinture de cochenille comme on y ramène cette dernière, en donnant d'abord à la ſoie une première teinture de jaune éclatant comme celui du raucourt, & la paſſant enſuite à la cochenille.

M. Macquer ne diſſimule point que cette teinture ſera chère parce qu'elle exige beaucoup de cochenille, mais elle ſera ſolide, & les ponceaux ordinaires qui ne le ſont pas, ſont au moins du même prix, par la main-d'œuvre & la valeur des drogues qu'on y emploie.

D'ailleurs, ſi la ſoie exige pour être teinte en ponceau, une plus grande quantité de cochenille que la laine, elle eſt auſſi teinte juſque dans ſon intérieur, & de plus ſon poids eſt augmenté d'un quart, & quoique la quantité d'étoffe qu'elle produit ne ſoit pas augmentée de même, les étoffes en ſont plus pleines & plus fournies, & par conſéquent d'un bien meilleur débit.

Non-ſeulement la diſſolution d'étain par l'eau régale peut ſervir à faire prendre à la ſoie le ponceau de cochenille, mais elle peut auſſi être avantageuſement ſubſtituée à l'alun dans bien des cas, & ſingulièrement pour les rouges & les couleurs qui tirent ſur le rouge; elle procure même en ce cas un autre avantage, qui eſt d'aſſurer ſur la ſoie les teintures de bois d'Inde & de Breſil, qui ne donnent avec la ſoie alunée à l'ordinaire, que des couleurs fauſſes; appliquées ſur la ſoie imprégnée de diſſolution d'étain, elles donnent des nuances beaucoup plus belles & qui réſiſtent à l'épreuve du vinaigre, comme le cramoiſi & le ponceau fin.

La découverte de M. Macquer, procure donc à l'art de la Teinture un accroiſſement conſidérable, uniquement dû à ſes recherches. Les Arts gagneront toujours à être éclairés des lumières de la Phyſique.

SUR LA DISSOLUTION DU CAOUTCHOUC OU RÉSINE ÉLASTIQUE DE CAYENNE.

V. les Mém. page 209.

NOUS avons rendu compte en 1751 [a], d'une réſine ſinguliére, formée du ſuc laiteux d'un certain arbre de l'Amérique: cette réſine eſt élaſtique & ne ſe laiſſe diſſoudre ni par l'eau ni par l'eſprit de vin. Nous avons ajouté, d'après M. de la Condamine, ce qu'il avoit appris de la manière de la travailler, & les uſages quelquefois ſinguliers, auxquels elle étoit employée par les naturels du pays.

[a] *Voy. Hiſt. 1751, p. 17.*

La propriété qu'a cette réſine de ne ſe diſſoudre ni dans l'eau, ni dans l'eſprit de vin, piqua la curioſité des Chimiſtes. M. Freſneau avoit bien mandé que l'huile de noix diſſolvoit le caoutchouc à l'aide d'une longue digeſtion; mais elle faiſoit plus, elle le détruiſoit, & il ne pouvoit plus reprendre ni ſa ſolidité, ni ſon reſſort.

En 1763 [b], M.rs Hériſſant & Macquer firent part à l'Académie des recherches qu'ils avoient faites ſur ce ſujet ſans s'être rien communiqué l'un à l'autre; il en réſultoit que le *Caoutchouc* coupé en morceaux & mis dans l'huile de corne de cerf, connue ſous le nom d'*huile de Dippel*, ou dans l'huile de térébenthine bien rectifiée ſur la chaux, ou expoſé ſeulement à la vapeur de ces huiles, ou enfin mis dans l'éther, s'y amollit au point de ſe laiſſer pétrir, & peut en cet état être employé à pluſieurs ouvrages, & qu'en l'expoſant à une forte fumée de ſuie ou de foin, il reprend toute ſa dureté & toute ſon élaſticité.

[b] *Voy. Hiſt. 1763, p. 49.*

Toutes ces opérations, comme on voit, n'avoient abouti qu'à ramollir le caoutchouc & non à le diſſoudre, de manière qu'on le pût employer comme dans ſon premier état, & qu'il pût reprendre enſuite ſa fermeté & ſon élaſticité.

C'eſt à la ſolution de cette eſpèce de problème que M. Macquer a cru devoir conſacrer quelques-unes de ſes recherches, & nous allons expoſer les tentatives qu'il a faites pour y réuſſir, & comment il y eſt enfin parvenu.

L'état d'émulſion ou de lait végétal dans lequel eſt le caoutchouc, lorſqu'il ſort de l'arbre, indique qu'il eſt compoſé d'un mélange d'huile & de quelque matière aqueuſe. Le défaut d'odeur aromatique, le peu de volatilité & d'indiſſolubilité abſolue dans l'eſprit-de-vin, font voir que l'huile qui entre dans la compoſition de cette réſine, n'eſt pas une huile eſſentielle, mais une huile graſſe.

Il réſultoit de-là que lorſque la réſine de Cayenne paſſe de ſon état d'émulſion à celui de corps ſolide, c'eſt vraiſemblablement par l'évaporation de ſa partie aqueuſe, d'où il ſuit encore que les diſſolvans huileux doivent la laiſſer molle & ſans reſſort, n'attaquant que la partie huileuſe, peu déficative par elle-même & très-propre à retenir les huiles étrangères auxquelles elle s'unit.

Quelque peu d'eſpérance que ces réflexions donnaſſent à M. Macquer de réſoudre le problème par des diſſolvans huileux, il voulut les employer pour n'avoir rien à ſe reprocher; il eſſaya donc l'huile de lin, l'eſſence de térébenthine & pluſieurs autres, mais il n'obtint par ce moyen que des ſubſtances viſqueuſes, incapables de deſſéchement & ſans aucune élaſticité.

L'huile eſſentielle de térébenthine rectifiée ſur la chaux, fut employée avec plus de ſuccès, & comme cette dernière eſt diſſoluble dans l'eſprit-de-vin, M. Macquer voulut l'enlever au caoutchouc qu'elle avoit diſſout par la digeſtion & même par l'ébullition dans ce dernier; mais il n'y eut qu'une partie de l'huile qui ſe joignit à l'eſprit-de-vin, le reſte demeura obſtinément attaché à la réſine, & l'empêcha de reprendre ſa première conſiſtance.

La diſſolution faite dans l'huile de lin cuite avec la litharge s'eſt lentement & imparfaitement deſſéchée, mais après ce deſſéchement la réſine n'avoit plus ni liaiſon ni élaſticité. M. Macquer ſavoit bien que l'eau ni l'eſprit-de-vin ne diſſolvoient le caoutchouc, mais il ſavoit auſſi que dans le digeſteur de Papin, l'eau aidée de la chaleur pouvoit amollir les os les plus durs : il mit donc du caoutchouc d'abord avec de l'eau & enſuite avec l'eſprit-de-vin dans cette machine; mais loin de s'y diſſoudre, il en eſt ſorti plus dur & plus racorni.

Cette réſine expoſée à ſec à un degré de chaleur incapable de

s'allumer, a été assez facilement fondue, mais alors elle se trouvoit dans le même état que celle qui avoit été dissoute par les huiles, c'est-à-dire, visqueuse & sans élasticité.

Comme le caoutchouc dans son premier état est, comme nous l'avons dit, une espèce de lait végétal, M. Macquer crut devoir tenter si des substances laiteuses, qu'on tire de plusieurs plantes, ne pouvoient pas opérer cette dissolution; il en essaya de plusieurs sortes, & sur-tout le lait de figuier que M. Bertin lui fournit en assez grande quantité : ce Ministre s'intéressoit au succès de l'opération, mais de quelque manière que M. Macquer ait pu s'y prendre & varier ses procédés, il n'a pu rien obtenir par cette voie.

Le caoutchouc une fois desséché n'est donc plus susceptible d'être dissout par aucun des dissolvans dont nous venons de parler; il n'en restoit plus qu'un à essayer : nous avons dit en 1763, que cette matière ne pouvoit être attaquée que par des dissolvans très-volatils, & que même en ce cas ce n'étoit que la partie la plus volatile qui agissoit sur elle. On ne connoît point de substance plus volatile que l'éther; M. Macquer jugea donc le devoir employer pour dissoudre le caoutchouc, mais il n'auroit encore eu aucun succès, s'il n'eût employé que de l'éther ordinaire pour obtenir celui dont il se servit : il avoit distillé à une chaleur très-douce huit ou dix livres de bon éther, & n'avoit pris que les deux premières livres qui passèrent dans cette rectification.

Le caoutchouc coupé par morceaux, & mis dans un matras bien bouché, avec une assez grande quantité de cet éther pour qu'il en soit plus que couvert, s'y dissout parfaitement sans autre chaleur que celle de l'air; la dissolution est claire & prend une couleur ambrée : elle conserve l'odeur d'éther, mais mêlée avec une odeur désagréable, propre à la résine élastique, & elle est un peu moins fluide que l'éther pur.

Cette dissolution ne détruit aucunes des propriétés de la résine; si on la verse ou qu'on l'étende sur un corps solide, elle y forme en un instant un enduit de résine aussi élastique qu'elle l'étoit avant que d'être dissoute; si on la verse dans l'eau, elle ne s'y mêle point, & ne lui donne aucune apparence laiteuse, mais il

ſe forme à la ſurface une membrane ſolide & fort élaſtique, qu'on peut étendre très-conſidérablement ſans qu'elle ſe déchire, & qui reprend ſes premières dimenſions dès qu'on ceſſe de la tirer.

Les Indiens qui veulent faire avec le caoutchouc des bouteilles, des gobelets & d'autres uſtenſiles à leur uſage, forment d'abord des moules de terre graſſe, & les enduiſent de pluſieurs couches de caoutchouc en lait qu'ils font durcir à la fumée, obſervant de ne pas mettre une nouvelle couche que la précédente ne ſoit bien ſèche ; & quand il y en a une quantité ſuffiſante, ils retirent la terre avec un outil : on peut faire la même choſe avec la réſine diſſoute dans l'éther, mais les moules de terre ne pourroient ſervir pour des ouvrages d'un beaucoup moindre volume, tels que des tuyaux gros comme une plume ou même plus petits ; M. Macquer a ſubſtitué dans ce cas aux moules de terre des moules de cire qu'il enduiſoit avec un pinceau de diſſolution de caoutchouc, & en plongeant enſuite ces pièces dans l'eau bouillante, la cire fondoit & s'élevoit à la ſurface de l'eau, & il reſtoit un tuyau flexible & élaſtique droit ou courbe ſelon qu'on avoit formé le moule. Il faudra ſeulement faire cette opération avec adreſſe & promptitude, la réſine diſſoute dans l'éther ſe ſéchant ſi promptement qu'il eſt difficile de l'étendre uniformément ſans cette précaution.

SUR LA COMBINAISON DE L'ACIDE CONCRET DU TARTRE AVEC L'ANTIMOINE.

DANS le nombre des ſubſtances minérales que les Chimiſtes ont ſoumiſes à leurs recherches, il y en a peu qui aient offert autant de phénomènes intéreſſans à la curioſité phyſique, & autant de puiſſans remèdes à la Médecine que l'Antimoine. V. les Mém. page 520.

Ce minéral eſt, comme on ſait, compoſé d'une partie demi-métallique qu'on nomme ſon *régule*, uni à une quantité aſſez conſidérable de ſoufre minéral.

Lorſqu'on a dépouillé l'antimoine du ſoufre minéral qui y

étoit joint, il lui reſte encore une quantité conſidérable de phlogiſtique jointe à ſa partie métallique, qu'on peut le lui enlever par la calcination, & ſelon que cette calcination a été plus ou moins forte, l'antimoine prend les différentes formes de foie d'antimoine, de verre d'antimoine & de chaux.

Ces préparations ſont toutes plus ou moins émétiques, & c'eſt ordinairement le verre d'antimoine qu'on emploie dans la compoſition du tartre ſtibié, connu plus ordinairement dans la Médecine, ſous le nom d'*émétique.*

Cette eſpèce de ſel neutre métallique ſe fait en uniſſant l'acide tartareux au verre d'antimoine ou à quelqu'une des préparations dont nous venons de parler où ce minéral eſt plus ou moins dépouillé de ſon phlogiſtique.

Quoique l'acide tartareux attaque l'antimoine dans cet état, il paroît ne l'attaquer que foiblement; les expériences de M. Geoffroy, deſquelles l'Académie a rendu compte en 1734*, démontrent que le tartre ſtibié le plus actif, & qu'il ne ſeroit pas même prudent d'employer dans l'uſage ordinaire, contient à peine le quart de ſon poids de ce minéral: la difficulté de fondre l'émétique dans l'eau, à moins qu'elle ne ſoit très-chaude, indique d'ailleurs que le tartre n'eſt rendu que peu ſoluble par ſon union avec l'antimoine; enfin l'extrême facilité avec laquelle l'émétique peut être décompoſé par les alkalis fixes, eſt une preuve certaine du peu d'adhérence que l'acide du tartre contracte avec la baſe métallique.

* *Voy. Hiſt. 1734, p. 52.*

De ce que nous venons d'expoſer, il ſemble réſulter qu'on eſſaieroit vainement d'obtenir un tartre ſtibié plus ſoluble, en neutraliſant le tartre comme l'avoit propoſé feu M. Lémery, & que la quantité d'antimoine que le tartre pouvoit diſſoudre, étoit invariablement fixée par les expériences de M. Geoffroy.

On ſe tromperoit cependant en admettant ces conſéquences dans toute leur généralité & ſans modification, & M. de Laſſone va faire voir dans ſon Mémoire, 1.° qu'en diſpoſant plus favorablement l'acide tartareux & l'antimoine, cet acide en peut diſſoudre une bien plus grande quantité que ne l'a fixée M. Geoffroy; 2.° que l'antimoine eſt une des ſubſtances qui peuvent rendre le

tartre le plus ſoluble; 3.° qu'on peut unir tellement à l'acide du tartre la baſe métallique de l'antimoine, qu'elle n'en puiſſe être ſéparée par l'alkali le plus capable d'opérer cette déſunion; 4.° qu'en joignant à l'acide tartareux une baſe alkaline, on produit un ſel neutre végétal qui attaque très bien l'antimoine, & le diſſout mieux que cet acide ſeul ne pourroit faire, & qu'on forme par ce moyen un ſel métallique très-ſoluble & qui a des propriétés fort intéreſſantes; 5.° enfin que les nouveaux ſels antimoniaux qui réſultent des opérations de M. de Laſſone, ſont la plupart formés par les mêmes agens que ceux qu'on emploie ordinairement, & qu'ils n'en diffèrent que parce que ces agens ſont mieux appropriés. Eſſayons de le ſuivre dans ſes recherches.

On ſait en général que le foie d'antimoine, le ſafran des métaux & le verre d'antimoine ſont plus ou moins diſſolubles par l'acide tartareux, ſuivant que la terre de l'antimoine y eſt plus ou moins dépouillée de ſon phlogiſtique, mais que le diaphorétique minéral où elle en eſt plus dépouillée que dans aucune autre préparation, ſemble faire une exception à cette règle; aucun Chimiſte n'ayant fait mention ni de ſa diſſolution par l'acide tartareux, ni du ſel qui en réſulte, ſi on en excepte une ſeule obſervation conſignée dans le Journal de Médecine de Novembre 1760, où cette opération eſt énoncée d'une manière vague, & où l'Auteur ſemble même s'être mépris, en prenant pour un ſel antimonial un peu de crême de tartre ſurabondante & légèrement altérée. Voyons préſentement, d'après les opérations de M. de Laſſone, quelle action l'acide tartareux peut avoir ſur le foie d'antimoine, ſur la chaux de ce minéral, imparfaitement déphlogiſtiquée, parce qu'on n'avoit employé à cette opération que le double de ſon poids de nitre, & enfin ſur le diaphorétique minéral. Les autres préparations antimoniales viendront enſuite.

Le foie, la chaux d'antimoine & le diaphorétique minéral ont été, ſans aucune lotion préalable, jointes ſéparément à l'acide concret du tartre, dans la proportion d'une partie d'acide contre deux d'antimoine, le tout combiné par l'ébullition. L'évaporation de ces liqueurs a donné tous les ſels capables de criſtalliſer, & en continuant la concentration, elles ſe ſont réduites en gelées très-viſqueuſes

ou en gommes ſalines très-difficiles à ſécher & très-avides de l'humidité de l'air, d'une ſaveur fade & déſagréable, & dont la couleur eſt d'autant plus foncée que l'antimoine a été plus déphlogiſtiqué. Il eſt à remarquer que les ſels gommeux tirés du foie & de la chaux d'antimoine, ſont de moitié plus abondans que celui qu'a fourni le diaphorétique minéral; ce qui vient de ce que l'acide tartareux trouve à ſe combiner avec la terre antimoniale, lorſqu'elle eſt plus ouverte & plus déphlogiſtiquée, & à former par conſéquent avec elle des ſels neutres & criſtalliſables. Mais quelle peut être la cauſe de la viſcoſité du ſel que donne le reſte de la liqueur lorſqu'on l'évapore preſque juſqu'à ſiccité?

La terre antimoniale ſeule, unie avec la baſe du tartre, n'eſt pas capable de produire cette eſpèce de viſcoſité; il n'en réſulte qu'un ſel métallique terreux qui criſtalliſe & n'eſt pas extrêmement ſoluble.

Il ſembleroit qu'on en devroit plutôt chercher la cauſe dans le ſel alkali que contiennent le foie & la chaux d'antimoine; on ſe tromperoit cependant ſi on lui attribuoit cet effet : car le diaphorétique minéral parfaitement édulcoré & dépouillé de tous ſes ſels par de fréquentes lotions d'eau bouillante, traité avec l'acide tartareux, n'a point donné de criſtaux, mais a formé une maſſe très-viſqueuſe, ſemblable à la gomme arabique tranſparente & inſipide comme elle; il étoit reſté ſur le filtre ſix gros de terre antimoniale qui, traités de la même façon avec l'acide du tartre, ne donnèrent que très-peu de ſel gommeux, mêlé avec beaucoup de criſtaux d'un ſel ſemblable au tartre ſtibié. Cette expérience fait voir que ces ſix gros de terre antimoniale étoient dépouillés par les opérations précédentes d'une terre alkaline qui s'unit intimement à la terre antimoniale, lorſque la déflagration détruit le nitre, & que par conſéquent elle étoit privée de l'intermède qui ſervoit à former le ſel gommeux : veut-on en être encore plus ſûr, l'expérience ſuivante en fournira une preuve? Si l'on projette, peu à peu dans un creuſet embraſé cette chaux antimoniale incapable de produire le ſel gommeux, même du diaphorétique minéral & du nitre joint à la crême de tartre & à la poudre de charbon, il réſultera de cette opération une chaux antimoniale qui

ſe

ſe ſera rechargée de ſels alkalis que les lotions pourront emporter, mais à laquelle elles laiſſeront néanmoins cet intermède qui lui donne la propriété de former le ſel gommeux; & ſi au contraire on mêle ſimplement avec l'acide tartareux les fleurs argentées de régule d'antimoine qui, comme on ſait, ſont de toutes les préparations de ce minéral celle qui contient le moins de matière étrangère, & dans laquelle la terre réguline eſt la plus diviſée, on n'obtiendra pas de ſel gommeux, mais un ſel criſtalliſé & abſolument ſemblable au tartre ſtibié ordinaire; ce ſel offre encore une ſingularité remarquable: ſi on le met ſur des charbons ardens, il ſe bourſouffle comme le borax, & il ſe revivifie des grains de régule; nouveau moyen d'obtenir la revivification des fleurs régulines qu'on peut joindre à celui que M. Rouhault, Chimiſte françois, avoit fourni il y a quelques années pour cette opération regardée juſqu'alors comme impoſſible.

Ces fleurs régulines peuvent être cependant traitées de manière qu'elles deviennent parfaitement diſſolubles par l'acide tartareux, & forment avec lui un ſel très-gommeux; il ne s'agit que de les projeter dans un creuſet avec du ſel de ſoude, il s'en forme alors une eſpèce d'émail jaune, à la ſurface duquel paroît une couche verte, ce qui joint à un léger goût d'airain que l'émétique laiſſe dans la bouche, pourroit faire ſoupçonner un principe cuivreux dans l'antimoine: cet émail ſe diſſout très-bien par l'acide du tartre, & forme le ſel gommeux dont nous venons de parler.

La terre antimoniale n'eſt pas la ſeule qui, combinée avec l'acide tartareux, donne des ſels gommeux pareils à ceux dont nous venons de parler; celle de l'alun, & le borax en nature unis au même acide, donnent des ſels gommeux tous ſemblables à ceux qu'il forme avec la terre antimoniale, & toujours par l'intermède de la même terre alkaline, ce qui eſt ſi vrai que lorſque la terre de l'alun en eſt bien dépouillée, elle ne donne plus de ſel gommeux.

Le ſel gommeux antimonial a cependant deux propriétés que n'ont pas les autres; il n'a preſqu'aucune ſaveur, & ſi on verſe ſur ſa ſolution quelque portion de celle d'alkali fixe, la liqueur reſte claire, & ce n'eſt qu'après environ vingt-quatre heures qu'il s'y fait une précipitation incomplète.

On doit encore obſerver que quelques-uns des ſels gommeux antimoniaux préparés avec la ſubſtance réguline chargée de tout le ſel alkali produit par la déflagration du nitre avec l'antimoine, ſont déliquieſcens, c'eſt-à-dire qu'ils attirent l'humidité de l'air, tandis que le diaphorétique minéral, parfaitement dépouillé par les lotions de cet alkali, donne un ſel ſec & qui ne s'humecte point à l'air: il eſt donc plus que vraiſemblable que la terre alkaline s'uniſſant à la terre antimoniale avec laquelle elle paroît avoir une très-grande affinité, laiſſe l'alkali preſque découvert & en état d'attirer l'humidité de l'air dont ce ſel eſt, comme on ſait, fort avide, & d'en humecter toute la maſſe à laquelle il eſt uni.

On peut cependant, avec le concours des acides minéraux; diſpoſer l'antimoine à ſe combiner abondamment avec l'acide tartareux, ſans former de ſel gommeux.

Si, par exemple, on fait diſſoudre le régule dans l'eau régale & qu'on verſe dans cette diſſolution le *deliquium* du tartre, il ſe précipite une poudre extrêmement fine, qui ſe combine très-bien avec l'acide tartareux & forme avec cet acide un ſel neutre criſtalliſable; ce ſel eſt une eſpèce de diaphorétique minéral ſoluble, ou ſi l'on veut le bézoard minéral réduit en ſel.

Si on mêle de même le *deliquium* de l'alkali du tartre avec celui de l'antimoine, il ſe précipite une poudre d'algaroth différente de celle qui ſe précipite en affoibliſſant le *deliquium* de beurre d'antimoine avec l'eau diſtillée; celle-ci ne peut être attaquée par l'acide tartareux, & celle qui eſt précipitée par l'alkali du tartre, s'y unit avec la plus grande facilité & forme avec lui un tartre ſtibié très-énergique & d'un degré d'éméticité conſtant & invariable.

Juſqu'ici M. de Laſſone n'a opéré que ſur l'antimoine pour faciliter ſa diſſolution par l'acide tartareux; dans ce qui ſuit, il prépare également l'un & l'autre pour faire diſſoudre à cet acide une bien plus grande quantité de verre d'antimoine que celle qu'il en diſſout ordinairement.

En mêlant une partie de ſel ſédatif avec deux parties de crême de tartre, il en réſulte un tartre ſoluble qui conſerve

toute ſon acidité, ſi même elle n'eſt augmentée par ce mélange.

Cet acide ainſi préparé, mêlé dans la proportion de trois parties contre une de verre d'antimoine, & ſoumiſe à l'ébullition, diſſout preſqu'entièrement ce verre, & il réſulte de leur union un ſel gommeux, qui doucement deſſéché, ſe réduit en une poudre d'un blanc jaunâtre qui forme un émétique très-ſoluble & bien plus énergique que le tartre ſtibié ordinaire : le ſel ſédatif agiroit-il ici en joignant l'acide qu'on lui ſoupçonne à celui du tartre, ou ſeulement en augmentant la ſolubilité de ce dernier?

Ce même acide combiné, qui agit avec tant d'avantage ſur le verre d'antimoine, n'attaque pas les autres préparations de ce minéral beaucoup plus vivement que l'acide tartareux ſeul. Cependant quelques-uns des ſels gommeux, réſultans de cet acide préparé, ont des propriétés un peu différentes de celles dont jouiſſent les mêmes ſels préparés avec l'acide tartareux ſeul.

Celui, par exemple, qui eſt fait avec le ſafran des métaux, eſt très-ſoluble, & doit probablement avoir une action plus douce que les autres tartres ſtibiés. Il paroît auſſi par ſa couleur jaune, que le principe ſulfureux y eſt plus développé, ce qui lui doit donner vraiſemblablement quelques propriétés eſſentielles dont les autres ſont privés.

On obtient du même ſafran des métaux, en appropriant l'antimoine par le borax, un autre ſel gommeux moitié plus chargé qu'à l'ordinaire de la ſubſtance réguline, & qui ſe rapproche du kermès minéral.

Pour y parvenir, on met parties égales de borax calciné & de ſafran des métaux dans un creuſet qu'on pouſſe à grand feu, il en réſulte un émail couleur de foie peſant cinq gros : cet émail pulvériſé & jeté dans l'eau avec une once de crême de tartre auſſi pulvériſée, la liqueur a pris une belle couleur de kermès minéral, & eſt devenue après la filtration d'un jaune foncé, il eſt reſté ſur le filtre deux gros de réſidu de couleur de kermès minéral, & l'évaporation a donné un ſel gommeux de couleur rougeâtre : une once de l'acide du tartre a donc diſſous

dans cette opération deux gros de la ſubſtance du ſafran des métaux.

Une choſe digne de remarque, eſt que l'acide tartareux qui, rendu ſoluble par le ſel ſédatif, a tant d'action ſur le verre d'antimoine, n'en a preſqu'aucune ſur l'antimoine crud; mais que, ſi au lieu du ſel ſédatif, on emploie le borax entier à le rendre ſoluble, il attaque alors ſenſiblement l'antimoine crud, & forme avec lui un ſel gommeux, tranſparent & ambré, qui contient la neuvième partie de ſon poids d'antimoine; l'alkali du borax entre vraiſemblablement dans cet effet pour quelque choſe, mais il n'agit certainement pas ſeul dans cette occaſion: car cet alkali ou tout autre, combinés ſeuls avec l'acide tartareux, ne le rendent nullement propre à attaquer l'antimoine; le ſel végétal même & le ſel de ſeignette où le tartre eſt rendu ſoluble par les alkalis, n'ont aucune action ſur ce minéral ni ſur la plupart de ſes préparations: le verre d'antimoine & le diaphorétique minéral plus dépouillés de phlogiſtique que les autres, ſont les ſeuls qu'ils paroiſſent entamer.

Nous terminerons cet article par quelques réflexions de M. de Laſſone ſur l'uſage des ſels dont nous venons de parler; leur extrême ſolubilité & leur état gommeux les mettent certainement dans la claſſe des médicamens les plus pénétrans, & les rendent plus propres qu'aucuns autres à s'inſinuer dans les voies de la circulation.

Les fleurs régulines, le bézoard minéral & le diaphorétique minéral, regardés comme inſolubles dans l'eſtomac, & employés, pour ainſi dire, empyriquement dans la pratique, ſe retrouvent ici transformés en ſels gommeux & ſolubles: que n'eſt-on pas en droit d'attendre de ce nouvel état qui doit les rendre infiniment plus puiſſans & plus propres aux uſages auxquels on les deſtine?

Le ſel gommeux formé par la diſſolution d'un diaphorétique minéral, imparfaitement privé de ſon phlogiſtique, devient un purgatif très-doux, & peut être mis au rang des remèdes commodes & utiles.

Enfin dans le nombre de ces ſels antimoniaux, purgatifs,

émétiques, ou diaphorétiques dont la force & l'action ſont ſi différentes, il s'en trouve qui paroiſſent devoir avoir des vertus particulières, & réunir tous les avantages qu'on peut deſirer pour ces ſortes de médicamens; mais, ſelon la ſage remarque de M. de Laſſone, c'eſt à l'expérience & aux obſervations, ſeuls guides ſûrs de la bonne pratique, qu'il appartient de prononcer ſur cet article.

SUR UNE SOURCE MINÉRALE TROUVÉE À VAUGIRARD.

Les Eaux Minérales ſont des remèdes préparés par la Nature; & peuvent être utilement employées dans un très-grand nombre d'occaſions; mais pour en tirer toute l'utilité dont elles ſont ſuſceptibles, & pour ſavoir à quels malades elles ſont propres, il eſt abſolument néceſſaire de connoître les minéraux qu'elles contiennent, & dans quelle proportion ils y ſont mêlés. L'Académie s'eſt trouvée cette année dans le cas de faire un examen de cette nature.

Un Particulier, propriétaire d'une maiſon à Vaugirard, ſituée dans le bas de ce village, découvrit dans le jardin de ſa maiſon, une eſpèce de ſource dont l'eau parut produire des effets purgatifs à quelques perſonnes qui en burent, & il ſe propoſa de la faire examiner.

Elle le fut en effet, d'abord par M. Rouëlle, enſuite par M.rs Hériſſant & Darcet, Commiſſaires nommés par la Faculté de Médecine, & enfin par M. Morand, Médecin.

Ces trois examens étoient d'autant plus ſuffiſans pour conſtater la nature de cette eau, que les réſultats ſe rapportoient très-bien entr'eux; mais le propriétaire, ne voulant rien avoir à ſe reprocher, crut devoir conſulter l'Académie, & M.rs Macquer, Morand Médecin, & Cadet, furent chargés de cet examen. Nous allons eſſayer d'en donner le réſultat.

La ſource minérale eſt ſituée dans un jardin placé au plus bas

de Vaugirard vers la plaine de Grenelle; elle ſe trouve au fond d'une eſpèce de puits non revêtu, d'environ 18 pieds de profondeur; le thermomètre étoit alors à l'air libre à 23 degrés au-deſſus de zéro; plongé dans l'eau du puits, il deſcendit juſqu'à 10 ou 11 degrés, température ordinaire des caves & des puits. Le ſouterrain n'avoit aucune odeur extraordinaire, & on ne remarqua dans l'eau aucun mouvement inteſtin.

Cette eau puiſée à la ſource, & miſe dans des bouteilles, a paru un peu trouble & blanchâtre; au bout de vingt-quatre heures de repos, elle a paru moins trouble, mais elle n'étoit pas parfaitement claire: la filtration par le papier gris ne lui a pas même ôté ſon œil louche, mais elle a achevé de s'éclaircir d'elle-même par le repos.

L'eau de Vaugirard a une ſaveur douceâtre & fade comme l'ont toutes les eaux qui ne tiennent que très-peu de ſubſtances ſalines, & l'eau du puits d'une maiſon ſiſe à Paris près la croix du Trahoir, & qui a ſervi de point de comparaiſon dans cette recherche, a paru avoir la même ſaveur.

La peſanteur ſpécifique de l'eau propoſée, comparée à celle d'autres eaux connues, devoit être conſtatée; elle l'a été de deux manières: premièrement, en empliſſant ſucceſſivement une même bouteille d'eau diſtillée & d'eau de Vaugirard, & la peſant à chaque fois: ſecondement, en employant deux excellens aréomètres qui ont été plongés dans l'eau de Vaugirard & dans pluſieurs autres eaux connues de rivière, de fontaine & de certains puits de Paris. Cet examen a fait reconnoître que l'eau de Vaugirard étoit plus peſante que l'eau d'aucune rivière, qu'elle l'étoit moins que celle de certains puits de Paris, mais plus que celle de quelques autres.

Pour connoître les différentes ſubſtances que cette eau tenoit en diſſolution, M.rs les Commiſſaires ont employé l'évaporation, mais en opérant en même temps & de la même manière ſur quantités égales d'eau de Vaugirard & de celle du puits ſitué près la croix du Trahoir, dont nous avons parlé.

Quatorze bouteilles d'eau de Vaugirard, & pareille quantité de celle du puits en queſtion, ont été évaporées lentement &

ſans bouillir dans une baſſine d'argent, juſqu'à ce qu'elles aient été réduites l'une & l'autre à une livre ; ces eaux ainſi concentrées ont toutes deux pris une ſaveur âcre, ſalée & fort amère, & une couleur jaunâtre très-ſenſible : il s'étoit criſtalliſé pendant l'évaporation ſur l'une & ſur l'autre une aſſez grande quantité d'un ſel feuilleté & grisâtre qui fut reconnu pour ſéléniteux, & qui lavé & deſſéché peſoit trois gros.

L'évaporation ayant alors été continuée dans des capſules de verre, lorſque la quantité de chacune de ces eaux a été réduite à 4 onces, la couleur eſt devenue beaucoup plus foncée & la ſaveur beaucoup plus âcre, effet naturel de la concentration, & on n'a obſervé dans tout le cours de cette opération aucune différence entre l'eau de Vaugirard & celle du puits de comparaiſon ; il s'eſt pendant ce temps formé encore ſur l'une & ſur l'autre des pellicules en grande partie ſéléniteuſes, qui ont été ſoigneuſement enlevées ; enfin l'évaporation ayant été continuée juſqu'au bout, les réſidus fortement deſſéchés, ſe ſont trouvés jaunâtres, âcres, amers & déliqueſcens ; celui de Vaugirard peſoit 2 gros & 12 grains, & fuſoit avec vivacité ſur les charbons ardens ; celui de l'eau du puits de comparaiſon peſoit 2 gros 48 grains, & fuſoit moins vivement ſur les charbons que le réſidu de l'eau de Vaugirard.

Il réſultoit de ce que nous venons de dire, que les eaux de Vaugirard & celles du puits de comparaiſon étoient réellement chargées d'une quantité conſidérable de ſélénite, & que de plus elles contenoient une quantité ſenſible de ſels nitreux, & il ne reſtoit plus pour achever cet examen qu'à connoître la nature de ces ſels.

Pour y parvenir, les deux réſidus ont été diſſous à froid, chacun dans une once & demie d'eau diſtillée ; ces ſolutions étoient troubles & jaunâtres, ce qui indiquoit qu'elles étoient chargées de matières non diſſoutes qui en accéléroient la tranſparence.

Le filtre a enlevé ces matières qui ſe ſont trouvées peſer dans chacun des réſidus, environ 34 grains, & ces matières étoient griſes.

Les liqueurs clarifiées par la filtration ont été évaporées ; il a

commencé à se former pendant l'évaporation des cristaux confus; alors on a mis les liqueurs refroidir pour obtenir des cristallisations plus régulières, & en effet on a aperçu dans la liqueur de l'eau de Vaugirard des aiguilles de nitre assez fortes, très-bien formées, & qui ont fusé avec force sur les charbons; mais outre ces aiguilles, il y avoit encore un amas de cristaux plus confus, dans lequel on distinguoit des cristaux cubiques de sel marin, & qui ne laissoit pas de fuser sur les charbons. M.rs les Commissaires ont jugé que sur 24 grains que pesoient ces sels, il pouvoit y avoir environ 16 grains de nitre & 8 grains de sel commun.

L'évaporation de la dissolution du résidu de l'eau du puits de comparaison, a donné une masse saline très-confuse dans laquelle on n'a pu distinguer aucunes aiguilles de nitre, mais une bonne quantité de sel commun; ce sel mis sur les charbons ardens n'a fusé que très-foiblement: la totalité des sels contenus dans ce résidu pesoit 30 grains, sur lesquels il y avoit environ 23 à 24 grains de sel marin & 6 à 7 grains de nitre.

Il résulte de ces expériences, que l'une & l'autre de ces eaux contient une petite quantité de nitre & de sel marin parfaits; mais que l'eau de Vaugirard contient plus de nitre que de sel, au lieu que l'eau du puits donne plus de sel que de nitre.

Les liqueurs évaporées ne donnoient plus de cristaux, mais leur âcreté & leur amertume ne laissoient aucun lieu de douter qu'elles ne continssent encore du nitre & du sel marin, c'est-à-dire, les acides de ces deux sels unis à une base terreuse; pour s'en assurer, on ajouta à chacune une suffisante quantité d'alkali du tartre, qui ayant avec ces acides plus d'affinité que la terre, devoit la leur faire abandonner & la précipiter; ce fut effectivement ce qui arriva: il se précipita de la liqueur de l'eau de Vaugirard environ 36 grains d'une magnésie ou terre très-blanche, & la liqueur donna en l'évaporant des cristaux de nitre & de sel fébrifuge de Silvius; on sait que ce dernier est composé de l'acide marin joint à l'alkali du tartre, & ces sels pesoient un gros composé d'environ 54 grains de nitre & de 18 grains de sel de Silvius.

L'eau

L'eau mère, qui reſtoit de l'évaporation de celle du puits de Paris, a donné les mêmes produits, mais ſeulement en quantités un peu différentes, il s'en eſt précipité 24 grains de magnéſie & il s'eſt formé un gros de criſtaux compoſé de 48 grains de ſel de Silvius ſur 24 grains de nitre.

L'eau de Vaugirard & celle du puits de comparaiſon, contiennent donc l'une & l'autre du nitre & du ſel marin, partie à baſe alkaline & partie à baſe terreuſe; avec cette différence qu'il y a plus de nitre, à proportion, dans l'eau de Vaugirard & plus de ſel marin dans celle du puits de comparaiſon.

Il ne reſtoit plus à examiner que la matière ſéléniteuſe qui avoit été ſéparée de ces eaux; l'eau de Vaugirard en avoit fourni 3 gros, ſans compter les 34 grains qui étoient reſtés ſur le filtre: on a verſé ſur cette ſélénite une bonne quantité de vinaigre diſtillé, il s'eſt fait une efferveſcence conſidérable, laquelle étant ceſſée, on a lavé & ſéché la ſélénite, qui s'eſt trouvée réduite à 3 gros 24 grains, mais elle avoit alors perdu ſa couleur griſe & étoit devenue d'un beau blanc; les mêmes effets ont eu lieu à l'égard de la ſélénite tirée de l'eau du puits de Paris; enfin le vinaigre qui avoit ſervi à ces opérations ayant été évaporé, a donné un dépôt terreux, à peu près égal dans l'une & dans l'autre.

On peut conclure de ces dernières expériences, qu'outre la ſélénite, le nitre & le ſel commun, tant à baſe d'alkali fixe qu'à baſe de terre calcaire, qui ſe trouvent, tant dans l'eau de Vaugirard que dans celle du puits de comparaiſon, elles contiennent une petite portion de terre calcaire libre, qui s'en ſépare par l'évaporation & s'attache à leur ſélénite.

Non-ſeulement on peut connoître la nature des ſubſtances contenues dans une eau propoſée, par les opérations que nous venons de décrire, mais on peut encore les découvrir par le changement qu'elles font à certaines matières qu'on y mêle, & ce moyen n'a pas été négligé.

L'eau de Vaugirard ni celle du puits n'ont point d'abord verdi le ſirop de violettes, mais au bout d'une demi-heure ce mélange a pris une couleur ſenſiblement verte, & le papier bleu rougi par quelques gouttes de vinaigre étendues dans un verre

d'eau, a repris ſa couleur en le trempant dans l'eau de Vaugirard, même filtrée, ce qui eſt dû à la terre calcaire libre qu'on y a remarquée.

La teinture de tournesol n'a ſubi aucune altération, cette couleur qui ſe change aiſément par l'action d'un acide foible, ne ſe verdiſſant pas de même par l'action d'un alkali qui n'eſt pas fort; l'eſprit-de-vin mêlé à cette eau en aſſez grande quantité, en a précipité une matière blanche qui n'étoit que de la ſélénite criſtalliſée confuſément, ce qui arrive dès qu'on le mêle avec des eaux séléniteuſes.

L'alkali du tartre & l'alkali volatil du ſel ammoniac, ont précipité de ces eaux une terre calcaire ou une eſpèce de magnéſie, provenant de la décompoſition de la ſélénite & des ſels nitreux & marin à baſe terreuſe qui y ſont contenus.

La diſſolution d'argent par l'eſprit de nitre, a occaſionné un dépôt blanc & abondant, compoſé de vitriol lunaire produit par l'acide vitriolique de la ſélénite uni avec une portion d'argent, & de lune cornée formée de l'acide marin & du même métal; la noix de gale n'a fait prendre à l'eau aucune teinte, preuve évidente qu'elle ne contient point de fer.

Toutes les expériences que nous venons de rapporter, & qui s'accordent parfaitement avec les analyſes précédemment faites, prouvent inconteſtablement que l'eau de Vaugirard contient par pinte environ 53 grains de ſubſtances ſalines, dont plus de la moitié eſt de la ſélénite; que le reſte eſt partie nitre à baſe calcaire, partie ſel marin auſſi à baſe calcaire, partie enfin vrai nitre & vrai ſel marin en très-petite quantité, & enfin une quantité encore plus petite de terre calcaire libre, ſoit qu'elle l'ait été naturellement, ſoit que les évaporations l'aient rendue telle; les mêmes ſubſtances ſe retrouvent auſſi dans les eaux du puits de Paris qui ont ſervi de pièce de comparaiſon.

Si l'on veut comparer ces produits à ceux que donne l'eau qui a ſervi à leſſiver des plâtras ſalpétrés ou les terres devenues nitreuſes, on ſera frappé de la reſſemblance, & on verra clairement la raiſon pour laquelle ces eaux en ſont imprégnées : le terrein de Paris abonde en ſalpêtre, qui y eſt fourni par les caves,

les foſſes d'aiſance & les écuries qui y ſont de tous côtés; il n'eſt pas moins rempli de ſel marin qu'y introduiſent toutes les lavures de vaiſſelles: il n'eſt donc pas étonnant que les eaux qui paſſent à travers des terres chargées de ces ſels, en emportent une partie, & les eaux de Vaugirard doivent être dans le même cas, par la quantité de maiſons bâties en plâtre qui compoſent ce village où il y a un grand nombre d'habitans.

Quant aux uſages médicinaux de ces eaux, il eſt bien difficile de les aſſigner; quoique les ſels dont nous avons parlé ſoient en très-petite quantité dans ces eaux, cependant comme ils ſont actifs, ils peuvent produire quelqu'effet, ſoit comme purgatifs, ſoit comme apéritifs: c'eſt à la prudence des Médecins à placer ces eaux à propos, & à en bien déterminer les effets; mais nous ne pouvons nous diſpenſer d'ajouter qu'on peut aiſément y ſuppléer ou par celle de la plupart des puits de Paris, ou par une légère leſſive de plâtras. C'eſt à l'expérience à nous inſtruire ſur les effets qu'on doit attendre de cette nouvelle reſſource de la Nature.

BOTANIQUE.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

LA Rhubarbe, ce purgatif ſi uſité parmi nous, eſt une marchandiſe étrangère, & la plus grande partie de celle qu'on emploie, nous eſt apportée de la Chine. Un de Meſſieurs les Botaniſtes d'Édimbourg a mandé à M. du Hamel qu'ils étoient enfin parvenus à élever le *Rheum Palmatum* ou vraie Rhubarbe; il y a tout lieu d'eſpérer que cette plante ſe pourra naturaliſer en Europe, & que nous ne ſerons plus dans la néceſſité de la tirer de l'autre extrémité de notre globe.

II.

M. Tillet a fait voir un épi de ſeigle rameux où duquel il en ſortoit un autre plus petit; il a auſſi montré deux ſiliques de haricots portées toutes deux par le même pédicule.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé: *Traité des Arbres fruitiers, comenant leur figure, leur deſcription, leur culture, &c.* Cet ouvrage intéreſſant pour tout le monde, & ſur-tout pour ceux qui s'occupent du jardinage, avoit été commencé, il y a près de trente ans, par M. du Hamel; mais il avoit preſque renoncé à le faire paroître à cauſe de la dépenſe des planches, M. le Berryais, amateur zélé, l'y a déterminé par ſes exhortations & par les ſoins qu'il s'eſt donné pour l'Édition de cet ouvrage.

Non-ſeulement l'ouvrage de M. du Hamel intéreſſe les amateurs du jardinage, mais encore ceux qui cultivent les arbres dans la vue de tirer du profit de leurs fruits: ceux même qui n'ont point de jardin, peuvent être bien aiſes de connoître les

fruits qu'on eſt à portée d'avoir dans les differentes ſaiſons. C'eſt à diſcuter cet objet qu'eſt deſtiné le premier Chapitre.

Les arbres fruitiers s'élèvent ordinairement en pépinières, ils y ſont plantés fort près les uns des autres, c'eſt-là qu'ils reçoivent leur première culture & leur premier accroiſſement; ils ſe multiplient ou par les ſemences ou par les drageons qui repouſſent du pied, ou enfin par les boutures qui ne ſont que des branches qu'on coupe & qu'on fiche en terre où elles reprennent racine: mais ce dernier moyen de multiplication n'eſt pas commun à toutes les eſpèces d'arbres, & n'eſt au contraire praticable que ſur un petit nombre. De quelque façon qu'on s'y prenne, il faut choiſir une terre convenable & la préparer de manière que les jeunes plants s'y plaiſent; de plus, ſi on en excepte la bouture, toutes les autres façons de multiplier les arbres ne donnent que des ſauvageons qu'il faut, pour ainſi dire, civiliſer par l'opération de la greffe: cette opération exige de la part du Cultivateur des ſoins & de l'attention pour choiſir des ſujets & des greffes qui ſoient analogues, pour bien ſaiſir le temps de l'opération, & pour la faire avec ſûreté. Aucun de ces différens objets n'eſt négligé dans le premier Chapitre de M. du Hamel; tous y ſont diſcutés ſéparément & avec toute l'attention qu'ils méritent.

On n'élève pas les arbres en pépinière dans la vue de les y laiſſer; ils doivent en être tirés pour les planter aux endroits auxquels ils ſont deſtinés: c'eſt cette plantation qui fait l'objet du ſecond Chapitre; il y a un très-grand nombre d'obſervations à faire pour aſſurer le ſuccès de cette plantation; on doit avoir égard à l'âge & à la groſſeur du plant ſuivant les différentes eſpèces des arbres & ſelon l'uſage auquel on les deſtine.

La terre, dans laquelle on deſire faire les plants, doit être ſoigneuſement préparée ſuivant la nature des arbres qu'on veut lui confier, & ſuivant auſſi la qualité & la poſition du ſol. L'intervalle qui doit être entre les arbres, n'eſt pas non plus toujours le même; il varie par une infinité de circonſtances auxquelles on doit avoir égard. La ſaiſon dans laquelle on doit lever les arbres, la manière de les tranſplanter, ont encore leurs variétés, & on doit ſoigneuſement les obſerver, ſi on veut aſſurer la réuſſite de ſes

plants; quelques arbres enfin ſe ſement & s'élèvent dans la place où ils doivent reſter, & cette méthode peut avoir des avantages dans quelques circonſtances. On voit par tout ce que nous venons de dire, combien il eſt néceſſaire de faire un bon choix dans toutes ces variétés, & le ſecond Chapitre de M. du Hamel eſt uniquement deſtiné à en fournir les moyens.

Les arbres plantés dans les jardins, y peuvent être placés de deux manières, ou en plein vent, c'eſt-à-dire iſolés & formant une tête, ou en eſpalier, c'eſt-à-dire étalés contre un mur ou un treillage, & formant une eſpèce d'éventail; on conçoit aiſément que ces derniers ne recoivent pas également l'air & le ſoleil de tous côtés, & qu'il eſt abſolument néceſſaire de bien choiſir l'expoſition convenable à chaque eſpèce d'arbres, & de bien diſpoſer les treillages qui doivent maintenir leurs branches dans cet état; d'autres arbres ſont encore traités d'une autre manière, ils ſont bas de tige, & forment une tête creuſe en dedans & ſemblable à une coupe; on les nomme *buiſſons*, ce ſont à proprement parler des pleins vents à baſſe tige. Le Chapitre troiſième eſt employé à bien expliquer toutes ces différences & les attentions qu'elles exigent du cultivateur.

Un des principaux ſoins du propriétaire des arbres de jardin, eſt qu'ils ſoient taillés dans la ſaiſon convenable, & de la manière qui eſt propre à leur poſition & à leur eſpèce, c'eſt-à-dire, qu'on leur retranche le bois ſuperflu qui les rendroit difformes ou leur feroit porter du fruit moins beau ou en moindre quantité : cette opération n'a preſqu'aucune difficulté pour les arbres en plein vent, ce n'eſt en grande partie qu'un élagage. Mais celle des arbres en eſpalier eſt différente, ceux-ci qu'on éloigne davantage du plan de la Nature ont beſoin de plus d'art pour être retenus dans l'état forcé où on les a mis; le ſyſtème de la taille doit même varier ſuivant qu'ils ſont jeunes ou déjà formés : en un mot cette opération eſt peut-être une des plus ſavantes de tout le jardinage, & M. du Hamel ne néglige rien pour en bien établir les principes tant pour les arbres en eſpalier que pour ceux en buiſſon.

Non-ſeulement la taille eſt néceſſaire aux arbres qu'on veut entretenir en eſpalier, mais leurs branches doivent être étalées

& attachées aux murs ou aux treillages pour leur faire prendre le pli qu'on veut leur donner : on les y maintient avec des liens d'oſier ou de jonc ; obſervant de rompre les pouſſes ſuperflues, ſurvenues depuis la taille, ce qu'on appelle *ébourgeonner*. Cette opération ſe nomme *paliſſer*, & elle fait le dernier article du quatrième Chapitre.

Les arbres ne ſont pas plus exempts de maladies & d'accidens que les animaux ; il faut donc ſavoir y remédier dans l'occaſion : ces maladies ſont ſouvent occaſionnées par les inſectes qui les endommagent, & il faut rechercher les moyens de détruire ces ennemis deſtructeurs, & de remédier aux maux qu'ils ont cauſés & à ceux qui peuvent ſurvenir naturellement. C'eſt à donner les principes de cette eſpèce de médecine végétale qu'eſt deſtiné le cinquième Chapitre de l'ouvrage de M. du Hamel.

Le but qu'on ſe propoſe en plantant des arbres fruitiers, eſt de ſe procurer de bons fruits ; mais pour les avoir meilleurs, il y a des précautions à prendre ; ils doivent reſter à l'ombre des feuilles juſqu'à un certain temps, après lequel on doit les découvrir & les expoſer au ſoleil : on doit les cueillir dans le temps convenable, & les placer dans des fruiteries propres à les conſerver, & ſur-tout à les mettre à l'abri de la gelée & de l'humidité. Toutes les précautions néceſſaires pour réuſſir dans ces importantes opérations ſont exactement détaillées dans le ſixième Chapitre.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de la culture des arbres en général ; le reſte de l'ouvrage de M. du Hamel a un autre objet. Dès qu'on ſe propoſe une plantation d'arbres fruitiers, on a en vue que les fruits qu'on eſpère en tirer, ſoient de la meilleure eſpèce, & qu'ils ſe ſuccèdent les uns aux autres, de manière qu'on n'en manque jamais. Une longue ſuite d'obſervations & de réflexions a appris à M. du Hamel à faire un choix des différentes eſpèces d'arbres qui peuvent répondre à ces vues, & il en donne la deſcription, celles de leurs fleurs, de leurs fruits, & les particularités qui regardent la culture de chaque eſpèce.

Les Amandiers ſont les premiers dont il parle ; il en décrit l'arbre en général, & paſſe enſuite à la deſcription des neuf

meilleures eſpèces de cet arbre; car il ne perd point de vue que ſon but eſt de peupler les jardins d'arbres utiles, & non de ceux qui ne ſerviroient qu'à la ſeule curioſité. Les Abricotiers viennent enſuite, & M. du Hamel donne la deſcription de dix des eſpèces de cet arbre. Après avoir dit un mot de l'Épine-vinette, dont le fruit s'emploie en confitures, il paſſe tout de ſuite aux Ceriſiers, ſous laquelle dénomination ſont compris non-ſeulement ceux qui portent les ceriſes proprement dites, mais encore les meriſes, les guignes, les bigarreaux & les différentes eſpèces ou variétés de cette famille, au nombre de trente-un. Les Coignaſſiers ſuivent les Ceriſiers au nombre de trois eſpèces, viennent enſuite les Figuiers : & quoiqu'il y ait un très-grand nombre d'eſpèces de ce fruit, M. du Hamel n'en décrit que trois qu'il regarde comme les plus propres à être cultivés dans notre climat. Les Fraiſiers ne ſont pas un arbre, mais leur fruit fait dans ſon temps l'agrément de nos deſſerts, & M. du Hamel a donné place dans cet ouvrage à dix-ſept eſpèces différentes de fraiſiers. Les Groſeilliers ſuivent immédiatement les fraiſiers, & il décrit huit eſpèces de cet arbre, tant de groſeilliers à grappe que de groſeilliers épineux.

Les Pommiers ſont en bien plus grand nombre, & quoique M. du Hamel ait omis à deſſein les pommiers à cidre dont le fruit n'eſt pas bon à manger, il décrit cependant trente-neuf eſpèces de pommes.

Après les Pommiers viennent les Néfliers, la famille de ces arbres eſt très-nombreuſe, mais M. du Hamel n'en décrit que trois eſpèces; les autres ne fourniſſant pas de fruits propres pour les tables, il s'eſt contenté de les indiquer. Il ne parle de même que du ſeul Mûrier rouge, le mûrier blanc, malgré l'utilité de ſes feuilles pour les vers à ſoie, n'entrant pas dans le nombre des arbres que M. du Hamel s'eſt propoſé de décrire. C'eſt par cet article que finit le premier Volume.

Le ſecond commence par les Pêchers; le nombre des eſpèces & des variétés de cet arbre eſt immenſe; mais M. du Hamel n'en décrit que quarante-trois eſpèces qui ſont les meilleures, les plus connues, & qui ſe trouvent dans preſque toutes les pépinières bien aſſorties : la culture de cet arbre exige des attentions

plus

plus ſuivies & plus particulières que celle d'aucun autre, & il n'a pas oublié de les détailler avec ſoin. Les Pruniers ſuivent immédiatement les pêchers, mais, quoiqu'il y en ait un très-grand nombre, M. du Hamel n'a choiſi que huit des meilleures eſpèces pour leur donner place dans cet ouvrage.

La famille des Poiriers eſt la plus nombreuſe de toutes, & celle qui mérite le plus d'attention, parce que ces fruits ſe ſuccèdent les uns aux autres pendant preſque toute l'année: malgré le retranchement que M. du Hamel a fait de toutes les eſpèces qui ſervent à faire du cidre, & de celles qui ne fourniſſent que des fruits peu agréables, il en décrit cependant cent dix-neuf eſpèces.

Le Framboiſier n'eſt pas, à proprement parler, un arbre; c'eſt une eſpèce de ronce, mais il eſt dans le même cas que le fraiſier, ſon fruit ſe ſert ſur nos tables; auſſi M. du Hamel n'a-t-il pas négligé d'en parler.

Le dernier article de l'ouvrage de M. du Hamel eſt la Vigne; en retranchant toutes les eſpèces qui ne produiſent que du raiſin propre à faire du vin, il décrit quatorze eſpèces différentes de raiſin de treille & propre à ſervir ſur les tables. Cet ouvrage eſt orné de plus de deux cents planches deſſinées & gravées dans la plus grande perfection. L'édition ne le cède point aux planches du côté de l'exactitude, ni du côté de la netteté de l'impreſſion: en un mot on peut regarder cet ouvrage comme un des plus beaux qui ait paru en ce genre, & comme un guide aſſuré pour tous ceux qui voudront former des potagers ou des vergers, & en tirer le plus d'agrément & le plus d'utilité qu'on puiſſe attendre des plantations de cette eſpèce. Ils profiteront des recherches & de la longue expérience qui ont mis M. du Hamel en état de conſacrer, pour ainſi dire, ce monument à l'utilité publique.

ALGEBRE.

V. les Mém. p. 207.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires : L'Écrit de M. du Séjour, ſur le Cas irréductible.

CETTE année M. le Marquis de Condorcet préſenta à l'Académie un ouvrage intitulé : *Eſſai d'Analyſe.*

Nous ne dirons ici que très-peu de choſe de cet ouvrage ; il eſt preſqu'entièrement compoſé de pluſieurs autres du même Auteur, deſquels nous avons rendu compte dans leur temps. Le premier eſt le Traité du Calcul intégral publié en 1765[a], avec une méthode d'approximation par les ſuites infinies, & des Éclairciſſemens ſur cette même matière ; & le ſecond contient la ſolution du problème des trois corps, publié en 1767[b] ; les principes établis dans cet ouvrage, ſont rappelés dans celui-ci, & appliqués à la recherche de différens points du ſyſtème du Monde, ſous la forme d'une lettre à M. d'Alembert.

[a] *Voy. Hiſt.* 1765, p. 54.

[b] *Voy. Hiſt.* 1767, p. 93.

Les obſervations ſont les véritables principes ſur leſquels la Phyſique puiſſe établir des ſyſtèmes ; mais on ne peut eſpérer qu'elles donnent tous les points de la route des Planètes, il faut que les hypothèſes ſuppléent à ce défaut, & qu'en s'accordant avec les points obſervés, elles donnent ceux qu'on n'a pu obtenir par cette voie.

Plus le calcul fondé ſur la théorie, ſera exact, plus les déterminations ſeront préciſes ; mais cette préciſion eſt extrêmement difficile dans de certains cas, & ce n'eſt qu'en maniant le calcul avec la plus grande adreſſe qu'on y peut parvenir.

C'eſt à cet uſage que M. le Marquis de Condorcet emploie les principes qu'il a poſés dans les ouvrages dont nous avons parlé, & qu'il applique dans celui-ci à la ſolution des principaux problèmes qui concernent le ſyſtème du Monde dans l'hypothèſe de la gravitation Newtonienne, & c'eſt pour parvenir à des ſolutions plus exactes & plus élégantes de ces problèmes, qu'il

examine ſcrupuleuſement les principes ſur leſquels eſt fondée l'analyſe qu'il emploie, & la manière d'en conduire le calcul. On ne peut, en liſant cet ouvrage, s'empêcher d'être étonné de la fineſſe avec laquelle il eſt manié, & de la préciſion dans les réſultats qui en eſt le fruit.

GÉOMÉTRIE.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

L'addition au Mémoire imprimé en 1734, ſur les Courbes tautochrones : Par M. Fontaine. V. les Mém. page 460.

CETTE année parurent les quatrième & cinquième Volumes des Opuſcules mathématiques de M. d'Alembert.

Lorſque nous rendîmes compte en 1764 [a] du troiſième Volume de cet ouvrage, qui avoit uniquement pour objet les Lunettes achromatiques, nous annonçames que l'étendue de cette matière n'avoit pas permis à M. d'Alembert d'y joindre pluſieurs autres Mémoires qu'il y avoit deſtinés, dont nous fîmes alors l'énumération, & que l'Auteur deſtinoit aux Volumes ſuivans : ceux-ci ſont, comme on voit, l'accompliſſement de cette promeſſe de M. d'Alembert. Le quatrième eſt compoſé de neuf Mémoires dont nous allons eſſayer de donner une idée.

[a] *Voy. Hiſt. 1764, p. 92.*

Dans le ſecond Mémoire du premier Volume de ſes Opuſcules [b], il avoit donné les formules, deſquelles on peut déduire le mouvement d'un corps qui tourne autour d'un axe fixe ou variable, avec une vîteſſe quelconque variable ou uniforme, animé ou non par des forces accélératrices quelconques. Dans le premier Mémoire de celui-ci, l'uſage de ces formules eſt beaucoup plus détaillé ; il en déduit la poſition de ces axes d'une manière très-facile, & le tout eſt accompagné de pluſieurs remarques abſolument neuves ſur les axes de Rotation : ce travail eſt entièrement fondé ſur la théorie de la Rotation dont il avoit le

[b] *Voy. Hiſt. 1761, p. 85.*

premier donné les principes dans ſon ouvrage ſur la préceſſion des Équinoxes *.

* *Voy. Hiſt. année 1750, page 134.*

Le ſecond Mémoire de ce Volume, met encore à un autre uſage les formules données par M. d'Alembert dans le premier Tome de ſes Opuſcules ; il y fait voir comment on peut, par le moyen de ces formules, déterminer les loix générales de la Rotation d'un corps animé par des forces quelconques ; il en déduit les loix que ces forces doivent obſerver, & la figure qu'il doit avoir pour que les équations qui déterminent ſon mouvement, ſoient intégrables : il recherche ſur-tout, avec un très-grand ſoin, quel doit être le mouvement d'un corps qui n'éprouve aucune force accélératrice qui puiſſe en faire varier la Rotation, & donne une ſolution très-ſimple de ce cas.

Le troiſième Mémoire eſt compoſé de pluſieurs extraits de lettres ſur différens ſujets ; on y trouve quelques paradoxes géométriques aſſez ſinguliers, des doutes ſur la démonſtration de l'impoſſibilité de la Quadrature indéfinie du cercle, donnée par M. Newton ; de nouvelles réflexions ſur la théorie des probabilités, tendantes à confirmer celles que M. d'Alembert avoit publiées dans le dixième Mémoire du ſecond Tome de ſes Opuſcules & dans d'autres ouvrages : il paroît en réſulter qu'il eſt échappé à M. Bernoulli quelques contradictions dans les calculs que ce grand Géomètre a donnés ſur cette matière.

Le quatrième Mémoire n'eſt qu'un ſupplément au troiſième Volume des Opuſcules de M. d'Alembert, qui avoit pour objet la théorie des Lunettes achromatiques, & aux Mémoires qu'il avoit donnés en 1764 & en 1765 ſur cette matière ; mais comme nous avons alors établi les principes ſur leſquels ces recherches ſont fondées, nous nous diſpenſerons d'en parler ici.

Dans le cinquième Mémoire, M. d'Alembert donne de nouvelles réflexions ſur la théorie des cordes vibrantes ; il avoit autrefois donné la ſolution de ce problème, mais de grands Géomètres l'ayant crue ſuſceptible d'extenſion, & d'autres au contraire croyant qu'elle doit être reſtreinte, il emploie ce Mémoire à faire voir que cette théorie s'étend à tous les cas qu'il a énoncés, & n'eſt applicable à aucun autre.

Le Calcul intégral fait la matière du ſixième Mémoire, M. d'Alembert y expoſe des vues & des recherches importantes ſur cet objet intéreſſant; il donne, par exemple, la manière de trouver l'intégrale de certaines fonctions par les conditions données de leurs différentielles, celle de trouver, dans les cas où cela eſt poſſible, le facteur qui multiplie une équation différentielle pour la rendre intégrable, & la démonſtration qu'il exiſte un tel facteur; il contient encore la généraliſation de pluſieurs problèmes réſolus par M. Euler dans les Mémoires de l'Académie de Péterſbourg, la réduction de quelques différentielles aux arcs de ſections coniques, & enfin l'intégration de quelques équations différentielles du ſecond ordre & des ordres ſupérieurs.

Le ſeptième Mémoire roule encore ſur les probabilités, & M. d'Alembert y donne de nouvelles réflexions très-intéreſſantes, occaſionnées par les lettres qu'il a reçues ſur cet objet de pluſieurs ſavans Mathématiciens: ce Mémoire eſt terminé par un nouvel examen des calculs de M. Bernoulli ſur l'Inoculation, dans lequel ſe trouvent pluſieurs recherches analytiques dignes d'attention.

Le huitième comprend différens objets; les principaux ſont une démonſtration analytique du principe de la force d'inertie, & un examen de la méthode employée par quelques Aſtronomes pour déterminer la hauteur méridienne & l'inſtant des Solſtices.

Dans le neuvième & dernier Mémoire de ce Volume, M. d'Alembert donne ſes réflexions ſur le problème des trois corps, & en particulier ſur la théorie de la Lune qui en eſt une application, & ſur les degrés de perfections qui manquent à cette théorie, il y indique ce qui reſte à faire pour la perfectionner, & les mépriſes où ſont tombés quelques Géomètres qui ont tenté la ſolution de ce problème: mais tous ces objets ne ſont, pour ainſi dire, qu'effleurés dans ce Mémoire, M. d'Alembert s'étant réſervé à les traiter plus au long dans le cinquième Volume de ſes Opuſcules, qui a paru cette même année, peu de mois après le quatrième.

Ce cinquième Volume eſt en général conſacré à la recherche de deux principaux objets; le premier eſt la théorie de l'équilibre & du mouvement des fluides, & le ſecond, celle du mouvement

des Corps céleſtes dans le ſyſtème de la gravitation; mais ces objets principaux n'y occupent pas tellement M. d'Alembert qu'il ne ſe ſoit permis d'y en joindre quelques autres dont nous aurons également lieu de parler.

La première partie qui concerne l'équilibre & le mouvement des fluides, contient cinq Mémoires, auxquels M. d'Alembert en a joint deux autres relatifs à des objets différens.

Dans le premier Mémoire, il s'attache à confirmer par de nouvelles preuves ce qu'il avoit avancé ailleurs, qu'il n'eſt pas toujours vrai que dans un fluide hétérogène & en équilibre, les couches de denſité différente doivent ſe mettre de niveau, & il fait voir, d'après une obſervation de M. de la Grange, les reſtrictions qu'on doit mettre à cette propoſition trop générale; il y montre encore que la loi de l'équilibre des fluides regardée juſqu'ici comme générale, ne l'eſt nullement, & qu'elle doit être modifiée: enfin il termine ce Mémoire par de nouvelles recherches ſur la figure de la Terre, deſquelles il réſulte qu'un fluide homogène ne peut être en équilibre, s'il n'eſt de figure ſphérique ou elliptique.

L'objet du ſecond Mémoire eſt auſſi de confirmer par de nouvelles preuves ce que M. d'Alembert avoit avancé dans le quatrième Mémoire du premier volume de ſes Opuſcules, ſur l'impoſſibilité de réduire dans un très-grand nombre de cas les loix du mouvement des fluides au calcul, & de donner des méthodes pour déterminer les cas où ce mouvement peut être calculé analytiquement, & des éclairciſſemens utiles ſur les équations fondamentales de l'hydrodynamique, qu'il avoit précédemment données.

D'apres les principes poſés dans les deux Mémoires précédens, M. d'Alembert examine dans le troiſième les loix du mouvement des fluides dans les tuyaux, & donne le dénouement de quelques paradoxes qui avoient embarraſſé juſqu'ici les Géomètres; il fait voir que des ſuppoſitions qu'on croiroit pouvoir ſe permettre pour déterminer le mouvement dont il s'agit, écarteroient de l'exactitude qu'on ſe propoſe; il détermine les cas où le fluide ſe diviſe en coulant, & finit par des recherches

analytiques ſur la figure de la veine que le fluide forme en ſortant du tuyau.

Toutes les recherches, dont nous venons de parler, n'ont pour but que d'obtenir des équations qui donnent la ſolution des problèmes qu'on ſe propoſe d'y réſoudre. Le quatrième Mémoire eſt entièrement deſtiné à examiner ces équations, à chercher les cas où elles peuvent avoir lieu, & à les faire quadrer, lorſqu'il eſt poſſible, avec celle qui exprime la figure du vaſe qui contient la liqueur.

Dans le cinquième Mémoire, M. d'Alembert traite de pluſieurs objets différens ; le premier eſt un ſingulier paradoxe, duquel il réſulte qu'une certaine figure étant ſuppoſée à un ſolide, il ſembleroit ne devoir éprouver aucune réſiſtance de la part d'un fluide où il ſeroit mû, même en faiſant les ſuppoſitions les plus légitimes & les moins précaires ſur la façon d'agir du fluide. M. d'Alembert laiſſe ce paradoxe à examiner aux Géomètres, il paſſe dans un autre article à l'inſuffiſance des équations analytiques pour déterminer la vîteſſe du ſon; il donne enſuite quelques remarques ſur le ſolide de la moindre réſiſtance, puis il recherche la poſition la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux ailes des moulins à vent, & finit par quelques remarques ſur la réfraction des corps ſolides.

Les ſixième & ſeptième Mémoires n'ont plus aucun rapport à la théorie des fluides, ils contiennent des remarques ſur les ſuites divergentes ou convergentes, ſur l'expreſſion de certaines quantités imaginaires, & ſur les racines des équations du troiſième degré dans le cas irréductible, ſur la loi de la compreſſion des reſſorts, ſur les ſinus, ſur les tables de mortalité, & enfin ſur quelques différentielles qui ſe peuvent réduire à des arcs de ſections coniques.

La ſeconde partie de ce Volume a, comme nous l'avons dit, pour objet principal, le mouvement des corps céleſtes dans le ſyſtème de la gravitation univerſelle. Six des Mémoires qui la compoſent, y ſont employés, & les deux autres ſeulement traitent de différens objets étrangers à ce premier, ſi cependant des connoiſſances mathématiques peuvent être abſolument étrangères à d'autres connoiſſances du même genre.

Dans le premier Mémoire, M. d'Alembert développe une obſervation importante, indiquée dans le troiſième Volume des Mémoires de l'Académie de Turin, ſur l'intégration des équations différentielles du problème de la préceſſion des équinoxes, & ſur les attentions néceſſaires pour en obtenir une ſolution exacte. Quelques Mathématiciens avoient donné une explication ſpécieuſe de la diminution annuelle de l'obliquité de l'écliptique, M. d'Alembert en fait voir le peu de ſolidité; il fait voir enſuite comment, au moyen d'une ou de deux forces initiales imprimées à la Terre, on peut rendre raiſon de tous les mouvemens dont ſon axe & ſa maſſe ſont ſuſceptibles; enfin il découvre la ſource des mépriſes où ſont tombés quelques célèbres Géomètres, dans les ſolutions qu'ils ont données du problème de la préceſſion des équinoxes.

Les quatre Mémoires ſuivans, contiennent des réflexions importantes ſur le problème des trois corps, & ſur ſon application aux phénomènes céleſtes.

Le ſecond contient la détermination de la forme la plus ſimple qu'on puiſſe donner à l'équation de l'orbite lunaire, & la manière la plus commode & la plus facile de l'intégrer, & M. d'Alembert relève à cette occaſion une mépriſe dans laquelle étoit tombé feu M. Clairaut dans ſa théorie de la Lune, en ne faiſant pas aſſez d'attention à la double courbure de l'orbite de cette Planète, ce qui auroit pu le jeter dans de grandes erreurs ſi cette mépriſe n'avoit été à peu près compenſée par une autre en ſens contraire.

Dans le troiſième Mémoire, M. d'Alembert revient plus particulièrement à l'intégration de l'orbite lunaire & aux difficultés que préſente le problème des trois corps, il y donne la meilleure manière de faire cette intégration, & fait voir les imperfections qui ſe trouvent dans les méthodes qu'on avoit données juſqu'ici pour y parvenir, & ſur-tout la difficulté que renferme la détermination du mouvement de l'apogée de la Lune.

Le quatrième eſt conſacré à l'examen de pluſieurs points importans de la théorie de la Lune, le premier eſt celui de pluſieurs difficultés qui ſe rencontrent dans la recherche de certaines équations de cette planète: M. d'Alembert y indique le moyen de

de perfectionner par deux ou trois corrections légères, mais eſſentielles, les excellentes Tables publiées par M. Mayer, il fait voir enfin comment & dans quels cas la gravitation peut produire une altération apparente dans le mouvement moyen des Planètes.

Le cinquième contient la recherche de la légère réſiſtance qu'éprouvent les Planètes, tant principales que ſecondaires, dans le fluide qu'elles traverſent; une formule très-ſimple & plus exacte que celles qu'on connoiſſoit, ſert à comparer la réſiſtance des Comètes à celle des Planètes; M. d'Alembert fait enſuite voir comment on peut expliquer par la réſiſtance de l'éther, l'équation ſéculaire du mouvement moyen de la Lune, & il fait voir en même temps que cette même réſiſtance ne peut en aucune manière altérer le mouvement des nœuds, ni l'inclinaiſon de l'orbite de cette Planète.

Le ſixième Mémoire contient des Recherches ſur pluſieurs ſujets d'Aſtronomie-phyſique; M. d'Alembert y traite du mouvement des apſides, en ſuppoſant que la force centrale ne ſoit pas exactement en raiſon inverſe du carré des diſtances; il donne les moyens de trouver ce mouvement dans cette hypothèſe, & fait voir à cette occaſion combien les méthodes d'approximation qu'on emploie à réſoudre ces ſortes de queſtions, ſont encore imparfaites; il détermine enſuite quel doit être le mouvement des nœuds d'un Satellite, en ſuppoſant que ſon orbite faſſe un angle conſidérable avec le plan de celle de la Planète principale, & finit ce Mémoire par la recherche des perturbations que les Comètes peuvent éprouver de la part des Planètes.

Les deux Mémoires qui achèvent ce volume, n'ont plus rien de commun avec l'Aſtronomie-phyſique, & M. d'Alembert s'y occupe d'autres objets.

Le ſeptième a pour objet les loix de la Réfraction dans l'hypothèſe Newtonienne, & il y fait voir, ſur-tout dans le rapport des ſinus, pluſieurs paradoxes ſinguliers qui réſultent de cette hypothèſe.

Le huitième & dernier Mémoire, contient des Recherches ſur la manière de trouver certaines fonctions par les conditions

données, ſur la réfraction & ſur la route de la lumière dans l'œil; ſur le mouvement d'un corps peſant qui pirouette ſur un plan horizontal, une addition aux recherches ſur le mouvement des reſſorts, données dans la première partie de ce Volume, quelques remarques ſur le Calcul intégral, d'autres ſur les calculs relatifs à l'Inoculation, d'autres encore ſur la manière d'exprimer certaines fonctions, & enfin des recherches ſur un problème analytique & ſur la libration de la Lune.

Telles ſont les matières qui ont formé l'objet des quatrième & cinquième Volumes dont nous venons de rendre compte, mais il s'en faut bien que la matière ſoit épuiſée; M. d'Alembert indique encore pluſieurs autres objets importans ſur leſquels il ſe propoſe de travailler, & il exhorte tous les Géomètres à tourner leurs vues vers les objets mêmes qu'il a traités, & de ne rien épargner pour en obtenir des ſolutions abſolument exactes. Cet ouvrage a paru digne de la réputation de ſon Auteur, d'aller à la ſuite de ceux qui l'ont précédé & d'être auſſi favorablement reçu du Public qu'ils l'ont été.

ASTRONOMIE.

SUR LES
ÉLÉMENS DE LA LIBRATION DES NŒUDS, Et de la Variation de l'orbite du ſecond Satellite de Jupiter.

NOUS avons rendu compte en 1765 * du commencement du travail de M. Maraldi ſur cette matière; mais il n'étoit alors entré dans aucun détail. Deux circonſtances l'en avoient empêché: l'une que l'Académie avoit propoſé pour ſujet du Prix de 1766, de déterminer quelles devoient être les inégalités des ſatellites dans le ſyſtème de la gravitation univerſelle; l'autre, que M. Bailly qui travailloit ſur la même matière, devoit publier ſon ouvrage au commencement de 1766. Le peu de temps qui reſtoit à M. Maraldi pour donner le réſultat du dépouillement qu'il avoit fait d'un très-grand nombre d'obſervations, ne lui permit que d'annoncer ſon travail, & de faire voir qu'il lui avoit donné la libration des nœuds du ſecond ſatellite, à peu près la plus grande & la plus petite inclinaiſon de ſon orbite, & enfin la période de ces variations, qui eſt de trente ans.

V. les Mém. page 298.

* *Voy. Hiſt. 1765, p. 85.*

Depuis 1765 juſqu'à préſent, M. Maraldi n'a pas perdu cet objet de vue, & il a mis la dernière main à ſon travail qu'il donne ici dans toute ſon étendue, avec toutes les obſervations ſur leſquelles il eſt fondé.

Ces obſervations ſont au nombre de plus de mille, & M. Maraldi en a par-tout comparé les réſultats aux Tables de M. Bailly, calculées d'après la théorie Newtonienne.

Tous ceux qui ſont même médiocrement au fait du calcul des Éclipſes de Lune, ſavent que la demi-durée d'une éclipſe dépend de la latitude de la Lune, au temps de la conjonction, qu'elle eſt la plus grande poſſible ſi la Lune eſt alors dans ſes

nœuds, puiſqu'elle parcourt le diamètre entier de l'ombre, & la plus petite poſſible au contraire, ſi la Lune eſt dans les limites des termes écliptiques, puiſqu'elle parcourt la plus petite corde de l'ombre qu'elle puiſſe parcourir.

C'eſt donc par la meſure exacte des demi-durées des éclipſes qu'on peut juger de l'angle de l'orbite d'un ſatellite avec celle de ſa planète principale, de ſes latitudes dans les différens points de ſon orbite, & enfin de la poſition de ſes nœuds. C'eſt pour cela que M. Maraldi n'a rien négligé pour s'aſſurer exactement de cet élément.

Une des grandes difficultés de cette recherche eſt qu'il eſt aſſez rare qu'on puiſſe obſerver dans la même éclipſe du ſecond ſatellite ſon entrée dans l'ombre & ſa ſortie; l'une de ces deux phaſes eſt preſque toujours cachée derrière Jupiter, ou ſi voiſine de ſon diſque, qu'elle devient très-équivoque; on ne l'obtient ordinairement que par la comparaiſon des éclipſes précédentes & ſuivantes, ce qui, comme on voit, ſuppoſe qu'on connoiſſe exactement le mouvement du ſatellite dans cet intervalle. Malgré cet inconvénient, M. Maraldi ayant réduit toutes les obſervations, en a tiré les élémens du mouvement & des éclipſes du ſecond ſatellite avec tant de préciſion que ſur cent vingt-ſept éclipſes il ne s'en trouve que quatorze, dont le calcul tiré des Tables de M. Maraldi, s'écarte de l'obſervation de plus d'une minute, & que ce calcul comparé à la théorie de M. Bailly, s'eſt trouvé preſque entièrement d'accord avec elle.

On juge bien que dans le choix des obſervations que M. Maraldi a comparées, il a fallu apporter des précautions pour en tirer tout le parti poſſible; il a choiſi avec ſoin celles qui étoient également éloignées de l'oppoſition de Jupiter, qui en étoient diſtantes d'environ quinze jours, & ne s'écartoient pas de plus de trente-cinq: il les a comparées aux obſervations voiſines, en un mot il n'a employé que celles dont il étoit abſolument ſûr.

C'eſt en prenant toutes ces précautions qu'il eſt parvenu à déterminer des élémens ſi exacts que les Tables qu'il a conſtruites ne s'écartent preſque pas de l'obſervation ni de la théorie Newtonienne employée par M. Bailly.

Nous diſons preſque pas, car dans le nombre de ces obſervations, il s'en eſt trouvé quelques-unes de rébelles; il y en a même eu une d'un celèbre Aſtronome, que M. Maraldi n'a pu rappeler au calcul des Tables, qui a repréſenté toutes les autres; & s'il ne s'eſt trouvé aucune erreur dans la copie qui lui en a été communiquée, il faut rejeter quatre demi-durées qui s'accordent parfaitement au calcul, & chercher de nouveaux élémens.

En attendant cette diſcuſſion, nous pouvons toujours avancer, avec M. Maraldi, que la plus grande inclinaiſon de l'orbite du ſecond ſatellite avec celle de Jupiter, eſt à très-peu près de 2^d 48′, & la plus grande très-approchante de 3^d 48′; que le lieu moyen du nœud aſcendant eſt dans le 13^d 52′ du Verſeau; que la période enfin de la libration de l'inclinaiſon de l'orbite & de celle du nœud eſt de trente années.

C'eſt d'après ces élémens que M. Maraldi a calculé des Tables qui donnent pour chaque année de la période, la quantité de la libration, l'inclinaiſon vraie & le véritable lieu du nœud. Il a calculé par le ſecours de ces Tables une multitude d'Éclipſes qu'il rapporte avec les différences entre le calcul & l'obſervation, & la petiteſſe de ces différences preſque toujours moindres qu'une minute, eſt la preuve la plus complète de l'exactitude de ſon calcul & de la bonté des élémens qui lui ſervent de baſe. M. Maraldi a joint à ſon Mémoire toutes les obſervations qui lui ont ſervi de baſe, & qui peuvent ſervir à en vérifier toutes les déterminations. Il eſt bien étonnant que l'induſtrie humaine ait pu parvenir à fixer ſi exactement les mouvemens & les phénomènes de ces aſtres qui n'étoient pas même connus il y a cent cinquante années.

SUR LES
ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE SATURNE.

Nous avons rendu compte en 1765 * d'un dérangement ſingulier, obſervé par M. de la Lande, dans le mouvement de Saturne, duquel il réſulte qu'il eſt impoſſible de repréſenter avec une ſeule hypothèſe les obſervations anciennes & modernes.

V. les Mém. p. 432.

* *Voy. Hiſt. année 1765, page 63.*

Comme cependant il eſt néceſſaire d'avoir des Tables exactes de cette Planète, ſoit pour le calcul aſtronomique, ſoit pour la recherche des longitudes en mer, dans laquelle on compare ſouvent la Lune à cette planète comme à un point connu, M. de la Lande a voulu eſſayer de concilier les obſervations faites depuis environ trente ans, pour voir ſi on pourroit ramener les Tables à un degré de préciſion ſuffiſant, du moins pour les années qui vont ſuivre : il y a réuſſi au-delà même de ſon eſpérance, & il y a tout lieu de ſe flatter que le calcul fait ſur ſes principes, repréſentera les obſervations au moins d'ici à pluſieurs années; & c'eſt tout ce qu'on peut exiger juſqu'à ce qu'on ait déterminé la loi, la période & la cauſe des dérangemens du mouvement de Saturne. Nous allons tâcher d'expoſer l'eſprit & le réſultat de ſa méthode.

Les obſervations qu'a employées M. de la Lande, ſont celles qui ont été faites dans les apſides & dans les moyennes diſtances pendant les années 1738, 1746, 1753, 1760 & 1767; & en employant les fauſſes poſitions & l'eſpèce de tâtonnement uſité en pareils cas chez les Aſtronomes, il a déterminé les changemens qu'il falloit faire aux élémens employés par M. Halley.

En ajoutant 12′ 47″ à l'époque du mouvement moyen de Saturne en 1753, 17′ 0″ à celle de l'aphélie pour le même temps, ôtant 8′ 46″ à la plus grande équation du centre, & ajoutant 5″ $\frac{1}{8}$ au mouvement annuel de Saturne, ou, ce qui revient au même, 8′ 33″ au mouvement ſéculaire, M. de la Lande eſt parvenu à conſtruire des Tables qui repréſentent les oppoſitions obſervées depuis trente ans avec une telle préciſion, que le calcul ne s'écarte pas de l'obſervation d'une minute.

Dans la conſtruction de ces Tables, M. de la Lande a conſervé le mouvement de l'aphélie tel que le donne M. Halley, non qu'il le regarde comme parfaitement exact, mais parce qu'il n'avoit aucune eſpérance de le déterminer, & que d'ailleurs il influe peu ſur la détermination des mouvemens de la Planète pendant quelques années auxquelles ſe bornent juſqu'à préſent ſes prétentions.

Pour faciliter le calcul des mouvemens de Saturne dans les

nouvelles ſuppoſitions de M. de la Lande, il a engagé M. de Chaligny, Chanoine régulier de la Congrégation de France à Metz, à calculer une Table des changemens à faire dans la plus grande équation & la diſtance de Saturne, données par les Tables de M. Halley, en ſuppoſant l'excentricité diminuée de 1000 parties. Il eſt vrai que cette ſuppoſition ne donne que 7′ 14″ de diminution dans la plus grande équation, mais elle facilite le calcul, & on peut ſuppléer à cette légère erreur ſans aucun riſque en employant des parties proportionnelles; il ajoute encore 15′ au lieu du nœud déterminé par M. Halley, & termine ſon Mémoire par une Table des principaux élémens de la théorie de Saturne pour le 1er Janvier 1772. Dans l'impoſſibilité où l'on eſt de donner une théorie & des Tables exactes de cette Planète, on ne pouvoit y ſuppléer d'une manière plus avantageuſe.

SUR LES

MOUVEMENS DE L'AXE D'UNE PLANÈTE

Dans l'hypothèſe de la diſſimilitude des Méridiens.

CETTE matière avoit déjà été traitée en 1754,* M. d'Alembert y avoit expoſé les principes généraux ſur leſquels eſt fondée cette recherche, & il ne ſera peut-être pas inutile de les rappeler en peu de mots.

V. les Mém. p. 1 & 332.

* *Voy. Hiſt. année 1754, page 116.*

Une Planète quelconque ayant un axe de rotation ſur elle-même, il eſt clair que cet axe une fois mis dans une certaine poſition, doit, pendant tout le chemin que la Planète fait ſur ſon orbite, garder toujours cette même poſition, & être toujours parallèle à lui-même, s'il ne ſe trouve quelque cauſe étrangère qui l'en détourne.

Si la Planète étoit exactement ſphérique, l'attraction du Soleil s'exerçant toujours également de part & d'autre de ſon centre, rien ne dérangeroit la poſition de ſon axe, & le paralléliſme ſubſiſteroit; mais ſi l'on ſuppoſe la Planète elliptique, & ſon axe incliné à l'écliptique, il ſe trouvera des poſitions où l'attraction ſera inégale de part & d'autre du centre, & le paralléliſme

de l'axe ſera infailliblement dérangé. Nous avons expoſé cette théorie plus au long en 1750 * à l'occaſion d'un ouvrage de M. d'Alembert ſur la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe terreſtre.

* *Voy. Hiſt. année 1750, page 134.*

Dans cet ouvrage & dans le Mémoire qu'il avoit donné en 1754, il avoit ſuppoſé que la Planète étoit toujours un ſphéroïde, c'eſt-à-dire que l'équateur & ſes parallèles étoient des cercles, & que tous les méridiens étoient ſemblables. Comme il ne s'agiſſoit alors que de l'axe de la Terre, il avoit négligé à deſſein pluſieurs termes des équations qui n'avoient que peu ou point d'application à ce cas particulier, & qui ne ſervoient qu'à rendre la ſolution générale. Dans les deux Mémoires dont nous avons à rendre compte, il revient ſur ces deux points, & après avoir généraliſé ſes équations, il examine quel ſeroit le mouvement d'une Planète quelconque dont l'équateur & les parallèles ne ſeroient pas des cercles, & dont les méridiens ne ſeroient pas ſemblables.

La première application qu'il fait de ſes principes, eſt à la libration de la Lune, & nous allons eſſayer d'en préſenter une idée.

L'obſervation apprend aux Aſtronomes, que la Lune dans toute la durée de ſa révolution, nous préſente toujours à peu près la même face, nous diſons à peu près, car dans l'exacte vérité on découvre de temps en temps une petite partie de l'hémiſphère inviſible, & on perd de vue une petite partie de celui qu'on voit ordinairement; cette apparence eſt ce qu'on nomme la *libration de la Lune* : en recherchant la cauſe de cette eſpèce de balancement, on a trouvé qu'une partie étoit dûe à un mouvement réel, & une autre à une illuſion optique. Nous allons commencer par examiner cette dernière.

Si l'on ſuppoſe la Lune parfaitement ſphérique, & ſe mouvant dans un cercle concentrique à la Terre & dans le plan de l'écliptique, de manière que le même de ſes diamètres prolongé, paſſe toujours par le centre de la Terre; un obſervateur placé à ce centre verroit toujours exactement la même face de la Lune, ſans y obſerver aucune libration, puiſque le cercle qui ſépare la

partie

partie visible de l'invisible, & qui est toujours perpendiculaire au rayon vecteur, ne changera pas de place sur la surface de la Planète, & sera toujours tangent à l'orbite.

Mais si on rend à l'orbite de la Lune sa véritable figure qui est celle d'une ellipse, à l'un des foyers de laquelle est placée la Terre, le rayon vecteur de la Lune ne sera plus un angle constamment droit avec l'orbite, & la Terre découvrira alternativement quelque portion de l'hémisphère invisible, & perdra quelque partie de celui qu'elle découvroit, & c'est ce qui constitue la libration optique en longitude.

D'un autre côté, le plan de l'orbite lunaire est incliné à l'écliptique d'environ 5^{d}, & par conséquent la Terre doit apercevoir dans les grandes latitudes quelque peu de la partie inférieure ou supérieure de l'hémisphère invisible qu'elle ne verroit jamais si la Lune faisoit son mouvement dans le plan de l'écliptique, & c'est la libration optique en latitude. De ce que nous venons de dire, il suit que la libration optique de la Lune est composée de deux librations particulières, l'une en longitude qui est nulle à l'apogée & au périgée de cette Planète, & dont la quantité dépend de la figure de l'orbite & de l'anomalie de la Planète ou de sa distance à son apogée; & l'autre en latitude dont la quantité dépend de la distance de la Lune à ses nœuds ou de sa latitude.

Dans tout ce que nous venons de dire, nous avons supposé que la Lune tournoit toujours le même côté vers la Terre; mais nous n'avons pas essayé d'en rendre raison.

Cette apparence se peut expliquer en deux manières, en supposant, par exemple, à la Lune un mouvement autour d'elle-même dans un temps précisément égal à celui de sa révolution périodique; & nous avons expliqué, d'après M. de Mairan en 1747 *, toute la théorie de cette rotation; il en résulte même que, si on suppose que ce mouvement de rotation de la Lune sur son axe n'est pas constamment égal à celui de la Lune sur son orbite, il produira nécessairement une libration réelle & physique qui découvrira alternativement de part & d'autre une petite partie de l'hémisphère invisible de la Lune, & cachera une semblable portion de celui qu'on voit ordinairement.

* *Voy. Hist. année 1747, page 89.*

Cette ſuppoſition n'eſt pas au rang des choſes démontrées; mais elle ne contient auſſi rien qui force à la rejeter: ſi cependant on veut en employer une qui paroiſſe moins arbitraire, on peut ſuppoſer, avec M. d'Alembert, que l'équateur lunaire ne ſoit pas un cercle; alors la peſanteur de la Lune vers la Terre, & la force centrifuge, contribueront également à tenir le grand axe de cette ellipſe toujours à peu près dirigé vers la Terre; nous diſons à peu près, car il eſt aiſé de voir que la figure de l'orbite, & toutes les perturbations que la Lune éprouve dans ſon mouvement, ne permettront pas que ce grand axe ſoit toujours exactement dirigé vers la Terre, & qu'il naîtra encore de-là une libration réelle & phyſique qui fera paroître un peu de l'hémiſphère inviſible.

Quelque choix qu'on faſſe entre ces deux ſuppoſitions, la Lune aura toujours une rotation, & par conſéquent un axe & un équateur. Les obſervations ont appris aux Aſtronomes que cet équateur avoit un plan différent de celui de l'orbite lunaire, & qui étoit incliné de quelques degrés à ce dernier, & par conſéquent l'équateur lunaire a ſes nœuds ou ſes points équinoxiaux comme celui de la Terre.

Il eſt donc queſtion de déterminer les loix de la libration phyſique de la Lune, la figure de ſon équateur & de ſes méridiens, la poſition du plan de cet équateur & de l'axe lunaire, & les mouvemens dont cet axe & les points équinoxiaux ſont ſuſceptibles; ce ſont toutes ces déterminations qui font l'objet du travail de M. d'Alembert.

Le premier article qu'il examine eſt celui de la rotation de la Lune, en ſuppoſant toujours la théorie Newtonienne, que l'équateur lunaire ſoit elliptique, & que l'angle que fait ſon grand axe avec le rayon vecteur, ſoit très-petit; il fait voir que de cette ſuppoſition, non-ſeulement on peut tirer la rotation de la Lune ſur ſon axe, mais encore la néceſſité d'une libration réelle & phyſique, cauſée par la différence d'action de la Terre ſur les deux parties antérieure & poſtérieure de la Planète dans les différens points de ſon orbite.

Pour faciliter la détermination de cette libration, M. d'Alembert

emploie un moyen bien ingénieux; il ſuppoſe toute la Planète réduite au grand axe de ſon équateur, chargé à chacune de ſes extrémités de deux poids ou corpuſcules égaux, ſur leſquels la Terre agiſſe: on voit aiſément combien cette ſuppoſition ſimpliſie le problème, elle le ſimplifie même beaucoup plus qu'il ne le ſemble; car elle le réduit à celui qui a pour objet de déterminer le mouvement d'un pendule ordinaire, qui, écarté de ſon point de repos à une certaine diſtance, recevroit une vîteſſe initiale quelconque.

Juſqu'ici nous n'avons parlé de la libration phyſique de la Lune que dans l'hypothèſe de ſon équateur elliptique; M. d'Alembert recherche cependant auſſi ce qui devroit arriver en ſuppoſant l'équateur de la Lune circulaire, & cette Planète un ſolide de révolution; mais il faut admettre dans cette hypothèſe, un mouvement primitif, imprimé à l'axe lunaire & indépendant de celui de ſa rotation; le calcul appliqué à cette ſuppoſition, fait voir évidemment qu'elle eſt beaucoup moins ſimple que la précédente, puiſqu'elle exige pluſieurs forces initiales, & que par conſéquent elle doit être rejetée.

Il ne faut cependant pas diſſimuler ici une objection qu'on peut faire contre la ſuppoſition de l'équateur lunaire elliptique: il eſt abſolument néceſſaire pour que l'équateur & les méridiens ſoient elliptiques ou même des courbes alongées, que cette Planète ait été primitivement fluide; mais dans ce cas le mouvement de rotation de la Lune & celui de tranſlation autour de la Terre, ne pourroient être produits par la même force: il eſt vrai que le même inconvénient ſe trouve auſſi dans les cas où la Lune ſeroit ou ſphérique ou ſeulement un ſolide de révolution, ainſi l'hypothèſe de l'équateur elliptique avec une vîteſſe de rotation un peu différente de celle de la révolution de la Planète, méritera encore d'être préférée.

Nous avons juſqu'ici conſidéré la ſeule figure extérieure de la Lune, en la ſuppoſant dans tout ſon intérieur abſolument homogène; cette ſuppoſition cependant peut n'être pas légitime, en ſuppoſant la Planète primitivement fluide, il ſe pourroit faire qu'elle fût compoſée de pluſieurs couches de denſité très-différentes

& dont les figures ne fuſſent pas ſemblables : on ſent combien cette ſuppoſition doit augmenter la longueur & la difficulté du calcul ; M. d'Alembert n'en a point été effrayé, & il a oſé rechercher quel ſeroit dans ce cas la figure de la Planète.

Puiſque la Lune a un mouvement de rotation ſur elle-même, elle a auſſi, comme nous l'avons dit, un axe & un équateur, & les interſections de cet équateur avec le plan de ſon orbite forment des points équinoxiaux, comme l'équateur terreſtre en forme avec l'écliptique ; ſi la Lune étoit parfaitement ſphérique, l'attraction de la Terre ne dérangeroit en aucune manière la poſition de ſon axe ni celle de ſes points équinoxiaux ; mais dès qu'on la ſuppoſe d'une figure différente de la ſphérique, la Terre agira ſur elle à cet égard comme le Soleil agit lui-même ſur la Terre ; & par la même raiſon qu'il y a une préceſſion d'équinoxes dans cette dernière, il y en aura une dans la Lune.

L'attraction de la Terre n'eſt pas la ſeule cauſe qui doive concourir à cet effet ; celle du Soleil qui agit différemment à chaque inſtant ſur la Lune juſqu'à changer même la figure de ſon orbite, ſe combine avec l'attraction de la Terre, & doit néceſſairement entrer dans ce calcul. On voit aiſément combien il exige d'élémens, & combien ce problème eſt difficile à réſoudre.

Malgré cette difficulté, M. d'Alembert en a tenté la ſolution. Nous allons eſſayer de préſenter une idée de la manière dont il s'y eſt pris pour y réuſſir.

La force par laquelle la Terre agit ſur la Lune, peut être conſidérée, s'il m'eſt permis de parler ainſi, comme un faiſceau de filets d'attraction ; celui de ces filets qui joint les centres des deux Planètes, n'agit en aucune manière pour faire changer la poſition de l'axe, mais les autres agiſſant par des bras de levier plus ou moins longs, ſelon les différentes parties de la Lune expoſées à leur action, doivent néceſſairement tendre à déranger l'axe de la Lune, & ſuivant que la ſomme de ces dérangemens ſera plus grande d'un côté que de l'autre, il en réſultera dans l'axe un mouvement continu ; il a donc fallu que M. d'Alembert décompoſât toutes ces forces, qu'il en examinât le produit, & qu'il eût égard à toutes les deſtructions & toutes les compenſations

qui réſultent de leur combinaiſon très-multipliée pour en obtenir le réſultat. Nous ne pouvons le ſuivre dans tout ce détail, mais nous ne pouvons nous diſpenſer de rapporter ici un moyen bien adroit qu'il emploie pour ſimplifier ſon calcul.

Nous avons dit que ſi la Lune étoit ſuppoſée ſphérique, l'action de la Terre ſur elle ne tendroit nullement à déranger la poſition de ſon axe de rotation, ni celle de ſes nœuds. M. d'Alembert imagine donc une ſphère qui ait même diamètre que l'axe de la Lune, & qui en forme comme le noyau : cette ſphère eſt abſolument indifférente au mouvement de l'axe, & ce n'eſt plus que l'eſpèce d'enveloppe qui lui donne ſa non-ſphéricité, qu'on doit ſoumettre au calcul.

Le mouvement de l'axe de la Lune, ſa libration & le mouvement de ſes points équinoxiaux, dépendent donc de la combinaiſon de l'action de pluſieurs forces, & par conſéquent on peut les faire varier en ſuppoſant ces forces plus ou moins grandes. M. d'Alembert n'a pas manqué de ſuivre cette idée, & de rechercher ce que différentes hypothèſes donnoient d'étendue à la libration de la Lune.

Pour pouvoir comparer le réſultat de ſes calculs avec l'obſervation, il falloit, pour ainſi dire, réaliſer ſes calculs, & déterminer aſtronomiquement & en nombres les quantités qui n'étoient exprimées qu'en ſymboles algébriques. M. d'Alembert n'a pas négligé cette partie qui eſt comme la nuance & le paſſage des quantités abſtraites & indéterminées aux quantités réelles & perceptibles.

Il réſulte du travail de M. d'Alembert, qu'en ſuivant exactement les principes de la gravitation, la Lune doit avoir, outre ſa libration optique dépendante de la figure de ſon orbite & de l'inégalité de ſon mouvement, une libration phyſique & réelle ; que ſon équateur eſt elliptique, mais d'une médiocre quantité ; qu'elle a une rotation à peu près égale en durée à ſon mouvement périodique ; que l'axe de cette rotation eſt incliné à l'orbite lunaire ; & que par conſéquent l'équateur lunaire forme avec cette dernière deux interſections ou points équinoxiaux ; & qu'enfin ces points & l'axe lui-même, ont un mouvement contre la ſuite des

ſignes, ſenſiblement égal à celui des nœuds de l'orbite lunaire ſur l'écliptique. On n'avoit point eu juſqu'ici ſur cet article de théorie auſſi ſavante & auſſi détaillée que celle de M. d'Alembert, de laquelle nous venons de rendre compte.

SUR LA PLUS GRANDE INCLINAISON DE L'ORBITE DE LA LUNE,

ET SUR LA PARALLAXE DE CETTE PLANÈTE.

V. les Mém. page 385.

LE calcul des mouvemens de la Lune, déjà très-important par lui-même & relativement à l'Aſtronomie, l'eſt encore devenu beaucoup davantage par l'application qu'on en a fait à la Recherche des Longitudes en mer.

On ſait que dans cette méthode, on obſerve en mer le lieu de la Lune au moyen de ſa diſtance à deux étoiles connues, & qu'on recherche enſuite par le calcul, quelle heure il étoit à Paris lorſque la Lune étoit à cet endroit du Ciel pour en déduire par la comparaiſon de cette heure à celle du Navire la Longitude de ce dernier.

Il faut donc pour obtenir une Longitude exacte par cette opération, que le calcul du mouvement de la Lune par les Tables ſoit le plus exact qu'il eſt poſſible, puiſque la moindre erreur qui s'y introduiroit, influeroit néceſſairement ſur l'exactitude de la détermination de la Longitude, & expoſeroit ſouvent les Navigateurs aux plus grands dangers.

C'eſt ce qui a déterminé M. le Monnier à ſoumettre le calcul tiré des meilleures Tables à l'examen de l'obſervation & à ne rien négliger pour en reconnoître les erreurs, & les corriger.

Un des élémens des Tables les plus néceſſaires eſt la plus grande inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'écliptique, nous diſons la plus grande, parce que cette inclinaiſon eſt variable, & qu'il y a environ 18 minutes de différence entre la plus grande & la moindre; la plus grande a lieu quand le Soleil eſt dans la ligne des nœuds, & la plus petite lorſqu'il en eſt à 90 degrés

ou environ, parce qu'alors ſon action tend à rapprocher la Lune du plan de l'écliptique.

Des obſervations de la Lune au méridien, comparées avec des étoiles fixes, faites le 1er & le 14 Janvier 1750, ont paru à M. le Monnier très-propres à cette recherche; la Lune, dans la première obſervation avoit été comparée à ſon paſſage au méridien avec l'épi de la Vierge; elle étoit alors dans ſa plus grande latitude auſtrale, & cette latitude fut déterminée par les méthodes ordinaires, de 5^d^ 16′ 18″, en ſuppoſant la parallaxe horizontale de 54′ 33″, & diminuant d'environ 8 ſecondes la parallaxe de hauteur à cauſe de l'aplatiſſement de la Terre.

Dans la ſeconde obſervation faite le 14 Janvier, la Lune étoit auſſi dans les limites de ſa plus grande latitude boréale, & elle fut trouvée de 5^d^ 17′ 36″, différente de plus d'une minute de celle qui avoit été trouvée quinze jours auparavant; erreur que M. le Monnier attribue à la parallaxe, puiſque les deux plus grandes latitudes auſtrale & boréale auroient dû être exactement de la même quantité.

On pourroit peut-être ſoupçonner qu'il y auroit eu quelqu'erreur dans les diviſions du quart-de-cercle mural qu'avoit employé M. le Monnier; mais il les a ſoigneuſement vérifiées en comparant les hauteurs des paſſages de la Lune & des étoiles, obſervées avec cet inſtrument, avec celles qu'il obſervoit preſqu'en même temps avec un quart-de-cercle mobile; & les différences entre l'un & l'autre de ces inſtrumens n'ont jamais monté qu'à quelques ſecondes. Il vaut donc mieux corriger la parallaxe pour ramener les deux inclinaiſons à l'égalité qu'elles doivent avoir, & on ſera pour lors bien aſſuré de la quantité de cet important Élément.

SUR LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES faites pour déterminer la position des caps FINISTÈRE *&* ORTEGAL.

V. les Mém. page 270.

RIEN n'eſt peut-être plus intéreſſant pour les Navigateurs que la ſûreté des atterrages; elle dépend en grande partie de l'exactitude avec laquelle les Cartes marines repréſentent les côtes, & ſur-tout les caps & les promontoires qui ſe préſentent toujours les premiers à ceux qui viennent du large, & du ſoin avec lequel on a ſoin d'y marquer les ſondes, les bancs, les briſans, les roches & tous les autres dangers dont ils peuvent être environnés.

Les caps Finiſtère & Ortegal, le premier à l'extrémité ſeptentrionale de la côte occidentale d'Eſpagne, & le ſecond preſqu'à l'extrémité occidentale de la côte ſeptentrionale du même Royaume, ſont certainement deux des points de reconnoiſſance les plus néceſſaires aux Vaiſſeaux qui navigent dans ces mers; & c'eſt dans la vue d'en bien conſtater la poſition que le Roi chargea, en 1755, M. de Bory de s'en aſſurer exactement, & d'y faire les obſervations néceſſaires pour cet objet.

La corvette l'*Amaranthe* que commandoit M. de Bory, faiſoit partie d'une Eſcadre deſtinée à faire des évolutions navales ſous les ordres de M. de Perrier, Chef d'Eſcadre, & ce n'étoit qu'après avoir rempli cet objet que M. de Bory devoit s'en détacher pour remplir ſa miſſion particulière; il a commencé à lire cette année à l'Académie la première ſection de la relation de ſon voyage qui n'en contient encore que l'hiſtorique, réſervant le détail de ſes opérations pour une ſeconde ſection: on trouvera cependant dans celle-ci même pluſieurs remarques intéreſſantes pour les Navigateurs.

La première opération de l'Eſcadre avoit porté M. de Bory à l'oueſt de l'Eſpagne un peu plus au ſud que le cap Finiſtère, les premières terres qu'il aperçut, après s'en être ſéparé, furent les îles de *Bayonna* & l'embouchure du *Minho*, rivière qui ſépare de ce côté-là

côté-là l'Eſpagne du Portugal : M. de Bory avoit des dépêches à remettre au Commandant de deux frégates de l'Eſcadre qui devoient avoir relâché au port de Bayonna : il ne les y trouva point, mais il apprit qu'elles étoient à Vigo, & ſe hâta de s'y rendre.

Vigo eſt une ville de Galice, ſituée à environ trois lieues de l'endroit où M. de Bory étoit abordé ; les habitans paſſent pour être pareſſeux, auſſi trouva-t-il les maiſons mal bâties, les terres mal cultivées & les environs de la ville ſans légumes & ſans fruits. La ville eſt défendue par deux petits forts, dont l'un eſt bâti au bord de la mer ſur une pointe qui s'avance, & l'autre eſt placé ſur le haut de la montagne, ſur la pente de laquelle elle eſt bâtie.

La rade de Vigo en fait le port ; elle eſt grande, belle, ſans preſqu'aucun danger, & elle a dans ſon Eſt la baie de *Redondelle*, où en 1702 furent échoués & brûlés les Galions d'Eſpagne, commandés par M. le comte de Châteaurenault ; un deſquels, nommé le *Tojo*, a été retiré en 1742 par M. Goubert, par une manœuvre ſi belle, que l'Académie en a cru devoir publier le détail. *

* *V. Sçav. Et. T. II, pag. 501.*

La ville de Redondelle qui donne ſon nom à cette baie, a un ruiſſeau qui s'y décharge, & vis-à-vis l'embouchure duquel eſt une petite Iſle dans laquelle eſt un couvent de Franciſcains où l'on garde le corps de Saint-Pierre d'Alcantara : cette baie a un fond de vaſe aſſez bon, mais elle n'a que trois braſſes & demie d'eau.

Les vents qui avoient amené M. de Bory dans la rade de Vigo, lui étoient contraires pour en ſortir ; il profita de ce retardement pour déterminer la poſition de ce port, mal placée ſur la plupart des Cartes marines, & qui cependant eſt une très-bonne relâche.

Il établit ſon Obſervatoire ſous deux tentes placées ſur une pointe de terre nommée la *pointe de Saint-Jean*, dont il eut ſoin de marquer la poſition à l'égard de la ville & de toute la baie ; & malgré le mauvais temps il fut aſſez heureux pour faire l'obſervation d'une éclipſe du ſecond ſatellite de Jupiter, qui

lui donna la longitude de Vigo à l'oueſt de Paris, de $10^d\ 47'\ 55''$, ou en temps $43'\ 11''$; des hauteurs méridiennes du Soleil, de la luiſante de la Lyre, de la queue du Cygne & de la claire de l'Aigle, lui donnèrent la latitude de la même ville, de $42^d\ 14'\ 24''$; & celle du milieu des îles de Bayonna qu'il voyoit de ſon Obſervatoire, de $42^d\ 10'\ 37''$.

Les vents s'étant rangés au nord-eſt, M. de Bory en profita pour ſortir de la rade de Vigo, & pour prendre la route du cap Finiſtère ; il fut ſurpris du calme à la pointe de *Soubrida*, la plus ſeptentrionale & la plus occidentale des îles de Bayonna ; il en profita pour y faire l'obſervation de la variation de l'aiguille aimantée, qu'il trouva de $14^d\ \frac{1}{2}$ nord-oueſt, différente ſeulement de 30 minutes de celle qu'il avoit eue à Vigo.

Quelques Navigateurs ont aſſuré que les îles de Bayonna étoient au nombre de trois, & ils n'avoient point de tort, quoiqu'il n'y en ait que deux ; mais la plus grande eſt compoſée de deux parties jointes enſemble par une langue de ſable étroite & aſſez baſſe pour être ſubmergée à toutes les marées : les paſſes entre ces Iſles ont la réputation d'être dangereuſes, mais M. de Bory n'a pu s'en aſſurer par lui-même.

Au ſortir de ces paſſes, on trouve au nord-oueſt de l'île de Soubrida un banc de roches qui s'avance trois quarts de lieue en mer ; ce banc n'eſt pas marqué ſur le *Neptune françois ;* à cela près, M. de Bory penſe qu'on peut ſe fier à lui pour la poſition de ces Iſles, mais qu'il n'eſt pas ſi exact pour le contour de la rade : le *Petit flambeau de la mer* eſt ſelon lui aſſez bon, mais inſuffiſant en cette partie, & M. de Bory croit qu'il ſeroit bien à deſirer qu'on travaillât à le corriger, & à le rendre d'une utilité plus générale.

Ce furent les ſeules obſervations que put faire M. de Bory dans ce parage ; le vent fraîchit du ſud-oueſt, & le brouillard qu'il amena avec lui, ne lui permit plus d'y voir la terre.

En partant de Vigo, M. de Bory avoit à choiſir de trois ports voiſins du cap Finiſtère, ſavoir *Camarino*, *Corcubion* & *Mouros* ; le vent le décida pour ce dernier, & il arriva au mouillage de cette ville le 9 Septembre ſur le midi, ayant vu

pendant la route dans l'éloignement, le cap Finiſtère, la pointe en pain de ſucre du mont *Lauro* à la pointe ſeptentrionale de la baie de Mouros & la montagne de *Corcubion* taillée comme une ſcie : ces deux points ſont une reconnoiſſance certaine pour le cap Finiſtère, qui étant plus bas que les terres voiſines, ne ſe verroit pas de fort loin par lui-même.

La côte eſt remplie de rochers eſcarpés, & on en trouve de même à quelque diſtance dans la mer, dont la plus grande partie paroît à découvert, & les autres qui ne découvrent pas, forment des briſans; cependant l'inſpection de la côte fait croire à M. de Bory, que ſi ces roches étoient mieux connues, on trouveroit entr'elles des paſſages profonds, étant avéré par un nombre infini d'obſervations, que le fond de la mer près d'une côte eſt toujours profond quand la côte eſt roide.

A l'extrémité méridionale de l'entrée de cette baie, eſt le cap de *Courouvelle*, qui ſe trouve à quatre ou cinq lieues du mont *Lauro;* ce fut-là que ſe rendirent les trente-quatre hommes qui échappèrent au naufrage du vaiſſeau le *Bourbon*, commandé par M. le comte de Boulainvilliers qui périt dans ces parages le 12 Avril 1740, preſqu'au pied du mont Lauro, ſur les écueils nommés *los Hilloñes*, qui laiſſent entr'eux & la terre-ferme un paſſage étroit & aſſez profond. D'après cette deſcription, il eſt aiſé de juger que pour entrer dans la baie en venant du nord, on doit ſe tenir à trois ou quatre lieues au large, à moins que de paſſer entre le mont Lauro & les écueils.

Dès qu'on a doublé ces rochers, on trouve une baie large, ſpacieuſe, très-ſaine & ſans aucuns dangers, & c'eſt dans le nord de cette baie qu'eſt l'entrée du port de Mouros.

Cette ville qui n'eſt rien moins que belle, eſt au pied d'une montagne, & fait face à ſon port; elle a été autrefois fortifiée, & il ne lui reſte plus de ſes anciennes fortifications, qu'un château & douze tours à moitié ruinées, qu'une tradition du pays aſſure être un monument du paſſage des douze Pairs de France du temps de Charlemagne : la conformité du nombre des Pairs & de celui des tours a bien l'air d'être le plus ſolide fondement de cette anecdote hiſtorique.

De Mouros on ne voit point le cap Finiſtère; M. de Bory chercha dans les environs un endroit d'où il pût le voir, & y établir ſon obſervatoire, il n'en trouva point d'autre qu'une pointe déſerte qui s'avance dans la mer, acoſtée de droite & de gauche de ſable, & ayant devant elle des briſans dont le bruit étoit à l'ordinaire, aſſez grand pour l'empêcher d'entendre le bruit de ſa pendule, & quelquefois devenoit inſupportable; le chemin qui y conduiſoit répondoit à la beauté de ce lieu: cependant ce fut-là que M. de Bory réſolut de faire ſon établiſſement, qui conſiſtoit en deux tentes, deſquelles les vents le délogèrent même pluſieurs fois pendant ſon ſéjour.

Une auſſi déſagréable habitation que celle qu'il avoit choiſie, ne paroiſſoit pas lui devoir être diſputée, ne s'y étant ſur-tout établi qu'avec l'agrément de celui qui commandoit alors à Mouros: cependant les habitans prirent l'alarme; deux tentes placées ſur une pointe déſerte, leur parurent une marque aſſurée de la prochaine deſcente d'une armée de Mores d'Afrique; ils s'attroupèrent, prirent les armes & s'avancèrent, puis ayant vu ce que c'étoit, s'en retournèrent honteux de s'être effrayés ſi mal-à-propos.

Il fallut cependant attendre des ordres poſitifs du Commandant général de la Province pour n'être plus expoſé à de pareils accidens, & ce retardement fit perdre à M. de Bory pluſieurs jours favorables, qu'il ne retrouva qu'avec peine & en prolongeant beaucoup ſon ſéjour dans cette mauſſade habitation.

Auſſitôt que la permiſſion fut arrivée, M. de Bory alla s'établir ſur la pointe qu'il avoit reconnue; & dès le 21 Septembre il commença ſes obſervations, mais les beaux jours qui s'étoient écoulés dans l'attente de la permiſſion, ne reparurent plus, & il fut obligé d'être, pour ainſi dire, à l'affut pendant un mois, des momens où il pouvoit obſerver, & plus d'une fois obligé d'abandonner ſon poſte par la fureur des vents.

Il profita cependant ſi bien de ces momens favorables, qu'il obtint quatre obſervations propres à déterminer la longitude, indépendamment d'une première, qu'une circonſtance particulière rendit inutile; il eut de même le moyen de s'aſſurer de l'état de ſon ſextant, & d'obtenir pluſieurs hauteurs méridiennes du Soleil

& des Étoiles; enfin il obſerva avec le plus grand ſoin & par différentes méthodes, la déclinaiſon de l'aiguille aimantée qu'il trouva de 16 degrés nord-oueſt.

La poſition de l'Obſervatoire une fois connue, il ne s'agiſſoit plus que de le lier au cap Finiſtère qui étoit en vue, & ce fut la dernière opération de M. de Bory; il réſulta de toutes celles qu'il avoit faites, que le cap Finiſtère eſt par $42^{d}\ 51'\ 50''$ de latitude ſeptentrionale, & $0^{h}\ 46^{t}\ 34''$ ou $11^{d}\ 39'\ 42''$ à l'occident de Paris.

Les obſervations étoient finies, mais les vents ne permettoient pas à M. de Bory de ſortir de la baie de Mouros; pendant l'intervalle de huit jours, qu'ils furent contraires, il envoya ſa chaloupe chercher une des tentes de l'Obſervatoire qui y étoit demeurée; mais ces mêmes habitans qui s'étoient d'abord ſi vivement oppoſés à ſon établiſſement, avoient pris tant d'attachement pour lui & pour ceux qui l'accompagnoient, qu'ils ne vouloient pas laiſſer revenir la chaloupe, trouvant la mer trop forte pour elle, & leur crainte ne ceſſa que lorſqu'ils la virent arrivée; cet attachement étoit certainement honorable à M. de Bory, mais il lui eût été bien utile qu'ils en euſſent pris au moins une partie à ſon arrivée.

Les vents étant devenus favorables, M. de Bory mit à la voile & quitta le triſte ſéjour de Mouros pour aller au cap Ortegal.

Du mont Lauro, qui eſt à la pointe ſeptentrionale de la baie de Mouros, il y a deux routes qui mènent également au cap Finiſtère, l'une en paſſant entre la terre-ferme & les rochers, l'autre en paſſant au large de ces derniers: la foibleſſe du vent & la groſſeur de la lame, déterminèrent M. de Bory à prendre cette dernière: il dépaſſa le cap Finiſtère pendant la nuit & n'y put par conſéquent remarquer aucun point de reconnoiſſance: heureuſement on n'en a aucun beſoin, le ſeul cap avec lequel on pourroit le confondre, eſt le cap *Toriañes*, & il eſt aiſé d'en diſtinguer le cap Finiſtère au moyen d'un iſlot qui eſt au large de ce dernier.

La traverſée ne fut pas longue, M. de Bory étoit parti le 27 Octobre de Mouros, il arriva le 1.er Novembre à Ortegal; comme les vents l'avoient obligé de changer pluſieurs fois de

route, il donne au lieu de la ſienne, la copie du routier ordinaire que lui communiqua le Pilote-côtier qu'il avoit embarqué à Mouros : quoique M. de Bory ne donne pas cette pièce pour fort exacte, on peut cependant s'en ſervir pour la compoſition des Cartes ; ceux qui s'occupent à ce travail ſavent bien tirer parti de ces ſortes de renſeignemens, ſur-tout quand la route qu'ils indiquent eſt terminée par deux points déterminés par obſervation.

Le cap Ortegal eſt accompagné d'une baie large & profonde, qu'on trouve dès qu'on l'a doublé ; M. de Bory paſſa dans cette route à environ demi-lieue de ce cap, qui lui parut noir, aride & preſque coupé à pic ; à ſon pied on voit quelques rochers qui ſe prolongent ſous la mer environ une demi-lieue au nord-oueſt ; ces rochers ſe nomment *los Farillones.*

La baie d'Ortegal eſt ſituée entre deux pointes, dont l'une eſt le cap même & l'autre ſe nomme *Stanques de Vares*, au fond de la baie ſont les rivières de Sainte-Marthe & de la Drille, au milieu de l'embouchure deſquelles eſt placé l'île de la Drille, entre cette île & la pointe de Stanques de Vares il y a beaucoup de rochers dont les uns couvrent & les autres découvrent.

Le *Neptune françois* & le *petit Flambeau de la mer*, placent dans cette baie un gros bourg nommé *Saint-Carins*, & une belle rivière nommée *Carille* ; c'étoit dans l'embouchure de cette rivière que M. de Bory comptoit aller mouiller, & il avoit engagé le Pilote de Mouros à l'y conduire. Quel fut ſon étonnement, lorſqu'au lieu du gros bourg, il trouva quelques chaumières, qu'on lui dit être le bourg de *Saint-Carins ;* c'étoit encore pis pour la rivière ; le bourg n'étoit que diminué, mais celle-ci étoit totalement anéantie, & M. de Bory n'en put trouver aucun veſtige malgré toutes ſes perquiſitions : voyant le peu de fidélité des Cartes à cet égard, il ſe crut obligé de faire une infinité de relèvemens des différentes pointes qui pourront ſervir à tracer la figure & l'étendue de cette baie. On y eſt ſelon lui en ſûreté, ſi l'on mouille à l'oueſt, du côté du cap Ortegal ; mais on doit ſoigneuſement éviter la partie de l'eſt de cette baie qui eſt pleine de bancs & de rochers.

M. de Bory arrivé dans la baie, établit ſon Obſervatoire ſur la pointe de Saint-Carins, & dès le 4 Novembre il y obſerva des hauteurs méridiennes de Sirius, de Procyon, & de l'étoile ϱ dans le dos du grand Chien : ces obſervations furent confirmées le lendemain par des hauteurs méridiennes du Soleil ; les unes & les autres donnèrent la latitude du cap Ortegal de 43^{d} $46'$ $37''$.

La longitude du cap Ortegal pouvoit aiſément être conclue de celle du cap Finiſtère, & n'exigeoit par conſéquent aucune obſervation ; cependant M. de Bory eût bien deſiré en faire quelqu'une, il s'y étoit même préparé, mais le temps toujours mauvais s'y refuſa, & l'obligea à y renoncer.

Sa miſſion étant remplie, rien ne le retenoit plus aux côtes d'Eſpagne, & il mit à la voile pour revenir en France, comptant ſur le vent du ſud-oueſt qui ſouffle ordinairement tout l'hiver dans le golfe de Gaſcogne pour venir atterrer ſur Grois ou ſur Belle-île, mais il fut trompé dans ſon eſpérance ; un vent violent de nord-eſt l'obligea de mettre à la cape, & de courir dans le nord.

Dès qu'il ſe trouva par la hauteur d'Oueſſant, quoique fort loin dans l'oueſt, il s'attacha à diriger ſa route en ligne droite pour déterminer à quelle diſtance de cette Iſle il pourroit avoir la première ſonde, & voici quelle étoit ſa raiſon.

Les terres de la Bretagne, & ſur-tout l'île d'Oueſſant, ſont très-baſſes & hériſſées de rochers qui s'étendent aſſez loin au large ; il ſeroit donc très-difficile de les apercevoir, & très-aiſé de ſe perdre à cet atterrage, ſi, comme preſque toutes les terres baſſes, elles ne ſe prolongeoient ſous la mer, & ne donnoient par-là le moyen de ſonder à une aſſez grande diſtance pour reconnoître le voiſinage des écueils & de la côte, long-temps avant que de l'apercevoir.

Non-ſeulement on peut au moyen de la ſonde reconnoître à la profondeur ſi on eſt dans le voiſinage de la côte ou non, mais les différentes matières qu'elle rapporte, peuvent encore ſervir de points de reconnoiſſance, & M. de Bory deſire avec raiſon qu'on puiſſe avoir une Carte où les ſondes, c'eſt-à-dire, la profondeur

de la mer & la nature du fond ſoient marquées à une certaine diſtance des côtes, ce ſeroit un moyen d'aſſurer l'atterrage des Vaiſſeaux, & de ne pas ſe fier aveuglément aux Pilotes-côtiers, qui ſouvent n'ont pour guide qu'une pratique peu éclairée.

Les ſondes ne doivent pas être priſes par-tout à la même diſtance des côtes; mille circonſtances locales les doivent faire varier: l'île d'Oueſſant, par exemple, & les terres qui l'avoiſinent, doivent être les points de toute la Bretagne où les ſondes ſoient les plus éloignées; 1.° parce qu'elles ſont les plus baſſes de toutes, 2.° à cauſe du voiſinage de l'Angleterre, 3.° enfin par les ſables & autres matières chariées par le canal de Briſtol & par la Manche qui doivent hauſſer conſidérablement le fond de la mer à cet endroit.

Quoi qu'il en ſoit, M. de Bory avançant toujours en ligne droite ſur Oueſſant, trouva la première ſonde à cent quinze braſſes ſur un fond de ſable fin, roux, gris & de débris de coquilles pourries; il étoit alors, comme il le reconnut dans la ſuite, à environ trente ou quarante lieues de cette Iſle; deux jours après, ſur les trois heures du matin il aperçut le feu du fanal de la tour d'Oueſſant, la ſonde donnoit alors ſoixante-cinq braſſes ſur un fond à peu près ſemblable au précédent, & les autres ſondes allèrent toujours en diminuant juſqu'au port de Breſt, n'ayant eu ſur toute cette traverſée, où il avoit été ſi mal ſervi par les vents, qu'un peu moins de quatre lieues d'erreur dans ſon eſtime, erreur qui doit être regardée comme nulle dans de pareilles circonſtances. Ce que nous venons de dire de ce voyage eſt ſuffiſant pour faire voir aiſément combien il eſt utile, & combien il apporte d'avantages à la Géographie & à la Navigation.

SUR LES
OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,
Faites pour déterminer la poſition de Manille.

V. les Mém. page 237.

VOICI encore un travail du même genre que celui dont nous venons de parler; le Public a été informé dans le temps, du départ de M. le Gentil pour aller obſerver dans l'Inde le

le paſſage de Vénus ſur le Soleil, qui devoit arriver le 6 Juin 1761 : différentes circonſtances l'ayant empêché de faire cette obſervation, il prit le parti de reſter dans l'Inde juſqu'au ſecond paſſage du 3 Juin 1769; & pour rendre ce ſéjour utile, il s'eſt occupé pendant cet intervalle à déterminer pluſieurs points importans de Géographie & d'Hydrographie.

De ce nombre eſt la poſition de Manille dans l'île de Luçon, l'une des Philippines, & il s'eſt hâté d'envoyer les obſervations ſur leſquelles cette détermination eſt fondée, à cauſe de l'extrême néceſſité dont elle eſt.

Cette île, en effet, n'eſt pas dans le cas ordinaire & commun à preſque toutes les côtes, où une erreur de dix ou douze lieues eſt regardée comme indifférente; les Vaiſſeaux y arrivent ordinairement dans la mouſſon des vents d'oueſt, & ces vents ſont ſi furieux & ſi violens qu'ils rendent cet attérage très-dangereux; il n'y a point de ſonde au voiſinage, & par conſéquent la moindre erreur dans la poſition de cette île, peut être fatale.

Malgré toutes ces raiſons de deſirer la plus grande préciſion dans la poſition de Manille, elle n'avoit jamais été fixée que par conjecture.

Les plus juſtes de toutes étoient celles de M. Daprès, dans ſon *Neptune oriental* & dans ſon *Routier;* cet habile Officier y diſcute avec la plus grande ſagacité la différence des méridiens entre Quanton, Manille & Pulo-condor ou île Condor; cette longitude marquée dans le *Neptune oriental*, s'éloigne beaucoup de celle des Cartes de Pietergoos & de celles du Pilote anglois; mais elle ne s'en éloigne pas encore aſſez, & M. Daprès auroit dû placer Manille encore plus à l'eſt qu'il ne l'a marquée: voici ſur quoi il s'étoit fondé.

La poſition de Pulo-condor avoit été déterminée par le P. Gaubil, Miſſionnaire Jéſuite; il y avoit fait une ſeule obſervation de latitude, que même M. le Gentil reconnut fautive; mais il n'en avoit fait aucune pour déterminer la longitude, & voici comment il l'avoit obtenue.

Il étoit parti de la pointe de Bantam, dans le détroit de la Sonde, & avoit à ce qu'il croyoit, fait toujours route au nord,

un peu à l'oueſt, d'où il croyoit pouvoir conclure que Pulo-condor étoit plus oriental d'un degré que Batavia, dont la longitude eſt connue, mais on voit facilement combien il eſt aiſé de ſe tromper ſur une eſtime faite de cette manière, & ſur-tout dans une mer orageuſe & remplie de courans très-rapides.

De la poſition de Pulo-condor, ſuppoſée exacte, M. Daprès tire celle de Manille & de Quanton, par une ſavante combinaiſon des Routiers de pluſieurs Vaiſſeaux qui ont été ſouvent de l'un de ces points à l'autre, mais quelque bien fait que ſoit tout ce travail, ſon exactitude tombe néceſſairement avec celle de la détermination de Pulo-condor par le P. Gaubil, & on ne doit en aucune façon s'y fier.

C'étoit donc rendre un grand ſervice à la Navigation que de fixer irrévocablement la poſition de Manille, & c'eſt ce que M. le Gentil a eu en vue dans ſon travail.

L'endroit où il a fait ſes obſervations à Manille, eſt un donjon ou une tour carrée, très-ſolidement bâtie, appartenant à Don Manuel Galban, *Oydor* ou Conſeiller de l'audience royale de Manille, auquel tous ceux qui s'intéreſſent à l'avancement de la Géographie & de la Navigation, doivent la plus grande reconnoiſſance pour toutes les facilités qu'il a bien voulu procurer à M. le Gentil dans la vue d'aſſurer le ſuccès de ſes opérations.

Dès le 28 Septembre 1766, les inſtrumens étoient placés dans l'Obſervatoire & en état de ſervir, mais le mauvais temps ne permit pas d'en faire uſage avant le 12 Octobre, & le 22 M. le Gentil obſerva une immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter, mais il ne regarde pas cette obſervation comme parfaite, tant à cauſe du peu de hauteur qu'avoit alors Jupiter ſur l'horizon, que parce que des nuages clairs rendoient Jupiter aſſez mal terminé.

Il fut plus heureux le 14 Novembre & il eut une très-bonne obſervation de l'immerſion du même Satellite.

Les jours ſuivans il s'aperçut que la pendule accéléroit ſon mouvement d'environ 10 ſecondes en vingt-quatre heures, & que les arcs de la vibration du pendule étoient conſidérablement diminués, il en rechercha la cauſe & la trouva dans l'huile qu'il avoit miſe aux pivots, cette huile étoit de l'huile de cocos, & cette huile ſe

deſsèchè & s'épaiſſit à l'air, c'étoit par ce moyen qu'elle avoit gêné le mouvement des roues & des pivots du balancier, qu'elle auroit infailliblement arrêté tout-à-fait, ſi les opérations avoient duré plus long-temps; leçon qui doit engager ceux qui tranſportent des inſtrumens délicats, à ſe munir avec ſoin de tout ce qui eſt néceſſaire à leur entretien, & qu'ils ne ſont pas toujours ſûrs de trouver dans les endroits où ils doivent opérer; heureuſement les attentions de M. le Gentil remédièrent à cet accident, & les obſervations n'en furent pas moins exactes, mais une petite fiole d'huile d'olive lui eût épargné cette peine.

On attendoit le 7 Novembre au matin une immerſion du 1.er Satellite: le Fiſcal de Manille s'étoit même rendu à l'Obſervatoire pour aſſiſter à cette obſervation, mais le temps qui avoit été aſſez beau juſque-là, ſe couvrit au moment de l'obſervation & la rendit impraticable; ce mauvais temps dura pendant trois jours & finit par un tremblement de terre, un ouragan & une pluie de vingt-quatre heures, après leſquels le ciel reparut ſerein.

Quelques Auteurs ont avancé que les ouragans & les coups de vents qu'on éprouve dans ces parages, arrivent aux nouvelles lunes qui ſuivent l'équinoxe; mais rien, ſelon M. le Gentil, n'eſt plus faux que cette règle: on en éprouve depuis le 10 ou 15 Octobre juſqu'à la fin de Novembre & même juſqu'à la mi-Décembre; il promet de donner, dans la ſuite, des Obſervations ſur cet important objet: revenons à notre ſujet.

Il obſerva le 30 Décembre une immerſion du 1.er Satellite, & il regarde cette Obſervation comme aſſez exacte.

Le 8 Janvier, il en obſerva une autre par un très-beau temps, auſſi met-il cette obſervation au nombre des meilleures.

Le 23 & le 30 Janvier il en obſerva encore deux autres, dont il eut tout lieu d'être ſatisfait & il y borna les obſervations deſtinées à fixer la longitude de Manille.

Dans le nombre de celles qu'avoit faites M. le Gentil, il s'en étoit trouvé, comme nous l'avons dit, quelques-unes de douteuſes & il les a rejetées, il s'eſt contenté d'en employer quatre qui, comparées d'abord avec le calcul tiré des Tables & enſuite avec celles qui avoient été faites en Europe au même jour, ont donné

la différence des méridiens entre Paris & Manille, de $7^h\ 54'\ 8''$ ou $118^d\ 32'\ 9''$ à l'orient de Paris; la latitude boréale de Manille avoit été trouvée par M. le Gentil de $14^d\ 36'\ 8''$. La poſition de Manille très-importante par ſa ſituation au milieu d'une mer orageuſe, & qui avoit été juſqu'ici livrée aux conjectures & à l'incertitude de l'eſtime des Pilotes, ſe trouve donc fixée d'une manière irrévocable; ce ne ſera pas la ſeule obligation de ce genre que les Navigateurs auront à M. le Gentil.

SUR LA THÉORIE DE JUPITER.

V. les Mém. page 501.

LES éclipſes des Satellites de Jupiter ſont aujourd'hui, de l'aveu de tout le monde, un des principaux moyens d'obtenir les Longitudes géographiques; mais ce moyen ſera d'autant plus facile à employer, que la théorie de ces Planètes ſecondaires ſera plus parfaite, & qu'on pourra compter avec plus de confiance ſur le calcul tiré des Tables.

L'exactitude du calcul de ces éclipſes dépend non-ſeulement de la perfection de la théorie des ſatellites mêmes, mais encore de celle de Jupiter; le mouvement de l'ombre de Jupiter dans l'orbite du ſatellite, eſt toujours égal à celui de Jupiter dans ſon orbite propre; d'où il ſuit que la connoiſſance du mouvement vrai de Jupiter eſt un élément néceſſaire du calcul des éclipſes des ſatellites; il eſt même d'autant plus néceſſaire de bien connoître cet élément, que l'inégalité du mouvement de Jupiter ſe confondant par ce moyen avec celle du mouvement propre de chaque ſatellite, on ne peut déterminer la quantité de cette dernière qu'on ne l'ait dépouillée abſolument de la première.

C'eſt pour cette raiſon que M. Bailly qui a dirigé ſes recherches ſur l'important objet de l'aſtronomie des ſatellites, a cru néceſſaire de s'aſſurer avant tout de la théorie de Jupiter, & ſur-tout de ſa plus grande équation, de la quantité préciſe de ſon moyen mouvement & de celui de ſon aphélie.

En examinant l'équation du centre de Jupiter, telle qu'elle a été donnée par les différens Aſtronomes qui la regardoient comme

conſtante, M. Bailly a trouvé des variations conſidérables dans ſa quantité; M. Mayer de ſon côté avoit cru en remarquer une de 7′ 20″ en plus & en moins, mais il trouva par la théorie de M. Euler que cette variation avoit une période de ſoixante ans après laquelle elle revenoit la même.

Il réſulte de toutes ces recherches, que cette équation eſt regardée par quelques Aſtronomes comme conſtante, que d'autres lui donnent des accroiſſemens & des décroiſſemens périodiques, & que d'autres enfin la font croître conſtamment.

Un nouvel examen de ces élémens ne pouvoit donc qu'être extrêmement utile pour fixer avec certitude la nature & la qualité de cet important élement, & de voir comment les réſultats s'accorderoient avec ceux qui ſeront déduits de la théorie.

La méthode qu'a employée M. Bailly, eſt celle au moyen de laquelle étant données trois obſervations, l'une au voiſinage de l'aphélie, & les deux autres vers les moyennes diſtances, on obtient le lieu de l'aphélie, l'excentricité, le temps du paſſage par l'aphélie & l'erreur de la longitude moyenne.

Les obſervations néceſſaires pour cette recherche, ſont celles qui ont été faites dans les oppoſitions, parce que dans ces points, Jupiter eſt vu de la Terre, comme il le ſeroit d'un Obſervateur placé dans le Soleil, & par conſéquent exempt de toute parallaxe de l'orbe annuel.

Heureuſement M. Bailly a trouvé un grand nombre d'obſervations d'oppoſitions de Jupiter, calculées par M. Jeaurat. En les diſpoſant trois à trois dans les conditions que nous venons d'énoncer, il en a tiré quatorze déterminations différentes de la plus grande excentricité du lieu de l'aphélie & de l'erreur de la longitude moyenne, prenant toujours pour époque de cette longitude, le paſſage de Jupiter par le périhélie dans lequel le lieu moyen ſe confond exactement avec le vrai, ſans aucune équation.

De toutes ces obſervations, il réſulte que, ſi l'on prend 7 ſecondes & demie par révolution, pour l'augmentation de l'équation, on pourra repréſenter aſſez bien les obſervations depuis 1744 juſqu'en 1762.

Mais cette variation dans la plus grande équation du centre, eſt-elle conſtante ou croît-elle également?

Pour réſoudre cette queſtion, il eſt néceſſaire de ſuppoſer, 1.° que les obſervations ſur leſquelles on ſe fonde, ſont exactes; 2.° que les petites équations de M. Mayer le ſont auſſi, & comme M. Mayer n'a point dit comment il les avoit calculées, il eſt extrêmement difficile de s'en aſſurer.

En réduiſant, par le moyen de ces équations, les obſervations à une même époque, il en réſulte que depuis Ptolemée, c'eſt-à-dire, depuis l'an 136, l'équation du centre de Jupiter a toujours été en croiſſant; que dans le ſiècle préſent elle eſt au-deſſus de $5^d\ 33'$, & que dans le ſiècle dernier elle n'étoit pas de plus de $5^d\ 32'$, ce qui donneroit d'un de ces ſiècles à l'autre une variation au moins d'une minute.

En comparant les obſervations depuis 1661 juſqu'en 1762, on trouve pour ces cent ans une augmentation de $1'\ 56''$.

Si on compare celles de 1590 à celles de 1762, on trouve dans ces cent ſoixante-douze ans $2'\ 58''$, ce qui donneroit $1'\ 43''$ de variation par ſiècle.

Si enfin on compare les obſervations de 1762 à celles de 136, on aura dans cet eſpace de ſeize cents vingt-ſix ans une augmentation de $21'\ 22''$, ou environ $1'\ 19''$ par ſiècle.

Il ſembleroit réſulter de cet examen, que non-ſeulement l'équation du centre de Jupiter a toujours été en croiſſant depuis Ptolémée juſqu'à nous, mais que cette augmentation même n'a pas été uniforme, & qu'elle a eu ſes accroiſſemens. Malgré ces réſultats, M. Bailly n'oſe pas encore admettre cette différence d'accroiſſement, cette différence pouvant très-bien être attribuée au peu d'exactitude des obſervations anciennes & aux erreurs inévitables dans les longs calculs; il s'eſt contenté d'expoſer dans une Table les excentricités déduites des obſervations, celles qui réſulteroient des différentes ſuppoſitions d'accroiſſement, données par les différens Aſtronomes, & la différence de ces équations avec celles qu'ont donné les obſervations. Un ſeul coup d'œil ſur cette table fait voir que celles qui s'en écartent le moins, ſont celles qui ſont tirées de l'hypothèſe de M. Wargentin: cependant

la première ſuppoſition les repréſente également bien à une près, qui pourroit être ſuſpecte ; elle a même l'avantage d'être fondée ſur la théorie, & de repréſenter à 4 minutes près l'équation déduite des obſervations de Ptolémée : mais quoiqu'on puiſſe hardiment s'en tenir aux obſervations & aux déterminations de M. Wargentin, cette queſtion aura peut-être beſoin d'obſervations exactes, continuées pendant pluſieurs ſiècles pour être abſolument décidée.

Le ſecond point que M. Bailly s'étoit propoſé de diſcuter dans ce Mémoire, étoit la recherche du mouvement annuel de l'aphélie ; ce point même étoit d'autant plus important, que les plus habiles Aſtronomes n'étoient nullement d'accord ſur la quantité de ce mouvement. M. Caſſini le faiſoit de 57 ſecondes, M. Halley de 1′ 12″, & M. Wargentin de 1′ 2″.

Les mêmes opérations qui ont donné à M. Bailly l'équation du centre, lui ont auſſi donné dix poſitions de l'aphélie pour dix années différentes, dans l'eſpace de cent ſoixante-douze ans, écoulé depuis 1590 juſqu'en 1762 ; il y a joint la comparaiſon des deux lieux de l'aphélie, obſervés en 136 & en 1762, & il en réſulte un mouvement annuel qui paroît avoir reçu un petit accroiſſement, ce qui ſeroit conforme à la théorie de M. de la Grange ; mais cet accroiſſement eſt ſi petit, qu'il ne peut être aperçu par les Obſervateurs qu'après pluſieurs ſiècles d'obſervations exactes : c'eſt à la poſtérité à décider cette queſtion, mais en attendant, M. Bailly penſe qu'on peut, ſans craindre aucune erreur, adopter avec M. Caſſini 57″ 24‴ pour le mouvement annuel de l'aphélie de Jupiter.

L'accélération du mouvement moyen de Jupiter ou l'équation ſéculaire de cette Planète, eſt le dernier objet du Mémoire de M. Bailly. Nous avons déjà traité cette matière dans l'hiſtoire de 1746*, en parlant d'un Mémoire de M. Caſſini ſur cette matière, & nous avons fait voir que, vu la figure & la ſituation reſpective des orbites de Jupiter & de Saturne, il devoit y avoir une diminution dans le mouvement moyen de Saturne, & une accélération dans celui de Jupiter, cauſée par l'attraction mutuelle que ces Planètes exercent l'une ſur l'autre.

* *Voy. Mém. année 1746 à la page 95.*

Le moyen qu'a employé M. Bailly pour trouver cette accélération, a été de comparer le mouvement moyen tiré des Tables de M. Caſſini à celui qui a été déduit des obſervations, de même que celui qui a été déterminé par M. de la Grange, & de marquer les différences de l'un & de l'autre avec celui qui a été obtenu par obſervation.

De douze comparaiſons de cette eſpèce, il réſulte qu'on aperçoit une accélération bien prouvée dans le mouvement de Jupiter; que depuis 1590 juſqu'en 1762, les Tables & la Théorie de M. de la Grange, donnent à très-peu près la même quantité : mais que le même accord ne ſubſiſte plus dans les ſiècles plus reculés; que le moyen mouvement annuel de Jupiter doit être fixé à $30^{d}\,20'\,36''$, avec un accroiſſement de $0''$, 1733; beaucoup plus petit que ne le donne la théorie; qu'on doit ajouter $2'\,19''$ à l'époque du moyen mouvement de Jupiter, ce qui la placera dans $0^{f}\,8^{d}\,25'\,4''$.

En examinant tout ce travail de M. Bailly, on pourroit être étonné que les réſultats tirés par M. Jeaurat de la théorie maniée avec le plus grand ſoin, ſe trouvent en de certains points ſi différens de ceux de M. Bailly; celui-ci en auroit été même plus étonné que perſonne, s'il n'en avoit découvert la ſource qui l'avoit lui-même très-embarraſſé, & qu'il s'eſt hâté de publier, tant pour l'intérêt de l'Aſtronomie que pour juſtifier M. Jeaurat, & voici en quoi elle conſiſte.

Dans *la Connoiſſance des Temps de 1763*, il s'eſt gliſſé une erreur de ſigne dans les Tables de deux des équations de M. Mayer, d'où il étoit réſulté que M. Jeaurat en employant ces équations, les avoit appliquées en plus lorſqu'il auroit fallu les appliquer en moins, ce qui avoit formé une erreur conſidérable qui ne diſparoiſſoit que lorſqu'au bout de ſoixante ans les cinq équations avoient fini une période, ce qui avoit engagé M. Jeaurat à établir une variation de 3 minutes en plus & de 3 minutes en moins dans la longitude moyenne qui avoit lieu pendant une période de ſoixante années; l'erreur de ſigne rétablie, fait évanouir la période, l'équation de 3 minutes & la néceſſité de l'appliquer: mais on voit auſſi combien il a fallu de ſagacité & de ſavoir en

Aſtronomie

l'Aſtronomie pour être en état de ſe tromper comme M. Jeaurat.

De toutes les recherches de M. Bailly, il réſulte que de toutes les Tables connues des mouvemens de Jupiter, celles qui méritent le plus de confiance ſont celles de M. Wargentin: on en pourroit conſtruire qui ſeroient encore plus parfaites, en employant les élémens qui viennent d'être établis dans ce Mémoire; mais M. Bailly attend pour entreprendre ce travail, qu'il ait vérifié par la théorie tous les points & toutes les équations qui leur doivent ſervir de fondement. Tous ceux qui connoiſſent l'importance de la Théorie de Jupiter, ſont en état d'apprécier le mérite de ſes recherches.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires:

L'Obſervation & le calcul de l'oppoſition de Jupiter au Soleil, du 6 Avril; par M. Jeaurat. V. les Mém. page 91.

L'Obſervation du même phénomène; par M. de la Lande. Page 93.

L'Obſervation du même phénomène; par M. Bailly. Page 415.

L'Écrit de M. du Séjour, ſur les Éclipſes ſujettes aux parallaxes. Page 97.

L'Obſervation de l'Éclipſe de Lune, du 4 Janvier 1768; par M. l'Abbé Chappe d'Auteroche. Page 96.

Les Obſervations aſtronomiques faites ſous un méridien $0^h\ 13'\ 30''$ plus occidental que Paris, avec l'ancien quart-de-cercle mobile de M. l'abbé Picard & avec l'inſtrument des paſſages; par M. le Monnier. Page 399.

Et les Remarques ſur le paſſage de Vénus ſur le Soleil, du 3 Juin 1769; par M. de la Lande. Page 236.

HYDRAULIQUE.

SUR LES POMPES.

V. les Mém. page 418.

IL n'arrive que trop ſouvent que ceux qui entreprennent d'établir des Pompes pour les différentes opérations auxquelles on les applique, ſe trouvent trompés ſur l'effet de ces machines qui produiſent beaucoup moins qu'on ne ſembloit avoir droit de l'eſpérer.

Une des principales cauſes de cette diminution de produit, eſt l'étranglement que la colonne d'eau éprouve en paſſant par les ſoupapes qui ſont inévitables dans ces machines.

L'importance de cet objet a déterminé M. le chevalier de Borda à l'examiner dans le Mémoire duquel nous allons eſſayer de préſenter une idée.

Il ſe ſert dans ce Mémoire du même principe qu'il avoit employé dans celui qu'il avoit donné en 1766*, la conſervation des forces vives; il examine l'incrément & la perte de ces forces pendant une révolution entière de la roue qui mène le piſton, & en le comparant à l'incrément des momens de tout le ſyſtème, il obtient la perte cauſée par les étranglemens.

* *Voy. Hiſt. année 1766, page 143.*

Il réſulte de ce calcul, que la perte cauſée par les étranglemens, eſt, toutes choſes d'ailleurs égales, proportionnelle au quarré de la vîteſſe de la roue, & par conſéquent à celui de la vîteſſe du piſton.

M. de Borda n'avoit entrepris cette recherche que dans la vue de l'appliquer à la pratique; la première application qu'il en a faite, a été à la machine à feu qui eſt établie aux mines de charbon de Montrelais près d'Ingrande. Les piſtons y ont 6 $\frac{1}{4}$ pieds de jeu, & la machine donne neuf coups de piſtons par minute, ce qui donneroit 6 ſecondes $\frac{2}{3}$ par vibration, mais comme il y a un peu de temps perdu entre la deſcente & la levée du piſton, M. de Borda croit qu'on peut légitimement fixer le

temps de chaque vibration à 5 ſecondes $\frac{1}{3}$, & par conſéquent celui de chaque demi-vibration à 2 ſecondes $\frac{2}{3}$.

Pour obtenir la contraction des colonnes de fluide, il meſura exactement l'ouverture des ſoupapes, mais il s'aperçut bientôt qu'il ſe tromperoit, s'il ne faiſoit entrer que cette donnée dans ſon calcul, & cela pour deux raiſons; la première eſt que l'eau arrive à ces ouvertures par des directions convergentes qui produiſent dans les colonnes un reſſerrement plus grand que celui qui réſulteroit de la ſeule diminution du paſſage; & la ſeconde que l'eau eſt rejetée par la manière dont s'ouvrent les valvules contre le corps de pompe, ce qui augmente encore le reſſerrement, enfin il y a au bout inférieur une grille pour empêcher qu'il n'y entre des ordures, & cette grille peut, ſelon lui, être comptée à cet égard pour une ſoupape.

Le calcul appliqué à ces élémens, il en eſt réſulté que la force néceſſaire pour faire mouvoir cette pompe, eſt à celle qui ſuffiroit, s'il n'y avoit point d'étranglemens, comme 61 + 4,88 eſt à 61, ou, ce qui revient au même, qu'il y a de ce chef plus d'un treizième de la force de perdu.

Le même calcul a encore été appliqué à une autre machine à feu, employée au deſſéchement d'un grand lac; celle-ci n'élevoit l'eau qu'à cinq pieds de hauteur, le jeu de chaque piſton étoit de ſix pieds, & elle faiſoit dix aſpirations par minute; mais le temps de ſa montée étoit un peu moindre que celui de ſa deſcente, & il y avoit entre l'un & l'autre un petit intervalle d'environ demi-ſeconde. La meſure des ouvertures des ſoupapes, lui fit juger que leurs paſſages contractoient la colonne de fluide dans la raiſon de $4\frac{1}{2}$ à 1, mais que les ſoupapes inférieures produiſoient une contraction un peu plus grande. Le calcul fait d'après ces données, il en réſulte que la force néceſſaire pour faire mouvoir ces pompes eſt à celle qui auroit ſuffi, s'il n'y avoit aucun étranglement, dans le rapport de 7,868 à 5, ou preſque comme 8 eſt à 5.

Toute cette recherche l'a conduit à une réflexion bien importante; puiſque la réſiſtance occaſionnée par les étranglemens croît comme le quarré de la vîteſſe du piſton, on peut, en

diminuant cette dernière d'une certaine quantité, diminuer l'autre bien plus conſidérablement : ſi, par exemple, au lieu de quatre piſtons, ayant chacun 6 pieds de jeu, on en mettoit 8 qui ne jouaſſent que de 3 pieds, la machine ne ſeroit pas plus chargée, & la réſiſtance cauſée par les étranglemens ſeroit réduite au quart de ce qu'elle étoit, avantage bien réel & dû aux recherches de M. le chevalier de Borda.

On doit donc dans la pratique augmenter plutôt le nombre des corps de pompes, que d'augmenter la courſe & la vîteſſe des piſtons.

Il auroit été bien ſurprenant qu'ayant, pour ainſi dire, toute cette théorie à la main, il eût négligé d'en faire l'application aux pompes des Vaiſſeaux qu'il avoit continuellement devant les yeux, & auxquelles il eſt ſi important de donner tout l'avantage dont elles peuvent être ſuſceptibles; auſſi n'y a-t-il pas manqué, & il a eu lieu d'être ſatisfait de ſon travail par les défauts qu'il a trouvés dans ces pompes ordinaires, & par les moyens faciles d'y remédier que ſes recherches lui ont donnés.

La pompe qu'il a examinée, avoit 6 pouces de diamètre intérieur ; le paſſage de la ſoupape inférieure avoit 3 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre, d'où il conclut, en faiſant à la contraction les mêmes augmentations que dans les articles précédens, qu'elle étoit dans le rapport de 4 $\frac{1}{2}$ à 1 ; celle qui étoit occaſionnée par la ſoupape du piſton, étoit dans le rapport de 6 à 1, & on peut doubler la quantité de cette contraction à cauſe de la grille placée au bas du corps de pompe qui en occaſionnoit une à peu près égale à celle de cette dernière ſoupape : toutes ces données étant introduites dans l'équation, il trouva que de la force de onze hommes qui dans l'eſpace de 15 minutes de temps avoient fait jouer cinq cens quatre-vingt-deux fois le piſton qui parcouroit à chaque fois 2 pieds, il y en avoit preſqu'un tiers de perdu.

En réduiſant le jeu du piſton à 18 pouces, on n'avoit plus beſoin d'une ſi grande force, & la perte cauſée par les étranglemens ne va plus qu'à un peu moins d'un cinquième; en diminuant de même la vîteſſe d'environ un quart, on diminuera encore la perte de force cauſée par les étranglemens, & elle ne

ſera plus qu'une ſeptième partie de la force motrice : il ſera donc toujours plus avantageux de multiplier les pompes en diminuant la courſe & la vîteſſe de leurs piſtons, que de diminuer le nombre des pompes en augmentant ces mêmes quantités.

Pendant qu'il étoit occupé de cet objet, il a voulu examiner ſi un piſton deſcendant par ſon propre poids emploieroit à deſcendre d'une quantité donnée le même temps que ſa théorie donneroit pour cette deſcente.

Deux opérations étoient néceſſaires pour cette recherche, la première de déterminer par l'expérience le temps de la deſcente du piſton, & la ſeconde de la déterminer par le calcul.

Le corps de pompe duquel il ſe ſervit, avoit 6 pouces de diamètre, le piſton peſoit 77 livres, mais déduiſant de ce poids celui du volume d'eau qu'il déplaçoit, ce poids étoit réduit à 41 livres & pouvoit équivaloir à une colonne d'eau de 5 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur : M. de Borda avoit cloué ſur l'ouverture de la ſoupape de ce piſton, une plaque de fer-blanc, percée d'un trou de 18 lignes de diamètre, qui n'étoit que la 16.e partie de la ſection du corps de pompe ; on avoit donc le diamètre de la colonne au point de ſa plus grande contraction, dans le rapport de 22,4 à 1 avec le diamètre total de la colonne ou de $\frac{1}{22}$ du diamètre de cette colonne, & l'expérience a fait voir que ce piſton élevé de 4 pieds, & abandonné à ſon propre poids, eſt deſcendu en 6 ſecondes de temps.

Si l'on applique préſentement le calcul algébrique à ces données, on trouvera pour le temps de la deſcente du piſton 5 ſecondes $\frac{1}{2}$, accord qui marque également & l'exactitude de l'expérience & la ſagacité avec laquelle le calcul avoit été conduit.

Le Mémoire de M. de Borda eſt terminé par quelques remarques ſur la réſiſtance des fluides, mais ces réflexions ne l'ont pas conduit à des réſultats abſolument exacts ; elles ſont en quelque ſorte le germe & l'objet d'un autre travail : celui duquel nous venons de rendre compte eſt bien propre à en faire deſirer l'exécution.

MÉCANIQUE.

LES Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1768, ſont au nombre de ſix.

Le premier eſt l'*Art du Serrurier*, par M. du Hamel, l'objet de cet art eſt immenſe & ſe diviſe en un très-grand nombre de branches; elles ont toutes cependant des principes communs & généraux, & c'eſt par où il commence : il donne la manière de connoître les différens fers & les uſages auxquels ils ſont propres; il diſtingue les différentes eſpèces de charbon qu'on emploie & les différens travaux auxquels on les doit employer; il paſſe de-là à la manière de forger le fer & de le limer pour lui donner la forme néceſſaire.

Les premiers fers qu'on emploie dans les bâtimens, ſont les gros fers, comme ancres, tirans, étriers, chevêtres, &c. qui ſervent à en augmenter la ſolidité, c'eſt auſſi ce qui fait l'objet du ſecond chapitre : il y joint le détail d'une partie de la groſſe ferrure des bâtimens de mer; après ces groſſes ferrures, viennent les ouvrages qui doivent ſervir à la ſûreté des habitans des maiſons ou à leur ornement, comme balcons, rampes d'eſcalier, grilles de fenêtre, portes, jardins, vitraux en plomb, & même ceux que le ſieur Chopitel avoit imaginés pour ſuppléer aux chaſſis de bois ordinaires; les différentes pièces qui ont rapport à la fermeture des portes, croiſées, armoires, coffres, &c. & la manière de les poſer, qui forme pour ainſi dire un art diſtinct de celui du Serrurier, fait l'objet du IVe chapitre; il y diſtingue toutes les différentes ferrures en uſage & y ajoute des réflexions ſur leur utilité & ſur les cas où elles ſont préférables les unes aux autres : le chapitre V.^e^ contient le curieux détail de la conſtruction des différentes eſpèces de ſerrures & de cadenats; cet article, le plus ſavant de tout l'art de la ſerrurerie, eſt traité avec le plus grand détail & eſt certainement un

des plus intéreſſans; c'eſt le ſeul que M. du Hamel ait trouvé tout fait dans les papiers de M. de Reaumur, & il ne manque pas d'en avertir le Lecteur : le VIe & dernier chapitre contient encore un art preſqu'entièrement ſéparé, c'eſt celui de la ferrure des carroſſes, tant pour leur ſolidité que pour les reſſorts & les autres pièces qui n'ont pour but que les commodités ou l'agrément; tous ces objets ſont traités avec toute la clarté poſſible & accompagnés de planches qui préſentent aux yeux le développement des pièces & les ouvriers dans l'action de leur travail.

Le ſecond eſt l'*Art du Cordonnier*, par M. de Garſault; il eſt diviſé naturellement en trois branches dont les travaux ſont aſſez différens les uns des autres; *le Cordonnier pour homme*, *le Cordonnier pour femme & le Bottier:* il commence par une courte hiſtoire des chauſſures qui ont été autrefois en uſage & dont la deſcription a pu échapper à l'injure des temps; il décrit enſuite ſéparément chacune des parties de cet art, au moyen duquel on trouve le ſecret de former avec des matières molles & flexibles, des chauſſures qui, ſans gêner le pied, le mettent à l'abri de l'eau & des autres inconvéniens qu'auroient à craindre ceux qui vont à pied, à armer les jambes des Cavaliers contre la plus grande partie des accidens qui peuvent leur arriver, & à donner à preſque toutes ces chauſſures, & ſur-tout à celles qu'on fait pour les Dames, tout l'agrément & toute l'élégance dont elles ſont ſuſceptibles.

Le troiſième eſt l'*Art de fabriquer la Brique & la Tuile, & de les faire cuire avec la tourbe*, comme on le pratique en Hollande, par M. Jars alors Correſpondant, depuis Membre de l'Académie, & dont elle regrette aujourd'hui la perte. Cet art eſt une ſuite naturelle de celui du Briquetier-tuilier, publié en 1763 par Mrs du Hamel, Fourcroy de Ramecourt & Gallon; la différence dans la matière qui ſert à la cuiſſon, en entraîne néceſſairement une dans la conſtruction & dans l'arrangement du four, & c'eſt pour cette raiſon que l'Académie a cru devoir joindre cette eſpèce d'appendice à l'art déjà publié.

Le quatrième eſt l'*Art de diviſer les Inſtrumens de Mathéma-*

tiques, par M. le duc de Chaulnes: cet art dont l'Académie a publié les principes en 1765*; eſt abſolument nouveau, & n'a aucun rapport aux méthodes uſitées juſqu'à préſent. On ſait de quelle importance il eſt que les inſtrumens ſoient exactement diviſés, & que ce talent a fait preſqu'en entier la réputation dont ont joui les plus célèbres Artiſtes en ce genre: mais ce talent eſt rare, & ceux que la Nature en a favoriſés, ne ſont exempts ni de la mort ni de la vieilleſſe, ni de toutes les infirmités auxquelles tous les hommes ſont ſujets. Il a imaginé des inſtrumens armés de microſcopes & de téleſcopes qui font, pour ainſi dire, tous ſeuls la diviſion des lignes droites & des arcs de cercle, ou pour parler plus juſte, au moyen deſquels un homme de capacité médiocre, peut avec un peu d'attention atteindre à un degré de perfection ſi ſurprenant, qu'un inſtrument de 11 pouces de rayon, diviſé de cette manière, a ſoutenu la comparaiſon avec un quart-de-cercle de 6 pieds de rayon. Ce nouveau diviſeur eſt un véritable préſent que M. le duc de Chaulnes fait aux Mathématiciens & ſur-tout aux Aſtronomes; c'eſt un excellent Artiſte, capable d'exécuter aiſément ce que les hommes n'exécuteroient qu'avec peine, qui peut par conſéquent multiplier extrêmement le nombre des bons inſtrumens, & qui n'eſt ſujet ni à la mort ni à aucune des infirmités qui peuvent rendre inutiles les talens les plus précieux.

* *Voy. Hiſt.* 1765, p. 65.

Le cinquième eſt l'*Art de la Tréfilerie* ou *de faire le fil d'archal*, c'eſt-à-dire de réduire le fer en fil plus ou moins fin juſqu'au dernier numéro des cordes de claveſſin. Le fer dans cette opération, après avoir été forgé en tringles aſſez fortes, on le force au moyen d'une machine mue par un courant d'eau & de tenailles qui y ſont attachées, à paſſer ſucceſſivement par les différens trous des filières, & on parvient à lui donner l'extenſion & la fineſſe qu'on deſire. Le choix du fer, ſes préparations avant que de le préſenter aux filières, les machines deſtinées à cet uſage, celles qui ſervent à l'étendre par la réſiſtance des devidoirs, lorſque ſa fineſſe ne lui permet plus d'être ſaiſi par les tenailles; rien n'a échappé aux recherches de M. du Hamel, & l'on croit, en liſant

la

la description de cet Art, être transporté dans les ateliers même où on l'exerce.

Le sixième & dernier Art qui ait été publié en 1768, est celui *d'exploiter les mines de Charbon de terre*, par M. Morand fils, *I.ere partie*. On sait à combien d'Arts est utile cette espèce de matière; les voyages qu'il a faits à Liége, à Aix-la-chapelle & à Charleroi, & la lecture assidue du petit nombre d'Auteurs qui ont écrit sur cette matière, l'ont mis à portée de traiter cet important objet dans toute son étendue: la première partie de son ouvrage est la seule qui ait encore paru, les autres la suivront de près; elle contient l'histoire du charbon de terre, tant comme faisant partie de l'Histoire naturelle, que relativement aux Arts & au Commerce; il donne sa composition, sa nature, ses différentes espèces & ses variétés, les météores aqueux & ignés qui accompagnent cette substance dans les mines, & qui gênent prodigieusement les Ouvriers dans la poursuite de leur ouvrage: il entre ensuite dans le détail des terreins où sont situés les mines, & de la nature des différentes couches de terre, de sable & de roc qu'on rencontre avant de parvenir au charbon; il donne les différentes positions des filons & décrit les obstacles qu'on trouve à vaincre dans l'exploitation des mines de la part des eaux: en un mot on trouve dans cette partie de son ouvrage, s'il m'est permis d'user de ce mot, une anatomie exacte de l'intérieur du terrein, bien capable de faire desirer la suite de cette description, qui doit contenir l'Art, proprement dit, d'exploiter les mines; cette première partie de l'ouvrage de M. Morand a paru si utile à M. l'Évêque Prince de Liége, qu'il l'en a fait remercier par son Ministre & l'en a remercié lui-même par une Lettre écrite de sa main.

MACHINES ou INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXVIII.

I.

UNE *Vielle organisée*, présentée par le sieur Joubert maître Luthier à Paris: cette vielle est véritablement organisée, c'est-à-dire garnie d'un petit jeu de flûte qu'on joue en même-temps que la vielle ou, si l'on veut, séparément l'un de l'autre, toujours avec le même clavier & en faisant agir dans l'un & l'autre cas le soufflet par le mouvement même de la manivelle. Le son de cet instrument a paru agréable; & quoique l'idée n'en soit pas absolument neuve, cependant comme on n'avoit pu jusqu'ici réussir à l'exécuter, on a cru que c'étoit une addition utile à un instrument déjà connu, & que la manière dont il l'a exécutée & l'art avec lequel il a réduit toute cette mécanique sous un très-petit volume, méritoient d'être encouragés.

II.

Une *nouvelle Grue* ou plutôt *un changement à faire aux Grues ordinaires*, par M. Berthelot; personne n'ignore que dans l'usage ordinaire de la grue, les hommes qui la font agir, sont appliqués à la circonférence d'une roue qu'ils font tourner par leur propre poids; & que si le cable qui soutient le fardeau qu'on élève, vient à casser, ils sont exposés aux plus grands dangers: dans la grue de M. Berthelot les hommes n'agissent pas immédiatement sur la roue, ils sont placés à terre, sur deux espèces de marches ou pédales, & ces pédales font agir alternativement deux leviers verticaux, placés aux deux côtés de la roue; ceux-ci sont garnis de mentonnets qui cèdent en montant, mais qui accrochent en descendant les chevilles de la roue, qu'ils font tourner avec d'autant plus d'avantage que les mentonnets peuvent agir sur le rayon horizontal de la roue, & que si le cable vient à casser, les hommes ne courent pas le moindre risque. Cette construction

qui ſe peut appliquer aiſément à toutes les grues déjà faites, a paru ſimple, peu diſpendieuſe & très-propre à éviter tous les accidens.

III.

Un *Crible à nettoyer les grains*, propoſé par M. Gambier; ce crible eſt cylindrique & porte dans ſon intérieur des lames de tôle, piquées en râpe, diſpoſées en hélice, qui obligent par cette ſituation le grain à parcourir environ trente pieds de longueur dans le crible, quoiqu'il n'ait que quatre pieds & demi de longueur; des grilles de fil de fer y ſéparent les différentes qualités de grain nettoyé par les râpes, un autre crible plat reçoit le moindre grain, & enfin la pouſſière & les ordures légères y ſont emportées par un ventilateur, tandis que les groſſes & les peſantes tombent au fond dans une caiſſe deſtinée à les recevoir. Il a paru en général que ce crible produiſoit un très-bon effet, & que la manière dont on a conſtruit le cylindre qui en fait la partie eſſentielle, étoit nouvelle & ingénieuſe: qu'à la vérité cet inſtrument demande à être exécuté par un Ouvrier intelligent, & coûtera plus que les autres; mais qu'auſſi il deviendra plus propre qu'aucun autre qu'on connoiſſe, à nettoyer parfaitement le grain qui ſe trouvera chargé de pouſſière & d'ordures, ce qui eſt un avantage conſidérable.

IV.

Un *nouveau Compas de proportion*, propoſé par le P. Touſſaint de Saint-Marcel, Carme-déchauſſé, Prieur de la maiſon de Langres: ce Compas ne reſſemble en rien au compas de proportion ordinaire; il eſt compoſé de quatre branches égales, ayant chacune leur pointe, deux de ces branches portent chacune une oreille diviſée en quart-de-cercle dont le centre eſt le même que le centre de mouvement du compas; les deux autres branches s'attachent ſur ces quarts-de-cercle qui ſervent à meſurer combien elles s'écartent du plan dans lequel ſe meuvent les deux premières; il eſt évident que plus elles en ſont éloignées, moins elles s'écarteront par le mouvement des autres branches qui les entraîne, & qu'on peut par ce moyen mettre telle proportion qu'on voudra

entre l'ouverture des unes & des autres : c'eſt-là le principe de la conſtruction de cet inſtrument : il n'y a point de problème qui puiſſe ſe réſoudre par le compas de proportion ordinaire, qui ne ſe réſolve par celui-ci avec plus d'étendue, d'exactitude & de facilité, au moyen d'une règle diviſée que l'Auteur y a jointe & des Tables qu'il a calculées pour cet uſage. La conſtruction en a paru ingénieuſe ; il eſt ſeulement à craindre que les quatre pointes dont il eſt armé, ne le rendent d'un uſage incommode à ceux qui n'y ſeront pas accoutumés.

DANS le nombre des Pièces qui ont été préſentées cette année à l'Académie, les douze ſuivantes ont été jugées dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur les Iſopérimètres : Par M. Kiéckel.

Sur la peſanteur & la chaleur des différentes Sources de Bagnières : Par M. Marcorelle, Correſpondant.

Sur l'épaiſſeur qu'on doit donner aux Revêtemens : Par M. de Blavau.

Sur les variétés des Tubulaires de la claſſe des pinceaux de Mer : Par M. l'abbé de Mazeas, Correſpondant.

Sur l'Analyſe des différentes eſpèces de Tourbes : Par M. le Sage, Correſpondant.

Sur la formation des Savons : Par M. de Machy.

Obſervation de l'Éclipſe de Lune du 30 Juin, faite à Rouen : Par M. Bouin, Correſpondant.

Obſervation de l'Éclipſe du Soleil du 1.er Avril 1764 : Par M. Garipuy, Correſpondant.

Obſervations de Médecine : Par M. Houttuyn.

Sur un nouveau genre d'Animal aquatique : Par M. Muller, de l'Académie des Curieux de la Nature.

Sur les Soufflets à chute d'eau : Par M. Barthès.

Relation de la guériſon d'une Paralyſie, opérée par l'électricité : Par M. Bonafoſſe.

L'ACADÉMIE avoit propoſé pour le ſujet du Prix de 1768, de perfectionner *les méthodes ſur leſquelles eſt fondée la théorie de la Lune, de fixer par ce moyen celles des équations de cette Planète qui ſont encore incertaines, & d'examiner en particulier ſi l'on peut rendre raiſon par cette théorie de l'équation ſéculaire du mouvement de la Lune.*

N'ayant pas été ſatisfaite des recherches qu'elle a reçues ſur ce ſujet, elle l'a propoſé de nouveau pour l'année 1770, avec un Prix double.

ÉLOGE DE M. BARON.

THÉODORE BARON, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, ancien Profeſſeur aux Écoles de la même Faculté & Cenſeur royal des Livres, naquit à Paris le 17 Juin 1715, d'Hyacinthe-Théodore Baron, Docteur en Médecine de la même Faculté, & de Marie Pellemoine, tous deux d'honnête famille; celle de M. Baron en particulier, étoit attachée à la Médecine depuis près de cent cinquante années & y tient encore par un frère de celui dont nous faiſons l'éloge, qui l'exerce à Paris avec diſtinction.

Il fit ſes études au Collége de Beauvais, & il étoit en Philoſophie ſous M. Benet, lorſque ce célèbre Profeſſeur mourut. Heureuſement pour M. Baron il fut remplacé par M. Rivard, dont l'eſprit géométrique ſe trouva ſympathiſer merveilleuſement avec le génie du jeune Étudiant, & il s'établit bientôt entr'eux une étroite liaiſon: le fruit en fut une connoiſſance aſſez étendue des Mathématiques que prit M. Baron, connoiſſance toujours utile à ceux même qui ne ſont pas Mathématiciens de profeſſion.

Pendant ce même temps, il étudioit les élémens de Chimie ſous un de ſes oncles, habile Apothicaire à Paris, & il porta dans cette étude l'eſprit de préciſion qu'il avoit puiſé dans celle des Mathématiques: cette manière d'étudier la Phyſique, étoit bien propre à y faire les plus grands progrès; il ſortit en effet de ſes cours de Philoſophie & de Chimie en état de ſuivre par lui-même l'étude de ces deux Sciences.

Ses premières études n'étoient, pour ainſi dire, qu'un préliminaire de celle de la Médecine, à laquelle ſon inclination le portoit, & dont ſa naiſſance lui avoit preſque fait une loi. On ſait que les Étudians en Médecine ſont aſſujettis à prendre des leçons de pluſieurs Profeſſeurs; un heureux haſard lui fit trouver au nombre de ces Profeſſeurs, le célèbre M. Bourdelin, Membre de cette Académie: quel tréſor pour un jeune Chimiſte! auſſi n'oublia-t-il pas d'en profiter. Il s'attacha de même à feu M.

Hunauld, alors auſſi Membre de cette Académie, & ami particulier de toute la famille; ce fut ſous la conduite de ces deux célèbres Académiciens, & en profitant avec ardeur de leurs leçons publiques & particulières, auxquelles il joignoit encore celles de M. Rouelle qu'il ſuivoit avec la plus grande aſſiduité, qu'il parvint à ſe mettre au fait de l'Anatomie & de la Chimie, & à mériter l'eſtime & l'amitié qu'ils lui accordèrent tous.

Il n'eſt que trop ordinaire que les jeunes gens qui ſe deſtinent à la Médecine, ſe hâtent de ſe livrer à la pratique, & qu'ils attendent avec impatience la Licence qui doit leur en procurer le droit. Cet uſage eſt cependant d'une part contraire au véritable intérêt des jeunes praticiens, qu'il prive d'une infinité de connoiſſances qu'ils auroient eu beſoin d'acquérir, & qui les auroient bien dédommagés d'un peu de retardement, & il eſt de l'autre pernicieux au Public qui dans les cas difficiles peut quelquefois ſe trouver la victime d'une pratique chancelante ou peu éclairée.

Les études multipliées de M. Baron l'avoient certainement mis plus que perſonne à l'abri de cet inconvénient; il ne voulut cependant pas s'y expoſer, & il ne ſe mit ſur les bancs qu'à la ſeconde Licence qui ſuivit la fin de ſes études: perſonne n'eſt ordinairement plus circonſpect en pareille matière que celui qui a le moins à craindre.

Cet intervalle de temps fut rempli par un voyage qu'il fit à Liége, où un de ſes oncles étoit alors premier Médecin de M. le Cardinal de Bavière, Évêque & Prince de cette ville; ce fut en ſuivant pendant deux ans cet habile Médecin dans l'exercice de ſa profeſſion qu'il ſe forma dans la pratique, qu'il apprit la véritable application des principes, & qu'il acquit ce coup d'œil éclairé, qui ſait démêler le ſiége & les cauſes des maladies, & qui peut ſeul, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, donner du corps à la théorie la plus éclairée.

Non content des connoiſſances qu'il avoit acquiſes pendant ce voyage, il prit encore à ſon retour les leçons de feu M. Aſtruc au Collége royal, & celles que M.rs Hunauld, Lémery & Boulduc, donnoient alors au Jardin du Roi; & ce ne fut qu'après

tout ce travail qu'il ſe crut en état d'entrer dans la Licence qui commençoit au mois de Mars 1740 : Il arrive ſouvent qu'on ſe croit digne d'y entrer à meilleur marché.

Il avoit cependant plus de raiſon de ſe précautionner qu'il ne penſoit peut-être lui-même, & cette eſpèce de ſuperflu lui devint un néceſſaire; il trouva parmi ceux qui couroient la même Licence plus de vingt concurrens du premier mérite, & je ne crains pas qu'on trouve cette expreſſion trop forte, quand j'ajouterai que de ce nombre étoient M.rs de Laſſone, Macquer & Guettard, que l'Académie ſe fait honneur de poſſéder aujourd'hui : les études multipliées de M. Baron le mirent en état de tenir tête à de tels concurrens, & d'obtenir le ſecond rang de la licence, ſans que l'amitié, qui s'étoit établie entr'eux & lui, en ſouffrît la moindre diminution, & ſans qu'aucun des intéreſſés marquât le moindre mécontentement. Il falloit que cette diſtinction lui fût bien légitimement dûe; on ſait combien l'amour propre a le tact fin en pareille matière.

La qualité de Docteur, qu'il reçut en 1742, ne changea rien à ſa manière de vivre, ſi ce n'eſt qu'il ſe permit de voir les malades qui avoient confiance en lui; le reſte de ſon temps ſe partageoit entre ſon laboratoire où il travailloit à des recherches & des expériences chimiques, & ſon cabinet où il s'occupoit de la lecture des livres qui concernoient ſa profeſſion; & une preuve que cette lecture n'étoit pas le ſimple effet d'une curioſité paſſagère, c'eſt qu'à ſa mort il ne s'eſt trouvé preſque aucun de ſes livres, qui étoient en aſſez grand nombre, qui ne fût chargé de pluſieurs marques, toutes placées à des endroits dignes d'attention ou de critique.

Une telle manière de vivre devoit naturellement faire faire à M. Baron de grands progrès; auſſi en avoit il fait de tels, que dès l'année 1744, moins de deux ans après qu'il fut ſorti de Licence, il préſenta à l'Académie un Mémoire qu'elle inſéra dans le Recueil des ouvrages qui lui ſont préſentés par divers Savans, & qu'elle juge dignes de l'impreſſion.

Ce Mémoire a pour objet la ſingulière propriété qu'a le ſel de tartre de précipiter tous les ſels neutres ſur leſquels il n'a point d'action.

d'action. M. Lémery avoit cru expliquer ce phénomène en ſuppoſant que dans cette occaſion, le ſel de tartre agiſſoit comme un filtre, ou ſi l'on veut, comme la colle dans le vin. M. Baron fait voir dans ſon Mémoire, que, quelqu'ingénieuſe que ſoit cette application, elle n'eſt cependant pas véritable, & que ce fait ſingulier dépend uniquement du plus grand rapport qu'a l'eau avec le ſel de tartre, qu'avec les ſels qu'il ne décompoſe pas. Le principe des affinités eſt aujourd'hui ſi généralement admis parmi les Chimiſtes, que rappeler un phénomène, eſt preſque l'avoir expliqué.

Il donna en 1747 & en 1748, trois autres Mémoires; l'un ſur une maladie mortelle de l'eſtomac, dans laquelle ce viſcère ſe trouve percé ſans adhérence aux parties voiſines & ſans aucun veſtige d'inflammation ni de ſuppuration, accident heureuſement très-rare, & qu'il regarde avec raiſon comme la ſuite d'une gangrène.

Les deux autres Mémoires contiennent ſes recherches ſur le borax; il en réſulte que la baſe du ſel marin exiſte dans le borax, & qu'elle en fait même la plus grande partie; qu'il ne s'y trouve point d'acide vitriolique, comme M. Pott l'avoit ſuppoſé, ou qu'au moins aucune des preuves alléguées par cet habile Chimiſte ne ſuffit pour en conſtater la préſence; que le ſel ſédatif n'eſt point un ouvrage de l'art, mais qu'il exiſte tout formé dans le borax; qu'on peut l'en ſéparer ſans employer aucun acide, & régénérer le borax avec le ſel ſédatif & un alkali: tous objets intéreſſans, traités avec toute la ſagacité poſſible, & qui laiſſent entrevoir de nouvelles vues ſur ce ſujet. Il eſt aſſez ordinaire dans l'étude de la Phyſique qu'un travail bien conduit, ouvre pluſieurs routes qu'on n'auroit peut-être ſans cela jamais reconnues.

L'année 1752 vit encore paroître un nouveau Mémoire de M. Baron, ſur un ſel appelé *Boreck*, qu'on donnoit pour du borax naturel apporté de Perſe. Par l'examen qu'il en fit, il reconnut que ce prétendu borax naturel n'étoit qu'un peu de borax ordinaire, mêlé avec beaucoup d'alkali ſemblable à celui qui fait la baſe du ſel marin, ſoit que ce mélange ſe fît naturellement

dans les puits d'où on disoit qu'on le tire, soit que ce fût l'ouvrage de l'art & peut-être de la mauvaise foi. Ce Mémoire fut le dernier qu'il donna comme Étranger; les ouvrages, dont nous venons de parler, lui avoient acquis l'estime de l'Académie, & l'y avoient fait desirer; il y obtint le 2 Septembre de la même année la place d'Adjoint-Chimiste, vacante par la promotion de M. Rouelle à celle d'Associé: le disciple devint le digne successeur de l'un des maîtres qui l'avoient formé.

La lecture de ces Mémoires n'attira pas seulement à M. Baron l'estime de l'Académie; elle lui valut encore celle du Ministère, auquel son nom revint de tant d'endroits, & toujours si favorablement, qu'on n'hésita pas à l'employer. Feu M. Hellot étoit alors chargé de l'examen chimique des projets qui étoient présentés au Conseil, relativement aux Arts, & sur-tout aux teintures & aux mines. On eut envie de lui donner une espèce de coadjuteur qui pût l'aider dans ses fonctions alors très-multipliées, & le remplacer en cas d'accident; on jeta les yeux sur M. Baron auquel on assigna des appointemens honnêtes, & qui pouvoient le dédommager de la pratique de la Médecine à laquelle il devoit renoncer pour se livrer tout entier à ce travail. Un jeune Médecin, à peine sorti de ses études & connu seulement par les Mémoires qu'il avoit lus à l'Académie comme Étranger, fut choisi pour remplir cette place de confiance, & désigné en quelque sorte pour successeur à un des plus habiles Chimistes que possédât alors l'Académie.

Rien n'étoit certainement plus flatteur pour lui qu'un évènement de cette nature; mais ce plaisir ne fut pas de durée, il en jouit à peine deux ans. On crut devoir aux règles d'une sage économie de supprimer cette espèce de double emploi; il ne lui en resta que la gloire accompagnée de la perte de sa pratique en Médecine, qu'il ne reprit pas sans quelque peine: nous ne dissimulerons pas même qu'il fut très-sensible à cet évènement, & qu'il en fit des plaintes amères; il se feroit plus aisément consolé s'il n'eût été question que de son intérêt, mais il perdoit une occasion favorable de multiplier ses expériences de Chimie; & la Philosophie la plus sévère ne pouvoit lui reprocher une sensibilité, qu'elle-même lui avoit inspirée.

L'année qui ſuivit ſa réception à l'Académie, il lui communiqua ſes recherches ſur l'évaporation de la glace. Le célèbre Boyle avoit avancé le premier, que la glace, malgré ſa ſolidité, étoit évaporable: M. Gauteron, de la Société royale des Sciences de Montpellier, avoit ajouté que cette évaporation étoit plus forte que celle de l'eau qui eſt prête à geler, & qu'elle étoit d'autant plus prompte que le froid étoit plus vif; les expériences mêmes de M. de Mairan, concouroient auſſi à établir cette évaporation: ce fait cependant méritoit bien d'être examiné de plus près, & par des expériences ſuivies & déciſives; c'eſt ce qu'entreprit M. Baron, & il fit voir que, bien loin que le froid, comme froid, favoriſe l'évaporation de l'eau, il la diminue; que l'évaporation de l'eau dépend d'un mouvement inteſtin de ſes parties, qu'elle perd dès qu'elle eſt glacée, & qu'alors elle ceſſe de s'évaporer, pourvu qu'elle ſoit à l'abri de l'agitation de l'air; & qu'enfin la diminution qu'on obſerve dans la glace expoſée à l'air libre pendant la gelée, n'eſt nullement proportionnelle au froid, & ne doit pas être regardée comme une véritable évaporation, mais comme l'effet d'une râpure ſubtile que le vent en emporte continuellement, & qui n'a plus lieu dès que la glace eſt miſe à l'abri du vent; ce qui étoit tout-à-fait conforme aux expériences & à la théorie de M. de Mairan: c'étoit probablement cette dernière circonſtance qui avoit fait illuſion aux célèbres Phyſiciens que nous venons de citer. Combien de faits dans la Nature dont l'explication tient à des circonſtances que la ſeule ſagacité du Phyſicien, & l'art de varier les expériences avec intelligence, peuvent ſeuls lui faire découvrir!

Il donna la même année deux Obſervations anatomiques très-intéreſſantes; la première ſur une concrétion oſſeuſe trouvée dans la tête d'un bœuf où elle occupoit une grande partie de la capacité du crâne, quoique l'animal fût très-gras, & ſe portât très-bien lorſqu'on l'avoit tué: ce fait très-curieux par lui-même, l'eſt encore plus par ſa rareté; l'exemple rapporté par M. Baron eſt le troiſième de cette eſpèce qui ſe trouve dans les faſtes anato-

miques, encore ſont-ils tous accompagnés de quelques circonſtances différentes.

La ſeconde obſervation contenoit l'hiſtoire d'une groſſeſſe ſingulière, & juſqu'à préſent unique; la femme, qui en étoit le ſujet, avoit été groſſe pendant trois ans, & étoit enfin accouchée au bout de ce long terme d'un enfant vivant, de groſſeur ordinaire & bien formé dans toutes ſes parties.

Le dernier Mémoire de M. Baron que l'Académie ait publié, eſt celui qu'il donna en 1760, ſur la baſe de l'alun; on regardoit communément l'alun comme un ſel neutre, compoſé de l'acide vitriolique, joint à une terre abſorbante de la nature de la chaux ou de la craie. M. Margraff avoit bien fait voir par ſes expériences, que la baſe de l'alun combinée avec différentes ſubſtances, n'offroit aucunes des propriétés de la chaux ni de la craie; mais ces expériences, en attaquant l'opinion reçue, ne donnoient aucune lumière ſur la nature de cette baſe.

M. Baron entreprit cette recherche, & il trouva qu'une des choſes qui avoient fait illuſion à M. Margraff, étoit que la baſe de l'alun qu'il avoit cru avoir pure, contenoit encore une quantité conſidérable d'acide vitriolique; il parvint à la lui enlever, & alors la baſe de l'alun étant ſeule, il vit avec étonnement que l'acide marin & l'acide vitriolique combinés avec cette baſe, produiſoient preſqu'également l'alun, qu'elle paroiſſoit contenir un principe métallique & être de la même nature que la baſe du ſel ſédatif.

On ignoroit alors ce que les expériences de M. Cadet ont depuis mis au jour, que le borax ou plutôt le ſel ſédatif, contenoit du cuivre en nature, & que c'étoit-là ce qui donnoit la couleur verte à la flamme de l'eſprit-de-vin imprégné de ce ſel: ſi M. Baron n'alla pas juſqu'à cette découverte, on peut dire au moins, en empruntant le langage géométrique, qu'il en approcha infiniment.

On a pu aiſément s'apercevoir qu'entre ce dernier Mémoire & ceux qui l'avoient précédé, il s'étoit écoulé un eſpace de temps conſidérable; ce temps n'avoit pas été perdu, il l'avoit employé à un ouvrage d'un autre genre. Feu M. Lémery, de

cette Académie, avoit donné en 1675, un Cours de Chimie qui avoit été reçu du Public avec les plus grands applaudiſſemens; mais il s'en falloit bien que la Chimie fût alors portée au point de perfection où elle eſt aujourd'hui, & la plupart des explications de M. Lémery portoient ſur des principes peu ſolidement établis: M. Baron entreprit d'ôter ce défaut au livre de cet habile Chimiſte, & il en donna une édition dans laquelle, en conſervant preſque toute la pratique de M. Lémery, il ſubſtitue à ſes explications, des raiſons fondées ſur une plus ſaine théorie. Il en coûte pour le moins autant pour être Éditeur de cette manière que pour être Auteur, & il faut aimer le bien public d'une façon bien déſintéreſſée pour mettre tant de peine à faire valoir l'ouvrage d'autrui.

Le livre de M. Lémery n'eſt pas le ſeul auquel M. Baron ait travaillé de cette manière, il a rendu le même ſervice au Public en publiant la Pharmacopée de Fuller, avec des Notes très-propres à éclaircir & même en quelques endroits à redreſſer & à réformer cet ouvrage; l'Édition dédiée à M. de Laſſone, parut au commencement de cette année, peu de mois avant la mort de M. Baron, circonſtance honorable à ſa mémoire, puiſqu'elle prouve qu'il n'a ceſſé de travailler que quand il a ceſſé de vivre.

On a encore de lui pluſieurs pièces fugitives, écrites en latin, qui ont mérité dans leur temps, l'accueil le plus favorable du Public.

La première eſt une Diſſertation qu'il donna dans le temps de ſa Licence, ſur l'Anatomie la plus recherchée; il y examine à fond les mouvemens de contraction & de dilatation du cœur & des artères nommées *coronaires*, qui portent le ſang dans la propre ſubſtance de ce viſcère.

La ſeconde expoſe les dangers que l'on court en employant les aſtringens dans les hémorragies.

La troiſième a pour but de démontrer combien il eſt ſalutaire aux mères de nourrir elles-mêmes leurs enfans; celle-ci a été traduite en françois & inſérée à la ſuite du Traité de M. Hecquet ſur cette matière; il lui eſt même arrivé ce qui n'arrive pas

toujours, même aux ouvrages les meilleurs & les plus intéreſſans, elle a eu quelque ſuccès & a engagé pluſieurs Dames à s'acquitter de cette fonction que la Nature preſcrit & dont elle punit ſouvent l'omiſſion par une infinité de dangers, d'inconvéniens & de maladies.

La quatrième a pour objet l'examen des nouvelles eaux minérales de Paſſy, elle contient une analyſe très-bien faite de ces eaux, des vues ſur les eaux minérales en général, & un grand détail ſur la manière de les employer utilement : on a trouvé dans ſes papiers une traduction françoiſe de cette diſſertation, faite par lui-même & en état d'être publiée.

Il étoit d'une aſſez petite taille & fort gros, ſujet depuis long temps à des attaques de goutte vague, qui lui cauſoient ſouvent de grandes douleurs; il étoit de plus affligé d'une hernie ombilicale qui lui occaſionnoit de violentes coliques, cette hernie contracta dans la ſuite des adhérences qui ne permirent plus de la réduire entièrement; il s'y forma au mois de Mars dernier un étranglement que tous les ſecours de l'Art ne purent diſſiper, la gangrène ſuccéda aux tranchées & aux vomiſſemens, & il mourut le 10 du même mois âgé d'un peu moins de cinquante-trois ans.

Il avoit des mœurs très-douces & très-réglées; il étoit d'une probité à toute épreuve, entée ſur des ſentimens d'honneur & de vertu qui ne lui auroient pas permis la moindre baſſeſſe; il ne prenoit un parti qu'avec une eſpèce de timidité, mais quand il avoit examiné de tous les ſens poſſibles, la matière dont il étoit queſtion, & qu'il l'avoit combinée avec ſes principes, perſonne n'étoit plus ferme que lui dans ſes opinions, juſqu'à ce qu'on lui eût fait voir qu'il s'étoit trompé, car alors il étoit toujours prêt à revenir.

Jamais perſonne n'a vécu plus retiré que lui, & ſi on en excepte ſa famille & quelques gens de Lettres, on ignore qu'il ait eu des liaiſons; ſon cabinet & ſon laboratoire faiſoient tous ſes plaiſirs, du moins eſt-il ſûr que tous ceux qu'on goûte ou qu'on s'imagine goûter dans le monde, n'ont jamais excité ſes deſirs ni troublé la tranquillité de ſon ame; la gloire même littéraire à laquelle il avoit tant de droit de prétendre, ne l'effleuroit pas;

il n'a jamais rien ſollicité que par ſa ſeule réputation : il étoit Cenſeur royal, & cette place étoit uniquement le fruit de l'eſtime que M. de Malesherbes, Premier Préſident de la Cour des Aides, avoit conçue pour lui ; il n'avoit pas ſollicité autrement celle qu'il occupoit à l'Académie ; mériter des places étoit le ſeul ſecret dont il ſavoit ſe ſervir pour les obtenir. Il ſeroit à ſouhaiter pour le bien de l'humanité que cette recette fût la ſeule & qu'elle fût toujours infaillible.

La place d'Adjoint-Chimiſte qu'occupoit M. Baron à l'Académie, a été donnée conjointement à M.rs Jars & Lavoiſier, à condition que la première de cette claſſe qui viendra à vaquer, ſera cenſée remplie par cette double nomination.

ÉLOGE DE M. CAMUS.

CHARLES-ÉTIENNE-LOUIS CAMUS, Examinateur des Écoles royales de l'Artillerie & du Génie, de la Société royale de Londres, Secrétaire & Profeſſeur de l'Académie royale d'Architecture, & Honoraire de celle de Marine, naquit à Creſſy en Brie, le 25 Août 1699, d'Étienne Camus, Chirurgien de cette ville, & de Marguerite Maillard.

Les inclinations des enfans ſe développent ordinairement plus tôt qu'on ne penſe, & il eſt rare qu'un examen attentif & éclairé ne découvre dès leurs premières années des marques de ce qu'ils doivent être un jour. Celle du jeune Camus pour les Mathématiques & la Mécanique s'annonça de manière à ne pouvoir être équivoque; au lieu des jeux & des amuſemens ordinaires aux enfans, il étoit continuellement occupé à faire différentes pièces avec du bois ou du fer, & un couteau qui étoit ſon unique outil, & il s'y prenoit avec une très-grande adreſſe. Cette adreſſe n'étoit certainement pas le fruit d'une longue habitude ni d'un pénible apprentiſſage: ſa tête remplie dès-lors du génie, né avec lui, ſervoit de guide à ſes mains, & ſavoit bien les rendre adroites.

Ce même génie lui faiſoit auſſi ſentir que l'étude des Mathématiques exigeoit d'autres connoiſſances qu'il falloit acquérir, & dès l'âge de dix ans il ne ceſſoit d'importuner ſes parens pour être envoyé au Collége à Paris. Ils en ſentoient la néceſſité, mais la modicité de leur fortune les faiſoit héſiter; ils osèrent cependant compter aſſez ſur ſa ſageſſe & ſur ſes talens pour franchir cet obſtacle, & ils l'envoyèrent à Paris où il commença ſes études au Collége de Navarre; combien peu d'enfans de cet âge ſeroient dignes d'une telle confiance!

Ils eurent bientôt lieu de ſe ſavoir bon gré de cette démarche, le jeune Camus ne fût pas long-temps à devenir un des meilleurs écoliers du Collége & ſes ſuccès leur revinrent de tous côtés: il n'employoit cependant à ces études, où il réüſſiſſoit ſi bien qu'une partie

partie de ſon temps, & nous pouvons preſque, ſans aucun riſque, aſſurer que ce n'étoit pas la plus grande; l'étude des Mathématiques n'avoit pas été abandonnée & il y faiſoit de ſi grands progrès qu'au bout de deux ans il fut en état d'en donner des leçons & de n'être plus à charge à ſes parens; la Nature qui l'avoit comblé de ſes dons, commençoit dès-lors à le dédommager de l'injuſtice de la fortune.

Avec ce ſecours qu'il tiroit de ſon propre fonds, il acheva le cours de ſes études avec le plus grand éclat ſans ceſſer de s'avancer rapidement dans la carrière des Mathématiques.

Quelques talens qu'il eût dans cette partie, il s'aperçut bientôt qu'il avoit beſoin d'un guide qui lui ouvrît les routes de la haute Géométrie, & il s'adreſſa à M. Varignon, de cette Académie; on peut juger du ſoin avec lequel un Profeſſeur auſſi zélé que l'étoit M. Varignon, s'appliqua à cultiver des talens ſi marqués, & des eſpérances qu'il dut en concevoir.

Elles furent cependant encore ſurpaſſées par le ſuccès, & bientôt le jeune Camus, auquel il n'eut, pour ainſi dire, beſoin que d'ouvrir la carrière, fut en état de la parcourir avec rapidité & de figurer avec les grands Géomètres.

La Géométrie ne fut pas la ſeule partie des Mathématiques qu'il embraſſa, l'Architecture civile & militaire, la Mécanique, l'Aſtronomie même, malgré l'étendue de connoiſſances qu'elle exige & la fatigue des obſervations, devinrent les objets de ſes études, & il ſut ſi bien les mener, pour ainſi dire, de front, qu'il réuſſit preſque également dans toutes, & que ſa réputation naiſſante lui valut l'eſtime & l'amitié de M. de Cotte, père du dernier mort, alors à la tête des bâtimens du Roi, de feu M. Couplet, Tréſorier de cette Académie & de feu M. Caſſini.

Il étoit impoſſible que toutes ces liaiſons fondées ſur le mérite & ſur les talens de M. Camus, ne portaſſent ſon nom à l'Académie, mais il ſut bientôt l'y faire parvenir d'une autre manière: l'Académie propoſa pour ſujet du Prix de 1727, *la manière la plus avantageuſe de mâter les Vaiſſeaux*, M. Camus entra dans cette lice ouverte à tous les Mathématiciens de l'Univers, & ſa pièce fut du nombre de celles qui méritèrent les éloges de

l'Académie & qu'elle fit paroître dans le recueil de ces ouvrages qu'elle donne au Public.

Cette dernière preuve qu'il donna à l'Académie, de ſa capacité, acheva de la déterminer en ſa faveur, & il obtint le 13 Août de la même année 1727, la place d'Adjoint Mécanicien, vacante par la promotion de M. Pitot à celle d'Aſſocié.

Dès l'année ſuivante il donna un Mémoire ſur les forces vives; tout le monde Mathématicien connoît la fameuſe queſtion des forces vives & de leur différence avec les forces mortes: on ſait qu'on nomme *force vive* celle qui exerce ſon action ſur un corps actuellement en mouvement, & *force morte* celle qui exerce la ſienne ſur un corps arrêté par quelqu'obſtacle; en ce cas la peſanteur eſt force vive dans le poids qui tombe & force morte dans le même poids poſé ſur une table qui s'oppoſe à ſa chute: tous les Mathématiciens ſont d'accord ſur l'évaluation de l'énergie de la force morte qui eſt toujours le produit de la maſſe du corps, par la vîteſſe qu'il auroit s'il ſe mettoit en mouvement, mais ils ne convenoient pas également alors ſur la meſure de la force vive, les uns vouloient l'évaluer de la même manière que la force morte, & les autres prétendoient qu'elle étoit égale au produit de la maſſe par le carré de la vîteſſe.

Cette queſtion étoit agitée avec beaucoup de chaleur de part & d'autre, & on avoit allégué des deux côtés pluſieurs raiſonnemens géométriques & métaphyſiques: M. Camus imagina que l'action des reſſorts & leur réſiſtance étoient calculables, & qu'elles pouvoient repréſenter tous les obſtacles qu'un corps en mouvement avoit à vaincre; ce principe fut la baſe du Mémoire qu'il lut en 1728, dans lequel il eſt manié avec toute l'adreſſe poſſible, & la concluſion qu'il en tire, le mène à reconnoître le carré des vîteſſes pour le véritable élément de l'évaluation de l'action des forces vives, tel que l'avoit donné M. Léibnitz.

Ce Mémoire étoit un témoin irréprochable des progrès que M. Camus avoit faits en Géométrie, & ſon ſavoir en ce genre fut bientôt mis à une nouvelle épreuve.

L'Académie d'Architecture chargée de former les jeunes Élèves

qui ſe deſtinent à cette profeſſion, donne des leçons publiques, non-ſeulement de l'Architecture même, mais encore de la Géométrie qui lui ſert de baſe; la place de Profeſſeur de cette dernière ſcience s'étant trouvée vacante en 1730, M. Camus y fut nommé le 16 Décembre de la même année, & moins de trois ans après il obtint celle de Secrétaire de la même Académie: que de talens réunis exigeoient trois places dont les fonctions étoient ſi différentes? nous oſons cependant prendre le Public même à témoin, de la manière dont il les a toutes remplies; l'Académie des Sciences à laquelle il avoit principalement conſacré ſes travaux, ne fut pas plus ingrate à ſon égard, il obtint le 18 Avril 1733, le grade d'Aſſocié, & la circonſtance dans laquelle il l'obtint eſt trop honorable à ſa mémoire pour pouvoir la paſſer ſous ſilence: il étoit en concurrence avec M. Clairaut; il paroiſſoit même que ce dernier avoit eu l'avantage, cependant ſur le ſimple doute qu'il pouvoit y avoir eu une erreur dans la numération des voix, qui en avoit occaſionné ſeule l'inégalité, l'Académie ſupplia le Roi de vouloir bien les nommer tous deux, & Sa Majeſté voulut bien déférer à ſa prière.

Il donna en 1733 un Mémoire ſur les dents des roues & les ailes des pignons; les roues dentées ſont en uſage dans preſque toutes les machines, mais l'action de ces pièces eſt preſqu'entièrement dépendante de la figure reſpective des dents des roues & des ailes des pignons, & le défaut en cette partie pourroit aller juſqu'à rendre le mouvement impoſſible; feu M. de la Hire, qui avoit déjà traité cette matière, avoit fait voir que pour que la force motrice agît uniformément, les dents devoient être taillées en épicycloïdes, mais il n'avoit alors en vue que les roues qui mènent les lanternes des moulins ou des autres machines ſemblables, & il s'en falloit bien que cette matière ne fût épuiſée; M. Camus s'en ſaiſit & la traita dans toute ſon étendue, il détermina, non-ſeulement la figure des dents de la roue & celle des ailes du pignon, mais encore l'engrénage le plus avantageux & les rapports des diamètres de l'une & de l'autre. On eſt étonné de voir, en liſant ce Mémoire, combien de circonſtances qu'on croiroit pouvoir regarder comme indifférentes, changent les

conditions de ce problème, & nous pouvons assurer que le travail de M. Camus sur cette matière, découvre une infinité d'écueils jusqu'alors inconnus & qu'on pourra désormais éviter.

Il étoit d'autant plus en état de traiter utilement cette matière, qu'indépendamment de la plus savante théorie, il étoit très-versé dans la pratique de l'Horlogerie, & qu'il y avoit peu d'Arts qu'il n'exerçât de sa main, & avec une adresse d'autant plus grande, qu'elle étoit fondée sur des principes lumineux & sur un génie fécond en ressources dans les plus grandes difficultés.

Cette adresse fut bientôt utile dans une occasion plus intéressante; la fameuse question de la véritable figure de la Terre occupoit alors tout le Monde savant, & sur-tout l'Académie à laquelle ses premiers travaux donnoient une espèce de droit sur cet important objet. On sait que, pour résoudre ce Problème astronomique, deux troupes d'Académiciens allèrent, sous la protection & par les ordres du Roi, les uns braver les feux de la Zone torride, & les autres affronter les glaces du Nord. Nous ne répéterons pas ici ce que nous avons dit du voyage du Nord dans les éloges de M.rs de Maupertuis & Clairaut, nous ajouterons seulement que M. Camus qui étoit l'un des quatre Académiciens désignés pour cette savante expédition, y rendit les plus grands services, non-seulement comme Géomètre & comme Astronome, mais encore comme Mécanicien & comme Artiste, & qu'on dut à son adresse & à son génie une grande partie du succès de l'opération.

Le voyage du Nord ne finit qu'en 1737; dès 1739, M. Camus lut à l'Académie un ouvrage considérable sur les machines destinées à élever de l'eau, & principalement sur les seaux & sur les pompes. On n'imagineroit jamais combien ce travail contient de choses neuves & utiles : il fait observer, par exemple, une infinité de circonstances qui détruisent ou rendent inutile une grande partie de la force des hommes ou des animaux employés à tirer avec un treuil & des seaux l'eau d'un puits un peu profond; il fait voir de même qu'on s'est souvent trompé dans la construction des pompes en croyant augmenter toujours la liberté du passage de l'eau par l'augmentation du diamètre des soupapes, parce que

le plus grand poids que leur donne cette augmentation, & qui les empêche de s'élever, fait perdre plus d'eſpace qu'on n'en gagne par l'augmentation du diamètre, & qu'il y a là un *maximum* qu'il enſeigne à déterminer, au-delà duquel on a plus à perdre qu'à gagner, ſervice eſſentiel rendu à ceux qui ſe trouveront dans le cas de faire conſtruire ces machines ou de s'en ſervir.

Il eſt une infinité de phénomènes qu'on n'admire point faute de réflexion; de ce nombre eſt celui d'une porte très-mobile ſur ſes gonds que le plus petit mouvement de la main peut faire tourner, & que cependant une balle de fuſil perce ſans la déplacer de la plus petite quantité. L'explication de ce ſingulier phénomène dépend de ce principe métaphyſique, que nulle impulſion finie ne ſe fait que dans un temps fini, & quelque petit que ſoit ce temps, un autre peut être plus court, d'où il ſuit que, ſi le temps néceſſaire à la balle pour percer la porte, eſt moindre que celui qui eſt néceſſaire pour la faire tourner, elle la percera ſans la pouſſer de la moindre quantité ſenſible; mais que, ſi au contraire la vîteſſe de la balle étoit aſſez diminuée pour que le temps qu'elle emploieroit à percer, fût plus grand que celui qui eſt néceſſaire pour pouſſer la porte, elle la pouſſeroit, & ne la perceroit pas. Le calcul analytique, appliqué à ce phénomène, réaliſe, pour ainſi dire, le principe métaphyſique, & le prouve avec la plus grande évidence: le merveilleux d'un grand nombre de faits ne dépend que de ce que nous ignorons le principe, ſouvent métaphyſique, duquel ils dépendent.

L'Académie n'eſt que trop ſouvent occupée à l'examen des machines par le moyen deſquelles on penſe pouvoir obtenir ce qu'on nomme *mouvement perpétuel;* une de ces machines, dans laquelle on croyoit y parvenir par le moyen de poids mobiles, piqua la curioſité de M. Camus; ces poids rouloient dans un canal excentrique d'une figure ſingulière & telle, qu'ils agiſſoient toujours avec un plus long rayon d'un côté de la roue, dans laquelle le canal étoit creuſé, que de l'autre: l'examen lui fit voir que, ſi les poids étoient réellement d'un côté de la roue au bout d'un plus long rayon, ils ſe trouvoient de l'autre côté en plus grand nombre, & cela préciſément en même proportion que

l'alongement des rayons, d'où naiſſoit néceſſairement l'équilibre; & que par conſéquent cette idée quoiqu'ingénieuſe, de même que toutes celles qui ſeroient fondées ſur le même principe, ne menoient à rien : avantage bien grand, procuré par M. Camus à ceux qui voudroient examiner leurs idées ſur les lumières qu'il leur donne ; mais malheureuſement ceux qui perdent leur temps à cette infructueuſe recherche, ne ſont ordinairement ni aſſez Mathématiciens, ni aſſez Mécaniciens pour en profiter.

L'Académie deſiroit depuis long-temps de voir M. Camus placé comme il le méritoit ; la retraite de feu M. de Fontenelle, qui engagea M. de Mairan à ſe charger du Secrétariat, lui en fournit l'occaſion, & il obtint, le 18 Janvier 1741, la place de Penſionnaire-Géomètre, que ce célèbre Académicien laiſſoit vacante par cet arrangement.

On ne ſauroit connoître trop exactement la capacité des tonneaux qui ſont deſtinés à contenir des liquides ; le défaut de cette connoiſſance eſt la ſource d'une infinité de fraudes & de diſputes qui s'introduiſent néceſſairement dans le commerce & dans la perception des droits du Roi ; rien ne ſeroit plus aiſé à acquérir que cette connoiſſance, ſi tous les tonneaux étoient de figure ſemblable ; une ſeule expérience faite, & une ſeule de leurs dimenſions meſurée, donneroit ſûrement leur capacité par un calcul ſimple & facile, & c'eſt le principe ſur lequel eſt fondée la *velte* dont on ſe ſert dans quelques provinces, mais toutes les fûtailles ne ſont pas des ſolides ſemblables. M. Camus, conſulté ſur ce point, inventa, en 1741, une jauge qui peut s'appliquer à tous les tonneaux poſſibles, & qui, au moyen d'une règle chargée de diviſions logarithmiques, & coulante dans une rainure où elle ſe meut, fait elle-même tout le calcul, & donne tout d'un coup la contenance du tonneau propoſé, quelque forme qu'il puiſſe avoir.

Ces ſortes de problèmes, dans leſquels il faut joindre au ſavoir les reſſources que le génie fournit, étoient apparemment deſtinés à M. Camus ; un évènement ſingulier vint encore, en 1746, exercer ſa ſagacité. Il ſe trouva une différence marquée entre la longueur de l'étalon de l'aune, & celle qui étoit preſcrite

par les règlemens; l'Académie, consultée sur ce point, chargea M.rs Hellot & Camus de l'examiner; nous ne répéterons pas ici ce que nous avons dit à ce sujet dans l'Histoire de l'Académie & dans l'Éloge de M. Hellot: nous nous contenterons d'ajouter que non-seulement ils découvrirent la cause de cette différence, mais qu'ils trouvèrent encore la raison très-vraisemblable qui avoit engagé à donner à l'aune une mesure qui ne fût pas composée de parties aliquotes de la toise, & que ce travail parut digne d'être donné au Public dans toute son étendue.

Toutes ces solutions de problèmes Physico-mathématiques n'avoient pas fait abandonner à M. Camus l'étude de la Géométrie proprement dite; il donna, en 1747, un travail considérable sur les tangentes des points communs à plusieurs branches d'une même courbe. Puisque ces branches appartiennent à la courbe, l'équation, qui exprime la valeur de la soutangente, doit représenter toutes ces soutangentes; elle ne le fait cependant qu'en différenciant autant de fois qu'il y a de branches qui passent par le point donné, c'est-à-dire en prenant successivement des ordres d'infinimens petits, inférieurs les uns aux autres. Tout ceci avoit été démontré par M. Saurin, mais il n'avoit pas donné la raison *à priori* de cette espèce de phénomène de calcul, c'est ce qui fait le sujet du Mémoire de M. Camus, & il y déduit de ses réflexions, d'une manière très-simple & très-conforme aux règles du Calcul différenciel, les principes métaphysiques sur lesquels est fondée la solution de ce singulier problème.

Ce Mémoire est le dernier travail que M. Camus ait donné à l'Académie sous cette forme; le Roi exigea bientôt après de lui d'autres services qui ne lui permirent plus de donner des ouvrages de longue haleine. L'importante place d'Examinateur des Écoles Royales du Génie étant venue à vaquer, le Roi y nomma M. Camus, & peu de temps après il fut chargé du même ministère aux Écoles de l'Artillerie.

Indépendamment des voyages auxquels ces postes l'engageoient, ils le mirent dans le cas d'entreprendre un travail long & pénible. Les Mathématiques, si on les considère comme appliquées aux besoins de l'humanité, sont semblables à ces Empires immenses

où, ſous la dépendance générale du Souverain, les Provinces éloignées ont leurs loix, leurs uſages, & ſouvent leur langage à part. M. Camus s'aperçut bientôt que les Cours de Mathématiques, dont on ſe ſervoit pour l'inſtruction des Élèves en ce genre, n'étoient ni aſſez étendus, ni aſſez appropriés aux fonctions auxquelles ils étoient deſtinés; il entreprit d'en compoſer un deſtiné préciſément à cet uſage, & cet ouvrage, qui parut ſucceſſivement & partie par partie, l'occupa d'autant plus longtemps, qu'on avoit exigé de lui de n'employer, autant qu'il ſe pourroit, que la ſynthèſe dans ſes démonſtrations, ce qui, comme il eſt aiſé de le comprendre, rendoit l'ouvrage, dont il s'étoit chargé, beaucoup plus long & plus difficile à rappeler au degré de clarté néceſſaire ſur-tout à des commençans; il en vint cependant à bout, & il a eu le plaiſir d'en voir les fruits dans les progrès d'un grand nombre de ſes Élèves.

Ces occupations ne lui permirent plus de travailler à des Mémoires ſuivis, mais hors le temps de ſes Voyages il n'en étoit ni moins aſſidu, ni moins attaché à l'Académie, ni moins ponctuel à s'acquitter des commiſſions nombreuſes dont il étoit chargé, ſoit pour l'examen des Mémoires ou des Machines préſentés à l'Académie, ſoit dans quantité d'autres occaſions où l'Académie trouvoit dans la multiplicité de ſes talens, une reſſource aſſurée.

Il fut, par exemple, du nombre des huit Académiciens choiſis en 1756 pour lever, par la meſure d'une nouvelle baſe, l'ambiguité que laiſſoient les termes de celle que M. l'abbé Picard avoit autrefois meſurée depuis Villejuifve juſqu'à Juviſi, & ſon exactitude & ſon génie, furent d'une très-grande utilité dans cette opération.

Dès que M. Camus avoit vu l'état de ſa fortune aſſuré, il avoit penſé à ſe marier, & il avoit épouſé en 1733, Demoiſelle Marie-Anne-Marguerite Fourrier, de laquelle il avoit eu quatre filles, les trois cadettes moururent en bas âge & il ne lui reſta que l'aînée dans laquelle il avoit, pour emprunter le langage de la Chimie, concentré toute ſon affection & toute ſa tendreſſe: il l'avoit mariée à M. Pagin, Tréſorier de S. A. S. Mgr le Comte de Clermont, & il vivoit tranquillement dans le ſein de ſa famille

famille avec ſa fille & ſon gendre qu'il aimoit & dont il étoit aimé, jouiſſant de la réputation qu'il avoit ſi bien méritée & qui étoit telle dans le pays étranger, que la Société royale de Londres venoit de l'admettre en 1765 au nombre de ſes Membres.

Qui le croiroit! cet état ſi doux & ſi flatteur recéloit le trait fatal qui devoit mettre fin à ſes jours; dans le voyage qu'il fit pour les examens du Génie & de l'Artillerie, pendant le rigoureux hiver de 1766, M. Camus eut la poitrine affectée d'un rhume très-conſidérable; M. Petit, de cette Académie, l'avoit parfaitement rétabli, lorſque la maladie mortelle de Mme Pagin ſa fille, vint détruire l'ouvrage de ſa guériſon; il ſupporta ſes inquiétudes & d'autres chagrins qui lui ſurvinrent, avec une fermeté vraiment philoſophique, mais cette fermeté même prenoit ſur lui & minoit peu à peu ſon tempérament; la mort de Mme Pagin, arrivée le 4 Décembre 1767, acheva d'accabler ſon malheureux père, encore convaleſcent, & il ne fit plus que languir juſqu'au 2 Février de cette année 1768, qu'il retomba pour ne plus ſe relever. Il mourut le 4 Mai dernier, ayant vu arriver la mort à pas lents, avec une piété & une vertu capables de convaincre ceux qui en ont été témoins, que rien n'eſt plus compatible avec la vraie Philoſophie que la Religion.

M. Camus étoit d'une taille au-deſſus de la médiocre & d'une phyſionomie aſſez agréable, la franchiſe formoit le fond de ſon caractère; il oſoit dire la vérité lors même qu'il ſavoit qu'elle ne ſeroit pas agréable, & il étoit abſolument incapable de ſe prêter à aucune vue politique qui eût pu effleurer la probité ou le devoir; ce même caractère le rendoit ferme dans la diſpute, quelquefois juſqu'à la vivacité, mais il n'en reſtoit aucun levain, & il étoit ſouvent étonné lui-même d'avoir été entraîné ſi loin, auſſi ceux avec leſquels il a été particulièrement lié, ont-ils éprouvé combien ſon amitié étoit ſolide & véritable.

On a trouvé à ſa mort une aſſez grande quantité d'Ouvrages manuſcrits, de ce nombre ſont un Traité de Trigonométrie ſphérique, latin, qu'il avoit depuis traduit en françois; un Traité de Gnomonique, un Traité de Mécanique en latin, un du Calcul différenciel & du Calcul intégral en deux parties, un Traité

d'Algèbre & un d'Hydraulique, un Traité des Sections coniques & un de Perſpective, démontrés par la ſeule ſynthèſe; un Ouvrage ſur la Diviſion du temps & ſur les machines qui ſervent à le meſurer, un Traité du Toiſé & de ſon objet, un Mémoire ſur les Voûtes; & un ſur les Manivelles qu'on emploie dans les machines, un Traité de Géométrie-pratique, différent de celui qu'il avoit publié, un Traité de l'application de l'Algèbre à la Géométrie & de la Géométrie à l'Algèbre; & enfin des Obſervations ſur les mines de Suède, fruit de ſon voyage en Lapponie; car il ſavoit mieux que perſonne combien on peut tirer parti des Voyages, ſoit en étudiant les mœurs & les loix des Nations, ſoit en obſervant les phénomènes d'Hiſtoire naturelle, ſouvent très-différens de ceux qu'on rencontre chez ſoi, ſoit enfin en tranſportant dans ſon propre pays des uſages & des pratiques utiles & qui y étoient ignorées. Il y a grande apparence que ces Ouvrages & beaucoup d'autres qui ſe ſont trouvés imparfaits, étoient ou le canevas de pluſieurs Mémoires qu'il deſtinoit à l'Académie, ou les ébauches de Livres qu'il vouloit publier, & leur nombre fait voir combien M. Camus avoit travaillé & combien il deſiroit encore être utile.

La place de Penſionnaire-Géomètre qu'occupoit M. Camus, a été remplie par M. d'Alembert, déjà Penſionnaire dans la Claſſe de Mécanique; & celle de M. d'Alembert par M. de Vaucanſon, Aſſocié dans cette dernière claſſe.

ÉLOGE DE M. DE PARCIEUX.

ANTOINE DE PARCIEUX, des Académies royales des Sciences de France, de Suède & de Pruſſe; de la Société royale des Sciences de Montpellier; des Académies royales de Lyon, de Metz & d'Amiens; & Cenſeur royal des Livres, naquit d'honnêtes parens au Clotet de Ceſſoux, dans le diocèſe d'Uzès, le 28 Octobre 1703.

Nous ignorons abſolument le détail de ſon enfance & de ſon éducation; nous ſavons ſeulement qu'il reçut les premières inſtructions qu'on donne aux enfans, à Portes & à Saint-Florent, villages voiſins de celui de ſa naiſſance, encore n'en avons-nous été informés que par ſa reconnoiſſance qui l'a engagé à fonder des Prix en bons livres pour les écoles de ces Paroiſſes.

L'inſtruction qu'il y reçut, ne fit que lui faire mieux ſentir le beſoin qu'il avoit d'en recevoir une plus étendue; & comme il ne pouvoit la trouver dans le lieu de ſa naiſſance, il prit le parti d'aller la chercher ailleurs. Lyon étoit la grande ville la plus prochaine où il pût eſpérer de la rencontrer, & malgré le peu de reſſources que pouvoit lui fournir la très-médiocre fortune de ſes parens, il prit le parti d'y aller: le beſoin qu'il ſentoit de s'inſtruire, faiſoit preſque diſparoître à ſes yeux celui de ſubſiſter.

Il ne fut pas trompé dans ſes eſpérances; à peine fut-il arrivé dans cette ville, qu'un des PP. Jéſuites du Collége qui y étoit établi, reconnut ſes talens & ſon ardeur, & lui enſeigna les élémens des Mathématiques. Les progrès du jeune de Parcieux furent ſi rapides, que bientôt il eut épuiſé le ſavoir de ſon maître; il ſentoit cependant qu'il avoit encore bien des choſes à apprendre, & l'eſpérance de trouver de nouveaux ſecours dans la Capitale, l'engagea à y venir. Un voyage de cent lieues, le peu de reſſources que lui offroit la fortune, la peine & la fatigue qu'il auroit à eſſuyer, ne furent que des obſtacles inſuffiſans

pour l'arrêter, & il n'héſita pas à s'y rendre; le deſir de s'inſtruire l'emporta ſur tout.

A ſon arrivée à Paris, il eut le bonheur de rencontrer M. de Montcarville, aujourd'hui Profeſſeur au Collége royal; celui-ci n'eut pas beſoin de toute ſa pénétration pour reconnoître les talens & les vertus du jeune de Parcieux, il s'empreſſa de l'aider de ſes conſeils, & de lui ouvrir la carrière des Sciences, dans laquelle il voulut bien lui ſervir de guide.

Ce fut alors que le génie de M. de Parcieux put agir ſans contrainte, & la rapidité de ſon vol lui eut bientôt fait parcourir la route qu'on venoit de lui indiquer.

Ceux qui ne voient, pour ainſi dire, les Mathématiques que de loin, ignorent quelle eſt leur étendue, & qu'il eſt preſque impoſſible à un même homme, quelque génie qu'il puiſſe avoir, d'en approfondir toutes les parties. Il eſt donc néceſſaire, à quiconque veut réuſſir dans cette étude, de faire un choix de la partie à laquelle il ſe trouve le plus de diſpoſition. M. de Montcarville qui examinoit avec ſoin ſon Élève, crut remarquer en lui une exactitude, une préciſion, un génie plein de reſſources, & une adreſſe qui pouvoient le rendre plus utile par des applications ingénieuſes des Mathématiques aux beſoins de la ſociété, que s'il ſe livroit abſolument aux ſpéculations de la haute Géométrie: il oſa donc lui conſeiller de ſe tourner plus particulièrement de ce côté, & c'eſt à ce ſage conſeil qu'on doit une grande partie des choſes utiles que M. de Parcieux a exécutées.

Lorſque M. de Parcieux avoit pris le parti de ſe rendre à Paris, il avoit cru avec raiſon y trouver des ſecours pour ſe perfectionner dans les Mathématiques; mais il n'avoit pas trop examiné quelles ſeroient les reſſources qu'il y trouveroit pour ſubſiſter. Il fallut cependant y pourvoir: quelques leçons qu'il commença alors à donner, fournirent au néceſſaire abſolu; mais des circonſtances heureuſes le mirent à portée de tirer partie de ſes talens. Il poſſédoit éminemment la Gnomonique ou l'art de tracer des Cadrans ſolaires; ſon adreſſe & ſon exactitude, jointes à la parfaite connoiſſance qu'il avoit des principes ſur leſquels cet Art eſt fondé, aſſuroient la perfection de ſes ouvrages

en ce genre. On lui procura les occaſions d'en tracer pluſieurs, & entr'autres la belle Méridienne qu'il traça au Louvre pour M. le duc de Nevers, & celle qu'il fit pour M. de Bonelle dans la rue neuve de Luxembourg. Les honoraires qu'il recevoit de ſes ouvrages, le prix de ſes leçons, &, pour tout dire auſſi, ſa frugalité & ſa ſage économie éloignèrent de lui le beſoin, & le mirent en état de ſe livrer à ſon génie & aux ouvrages qu'il lui fit entreprendre.

Le premier par lequel il ſe fit connoître au Public pour Mathématicien, fut un Traité de Trigonométrie rectiligne & ſphérique, auquel il ajouta des Tables de ſinus & des Tables de logarithmes, & un Traité complet de Gnomonique; cet Ouvrage parut *in-4.°* en 1741, & il le dédia à l'Académie.

L'uſage fréquent que la Gnomonique l'avoit obligé de faire du calcul, tant des triangles ſphériques que des rectilignes, l'engagea à en examiner les principes, & à chercher les moyens de faciliter l'étude & de ſimplifier la pratique de la Trigonométrie, tant rectiligne que ſphérique, c'eſt à quoi l'on peut dire qu'il avoit parfaitement réuſſi dans ſon ouvrage. La Trigonométrie rectiligne y eſt démontrée avec ordre & clarté; mais la Trigonométrie ſphérique y eſt traitée d'une façon bien plus ſingulière. Au lieu de conſidérer les triangles ſphériques comme de ſimples figures tracées ſur la ſurface de la ſphère, il les conſidère comme les baſes d'autant de pyramides triangulaires qui ont leurs ſommets au centre de la ſphère; &, quoique cette méthode ne ſoit pas abſolument nouvelle, il a ſu la pouſſer ſi loin, & en tirer de ſi grands avantages, qu'on peut dire qu'il ſe l'eſt en quelque ſorte appropriée. Ce Traité de Trigonométrie eſt ſuivi de Tables très-exactes des ſinus & des logarithmes; l'attention avec laquelle il a veillé à la perfection de celles-ci, leur donne un grand avantage ſur celles de même eſpèce qui les avoient précédées.

Le Traité de Gnomonique qui ſe trouve à la ſuite de la Trigonométrie dans le même Volume, contient un Abrégé méthodique des principes de la Gnomonique; la théorie la plus exacte s'y trouve par-tout jointe à une pratique ſûre & éclairée, aſſemblage précieux, & ſans lequel on ne peut former en pareille

matière qu'un Savant inutile ou un Praticien livré à une routine aveugle. La pratique avoit fait remarquer à M. de Parcieux que les opérations de la Gnomonique exigeoient, pour être plus parfaites, le ſecours de quelques inſtrumens qu'il avoit imaginés ; il n'a pas oublié d'en donner dans ſon ouvrage une deſcription aſſez exacte pour qu'on puiſſe les faire conſtruire ſur cette deſcription : il y a joint pluſieurs Problèmes aſtronomiques, géographiques & nautiques, & des Tables de tout ce qui peut appartenir à l'art de tracer des Cadrans ou des Méridiennes dont on trouve par ce moyen les calculs tous faits, & par-là il aidera long-temps après ſa mort tous ceux qui entreprendront des opérations ſemblables : ſon génie qui lui ſurvit, leur ſervira de guide.

Ce livre fut reçu très-favorablement du Public & ſur la réputation qu'il lui acquit, la Société royale des Sciences de Montpellier ſe hâta d'acquérir un pareil ſujet.

L'Ouvrage dont nous venons de parler, avoit paru en 1741 ; dès 1746, M. de Parcieux en publia un autre d'un genre abſolument différent, ce fut ſon *Eſſai ſur les probabilités de la vie humaine.*

Il n'y a pas encore bien long-temps qu'on a reconnu que le terme de *haſard* n'exprimoit que l'ignorance où nous ſommes des cauſes de certains effets, que ce haſard diminuoit à proportion que l'intelligence augmente ; & que malgré les bornes qui nous ſont preſcrites en ce genre, la probabilité des évènemens qu'on nomme *fortuits*, pouvoit au moins ſur de grandes maſſes, être ſoumiſe au calcul. On voit aſſez combien un ſemblable travail peut être utile, ſoit dans l'adminiſtration des États, ſoit dans l'arrangement des affaires particulières.

Le Chevalier Guillaume Petty, Anglois, avoit eſſayé de déterminer l'ordre de la mortalité des hommes, ſur les regiſtres mortuaires de Londres & de Dublin ; mais il ne fit pas attention que ces villes étant très-commerçantes, l'abord des Étrangers augmentoit la mortalité dans les âges avancés : Simpſon, ſon compatriote, entreprit de corriger ce défaut, en ne prenant que les morts de ceux qui y étoient nés, mais il ne prit pas garde

qu'il tomboit dans le défaut oppoſé, parce qu'il n'avoit aucun de ceux qui étoient depuis ſortis du pays : enfin feu M. Halley avoit formé une Table de mortalité ſur les regiſtres de Breſlaw, en Siléſie, ville qui reçoit peu d'Étrangers & dont il ſort peu d'habitans, auſſi ſa Table approchoit-elle beaucoup plus de l'exactitude que les deux premières.

Le Miniſtère qui connoiſſoit les talens & l'exactitude de M. de Parcieux, l'engagea à compoſer une Table de cette eſpèce, dans un point de vue un peu différent.

Il s'agiſſoit d'établir un ordre de mortalité qui pût ſervir de règle aux Rentes viagères, Tontines, Annuités, &c. il falloit donc l'établir ſur la mortalité réelle des Rentiers, & non ſur celle des autres citoyens, puiſqu'on ne met ordinairement en rentes viagères que ſur la tête de ceux qui promettent une longue vie : on voit au premier coup d'œil combien une combinaiſon pareille offre de difficultés & de travail, rien de tout cela ne rebuta M. de Parcieux, & les Tables qu'il a jointes à ſon ouvrage, forment un oracle infaillible qu'on pourra toujours conſulter dès qu'il s'agira de marchés à vie.

Cet oracle ne répond pas ſeulement ſur les affaires d'intérêt, il ſait dans l'occaſion, avertir les hommes de pluſieurs choſes très-importantes ; il leur offre à chaque inſtant le temps qu'ils peuvent eſpérer raiſonnablement de vivre ; il les avertit que la mortalité, qui devroit être moindre dans le cloître que par-tout ailleurs, puis qu'on n'y reçoit que des gens ſoigneuſement examinés & exempts de toutes infirmités, & qu'on y eſt à l'abri du tumulte des grandes affaires, étoit cependant plus grande que dans le monde ; que la vie des Religieuſes eſt communément plus longue que celle des Religieux ; qu'il meurt dans un même endroit plus de femmes mariées que d'hommes, & moins de filles que de garçons.

Cet ouvrage auquel il ajouta depuis une ſuite en 1760, fut regardé comme un des plus parfaits qui euſſent paru en ce genre, & reçu du Public avec le plus grand applaudiſſement.

L'Académie qui connoiſſoit tous les talens & tout le mérite de M. de Parcieux, deſiroit depuis long-temps de le voir au

nombre de ſes Membres, elle trouva cette même année l'occaſion de ſe l'acquérir, & il fut nommé le 16 Février 1746, à la place d'Adjoint-Géomètre, vacante par la promotion de M. d'Alembert à celle d'Aſſocié.

Dès l'année ſuivante il donna à l'Académie un Mémoire ſur la courbure des ondes qui mènent les balanciers dans quelques machines. L'inégalité d'action des manivelles coudées, fatigant infiniment les machines où elles ſont employées, pluſieurs Mécaniciens avoient tenté de leur ſubſtituer des roues excentriques, ou elliptiques, ou inclinées à leur axe, qui puſſent hauſſer & laiſſer retomber alternativement les extrémités des leviers; d'autres employoient au même uſage des roues ondées, c'eſt-à-dire plus hautes dans de certains points que dans d'autres; ce fut cette dernière méthode que M. de Parcieux jugea la meilleure, & qu'il ſe propoſa d'examiner & de perfectionner dans ſon Mémoire. Il eſt aiſé de voir que le point de perfection de ces ondes eſt qu'elles ſoient taillées de manière que la roue n'éprouve pas plus de réſiſtance dans une partie de ſon tour que dans l'autre, il rechercha donc géométriquement quelle devoit être la figure de ces ondes, mais quel fut ſon étonnement en voyant que les deux côtés de la même onde ne devoient pas avoir la même courbure, parce que le balancier qui ſuit l'onde de la roue lorſqu'il monte, la preſſe au contraire lorſqu'il lui permet de deſcendre; d'où il ſuit que cette dernière partie de la courbure de l'onde, doit être plus rapide & par conſéquent moins longue que la première: il n'eut pas de peine après cela à voir pourquoi les machines où l'on avoit négligé cette attention, n'avoient pas eu tout le ſuccès qu'on en attendoit: tant il eſt vrai que les idées les plus ſimples ont encore beſoin d'être examinées & ſoumiſes à une recherche judicieuſe & éclairée!

Il donna, en 1748, la deſcription d'un niveau d'une eſpèce ſingulière; il eſt fondé ſur le même principe que celui, dont feu M. Couplet avoit donné la deſcription en 1699, c'eſt-à-dire, que la lunette eſt portée par deux eſpèces de calebaſſes qui flottent ſur l'eau: mais M. de Parcieux a évité avec tant de ſoin les défauts auxquels celui de M. Couplet étoit ſujet, & il a ajouté

au

au ſien tant d'avantages & tant de commodités, qu'on peut dire que c'eſt un inſtrument tout nouveau, dont la conſtruction eſt facile, la vérification prompte, & l'uſage parfaitement ſûr; auſſi n'en a-t-il jamais employé d'autre dans les grands & nombreux nivellemens qu'il a faits depuis.

L'année 1750 vit paroître dans un Mémoire d'Hydraulique de M. de Parcieux, un principe de cette Science, abſolument nouveau. On ſavoit depuis long-temps que l'air enfermé dans les ſinuoſités verticales des tuyaux de conduite, étoit nuiſible, mais on ne lui reprochoit que d'occaſionner, par ſes exploſions, la rupture des tuyaux, & on ne ſoupçonnoit pas même que cet air pût intercepter abſolument le cours de l'eau dans la conduite; il l'intercepte cependant, & le fait très-ſingulier d'une Fontaine qui couloit pendant tout l'hiver, & s'arrêtoit pendant l'été, ayant engagé M. de Parcieux à rechercher la cauſe de ce ſingulier phénomène, il la trouva dans la théorie ſuivante.

Toute conduite qui a des ſinuoſités dans le ſens vertical, peut être regardée comme un aſſemblage de ſiphons mis les uns au bout des autres; ſi les branches de ces ſiphons pouvoient s'emplir également, elles ſe feroient équilibre les unes aux autres, & il ne réſulteroit des ſinuoſités qu'un peu de frottement de plus: mais il s'en faut bien que tout ſe paſſe ainſi; l'eau qui ſort du réſervoir, emplit la première branche deſcendante & la première montante dont elle chaſſe abſolument l'air; mais, dès qu'elle eſt arrivée au haut de celle-ci, elle coule en filet dans la ſeconde branche deſcendante, & commence à remplir la ſeconde branche montante, ſans avoir chaſſé l'air qui occupoit la ſeconde branche deſcendante, & la même choſe arrive dans toutes les ſinuoſités de la conduite; il réſulte de-là que tous les ſiphons auront une de leurs branches pleine d'eau, tandis que l'autre ne le ſera que d'une petite partie d'eau & d'une quantité d'air conſidérable: il n'y aura donc plus d'équilibre entr'elles, & la conduite ne donnera qu'une partie de l'eau qu'elle devoit donner, le reſſort même de cet air qui n'a aucune iſſue pour s'échapper, peut, lorſqu'il ſera augmenté par la chaleur, intercepter abſolument tout paſſage à l'eau, explication très-ſimple du phénomène propoſé.

En vain la Nature avoit-elle caché cette eſpèce de myſtère dans l'obſcurité des tuyaux, l'ingénieux Académicien ſut le pénétrer, & l'expoſer aux yeux de l'Académie en faiſant voir ce qui ſe paſſoit dans un tuyau de criſtal, auquel on avoit fait exprès pluſieurs ſinuoſités.

Voici encore un autre travail du même genre, dont M. de Parcieux rendit compte à l'Académie en 1754; le beſoin extrême où il ſe trouva de ménager l'eau dans la belle machine qu'il fit exécuter à Crecy, le mit dans la néceſſité de réfléchir ſur cette matière, & ſes réflexions le menèrent à deux principes d'Hydraulique également importans.

Le premier eſt, qu'il n'eſt nullement indifférent, comme on l'avoit penſé juſqu'alors, de faire agir l'eau par ſon choc ou par ſon poids, & que cette dernière manière de l'employer offre un avantage conſidérable.

Le ſecond eſt, qu'en employant des roues à augets qui vont par le poids de l'eau, ces roues feront, toutes choſes d'ailleurs égales, un effet d'autant plus grand que leur mouvement ſera plus lent. Cette concluſion étoit une eſpèce de paradoxe qui, malgré les raiſonnemens mathématiques ſur leſquels il étoit fondé, auroit pu trouver des incrédules; mais il trouva un moyen ſûr de les convaincre & de leur fermer la bouche: une machine qu'il fit conſtruire, & qu'il fit voir à l'Académie, réaliſa, pour ainſi dire, ſes idées, & offrit aux yeux ce que ſes raiſonnemens ne préſentoient qu'à l'eſprit; cette machine qu'il a depuis donnée à l'Académie, fait aujourd'hui partie du cabinet de cette Compagnie.

Quoique M. de Parcieux ait fait voir qu'il y avoit plus d'avantages à employer les roues à augets que les roues à vannes, il n'ignoroit pas qu'il ſe trouve des circonſtances qui obligent d'employer ces dernières, & il ne négligea pas de les examiner. Il s'agiſſoit ſur-tout de décider ſi les aubes ou vannes de ces roues devoient être dans la prolongation du rayon, ou faire un angle avec lui. Pour décider cette queſtion, il eut recours à ſon oracle ordinaire, l'expérience: il fit conſtruire une roue dont les aubes pouvoient s'incliner à volonté ſur le rayon, & il la plaça dans un courant d'eau, dont la vîteſſe uniforme lui étoit connue.

L'expérience décida en faveur des aubes inclinées au rayon, & prononça de plus que l'inclinaiſon qui donnoit à la roue la plus grande vîteſſe, étoit celle où elles faiſoient avec le rayon un angle de trente degrés. Cette même expérience lui enſeigna encore pluſieurs points importans ſur la quantité dont ces roues doivent être plongées dans l'eau, & ſur un grand nombre de précautions néceſſaires pour en tirer tout le parti poſſible : il communiqua ce travail à l'Académie en 1759.

Il donna, en 1760, des Recherches d'un autre genre, & dont l'objet étoit le tirage des chevaux. Il n'eſt preſque perſonne qui, en voyant un cheval traîner une voiture, ou un homme tirer un fardeau, ne penſe que l'un & l'autre n'agiſſent que par la force de leurs muſcles ; cependant un examen plus réfléchi, fondé ſur les principes les plus certains de la Mécanique, & des expériences déciſives, avoient fait voir à M. de Parcieux que l'homme ni le cheval n'agiſſoient preſque dans ce cas que par leur poids, & que l'action des muſcles ne tendoit qu'à élever le centre de gravité de leur corps, de manière qu'il ne pût deſcendre ſans entraîner la voiture ou le fardeau : paradoxe mécanique, & principe de la plus grande importance.

Cette recherche avoit un peu détourné M. de Parcieux de ſes travaux ſur l'Hydraulique ; mais ce ne fut, pour ainſi dire, qu'une diſtraction : il donna en 1764 ſes Obſervations ſur les inondations de la Seine à Paris ; il s'étoit aperçu dans la recherche qu'il avoit faite, des repaires marqués dans différens quartiers de Paris lors des anciennes inondations, que les eaux avoient toujours été beaucoup plus hautes vers l'Arſenal que vers le Pont-royal, même en tenant compte de la pente du terrein ; il chercha la raiſon de cette ſingulière différence, & la trouva dans les obſtacles que les piles des ponts, les moulins, la pompe, la Samaritaine, &c. offrent au courant de l'eau. On ſent combien ce travail a dû lui coûter de recherches, d'obſervations & d'opérations délicates.

Il donna encore en 1768, un Mémoire ſur les moyens de prévenir les accidens cauſés par les débâcles. Les rivières ne ſe gèlent jamais d'elles-mêmes, la glace qui les couvre quelquefois,

eſt toujours un aſſemblage de glaçons collés enſemble, & qui ne ſont unis que parce qu'ils ont trouvé un pont ou un autre obſtacle qui les ont arrêtés, & ordinairement la ſurface de l'eau au-deſſous de cet endroit, eſt abſolument exempte de glace. M. de Parcieux imagina de barrer la Seine au-deſſus de Paris par une eſpèce d'eſtacade en partie fixe & en partie flottante: cet obſtacle devoit arrêter les glaçons, faire prendre la rivière au-deſſus de la ville, & rendre ſon baſſin entièrement exempt de glaces que l'on n'auroit laiſſé deſcendre lors de la débâcle que les unes après les autres, & de manière à n'en avoir rien à redouter.

Nous ne finirions point, ſi nous voulions parler ici de toutes les Obſervations de M. de Parcieux, de tous ſes ouvrages, du travail que lui occaſionnoit l'examen des Machines préſentées à l'Académie, pour lequel il étoit preſque toujours nommé Commiſſaire, & les projets d'Hydraulique, pour leſquels il étoit généralement conſulté. Il étoit devenu l'oracle en ce genre, & on ne ſe croyoit ſûr d'un ouvrage de cette eſpèce, que quand il en avoit approuvé le projet: nous ſupprimons tout ce détail pour venir à ſon dernier ouvrage qui fait également l'éloge de ſon eſprit & de ſon cœur.

La ville de Paris manque d'eau, la pompe & l'aqueduc d'Arcueil n'en fourniſſent pas le tiers de ce qui ſeroit néceſſaire; M. de Parcieux examina ſcrupuleuſement de quelle manière on pouvoit parvenir à lui en procurer, & il oſa concevoir le deſſein d'amener au plus haut de Paris les eaux de la petite rivière d'Yvette, en la prenant à Vaugien au-deſſus de Gif, à environ ſept lieues de cette Capitale. On juge aiſément combien de nivellemens, de devis, de calculs, étoient néceſſaires pour un pareil projet, & combien de connoiſſances il exigeoit de celui qui le formoit. Ce travail immenſe ne rebuta point M. de Parcieux, il l'entreprit, & en vint à bout, il pouſſa même ſon attention juſqu'à s'aſſurer ſi les eaux qu'il vouloit donner à ſes concitoyens, étoient pures & ſaines; les examens qui en furent faits à ſa prière par la Faculté de Médecine & par pluſieurs Membres de cette Académie, le mirent abſolument hors d'inquiétude ſur ce point. Il propoſa ce deſſein à l'Aſſemblée publique du 13 Novembre

1762; & il y fut honoré d'un applaudiſſement général. Il donna depuis la ſuite de ſon travail ſur cette matière; le Volume qui va paroître * en contient une partie, & un autre ſe trouvera dans le Volume ſuivant. Ces preuves de ſon amour pour ſes concitoyens ſolliciteront encore pour lui la reconnoiſſance publique long-temps après ſa mort.

Nous diſons, de ſon amour pour ſes concitoyens, car, quand il auroit formé ce projet dans la vue d'en tirer une récompenſe, il n'auroit certainement pu être blâmé; mais ce n'étoit nullement ſon intention, & il a déclaré & même imprimé plus d'une fois que non-ſeulement il n'en exigeoit aucune, mais que même il n'en vouloit pas accepter. Cet homme cependant qui renonçoit ſi généreuſement au prix de ſon travail, n'avoit qu'une fortune très-médiocre, & cette médiocrité doit relever le prix de ſon déſintéreſſement aux yeux de tous ceux qui ſavent penſer.

On a pu aiſément s'apercevoir par ce que nous avons dit de l'uſage que M. de Parcieux faiſoit de ſes talens, que ſa vie étoit extrêmement laborieuſe; ſon ardeur, & l'envie d'être utile, le ſoutinrent long-temps, mais il fallut à la fin ſuccomber; il fut attaqué l'année dernière (1768) d'un rhumatiſme goutteux qui fut pris d'abord pour une maladie ordinaire, mais qui le conduiſit au tombeau le 2 Septembre dernier, âgé de près de ſoixante-cinq ans, ayant vu arriver la mort avec toute la fermeté d'un Philoſophe chrétien, & toute la tranquillité que peut donner en ces derniers momens une conduite toujours irréprochable; il venoit d'être nommé Penſionnaire pendant le cours de cette maladie, & l'Académie a eu la douleur de voir que cette dernière marque de ſon eſtime qu'elle lui avoit donnée, lui ait été inutile. Il avoit diſpoſé par teſtament, de la médiocre fortune qu'il avoit acquiſe par tant de travaux, & elle étoit ſi peu conſidérable, qu'elle n'auroit pu ſuffire à faire achever les études à deux de ſes neveux qu'il avoit fait venir à Paris, & qu'il y ſoutenoit, ſi le Roi n'avoit bien voulu reconnoître en leur perſonne les ſervices de leur oncle, & leur en faciliter les moyens par une penſion qu'il leur a accordée.

* Ceci étoit vrai le 5 Avril 1769, jour de la prononciation de cet Éloge, le Volume de 1766 étant alors prêt à paroître.

Tout ce que nous avons dit de M. de Parcieux, a peint d'avance ſon caractère. Nous devons cependant ajouter que, quoique naturellement aſſez vif, il étoit dans le commerce de la vie d'une douceur ſans égale; ami de la vérité, il oſoit la dire en toute occaſion, même au riſque de déplaire: il étoit déſintéreſſé plus qu'on ne peut ſe l'imaginer; quelque borné que parût ſon état, il en étoit content, & n'ambitionnoit ni richeſſes ni fortune, les louanges même n'entroient point dans le ſyſtème de ſes deſirs, & il n'a jamais employé aucune de ces voies indirectes que l'amour propre ſait ſi bien prendre pour ſe les procurer. Sa réputation étoient entièrement dûe à ſes talens & à ſes vertus, & il n'y avoit mis du ſien que de la mériter. Feu M. le Prince diſoit autrefois du P. Sébaſtien, *qu'il étoit auſſi ſimple que ſes machines;* la même louange auroit pu être donnée à M. de Parcieux: cet homme eſtimé de tous ceux qui le connoiſſoient, chéri de ſes amis, bien venu chez les Grands, que les plus célèbres Académies de l'Europe ſe faiſoient honneur de compter au nombre de leurs Membres, étoit de la plus rare & de la plus parfaite modeſtie, & il la pouſſoit au-delà de ce qu'on peut imaginer. Après tout ce que nous venons de dire, il eſt preſqu'inutile d'ajouter qu'il étoit de la probité la plus exacte, & pourquoi y auroit-il manqué? Si on ôte de chez les hommes l'ambition & l'intérêt, on coupera en même temps la racine de la plupart de leurs vices & de leurs fautes.

ÉLOGE DE M. DE L'ISLE.

JOSEPH-NICOLAS DE L'ISLE, Aſtronome Géographe de la Marine, Doyen de l'Académie royale des Sciences, Doyen des Profeſſeurs royaux, Membre de la Société royale de Londres, des Académies de Berlin, de Stockolm, d'Upſal, de Bologne, de Péterſbourg, des Curieux de la Nature, & de Rouen, naquit à Paris le 4 Avril 1688, de Claude de l'Iſle, célèbre par ſes connoiſſances dans l'Hiſtoire & dans la Géographie, dont il donnoit des leçons avec le plus grand ſuccès, & de Nicole-Charlotte Millet de la Croyère.

Le commencement des études de M. de l'Iſle ſe fit dans la maiſon paternelle, & il n'eut point d'autre maître que ſon père; mais différentes circonſtances n'ayant pas permis de ſuivre ce plan juſqu'au bout, on lui fit continuer ſes études au Collége Mazarin, d'où il ne ſortit qu'en 1706, après avoir achevé ſa Réthorique.

Cette même année lui vit commencer l'étude des Mathématiques, & nous ne pouvons trop nous hâter de prévenir que, dans tout le cours de ſa longue carrière, nous ne trouverons aucun temps volontairement vide de travail, *nullum diem ſine lineâ.*

Ceux à qui l'Auteur de la Nature a donné des talens qui doivent les diſtinguer du commun des hommes, en ſont ordinairement avertis par quelque circonſtance qui donne lieu de les reconnoître. L'Éclipſe de Soleil de 1706 fut pour le jeune de l'Iſle cette circonſtance critique; il avoit alors dix-huit ans, & cette Éclipſe qui véritablement fut très-grande, lui inſpira un vif deſir de connoître la cauſe de ſemblables phénomènes, & d'en prédire les retours : ce fut un nouveau motif de ſe livrer avec ardeur à l'étude des Mathématiques qui devoient précéder néceſſairement celle de l'Aſtronomie.

Le premier maître qu'il eut dans cette partie, fut M. l'abbé de la Montre; il paſſa enſuite dans les mains de feu M. Chevalier,

de cette Académie, qui ſe fit un plaiſir de répondre à ſon ardeur, & de cultiver des talens ſi dignes de l'être.

L'envie d'être initié dans les myſtères de l'Aſtronomie étoit l'ame & le motif de tout le travail de M. de l'Iſle; il ne perdoit point de vue cette ſcience favorite. Les premières notions qu'il eut du Cercle & des propriétés d'un point excentrique pris au-dedans de cette figure, lui rappelèrent qu'il avoit entendu dire que la route du Soleil étoit excentrique à la Terre, & il trouva qu'en connoiſſant la quantité de cette excentricité, on pouvoit déterminer chaque jour le lieu de cet aſtre dans le ciel, c'eſt-à-dire, qu'avec le ſeul ſecours des premières propoſitions de Géométrie élémentaire il avoit inventé la théorie du Soleil, adoptée par tous les Aſtronomes juſqu'à Képler. Il fit plus, il imagina de déterminer par obſervation la quantité de cette excentricité; il n'avoit en ſon pouvoir aucun inſtrument propre à cette recherche, ſon génie ſut y ſuppléer: dans le cabinet où il étudioit, & qui étoit expoſé au Soleil levant, il ſe trouva un petit trou par lequel paſſoit un rayon du Soleil qui alloit peindre l'image de cet aſtre ſur le mur oppoſé; il remarqua que cette image étoit beaucoup plus grande que le trou, & attribua avec raiſon cet effet au diamètre du Soleil: il alla plus loin, & il conclut que, puiſque le diamètre apparent du Soleil devoit varier à raiſon de ſes différentes diſtances à la Terre, celui de ſon image devoit de même être variable; il le meſura conſtamment, & compoſa à ce ſujet un petit Traité: on juge bien que cet ouvrage n'étoit pas parfait, & qu'il ne l'a pas publié, mais il falloit peut-être plus de génie à M. de l'Iſle pour le compoſer alors, que pour produire dans la ſuite ce qu'il a donné de plus ſavant.

M. de l'Iſle n'avoit encore aucune notion de l'Aſtronomie ni de la ſphère; cependant ſon eſprit, aidé des obſervations qu'il avoit faites ſur les différens changemens de place de l'image du Soleil dans ſon cabinet, lui avoit fait deviner l'effet du mouvement oblique du Soleil dans l'écliptique, & de ſon changement en déclinaiſon; & de lui-même il avoit conçu l'arrangement des principaux cercles de la ſphère, ſur-tout des cercles horaires, & il s'étoit formé le plan d'une Gnomonique, qu'il commençoit à écrire,

écrire, lorſqu'il apprit qu'il y avoit déjà pluſieurs ouvrages ſur cette matière. Il les lut, & n'y trouva aucune difficulté ; il n'y voyoit que les choſes mêmes qu'il avoit inventées, ou celles qui en étoient des conſéquences néceſſaires. Nous avons cru devoir préſenter avec quelque détail, ce Tableau de ſes premiers travaux, pour faire voir ce que le génie joint au travail, eſt capable d'exécuter ſans aucun autre ſecours.

Une nouvelle circonſtance vint en 1707, augmenter les connoiſſances de M. de l'Iſle ; une place d'Arpenteur-royal à la Martinique ſe trouva vacante, & il ſe propoſa de l'obtenir : cette place exigeoit qu'il fût au fait du deſſin, & il ſe mit à l'apprendre. Heureuſement pour l'Aſtronomie il s'adreſſa à un maître peu en état de l'inſtruire, & la place fut donnée avant que M. de l'Iſle eût pu ſe préſenter ; mais il avoit pris goût au deſſin, & il ſe mit pour le continuer entre les mains d'un maître plus habile : celui-ci revenoit d'un voyage de la mer du ſud, & il en avoit rapporté pluſieurs vues de terre, pluſieurs deſſins d'animaux, & d'autres pièces d'Hiſtoire Naturelle. C'en fut aſſez pour faire prendre à M. de l'Iſle un goût marqué pour l'Hiſtoire Naturelle, pour lui faire parcourir avec avidité les Livres de voyages dont ſon père avoit une nombreuſe collection, & pour lui faire entreprendre un grand nombre d'obſervations ſur les métamorphoſes des inſectes ; mais il s'aperçut bientôt que ces occupations l'éloignoient de l'étude de l'Aſtronomie, à laquelle il n'héſita pas à les ſacrifier.

Il commença effectivement à prendre les premiers élémens du calcul aſtronomique avec feu M. Lieutaud, & à fréquenter en même temps l'Obſervatoire ; feu M. Caſſini étoit alors occupé à la conſtruction de ſes Tables du Soleil & de la Lune : il voulut bien les communiquer à M. de l'Iſle, & lui permettre d'en prendre une copie ; ce fut ſur ces Tables qu'il commença le pénible exercice du calcul aſtronomique. Il profitoit en même temps de tous les momens où il pouvoit entretenir le célèbre Jean-Dominique Caſſini ; ce grand homme alors aveugle ſe plaiſoit à l'inſtruire, & lui dictoit entr'autres choſes des vers latins qu'il s'amuſoit à compoſer ſur le Comput Eccléſiaſtique, en ſorte

que M. de l'Iſle pouvoit légitimement ſe vanter d'avoir reçu les dernières étincelles du génie de ce célèbre Aſtronome.

Ce fut encore vers ce temps qu'une occaſion ſingulière mit M. de l'Iſle dans le cas de ſe faire connoître, & de s'avouer pour Aſtronome.

Le fameux Sébaſtien le Clerc, Deſſinateur & Graveur de la Maiſon du Roi, avoit publié en 1706, un Ouvrage ſous le titre de *Nouveau Syſtême du Monde ;* un exemplaire de cet Ouvrage, que l'Auteur avoit donné à M. de l'Iſle le père, étant tombé entre les mains de celui dont nous faiſons l'éloge, il en fit une critique & une réfutation, dans laquelle il fit voir l'inſuffiſance de ce ſyſtème, & où il établit la vérité de celui de Copernic : cet écrit, dont il ſe répandit alors quelques copies, fut depuis imprimé & reçu favorablement du Public.

Juſque-là M. de l'Iſle n'avoit travaillé qu'à prendre des principes d'Aſtronomie ; il étoit temps qu'il commençât à voler de ſes propres ailes : il obtint en 1710, la permiſſion d'habiter le dôme qui eſt au-deſſus de la principale porte du Luxembourg ; on peut juger de l'impatience où il étoit d'y commencer ſes Obſervations, mais il ſe trouvoit dépourvu d'inſtrumens. Il tenta d'y ſuppléer de pluſieurs manières ; il plaça une planche perpendiculairement aux rayons du Soleil qui paſſoit le jour de l'équinoxe par un petit trou percé au haut de la porte méridionale du dôme, dans la vue d'obſerver par ce moyen l'équinoxe d'automne de 1710 ; mais il trouva tant de difficultés dans cette opération, & ſi peu de préciſion dans les réſultats, qu'il fut obligé de l'abandonner.

Il penſa à y ſubſtituer un quart-de-cercle de bois de 3 ou 4 pieds de rayon, ſur lequel il avoit appliqué un limbe de carton fort & large, enduit de pluſieurs couches de blanc pour recevoir les diviſions : le pied étoit de la même matière & ſolidement conſtruit, mais les réflexions que fit M. de l'Iſle ſur l'action que la ſéchereſſe & l'humidité exercent ſur le bois, lui firent craindre avec raiſon de perdre une ſeconde fois ſon temps & ſa peine, & il abandonna encore ce projet.

Au défaut des Obſervations, que le manque d'inſtrumens ne

lui permettoit pas de faire, M. de l'Iſle employa ſon temps d'une autre manière; il calcula à la prière de M. Caſſini une Table de tous les degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon qui répondent aux degrés de longitude & de latitude du Zodiaque juſqu'à ſix degrés de latitude au nord & au ſud de l'écliptique; le calcul y étoit pouſſé juſqu'aux ſecondes, & il n'avoit rien omis pour rendre cette Table exacte & commode: elle étoit deſtinée à abréger conſidérablement le calcul des Éclipſes des Planètes & des Étoiles par la Lune, duquel M. Caſſini étoit alors chargé; M. de l'Iſle en avoit fait trois copies, vérifiées avec ſoin, deux ont été perdues par la faute de ceux auxquels il les avoit confiées; la troiſième a échappé à ce malheur & ſe trouve dans les portefeuilles du Dépôt de la Marine.

Malgré cette laborieuſe occupation, les regards de M. de l'Iſle ſe tournoient toujours vers le ciel, & il portoit avec impatience que le manque d'inſtrumens l'empêchât de profiter de l'obſervatoire qu'on lui avoit accordé, enfin ſes deſirs furent accomplis; il obtint quelques inſtrumens & commença en 1712 à faire de ſon obſervatoire un uſage ſuivi.

Cet uſage fut ſi bon & ſi fréquent, que dès le commencement de l'année 1714, l'Académie crut devoir s'aſſurer d'un ſujet qui donnoit de ſi belles eſpérances, & qu'il obtint le 24 Mars de la même année la place d'Élève de M. Maraldi, vacante par le paſſage de M. Bomie à celle d'Élève de M. Rolle.

Peu de mois après ſon entrée à l'Académie il donna un Mémoire ſur l'obſervation des Solſtices, dans lequel il propoſe de ſubſtituer à l'image mal terminée du Soleil, que forment les grands gnomons, une image donnée par un objectif placé au lieu de l'ouverture par où paſſe le rayon, & de joindre par ce moyen à la grandeur de l'inſtrument, la netteté de l'image; méthode alors abſolument nouvelle, & qui depuis a été pratiquée avec le plus grand ſuccès au gnomon de Saint-Sulpice, tracé par M. le Monnier.

Plus l'Académie avoit été ſatisfaite de l'acquiſition qu'elle venoit de faire de M. de l'Iſle, plus elle craignit de le perdre preſque au moment qu'elle venoit de l'acquérir; il tomba dangereuſement

malade au mois d'Octobre de la même année, & d'autant plus dangereuſement que la cauſe de ſon mal étoit un vaiſſeau rompu dans l'intérieur du corps & qui le força d'interrompre ſes travaux; ſa bonne conſtitution, ſa tempérance & ſa ſageſſe ſecondèrent les ſecours qui lui furent donnés, & il guérit de cet accident.

Deux obſervations d'Éclipſes, l'une de Vénus, & l'autre de Jupiter & de ſes Satellites par la Lune, exercèrent en 1715 la ſagacité de M. de l'Iſle en Aſtronomie & en Phyſique; nous diſons en Phyſique, car indépendamment de ce qui concernoit le mouvement de ces Aſtres & de la Lune, l'obſervation de l'éclipſe de Vénus, offroit un phénomène ſingulier, cette Planète parut ſe colorer à l'approche de la Lune, c'en fut aſſez pour renouveler la queſtion de l'atmoſphère de la Lune, que l'anneau lumineux obſervé à Londres par M. de Louville, dans l'éclipſe de Soleil de la même année, avoit donné lieu de ſoupçonner: M. de l'Iſle avoit déjà fait voir que des corps abſolument privés d'atmoſphère, produiſoient le même effet, c'eſt-à-dire des anneaux lumineux lorſqu'on les employoit à cacher le Soleil, ce qui lui rendoit la prétendue atmoſphère fort ſuſpecte; l'éclipſe de Jupiter & de ſes Satellites juſtifia ſes doutes, ils ne ſubirent aucune altération à l'approche de la Lune.

La fortune peut à ſi bon marché ſatisfaire les deſirs d'un Philoſophe, qu'on ne ſoupçonneroit pas qu'elle voulût troubler ſon bonheur; elle troubla cependant celui de M. de l'Iſle: feue Madame la Ducheſſe de Berry, vint habiter le Luxembourg, & les arrangemens qu'on fut obligé de prendre pour loger les Officiers de la Princeſſe, exigèrent que M. de l'Iſle en ſortît à la fin de 1715.

Un Aſtronome ne peut pas ſe loger comme un autre homme, on ſent aſſez combien de conditions exige un obſervatoire pour la vue & pour la ſolidité, combien un Obſervateur eſt attaché à l'endroit où il a une fois commencé à obſerver, & combien il lui eſt embarraſſant d'en ſortir; M. de l'Iſle fut cependant dans cet embarras & il s'établit à l'hôtel de Taranne, dans le même appartement que M. de Louville avoit déjà conſacré à l'Aſtronomie, par les obſervations qu'il y avoit faites: il y habita

conſtamment juſqu'après la mort de Madame la Ducheſſe de Berry, & y fit toutes ſes obſervations, ſi on en excepte quelques-unes qu'il fit à l'Obſervatoire pendant l'abſence de M.rs Caſſini & Maraldi, alors occupés au travail de la Méridienne.

La vérité de l'hiſtoire ne nous permet pas de diſſimuler une circonſtance aſſez ſingulière de la vie de M. de l'Iſle, qui eut à peu près le même temps pour époque, & que l'intérêt de ſa gloire nous oblige à donner avec tous les motifs qui l'occaſionnèrent.

Un homme de la Cour étoit entêté de l'Aſtrologie judiciaire d'une manière d'autant plus ſurprenante qu'il avoit lui-même beaucoup de connoiſſance de l'Aſtronomie; il jeta les yeux ſur M. de l'Iſle pour l'aider dans ſes calculs, & eut le crédit d'engager M.gr le Duc d'Orléans, Régent, à lui aſſigner une penſion ſur le fonds des affaires étrangères, pour s'appliquer à cet objet: on juge bien que M. de l'Iſle n'ajoutoit pas la moindre foi aux prétendues règles de l'Aſtrologie judiciaire, mais l'état de ſa fortune ne lui permettoit pas de rejeter un ſecours qui lui venoit alors fort à propos; il ſe mit donc en état de ſatisfaire à ce qu'on exigeoit de lui, & fit une infinité de calculs de cette eſpèce, qui lui emportèrent un temps précieux dont nous ne pouvons que regreter l'emploi, ou pour parler plus juſte, la perte.

Malgré ce ſurcroît d'occupations, M. de l'Iſle n'avoit pas abandonné la véritable Aſtronomie, & il donna en 1718 un Mémoire ſur la projection des Éclipſes, ſujettes aux parallaxes.

La proximité de la Lune à la Terre eſt aſſez grande pour que la tache d'ombre qu'elle y jette, lorſqu'elle paſſe entre nous & le Soleil, puiſſe cacher cet aſtre à de certains peuples, tandis que d'autres n'aperçoivent aucune éclipſe.

Pour déterminer donc les endroits où l'éclipſe ſera viſible & ceux où elle ne le ſera pas, le célèbre Jean-Dominique Caſſini a imaginé une méthode très-ingénieuſe; il ſuppoſe le ſpectateur placé entre la Lune & le Soleil à une diſtance phyſiquement infinie, dans la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre. Il eſt clair que dans cette ſuppoſition il voit le globe de la Terre comme un diſque, & chaque point de ce globe décrivant ſur ce diſque, par le mouvement diurne des lignes droites, ſi le Soleil

eſt dans l'équinoxe, & des ellipſes plus ou moins ouvertes, s'il n'y eſt pas: il voit encore la Lune ſe mouvoir ſur ſon orbite, qui lui paroît une ligne droite, & il juge que l'éclipſe commence quand le diſque de cette Planète commence à joindre le lieu de la Terre pour lequel on calcule, & qu'elle finit lorſqu'il l'abandonne; tout cela régulièrement repréſenté ſur un plan perpendiculaire à la ligne où eſt l'œil, eſt ce qu'on nomme la *projection d'une éclipſe.*

Il eſt clair que tout eſt en mouvement ſur ce Tableau dont le plan eſt lui-même entraîné par le mouvement du Soleil, & que d'ailleurs les parallèles à l'équateur y ſont preſque toujours repréſentés par des ellipſes difficiles à décrire, & plus difficiles encore à diviſer.

Un léger changement dans la méthode, & indiqué par M. de l'Iſle, arrête, pour ainſi dire, & fixe tout ce mouvement; & l'œil du ſpectateur ſeulement changé de place, ne voit plus les parallèles repréſentés que par des cercles toujours faciles à tracer & à diviſer.

L'année 1719 fut ſingulière dans la vie de M. de l'Iſle; il n'y fit preſque rien pour l'Aſtronomie. Immédiatement après avoir donné la conſtruction d'une méridienne filaire, dont l'uſage eſt plus ſûr & plus commode que celui des méridiennes ordinaires, il tomba malade d'une fluxion de poitrine qui fut ſuivie d'une obſtruction au foie: ces deux maladies le mirent à l'extrémité, & il fut long-temps à ſe rétablir.

Au défaut d'obſervations aſtronomiques, il occupa ſa longue convaleſcence par les expériences qu'il fit ſur la réfraction qu'éprouve un rayon en traverſant un tuyau fermé par deux glaces inclinées de 45 degrés, alternativement plein & vide d'air, expérience d'abord faite à Londres, entrepriſe en 1700 par M. Homberg qui n'avoit pu y réuſſir, & que M. de l'Iſle fit avec tout le ſuccès poſſible. Il en réſulta que cette réfraction eſt plus petite que la réfraction aſtronomique correſpondante, que par conſéquent le vide produit dans la machine n'eſt pas parfait, & que le fluide qui reſte dans le tuyau, eſt moins ſubtil que l'éther. Il fit encore dans la même année pluſieurs

obſervations ſur la hauteur des eaux de la Seine à Paris : il ſe conſoloit en donnant à la Phyſique le temps que l'état de ſa ſanté ne lui permettoit pas de donner à l'Aſtronomie. Ce fut à peu près vers ce temps que la mort de Madame la ducheſſe de Berry remit M. de l'Iſle en poſſeſſion de ſon Obſervatoire du Luxembourg, & qu'il y fit reporter ſes inſtrumens.

Il ne s'en ſervit cependant pas pour l'Obſervation du paſſage de Mercure ſur le Soleil du 9 Novembre 1723 ; ce phénomène arriva trop près de l'horizon, & il l'obſerva à l'Obſervatoire : cette obſervation avoit été précédée d'un fâcheux accident ; M. de l'Iſle avoit fait une chute d'environ vingt pieds de haut en ſe diſpoſant à une obſervation : il fut aſſez heureux pour n'eſſuyer ni fracture ni diſlocation, mais l'énorme commotion qu'il reçut, l'obligea à garder très long-temps la chambre.

Si l'Obſervatoire de M. de l'Iſle ne lui avoit pu ſervir pour l'Obſervation du paſſage de Mercure, il n'en fut pas de même de la fameuſe Éclipſe totale du Soleil du 22 Mai 1724 ; il l'obſerva au Luxembourg, & on peut juger aiſément de l'attention qu'il apporta à l'obſervation d'un phénomène qui intéreſſoit ſi vivement, non-ſeulement la curioſité des Aſtronomes, mais encore celle du Public, que malgré la difficulté d'aborder à ſon Obſervatoire par les galeries qu'on reconſtruiſoit alors, un grand nombre de Dames franchirent ce paſſage, qui n'étoit pas ſans danger, pour aſſiſter à cette Obſervation. Il l'avoit fait précéder par un avertiſſement & une figure gravée qu'il fit publier ſans nom d'Auteur. Cette même année il fit le voyage de Londres avec M. Dupré de Saint-Maur, de l'Académie Françoiſe ; il y vit le célèbre Newton, & il en reçut entr'autres marques de conſidération le portrait de ce grand homme, dont il lui fit préſent.

L'année ſuivante M. de l'Iſle entreprit un voyage de plus longue haleine & de plus longue durée. Le Czar Pierre le Grand connoiſſoit parfaitement les talens de M. de l'Iſle qu'il avoit eu occaſion de voir pluſieurs fois dans le ſéjour que ce Prince avoit fait en France, & il avoit deſiré de l'avoir pour fonder dans ſes États une École d'Aſtronomie. La mort de ce grand Monarque ne changea rien à ce projet ; il fut ſuivi avec ardeur

par l'Impératrice Catherine qui lui ſuccéda, & ce fut le Prince Kourakin, alors Ambaſſadeur de Ruſſie à la Cour de France, qui fut chargé de cette négociation.

M. de l'Iſle partit donc de Paris à la fin de 1725, muni de la permiſſion du Roi qui voulut bien lui conſerver ſa place à l'Académie, & ſa charge de Profeſſeur royal; il ſe fit accompagner par M. de l'Iſle de la Croyère, ſon frère, dès-lors Membre de cette Académie, & par le ſieur Vignon Fabricateur d'inſtrumens de Mathématiques, dont l'habileté lui étoit connue, & il prit la route de Péterſbourg. Tel autrefois Soſigènes vint à Rome appelé par Jules Céſar, tel M. Caſſini vint en France appelé par Louis XIV : digne émule de ces grands hommes, & comme eux appelé par un grand Monarque, M. de l'Iſle alloit porter dans ſes vaſtes États de la Ruſſie la ſcience des Aſtres dans toute ſon étendue.

Le voyage de M. de l'Iſle fut heureux; il fit en paſſant à Berlin, pluſieurs obſervations aſtronomiques qu'il envoya à l'Académie, & qui fixèrent la longitude & la latitude de cette ville, & il arriva à Péterſbourg ſans avoir eſſuyé aucun fâcheux accident.

Il y commença ſes fonctions auſſi-tôt après ſon arrivée, & tout l'Univers Aſtronome a ſu quel en avoit été le fruit; mais ſon abſence qui ne devoit être que de quatre années, fut prolongée à pluſieurs repriſes juſqu'à vingt-deux ans.

Pendant un ſi long intervalle, nous ne voyons plus le nom & les ouvrages de M. de l'Iſle reparoître que rarement dans les Volumes de l'Académie; il envoya cependant en 1734 quelques obſervations d'Aurores boréales, dont M. de Mairan a fait uſage dans ſes ſavantes Recherches ſur cette matière, & en 1743 il communiqua à M. Caſſini une méthode de déterminer par un calcul très-ſimple ou même par une opération graphique, l'effet de la parallaxe dans l'Obſervation des phaſes du paſſage de Mercure, méthode qu'il a depuis beaucoup étendue à l'occaſion des paſſages de Vénus ſur le Soleil, arrivés en 1761, & en 1769.

Cette eſpèce d'inaction de M. de l'Iſle n'étoit cependant qu'apparente, & pour emprunter ici les idées de l'Aſtronomie, ſon travail

travail toujours continué ne nous paroiſſoit ſtationnaire qu'à cauſe de l'éloignement & de ſon changement d'objet ; il travailloit à la fois à fonder un célèbre Obſervatoire, & à former des Obſervateurs habiles pour le remplir : il compoſoit des Élémens, & faiſoit des Leçons en leur faveur ; il prononçoit dans les occaſions des Diſcours publics, & on ſait combien en pareille circonſtance ces actions publiques peuvent animer le zèle & l'ardeur des Élèves ; en un mot il créoit, pour me ſervir de ce terme, une célèbre École d'Aſtronomie dans un lieu où peu auparavant le nom même de cette ſcience étoit vraiſemblablement ignoré.

Ce ne fut pas encore tout ; M. de l'Iſle entreprit pendant ſon ſéjour pluſieurs voyages dans les différentes parties du vaſte Empire de Ruſſie, & juſque dans les climats les plus glacés & les moins habitables. Il ſembloit que ſon zèle pour l'avancement de l'Aſtronomie & de la Géographie fit diſparoître à ſes yeux & à ſes ſens les rigueurs des hivers de ces contrées, dont les habitans des climats tempérés n'ont pas même d'idée ; nous n'en donnerons qu'une très-imparfaite, en diſant qu'on y éprouve un froid capable de faire deſcendre à 70 degrés au-deſſous de la congélation le mercure du Thermomètre, que l'hiver de 1709 ne fit deſcendre ici qu'à 15 degrés un quart.

Malgré toutes ces occupations, M. de l'Iſle publioit des ouvrages ; on eut de lui pendant ce temps un Abrégé de Géographie & d'Aſtronomie, un Diſcours lû dans l'aſſemblée publique de l'Académie de Péterſbourg, un Projet de la meſure de la Terre en Ruſſie, publié d'abord en Ruſſe, & enſuite en François ; deux Volumes *in-4.°* de Mémoires pour le progrès de l'Aſtronomie, de la Géographie & de la Phyſique. Il faiſoit des Recherches ſur la Géographie de cette partie du Monde, & des Traductions ou des Extraits de toutes les pièces manuſcrites qui pouvoient lui donner quelques connoiſſances ſur cet important objet ; & il eut part, au moins par ſes conſeils, à toutes les expéditions qui ſe firent dans les mers orientales, l'une deſquelles coûta la vie à M. de l'Iſle de la Croyère ſon frère, qui mourut au retour en arrivant au port.

Telles furent les utiles & laborieuſes occupations de M. de

l'Iſle pendant ſon ſéjour en Ruſſie. Enfin ayant par un travail de plus de vingt-deux années établi l'Obſervatoire de Péterſbourg, formé des Aſtronomes, donné de grandes lumières ſur la Géographie de ce vaſte Empire, & ſatisfait abondamment à tout ce qu'on avoit exigé de lui, il partit de Péterſbourg le 24 Mai 1747 pour venir rejoindre ſes amis, ſes confrères & ſa patrie, dont il avoit été ſi long-temps ſéparé, & il arriva à Paris le 15 Septembre de la même année.

Il trouva un très-grand changement dans l'Académie; pendant ſon long ſéjour en Ruſſie, la plupart de ſes contemporains étoient morts ou retirés, & la compagnie s'étoit preſque renouvelée; mais il n'y trouva aucun changement dans l'eſprit de ceux qui la compoſoient: ſon nom & ſa réputation y avoient entretenu l'eſtime qu'on avoit pour lui, & la plupart des Aſtronomes qui s'y trouvoient alors, étoient ou ſes propres Élèves, ou formés par ceux qui l'avoient été.

Il reprit donc le fil de ſes occupations comme s'il ne s'étoit pas abſenté; dès l'année ſuivante il publia un Écrit intitulé: *Avertiſſement aux Aſtronomes ſur l'Obſervation de l'Eclipſe du Soleil du 25 Juillet 1748*, dans lequel il traitoit la célèbre queſtion de l'Anneau lumineux qu'on voit autour de la Lune dans les Éclipſes totales de Soleil, & celle de la diminution du diamètre de la Lune nouvelle, & par conſéquent obſcure, vue ſur le diſque du Soleil. On ne ſauroit croire combien d'obſervations fines & délicates, & combien de réflexions curieuſes & intéreſſantes ſont contenues dans cet ouvrage, & combien il préſente de vues nouvelles & importantes.

Nous ne parlerons point ici des obſervations journalières de M. de l'Iſle, le nombre en ſeroit trop grand; il avoit établi ſon obſervatoire à l'Hôtel de Cluny, & malgré ſon âge & ſes travaux, aucun phénomène ne lui échappoit.

Feu M. l'abbé de la Caille avoit fait, pendant ſon voyage au cap de Bonne-eſpérance, pluſieurs obſervations de Mars pour en tirer, en les comparant à celles d'Europe, la parallaxe de cette Planète; M. Bradley envoya les ſiennes à M. de l'Iſle, & celui-ci en ayant fait la comparaiſon avec celles de M. l'abbé de

la Caille, en déduiſit la parallaxe de Mars de 27 ſecondes; cette recherche fut imprimée en 1752 dans le volume de l'Académie de cette année; on voit aſſez avec quelle attention & avec quelle fineſſe de calcul elle avoit dû être maniée, & combien la plus petite erreur eût altéré un réſultat de cette eſpèce.

Il y eut en 1753, un paſſage de Mercure ſur le Soleil, M. de l'Iſle ne ſe contenta pas d'obſerver ce phénomène, il le fit précéder d'un Écrit qu'il publia & dans lequel il donnoit les élémens ſur leſquels étoit fondée la rectification des calculs de M. Halley, qu'il avoit faite, les précautions qu'on devoit prendre pour obſerver ce paſſage, & le moyen d'en tirer la parallaxe du Soleil; le tout étoit accompagné d'une Mappemonde ſur laquelle il avoit repréſenté tous les pays de la Terre où ce phénomène devoit être viſible, on peut juger aiſément de l'utilité d'un pareil ouvrage.

En 1755, M. le Gentil lut à l'Académie un Mémoire ſur l'obſervation des diamètres du Soleil, ſur quelques erreurs qu'on y peut commettre & ſur la manière d'y rémédier; cette recherche rappela à M. de l'Iſle des obſervations de même genre, qu'il avoit faites en 1718 & en 1719, & valut à l'Académie un excellent Mémoire ſur cette matière.

Dès l'année 1721, M. de l'Iſle avoit fait voir les défauts de la méthode de calculer les Éclipſes, publiée par M. de la Hire; mais on ignoroit encore alors la véritable figure de la Terre: il ajouta en 1757 à la méthode qu'il avoit donnée, ce qui étoit relatif à cette partie, & ce Mémoire fut imprimé avec ceux de l'Académie de la même année.

La Comète de 1759 étoit un objet bien digne de l'attention de M. de l'Iſle; il fit imprimer la même année dans le Mercure, un Mémoire contenant les premières obſervations qui en avoient été faites & la méthode qu'on avoit employée pour découvrir cette Comète dont le retour étoit prédit & attendu, & lut en 1760, un Mémoire ſur la même matière, que l'Académie a publié dans le volume de cette année.

Juſqu'ici nous n'avons conſidéré M. de l'Iſle que comme Aſtronome, & ce ne ſeroit le peindre qu'à moitié, que de

ſupprimer ici les preuves qu'il a données de ſon profond ſavoir en Géographie.

Feu M. Guillaume de l'Iſle, ſon frère, avoit laiſſé pluſieurs Cartes imparfaites & qui n'étoient, pour emprunter ici le langage de la Peinture, que des eſquiſſes ou des études de travaux géographiques; mais cette partie de ſa ſucceſſion ne pouvoit être recueillie que par une main auſſi habile que celle de M. de l'Iſle.

Il publia donc en 1764, une Carte de Syrie, ou ſeulement de la partie ſeptentrionale de la Paleſtine, une Carte plus générale de la Syrie, pour ſervir à l'Hiſtoire des Croiſades & une autre relative à la recherche de la ſituation du Paradis terreſtre; ces Cartes avoient été précédées en 1763, de celle de l'ancienne Paleſtine ou Terre-Sainte.

En 1766, il donna la Carte de la Babylonie, & celles de l'Arménie & de la Géorgie, qu'il avoit dreſſées lui-même ſur les Mémoires & les eſquiſſes de quelques Arméniens & Géorgiens, qu'il avoit eu occaſion de voir & d'entretenir à Péterſbourg; il avoit de même fait paſſer en France pluſieurs Cartes étrangères & très-curieuſes, des Pays au nord-eſt de la Ruſſie, qu'il avoit fait copier & traduire; mais nous paſſons rapidement ſur ces ouvrages, quelqu'intéreſſans qu'ils puiſſent être, pour venir plus promptement au plus grand qu'il ait donné en ce genre & qu'il communiqua en 1750 à l'Académie, qui l'a publié dans ſes Mémoires.

Les découvertes géographiques dans la mer du ſud, n'avoient jamais été portées plus loin du côté de l'Aſie que le nord du Japon, & du côté de l'Amérique que le cap Blanc ſitué au nord de la Californie, & toute cette partie étoit plongée dans la plus grande & la plus profonde obſcurité.

Les Eſpagnols & les Ruſſes étoient les ſeules Nations deſquelles on pût attendre quelques éclairciſſemens ſur cet important objet; M. de l'Iſle étoit à portée d'être informé des tentatives que faiſoient alors les Ruſſes pour découvrir, ou les terres qui joignoient l'Amérique à l'Aſie, ou les mers qui les ſéparoient, & il eut encore le bonheur de trouver la relation d'une expédition entrepriſe en 1640 par les Eſpagnols au nord de la Californie.

Les découvertes des Ruſſes ont fait voir qu'il y avoit un paſſage libre pour aller du Japon au Kamtchatcka, qu'en ſuivant la côte, & allant vers le nord, on parvient à un détroit ſitué ſous le Cercle pôlaire, par lequel on paſſe de la mer du ſud dans la mer glaciale; que ce détroit n'a pas plus de 40 lieues, & qu'il eſt formé à l'oueſt par les terres de l'Aſie & par celles de l'Amérique; & qu'enfin il y a une mer ouverte à l'eſt de la partie méridionale du Kamtchatka, par laquelle on peut aller de ce pays en Amérique.

La Relation eſpagnole remplit de ſon côté une grande partie de l'eſpace vague que les Cartes laiſſent au nord de la Californie; le reſte l'eſt par un vaſte golfe nommé *Mer de l'oueſt*, que toutes les Relations des Sauvages de l'Amérique concourent à établir, & dont feu M. Guillaume de l'Iſle avoit eu connoiſſance: ce Mémoire étoit accompagné de pluſieurs Cartes très-nettes & très-détaillées qui en facilitoient extrêmement l'intelligence.

Tel eſt, mais dans un très-grand raccourci, l'excellent morceau de Géographie que M. de l'Iſle communiqua en 1750 à l'Académie, & qui donne en même temps la connoiſſance de tout le fond de la mer du ſud & du nord-oueſt de l'Amérique, & la ſolution de la difficulté qui exiſtoit ſur la manière dont le nord de l'Amérique avoit pu être peuplé. Nous pouvons aſſurer qu'il y avoit long-temps que la Géographie n'avoit fait un ſi grand pas vers l'entière connoiſſance du globe terreſtre.

Lorſque M. de l'Iſle étoit arrivé à Paris il avoit trouvé toutes les places de l'Académie remplies, la ſienne même devenue vacante, parce qu'il avoit été déclaré Vétéran en 1741, quoiqu'en lui conſervant tous ſes droits, l'avoit été ſucceſſivement par deux perſonnes; en un mot il ſe trouvoit, malgré l'eſtime de l'Académie, preſqu'entièrement hors du ſyſtème de ſes arrangemens: la juſtice & la bonté du Roi vinrent à ſon ſecours, Sa Majeſté acheta l'immenſe collection de pièces aſtronomiques & géographiques qu'il avoit formée, & la joignit au Dépôt de la Marine; Elle voulut même que M. de l'Iſle fût attaché à ce Dépôt, ſous le titre d'Aſtronome-Géographe, dont Elle lui fit expédier un Brevet très-honorable, accompagné d'une Penſion conſidérable,

& enfin Elle propoſa à l'Académie de le faire Penſionnaire-vétéran, qualité qui remettoit M. de l'Iſle dans le rang qu'il avoit ſi juſtement mérité & ſans lequel il auroit toujours été déplacé à l'Académie, dont il ſe trouvoit alors le Doyen; cet évènement eut l'année 1761 pour époque.

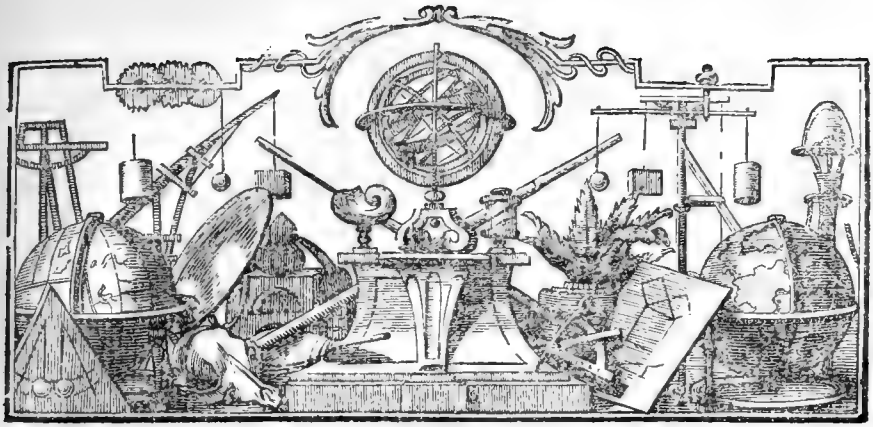
Le grand âge de M. de l'Iſle ne l'avoit fait relâcher ſur aucun de ſes devoirs, & ſa ſanté, juſqu'alors très-vigoureuſe, ſoutenue de l'extrême vivacité de ſon caractère, lui permettoit encore d'obſerver, de travailler & même d'aſſiſter aſſez régulièrement à nos Aſſemblées: il avoit eu pendant l'été de 1768 quelques attaques de goutte, qui l'avoient obligé de garder la chambre; mais cette incommodité ayant ceſſé, nous le vîmes avec plaiſir reparoître parmi nous le jour de la Saint-Louis & aſſiſter à la Meſſe que l'Académie fait célébrer pour la Fête du Roi, & au Panégyrique du Saint; ce fut pour M. de l'Iſle ſa dernière fonction d'Académicien: peu de jours après la ſéparation de l'Académie, il fut frappé d'apoplexie & mourut le 12 Septembre 1768, âgé de quatre-vingts ans & un peu plus de cinq mois; le dernier d'une famille que ſes talens pour l'Aſtronomie, l'Hiſtoire & la Géographie ont conſacrée à l'immortalité & de laquelle il ne reſte plus qu'une ſœur de M. de l'Iſle, que ſon eſprit & ſon mérite ont rendue digne de porter un nom devenu ſi célèbre.

M. de l'Iſle étoit grand & aſſez bien fait, ſa phyſionomie annonçoit la vivacité de ſon eſprit & la douceur de ſon caractère; il étoit naturellement gai, & l'étude continuelle n'avoit point altéré chez lui cette qualité dont il ſavoit aſſaiſonner dans la converſation les matières qui en paroiſſoient les moins ſuſceptibles: pénétré de la Religion, il en a toujours rempli tous les devoirs avec la piété la plus exemplaire & la plus ſoutenue, & ſa charité envers les pauvres n'a jamais eu d'autres bornes que ſon pouvoir & ſa fortune: en un mot, on peut dire qu'il a rempli ſans interruption pendant tout le cours de ſa longue carrière les devoirs que l'humanité, la religion & l'amour des Sciences lui avoient impoſés.

Il avoit été marié avant ſon voyage en Ruſſie, & il perdit ſon épouſe peu après ſon retour en France, ſans en avoir eu d'enfans.

Mais au défaut de cette poſtérité, il a eu la conſolation d'en voir avant ſa mort une nombreuſe d'une autre eſpèce, & dûe entièrement à ſon zèle & à ſes ſoins. C'eſt à lui que l'Académie doit la plus grande partie des Aſtronomes qui ont contribué, & qui contribuent encore à ſa gloire; M. Godin, M. Buache devenu ſon neveu par le mariage qu'il avoit contracté avec Mademoiſelle de l'Iſle fille du Géographe, M.rs l'abbé de la Caille, le Gentil, de la Lande, Meſſier & pluſieurs autres, ont été formés par lui ou par ſes Élèves. J'héſiterois à joindre ici mon nom à ceux que je viens de prononcer, ſi la reconnoiſſance me permettoit de taire qu'il avoit bien voulu me rendre à moi-même ce ſervice, & m'ouvrir l'entrée de la carrière aſtronomique, de laquelle je ne ſuis ſorti que lorſque les ordres du Roi & le choix de l'Académie m'ont appelé il y a vingt-cinq ans à la fonction que j'ai l'honneur d'exercer en ce moment.

MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXVIII.

RECHERCHES

Sur les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèse de la dissimilitude des Méridiens.

Par M. D'ALEMBERT.

LES Recherches que je me propose de donner dans ce Mémoire, ont été annoncées à la fin du *V.e Volume de mes Opuscules mathématiques, page 515 & suiv.* & sont une suite de celles que j'ai déjà données dans le *Volume Mém. 1768.* Décemb. 1768.

de l'Académie pour l'année 1754. Mon objet eſt de généraliſer les formules qu'on trouve dans ce dernier volume, de donner une ſolution plus exacte des équations que ces formules préſentent, & d'en faire l'application à différens cas, principalement aux mouvemens de l'axe de la Lune & à la libration de cette Planète.

§. I.

FORMULES générales pour les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque.

(1.) Je conſerverai les noms donnés dans le 2.^d *Mémoire de mes Opuſcules, tome I,* & dans mes *Recherches ſur la préceſſion des Equinoxes;* & je ſuppoſerai que $ECZz$ ſoit le plan de projection auquel on rapporte les mouvemens de la Planète; que Ee ſoit la projection de l'axe; C celle du centre, ou plutôt le centre même de gravité de la Planète, qui eſt ſuppoſé ſur le plan de projection; que l'angle des lignes Ee, Zz, ſoit droit; que CE' ſoit perpendiculaire au plan $ECZz$; que AB, CD ſoient deux lignes fixes ſur le plan de projection & perpendiculaires l'une à l'autre; que g ſoit la projection d'un point quelconque de la Planète; & gN, gO des perpendiculaires à CB & CD; je nommerai enſuite

Fig. 1.

L'angle BCZ ou DCe ..... ϵ.
CN ou gO ..... z.
gN ou CO ..... u.
La force parallèle à CE' ..... ψ.
La force parallèle à CD ..... γ.
La force parallèle à CB ..... φ.
Les diſtances de la direction de la force ψ à CB & CD... ν' & μ'.
Les diſtances de la direction de la force γ à CB & CE'... ξ' & χ'.
Les diſtances de la direction de la force φ à CE' & CD. θ' & ζ'.

Fig. 2. (2.) Soit maintenant Pp l'axe de la Planète; C ſon centre; C' un point quelconque de l'axe; KGC' une ſection de la Planète, faite perpendiculairement à Pp; S la Planète attirante;

$C'K$ une perpendiculaire au plan PCS, menée dans le plan KGC'; G un point quelconque de la Planète attirée, pris dans ce même plan; on nommera Fig. 2.

L'angle que l'axe Pp fait avec le plan de projection (qu'on supposera dans la suite être l'Écliptique, ou du moins parallèle à l'Écliptique).... Π.

Le cosinus de cet angle..... y ou cos. Π.

Son sinus..... $\sqrt{(1-yy)}$ ou sin. Π.

L'angle $KC'G$..... X.

La constante Cp..... a.

La variable $C'p$..... b.

La variable $C'G$..... f.

Chaque particule du corps..... G'.

L'angle PCS..... V.

Sa projection..... v.

La force parallèle à CS, &c. résultante de l'attraction que le corps S exerce parallèlement à CS sur tous les points de la Planète attirée.... Ψ'.

La distance de la direction de cette force au plan PCS..... l'.

La distance du centre C au point de l'axe Cp par lequel passe la direction de la force Ψ' ou plutôt la projection de cette direction sur le plan CPS..... L'.

La distance du centre de la Planète attirée au plan de l'Écliptique. p'.

La tangente de la latitude..... p.

Cette latitude même..... $\mathfrak{S}'$.

En sorte qu'on aura $p = \frac{\text{sin. } \mathfrak{S}'}{\text{cos. } \mathfrak{S}'}$.

La force Ψ' rapportée sur le plan de l'Écliptique ou sur le plan de projection passant par le centre C..... Ψ''.

En sorte que $\Psi'' = \frac{\Psi'}{\sqrt{(1+pp)}}$ ou $\Psi' \text{ cos. } \mathfrak{S}'$.

La masse de la Planète attirante..... S.

La distance de cette Planète au centre C de la Planète attirée.. u'.

(3.) Cela posé, si on nomme Π', G, F des forces parallèles à CE', Ce, Cz, lesquelles agissent sur la Planète, & qu'on

appelle outre cela

Les distances de la force Π' à Cz & Ce ..... ν & μ,
Celles de la force G à Cz & CE' ..... ξ & χ,
Celles de la force F à CE' & Ce ..... θ & ζ,

on aura *(Opusc. Tome II, 2.d Mém. page 83; & Tome IV, 22.e Mém. §. II)* les équations

$$\int \frac{G'\,d(u\,dz - z\,du)}{dt^2} = \varphi\theta' - \gamma\chi' = F\theta - G\chi,$$

$$\int \frac{G'(\pi\,ddz - z\,dd\pi)\cos.e}{dt^2} + \int \frac{G'(\pi\,ddu - u\,dd\pi)\sin.e}{dt^2} = F\zeta - \Pi'\mu,$$

$$\int \frac{G'(\pi\,ddz - z\,dd\pi)\sin.e}{dt^2} - \int \frac{G'(\pi\,ddu - u\,dd\pi)\cos.e}{dt^2} = \Pi'\nu - G\xi,$$

Fig. 3. (4.) Soit encore $OLRN$ le plan d'une section quelconque de la Planète attirée, faite perpendiculairement à l'axe de cette Planète; $OC'R$ la commune section de ce plan avec le plan perpendiculaire au plan de projection & passant par l'axe; & soit l'angle $OC'G$ ..... X''.

Cette quantité X'' est ici la même que celle qui a été nommée X dans le second Mémoire de nos Opuscules, *pages 77 & 78*; donc faisant, d'après ce second Mémoire,

$$\pi = (a - b)\sin.\Pi + f\cos.\Pi\cos.X'',$$
$$\varrho = (a - b)\cos.\Pi - f\cos.X''\sin.\Pi,$$
$$\varpi = f\sin.X'',$$
$$z = \varpi\cos.e - \varrho\sin.e,$$
$$u = \varrho\cos.e + \varpi\sin.e,$$

& substituant ces valeurs & leurs différentielles dans les premiers membres des équations de l'*article 3*, on aura de nouvelles quantités, d'où cos. e & sin. e disparoîtront : il faut de plus remarquer 1.° que $d^2X'' = dP$, parce qu'on suppose que le mouvement de rotation de la Planète autour de son axe se fait de O vers G; 2.° que $\int G'f(a - b)\cos.X''$, & $\int G'f(a - b)\sin.X'' = 0$, parce qu'on suppose *(Opusc. 22.e Mém. §§. I & II)* que

l'axe Pp eſt un *axe naturel* de rotation; ainſi on effacera dans les calculs les termes où ces quantités ſe rencontrent.

§. II.

Application des formules au ſyſtème de la gravitation.

(5.) Soit maintenant $LC'N$ la commune ſection du plan $OLRN$ perpendiculaire à l'axe *(article 4)* & du plan qui paſſe par l'axe & par la Planète attirante; $C'K$, qui eſt perpendiculaire à ce dernier plan par l'hypothèſe *(art. 2)*, ſera par conſéquent perpendiculaire à $LC'N$: ſuppoſons d'abord la Planète attirée elliptique dans le ſens du méridien & dans celui de l'Équateur, & ſoit $\omega C'$ le demi-petit axe de l'ellipſe formée dans cette Planète par la ſection du plan $OLNR$; ſoit $C'M$ perpendiculaire à $C'\omega$, & par conſéquent la moitié du grand axe; & ſoit enfin l'angle $OC'K = \Sigma$. Cela poſé, ſi l'on ſe rappelle ce qui a été démontré dans nos *Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes, article 24*, & dans nos *Recherches ſur le ſyſtème du Monde, II.e Partie, page 233 & ſuivantes*, & qu'on faſſe attention que les forces G, F, Π' ſont ici ſuppoſées de directions contraires à celles qu'elles étoient ſuppoſées avoir dans le premier des deux Ouvrages cités, on aura Fig. 2.

$$F\theta - G\chi = -\psi''\lambda' y \text{ ſin. } v, \text{ en faiſant } \lambda' = L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cof. } V}{\text{ſin. } V} - \frac{l' \text{ ſin. } \Pi}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi};$$

Voyez Mém. de 1754.

$$F\zeta - \Pi'\mu = -\psi'' \text{ ſin. } v\left[\lambda' V(1-yy) + \frac{l'}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi}\right];$$

$$\& \Pi' - G\xi = \psi'' \text{cof. } v\left[\lambda' V(1-yy) + \frac{l'}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi}\right] - \psi''\lambda' py.$$

(6.) Faiſant donc ces ſubſtitutions dans les ſeconds membres des équations de l'*article 3*, & celles qui ont été indiquées dans l'*article 4* pour les premiers membres des mêmes équations, on aura, en multipliant la première équation par $V(1-yy)$ ou ſin. Π, la ſeconde par y ou cof. Π, & retranchant la ſeconde de la première, les équations ſuivantes, $a - b$ étant ſuppoſée $= \lambda$, & toutes les réductions étant faites,

$$-dt^2 \times \frac{\psi'' l'' \text{ sin. } v}{\text{cos. } \Sigma} = de \times d\,(\text{sin. } \Pi) \times \int G' ff \text{ cos. } 2X'' + [d\,dP + d\,(de \text{ sin. } \Pi)] \times \int G' ff + [d\Pi^2 - de^2 \text{ cos. } \Pi^2] \times \int G' ff \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X''.$$

$$dt^2 \times \psi'' \lambda' y \text{ sin. } v = d\,(-de \text{ cos. } \Pi^2) \times (\int G' ff \text{ cos. } X''^2 - \int G' \lambda\lambda) + d\,(de + dP \text{ sin. } \Pi) \int G' ff - dP\,d\,(\text{sin. } \Pi) \int G' ff \text{ cos. } 2X'' + [2\,dP\,de \text{ cos. } \Pi^2 + d(-d\Pi \text{ cos. } \Pi)] \times \int G' ff \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X''.$$

$$dt^2 \left[\psi'' \text{ cos. } v \lambda' V (1 - yy) + \frac{l''}{\text{cos. } \Sigma \text{ cos. } \Pi}\right) - \psi'' \lambda' py\right] = [d\,d\Pi - 2\,de\,dP \text{ cos. } \Pi - de^2 \text{ sin. } \Pi \text{ cos. } \Pi] \times \int G' ff \text{ cos. } X''^2 + [dd\Pi + de^2 \text{ sin. } \Pi \text{ cos. } \Pi] \times \int G' \lambda\lambda - [2\,d\Pi\,dP + d\,de \text{ cos. } \Pi] \times \int G' ff \text{ sin. } X'' \text{ cos. } X''.$$

(7.) Ces équations s'accordent parfaitement avec celles qu'on a trouvées dans les Mémoires de 1754 par une autre méthode, & ſans employer les coordonnées u & z; elles s'accordent auſſi avec les formules données en 1764 par M. de la Grange, dans ſa Pièce ſur la libration de la Lune : on remarquera ſeulement que ce que nous appelons ici de, a été nommé $d\epsilon$ dans les Mémoires de 1754; c'eſt l'angle différentiel du mouvement des points équinoxiaux qu'on ſuppoſe ſe faire de e vers B, tandis que la Planète attirante ſe meut de D vers Z *(fig. 1)*.

(8.) Maintenant on a $\psi'' = \psi' \text{ cos. } \Im'$ *(article 2)*; $\psi' l'$ *(Recherches ſur le Syſtème du monde, II.e Partie, page 232)* $= -\frac{3S}{u'^3} \times [\int G' \times (\lambda \text{ cos. } V + f \text{ sin. } X \text{ sin. } V) f \text{ cos. } X]$ $= (\text{à cauſe de } \int G' \lambda f \text{ cos. } X = 0) - \frac{3S}{u^3} [\int G' ff \text{ sin. } X \text{ cos. } X] \text{ sin. } V$. On trouvera de même *(Préceſſ. des Équinoxes, p. 7)* $\psi' L' = -\frac{3S}{u'^3 \text{ sin. } V} \times [\int G' \times (\lambda \text{ cos. } V + f \text{ sin. } X \text{ sin. } V) \times (\lambda \text{ sin. } V - f \text{ sin. } X \text{ cos. } V)] = -\frac{3S}{u'^3} \times [\int G' \lambda\lambda - \int G' ff \text{ sin. } X^2] \text{ cos. } V$.

(9.) Soit ξ l'angle de la ligne fixe $C'\omega$ *(fig. 3)* avec le rayon

quelconque $C'G$, cet angle étant pris dans le ſens ωMOK; ſoit auſſi A l'angle de $C'\omega$ avec $C'K$ (*art.* 5), cet angle A étant pris dans le même ſens; on aura $X = \xi - A$, ſin. X $\times$ cof. $X = \frac{\text{ſin. } (2\xi - 2A)}{2} = \frac{\text{ſin. } 2\xi \text{ cof. } 2A - \text{ſin. } 2A \text{ cof. } 2\xi}{2}$;

ſin. $X^2 = \frac{1}{2} - \text{cof. } \frac{2X}{2}$; cof. $2X = \text{cof. } 2\xi \text{ cof. } 2A + \text{ſin. } 2\xi \text{ ſin. } 2A$.

(10.) De plus, ſoit CO la ligne de projection de l'axe CP ſur un plan paſſant par le centre C de la Planète attirée, & parallèle au plan de projection ou de l'écliptique; & ſoit S' la projection de la Planète attirante ſur le plan CPO; il eſt clair que $P'O = CO \times \frac{\text{ſin. } \Pi}{\text{cof. } \Pi}$, & en nommant r le rayon de l'orbite décrite par la Planète S autour de C, & projetée ſur l'écliptique, il eſt aiſé de voir que $CO = r$ cof. v & (en menant $S'Q$ perpendiculaire à CP) que cof. $V = \frac{CQ}{\sqrt{(rr + p'p')}} = \frac{CP' - P'Q}{\sqrt{(rr + p'p')}}$. Fig. 4.

Or $CP' = \frac{CO}{\text{cof. } \Pi} = \frac{r \text{ cof. } v}{\text{cof. } \Pi}$; $P'Q = L'Q \times$ ſin. Π;

donc cof. $V = \left[\frac{r \text{ cof. } v}{\text{cof. } \Pi} - \left(\frac{r \text{ cof. } v \text{ ſin. } \Pi}{\text{cof. } \Pi} - p'\right) \times \text{ſin. } \Pi\right] :$

$\sqrt{(rr + p'p')} = \text{cof. } v \times \text{cof. } \mathcal{S}' \text{ cof. } \Pi + \text{ſin. } \mathcal{S}' \text{ ſin. } \Pi$, à cauſe de $\frac{p'}{\sqrt{(rr + p'p')}} = \text{ſin. } \mathcal{S}'$, & de $\frac{r}{\sqrt{(rr + p'p')}} = \text{cof. } \mathcal{S}'$.

Telle eſt la valeur exacte & rigoureuſe de cof. V, que nous n'avons donnée dans les Ouvrages cités ci-deſſus qu'à peu-près, en ſuppoſant $\mathcal{S}'$ fort petit.

(11.) Ayant enfin décrit l'arc pe & les arcs pBK, eBZ, l'un dans le plan PCS, l'autre dans le plan de projection, ſoit CZ la ligne de projection de CS, & ſoit nommé l'arc KB, x, & ſon ſinus x'; on aura l'équation ſuivante (*Recherches ſur le Syſtème du monde, page 234, Tome II*), $x'\sqrt{(1 - yy)} =$ ſin. $\mathcal{S}'$ [ſin. $(V + x)$] $=$ ſin. $\mathcal{S}'$ ſin. $V\sqrt{(1 - x'x')} +$ ſin. $\mathcal{S}'x'$ cof. V; d'où l'on tire aiſément la valeur de x'^2 & celle de $1 - x'x'$, d'où l'on tirera ſin. pB^2, ou ſin. $(180 - V - x)^2 =$ ſin. $(V + x)^2 = [x' \text{ ſin. } V + \text{cof. } V\sqrt{(1 - x'x')}]^2$ Fig. 5.

$= \frac{[\text{fin. } V\sqrt{(1-yy)}]^2}{[\sqrt{(1-yy)} - \text{fin. } \mathcal{S}' \text{ cof. } V]^2 + \text{fin. } \mathcal{S}'^2 \text{ fin. } V^2}$, & cof. pB^2 $= \frac{[\text{cof. } V\sqrt{(1-yy)} - \text{fin } \mathcal{S}']^2}{[\sqrt{(1-yy)} - \text{cof. } V \text{ fin. } \mathcal{S}']^2 + \text{fin. } \mathcal{S}'^2 \text{ fin. } V^2}$. Donc on aura la valeur de cof. Be^2 ou $\frac{\text{cof. } pB^2}{yy}$, qui lui eſt égal (comme il eſt aiſé de le voir, *Préceſſion des Équinoxes, article 15, n.° 1*) & par conſéquent celle de fin. Be^2; donc cof. Σ^2 ou $\frac{\text{fin. } Be^2}{\text{fin. } pB^2}$, qui lui eſt égal (*Recherches ſur le Syſtême du monde, IIe Partie, p. 235*) ſera $\frac{\text{cof. } \mathcal{S}'^2 \text{ fin. } v^2}{\text{fin. } V^2}$; par conſéquent cof. $\Sigma = \frac{\text{cof. } \mathcal{S}' \text{ fin. } v}{\text{fin. } V}$, & fin. $\Sigma = \frac{\text{cof. } v \text{ cof. } \mathcal{S}' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \mathcal{S}' \text{ cof. } \Pi}{\text{fin. } V}$. Ces expreſſions ſe trouveront en mettant au lieu de cof. V ſa valeur, & $1 - \text{cof. } V^2$ au lieu de fin. V^2 dans les quantités précédentes; on aura par conſéquent la valeur exacte de fin. Σ & de cof. Σ.

(12.) Suppoſons enfin $P = 0$ lorſque le temps $t = 0$, c'eſt-à-dire au commencement du mouvement; & l'angle $\omega C'O = B$ lorſque $t = 0$; il eſt aiſé de voir que le mouvement dP du point G ſe faiſant (*par l'hyp.*) de O vers G, on aura $dP = -d(\omega C'O)$, & $P = B - \omega C'O$: or $X'' = OC'G = \omega C'G - \omega C'O = \xi - \omega C'O$; donc $X'' = P + \xi - B$, ou $X'' = \xi + P'$, en ſuppoſant $P - B = P'$; d'où il ſera facile de tirer les valeurs de cof. $2X''$ & de fin. $2X''$, qui entrent (*art. 6*) dans les équations. Au reſte, nous n'aurons pas beſoin dans la ſuite de faire ces ſubſtitutions, à cauſe de la petiteſſe des quantités $\int G'ff$ fin. $2X''$, & $\int G'ff$ cof. $2X''$, & de celle des quantités qui les multiplient.

(13.) De plus, puiſque $P = B - \omega C'O = B - \omega C'K + OC'K = B - A + \Sigma$; donc $A = \Sigma + B - P = \Sigma - P'$,

§. III.

§. III.

Uſage de ces Formules pour déterminer le mouvement de rotation de la Lune.

(14.) On remarquera maintenant que l'angle $\omega C'N = A - NC'K = A - 90^d$, & que $\omega C'M = 90^d$; d'où il s'enſuit que l'angle $NC'M = A - 180^d$: or l'angle $NC'M$ eſt l'angle du méridien de la Lune qui paſſe par la Terre, & du méridien qui paſſe par le grand axe $C'M$ de l'Équateur de la Lune; & l'on ſait de plus que comme la Lune nous préſente toujours à peu-près la même face, ce dernier méridien paſſe toujours à peu-près par la Terre; d'où il s'enſuit que l'angle $NC'M$ eſt peu conſidérable: donc A eſt à peu-près $= 180^d$; & quand on voudroit ſuppoſer que le méridien de la Lune qui prolongé paſſe toujours à peu-près par la Terre, n'eſt pas le méridien repréſenté par $MC'\mu$, mais tout autre méridien fixe, pris à volonté dans la Lune, il s'enſuivroit toujours au moins que l'angle $NC'M$ eſt à peu-près conſtant; d'où il s'enſuit que l'angle A eſt auſſi à peu-près conſtant.

(15.) Donc *(art. 13)* $P = \Sigma + D$, D étant un angle poſitif ou négatif à peu-près conſtant; or on a *(article 11)* $\text{cof. } \Sigma = \frac{\text{cof. } \vartheta' \text{ ſin. } v}{\text{ſin. } V} =$ à très-peu près $\frac{\text{ſin. } v}{\text{ſin. } V}$, parce que ϑ' eſt ici très-petit; & $\text{cof. } V = \text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{ſin. } \vartheta' \text{ ſin. } \Pi =$ à une quantité très-petite, parce que ſin. ϑ' & cof. Π ſont très-petits: donc cof. $\Sigma =$ à très-peu près ſin. v; donc $\Sigma =$ à très-peu près $90^d - v$; donc $P = E - v - \theta$; E étant un angle conſtant, & θ un angle très-petit.

(16.) Or ſi on ſuppoſe que U ſoit la valeur de l'angle v lorſque $t = 0$, & que pendant le temps t la Lune & ſon axe parcourent ſur le plan de projection les angles ζ & ε en ſens contraire, on aura au bout du temps t, $v = U + \zeta + \varepsilon$; donc, puiſque $P = 0$ lorſque $t = 0$, on aura $P = U - v - \theta = -\zeta - \varepsilon - \theta$. Cette valeur de P a le

ſigne —, parce qu'on a ſuppoſé dans la figure que le mouvement P étoit de ω vers O, tandis que le mouvement ζ eſt de μ vers O, c'eſt-à-dire en ſens contraire, au lieu que ces deux mouvemens dans les Planètes ſe font réellement en même ſens.

(17.) Donc *(art. 13)* $A = \Sigma + B + \zeta + \varepsilon + \theta$; & comme dans la ſuppoſition la plus ſimple $A =$ à peu-près 180^d *(art. 14)*, & que $\Sigma =$ à peu-près $90^d - v = 90^d - \zeta - \varepsilon$, il eſt viſible que ſi on ſuppoſe $U = 0$ ou fort petit, on aura $B =$ à peu-près 90^d; donc on pourra ſuppoſer $A = \Sigma + 90^d + \gamma + \zeta + \varepsilon + \theta$, γ étant ſuppoſé un angle conſtant, qui ſera très-petit ſi U eſt à peu-près $= 0$, & ſi $A = 180^d$ quand $t = 0$; donc ſin. $2A =$ — ſin. $(2\Sigma + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) =$ — ſin. 2Σ cof. $(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$ — cof. 2Σ ſin. $(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$; or ſin. $2\Sigma = 2$ ſin. Σ cof. Σ, & cof. $2\Sigma =$ cof. Σ^2 — ſin. Σ^2.

(18.) Donc, mettant pour ſin. Σ & cof. Σ leurs valeurs *(art. 11)*, on aura ſin. $2A = \left[- \frac{\text{cof. } \vartheta'^2 \text{ ſin. } \Pi}{2} + \frac{\text{cof. } \vartheta'^2 (1 + \text{ſin. } \Pi^2)}{4} \right] \times [\text{ſin. } (2v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] - \text{cof. } \vartheta'^2 \left[\frac{\text{ſin. } \Pi}{2} + \frac{(1 + \text{ſin. } \Pi^2)}{4} \right] \times [\text{ſin. } (2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \text{ſin. } \vartheta' \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi (1 - \text{ſin. } \Pi) \times [\text{ſin. } (v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] + \text{ſin. } \vartheta' \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi (1 + \text{ſin. } \Pi) \times [\text{ſin. } (v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \frac{(2 - 3 \text{ cof. } \vartheta'^2) \text{ cof. } \Pi^2}{2} \times \text{ſin. } (2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$, le tout diviſé par ſin. V''; & cof. $2A = \left[\text{cof. } \vartheta'^2 \times \frac{(1 + \text{ſin. } \Pi^2)}{4} - \frac{\text{cof. } \vartheta'^2 \text{ ſin. } \Pi}{2} \right] \times [\text{cof. } (2v + 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)] + \text{cof. } \vartheta'^2 \left[\frac{1 + \text{ſin. } \Pi^2}{4} + \text{ſin. } \Pi \right] \times [\text{cof. } (2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \text{ſin. } \vartheta' \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi (1 - \text{ſin. } \Pi) \times [\text{ſin. } (v + 2\gamma + 2\zeta$

$+ 2\varepsilon + 2\theta)] - \text{sin.}\,\vartheta' \,\text{cos.}\,\vartheta' \,\text{cos.}\,\Pi\,(1 + \text{sin.}\,\Pi) \times [\text{sin.}\,(v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)] + \frac{(2 - 3\,\text{cos.}\,\vartheta'^2)\,\text{cos.}\,\Pi^2}{2} \times \text{cos.}\,(2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta)$, le tout diviſé auſſi par sin. V^2.

(19.) Comme dans la Lune, sin. Π eſt preſque $= 1$, & cos. Π fort petit, ainſi que sin. ϑ'; ces deux valeurs de sin. $2A$ & cos. $2A$ ſe réduiront à $- \frac{\text{sin.}\,(2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)}{\text{sin.}\,V^2}$; & à $\frac{\text{cos.}\,(2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)}{\text{sin.}\,V^2}$.

(20.) Donc en ſubſtituant ces valeurs dans $- \frac{\Psi'' l'' \,\text{sin.}\,v}{\text{cos.}\,\Sigma}$ $= - \frac{\Psi' l'' \,\text{sin.}\,v \,\text{sin.}\,V_0}{\text{sin.}\,v} = \frac{3S}{u^3} \times \text{sin.}\,V^2 \times \int \frac{G'ff}{2} \times (\text{sin.}\,2\xi \,\text{cos.}\,2A - \text{cos.}\,2\xi \,\text{sin.}\,2A)$; & ſuppoſant, pour abréger, $\int \frac{G'ff}{2} \,\text{sin.}\,2\xi = \mathfrak{C} \,\text{sin.}\,a$, & $\int \frac{G'ff}{2} \,\text{cos.}\,2\xi = \mathfrak{C} \,\text{cos.}\,a$, on aura le premier membre de la première Équation de l'*article 6* $= \frac{3S\mathfrak{C}\,dt^2}{u^3} \times \text{sin.}\,(a + 2v - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta)$; or le ſecond membre de cette même équation, en négligeant les quantités très-petites par rapport aux autres, ſe réduit à $d\,(dP + d\varepsilon \,\text{sin.}\,\Pi) \int G'ff = d(-d\zeta - d\varepsilon - d\theta + d\varepsilon \,\text{sin.}\,\Pi) \times \int G'ff =$ à très-peu près $(-d\zeta - d\theta) \int G'ff$; donc cette première équation ſe réduira à $(-dd\zeta - dd\theta) \times \int G'ff = \frac{3S\mathfrak{C}\,dt^2}{u^3} \times \text{sin.}\,(a + 2U - 2\gamma - 2\theta)$, en mettant pour v ſa valeur $U + \zeta + \varepsilon$.

(21.) Il eſt aiſé de voir que dans cette équation la quantité $\mathfrak{C}$ eſt égale à $\sqrt{[(\int \frac{G'ff \,\text{cos.}\,2\xi}{2})^2 + (\int \frac{G'ff \,\text{sin.}\,2\xi}{2})^2]}$, priſe avec un ſigne poſitif, puiſqu'on a $\mathfrak{C}^2 \,\text{sin.}\,a^2 + \mathfrak{C}^2 \,\text{cos.}\,a^2$, ou $\mathfrak{C}^2 = (\int \frac{G'ff \,\text{sin.}\,2\xi}{2})^2 + \int \frac{G'ff \,\text{cos.}\,2\xi}{2})^2$.

(22.) En général, si l'on fait, dans les calculs de l'*article 18*,

$$A' = \frac{\text{cos.}\,\mathfrak{S}'^2\,(1 - \text{sin.}\,\Pi)^2}{4},$$

$$B' = \frac{\text{cos.}\,\mathfrak{S}'^2\,(1 + \text{sin.}\,\Pi)^2}{4},$$

$$C' = \text{sin.}\,\mathfrak{S}'\,\text{cos.}\,\mathfrak{S}'\,\text{cos.}\,\Pi\,(1 - \text{sin.}\,\Pi),$$

$$D' = -\,\text{sin.}\,\mathfrak{S}'\,\text{cos.}\,\mathfrak{S}'\,\text{cos.}\,\Pi\,(1 + \text{sin.}\,\Pi),$$

$$E' = \frac{(2 - 3\,\text{cos.}\,\mathfrak{S}'^2)\,\text{cos.}\,\Pi^2}{2},$$

l'équation de l'*article 20* sera

$$\int G'ff\,[ddP + d(d\epsilon\,\text{sin.}\,\Pi)] = \frac{3\,S\mathfrak{C}\,dt^2}{u^3} \times [A'\,\text{sin.}\,(a - 2v - 2\gamma + 2P) + B'\,\text{sin.}\,(a + 2v - 2\gamma + 2P) + C'\,\text{sin.}\,(a - v - 2\gamma + 2P) + D'\,\text{sin.}\,(a + v - 2\gamma + 2P) + E'\,\text{sin.}\,(a - 2\gamma + 2P)],$$

qui se réduira à très-peu près à $ddP + dd\epsilon = \frac{3\,S\mathfrak{C}}{u^3 \int G'ff}\,\text{sin.}\,(a + 2v - 2\gamma + 2P) \times dt^2$, le coëfficient B' étant considérablement plus grand que les autres (à cause de la petitesse de cos. Π & de sin. $\mathfrak{S}'$), & ce coëfficient étant à peu-près $= 1$: or cette équation est celle même de l'*article 20*. Nous verrons dans la suite quelle doit être l'équation lorsque cos. Π n'est pas très-petit.

§. IV.

De la libration de la Lune.

(23.) Supposons d'abord que le mouvement de la Lune soit uniforme, ce qui donnera (en faisant $u' = 1$) $dt^2 = \frac{dz^2}{S}$ & $ddz = 0$; on aura $-ddθ = 3\mathfrak{C}'dz^2 \times \text{sin.}\,(a + 2U - 2\gamma - 2θ)$, en supposant $\mathfrak{C}' = \frac{\mathfrak{C}}{\int G'ff}$. De plus, comme l'axe de la Lune est supposé un axe naturel de rotation, & que

par conſéquent le plan de l'Équateur, perpendiculaire à cet axe, renferme auſſi deux autres axes de rotation, on peut ſuppoſer que la ligne fixe $C'\omega$ eſt un de ces axes, ce qui donnera $\int G'ff$ ſin. $2\xi = 0$, équation qui a lieu en effet dans la Lune, ſi on prend $C'\omega$ pour un des axes de l'Équateur; donc ſin. a ſera $= 0$, & $a = 0$ ou 180^d, ſelon que $\int G'ff$ cof. 2ξ ſera poſitif ou négatif, & ζ ſera $=$ à la valeur de $\int G'ff$ cof. 2ξ, priſe avec un ſigne poſitif.

(24.) L'Équation à intégrer ſera donc de cette forme,

$$-ddθ = Kdz^2 \text{ ſin. } (M - 2θ);$$

& comme θ eſt ſuppoſé un petit angle, on peut la mettre ſous cette forme,

$$-ddθ = -2Kdz^2 . θ \text{ cof. } M + Kdz^2 \text{ ſin. } M,$$

K étant poſitif, puiſque ζ eſt poſitif *(article 23)*.

(25.) Cette équation peut s'intégrer aiſément par les méthodes connues; mais comme θ doit toujours être fort petit *(hypoth.)*, ſa valeur ne doit contenir que des ſinus & des coſinus; d'où il s'enſuit que le coëfficient de θ dans le ſecond membre doit être poſitif, & qu'ainſi puiſque K eſt poſitif *(art. 24)*, l'angle M doit être $> 90^d$, & $< 270^d$, afin que $-2K$ cof. M ſoit poſitif. Donc $a + 2U - 2\gamma$ doit être $> 90^d$ & $< 270^d$.

(26.) Il faut de plus que le coëfficient de θ dans l'équation ne ſoit pas trop petit; car ce coëfficient devant entrer comme dénominateur dans quelques-uns des termes de la valeur de θ, cette valeur, qui doit être fort petite *(hypoth.)*, pourroit ſe trouver trop grande ſi le coëfficient de θ étoit trop petit dans l'équation différentielle; d'où il s'enſuit que cof. M ne doit pas être trop petit: en effet, ſi M étoit égal, par exemple, à 90^d, on auroit $-ddθ = Kdz^2$ cof. 2θ; & en ſuppoſant θ fort petit, $ddθ = Kdz^2$, ce qui donneroit dans la valeur de θ des arcs de cercle élevés au quarré, & par conſéquent un réſultat contraire à l'hypothèſe.

(27.) L'équation à intégrer ſera donc de cette forme à très-peu

près, $dd\theta + 6\theta\mathfrak{C}'dz^2$ cos. $M' + 3\mathfrak{C}'dz^2$ sin. $M' = 0$; M' étant un angle beaucoup plus petit que 90^d, puisque M' sera $= 180^d - M$, & que $M > 90^d$ *(art. 25)*.

(28.) Donc θ, qui doit être $= 0$ quand $z = 0$, sera $=$ (par les méthodes connues) à C sin. $\left[z\sqrt{(6 \text{ cos. } M' . \mathfrak{C})}\right] - \frac{3 \text{ sin. } M' . \mathfrak{C}'}{6 \text{ cos. } M' . \mathfrak{C}'} \times \left[1 - \text{cos. } \left[z\sqrt{(6 \text{ cos. } M' . \mathfrak{C}')}\right]\right]$, la constante C étant arbitraire; donc dP ou $- dz - d\varepsilon - d\theta$ est égal lorsque $z = 0$, à $- dz - d\varepsilon - Cdz\sqrt{(6 \text{ cos. } M' . \mathfrak{C}')}$; ce qui prouve, comme M. de la Grange l'a remarqué, qu'il n'est pas nécessaire que dP au premier instant soit égal exactement à $- dz - d\varepsilon$, pourvu que la différence de ces deux quantités soit très-petite.

(29.) Or comme C est déjà très-petit, puisque θ doit être très-petit, & que $\mathfrak{C}'$ est aussi très-petit, il s'ensuit que la différence de dP à $- dz - d\varepsilon$ doit être beaucoup plus qu'infiniment petite du premier ordre, en traitant C & $\mathfrak{C}'$ comme infiniment petites du premier.

(30.) On peut donc expliquer la libration de la Lune, en supposant que la vîtesse de rotation primitive imprimée à cette Planète a été, non exactement égale, mais très-peu différente de sa vîtesse moyenne de translation autour de la Terre, & la différence doit être de l'ordre de $C\sqrt{(6M' . \mathfrak{C}')}$, C, M', $\mathfrak{C}'$ étant de petites quantités.

(31.) Il est clair aussi que le terme ou plutôt le coëfficient $- \frac{3\mathfrak{C}' \text{ sin. } M'}{6\mathfrak{C}' \text{ cos. } M'} = - \frac{1}{2}$ tang. M', que contient la valeur de θ, doit être fort petit pour que la valeur de θ soit toujours fort petite, comme on le suppose; or M' est ici *(article 27)* $180^d - M$, égal à $180^d - a - 2U + 2\gamma$, ou $2\gamma - 2U$, en faisant $a = 180^d$, comme on verra plus bas *(art. 62)* qu'il le doit être; donc M' ou $2\gamma - 2U$ doit être un petit angle, pour que la libration de la Lune soit peu considérable; ainsi il ne suffit pas que l'angle M' soit considéra-

blement plus petit que 90^d, comme on l'a déjà remarqué dans l'*article 26*, il faut encore que ce ſoit un angle d'un petit nombre de degrés tout au plus.

(32.) Nous avons remarqué ci-deſſus (*article 17*) qu'en ſuppoſant $U = 0$, B eſt à peu-près $= 90^d$, en ſorte que γ eſt fort petit, le grand axe de l'Équateur de la Lune étant à peu-près dirigé vers la Terre, & A étant par conſéquent à peu-près égal à 180^d; ſi on ne ſuppoſe pas $U = 0$, & qu'on faſſe toujours A à peu-près $= 180^d$, alors l'équation $A = \Sigma + B + \zeta + \varepsilon + \theta$ donnera à peu-près, lorſque $t = 0$, $180^d = 90^d - U + 90^d + \gamma$, & par conſéquent $\gamma - U$ ſera fort petit, comme il le doit être (*article 31*).

(33.) Et comme on a toujours à peu-près $\Sigma = 90^d - U - \zeta - \varepsilon$ (*art. 16 & 17*), & par conſéquent $A =$ à très-peu près à $90^d - U - \zeta - e + 90^d + \gamma + \zeta + e + \theta = 180^d + \gamma - U + \theta$, il s'enſuit que ſi $\gamma - U$ n'eſt pas fort petit, A ne ſera pas toujours à peu-près $= 180^d$, parce que dans ce cas θ ne ſera pas fort petit (*art. 31*); donc il eſt néceſſaire que $\gamma - U$ ſoit fort petit, pour que l'angle A ſoit à peu-près $= 180^d$, non-ſeulement lorſque $t = 0$, mais lorſque t a une valeur quelconque, c'eſt-à-dire pour que la Lune nous préſente toujours à peu-près la même face, & que ſa libration ſoit peu conſidérable.

§. V.

Détermination plus générale de la libration de la Lune.

(34.) Puiſqu'on a (*art. 20*) $-dd\theta = 3\mathcal{C}'dz^2$ ſin. $(a + 2U - 2\gamma - 2\theta) =$ à cauſe de $a = 180^d$ (*art. 31*) $3\mathcal{C}'dz^2$ ſin. $(2\gamma - 2U + 2\theta)$; donc en ſuppoſant $\gamma - U = M''$, on aura $-\frac{d\theta^2}{2} = \frac{3\mathcal{C}'dz^2}{2}$ [cof. $2M'' -$ cof. $(2M'' + 2\theta)$] $- \frac{R^2dz^2}{2}$, R étant la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorſque $z = 0$; d'où il eſt aiſé de voir que

$\frac{d\theta}{\sqrt{[R^2 - 3G'[\text{cof. } 2M'' - \text{cof. } (2M'' + 2\theta)]}} = dz$, & que par conſéquent ſi R^2 eſt $< 3G'$ (cof. $2M'' + 1$), la Lune aura une libration déterminée par l'angle θ, tel que $R^2 - 3G'$ cof. $2M'' = -3G'$ cof. $(2M'' + 2\theta)$; d'où il eſt facile de trouver l'angle θ, quoique fini, & même conſidérable, pourvu que cet angle θ ne paſſe pas 180^d, comme en effet il ne doit pas les paſſer dans l'hypothèſe préſente; car autrement il n'y auroit pas de libration, puiſque la Lune préſenteroit ſucceſſivement toutes ſes faces à la Terre ſi θ étoit $=$ ou $>$ 180^d; il y auroit ſeulement une inégalité ſenſible dans le mouvement de rotation de la Lune, inégalité déterminée par la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$. On voit, par exemple, que ſi $R = 0$, il y aura toujours une libration qui ſera nulle dans le ſeul cas où $2M'' = 180^d$, auquel cas θ ſera $= 0$.

(35.) Soit plus généralement $dd\theta = dt^2 \times G$ ſin. $(E + a\theta)$, a étant une quantité conſtante quelconque; donc $\frac{d\theta^2}{2} = \frac{G dt^2}{a} \times [-\text{cof. } (E + a\theta) + \text{cof. } E + \frac{R^2 a}{2G}]$, en ſuppoſant que $\frac{d\theta}{dt} = R$ lorſque $t = 0$.

(36.) Soit $E + a\theta = x$, & cof. $x = y$, on aura $d\theta = \frac{-dy}{a\sqrt{(1-yy)}}$; & ſuppoſant encore $\frac{R^2 a}{G} + \text{cof. } E = D$, on aura $dt = \pm \frac{dy}{\sqrt{(2a)} \cdot \sqrt{(1-yy)} \cdot \sqrt{(D-y)}}$; quantité dont le ſecond membre s'intègre par la rectification des ſections coniques, à moins que D ne ſoit $= 1$, auquel cas ce ſecond membre s'intègre par la méthode des fractions rationnelles.

(37.) Comme cof. $(E + a\theta)$ ne ſauroit jamais être > 1, il s'enſuit que ſi D eſt > 1, l'angle θ pourra être ſuppoſé auſſi grand qu'on voudra, & qu'ainſi il n'y aura point de libration. Nous ſuppoſons que $\frac{G}{a}$ ſoit poſitif.

(38.)

(38.) Mais si D est < 1, & $=$ cos. E', E' étant un angle moindre que 90 degrés; alors cos. $(E + a\theta)$ ne pourra être $>$ cos. E'; & par conséquent $E + a\theta$, pris positivement, ne pourra être $< E'$, qu'on peut toujours supposer positif.

(39.) De-là il est aisé de déduire les cas où il y aura libration, & l'étendue de la libration: cette étendue sera déterminée par l'angle θ, tel que $E + a\theta = E'$.

(40.) Si dans l'intégrale $-\frac{d\theta^2}{2} = \frac{3\mathfrak{C}'dz^2}{2}$ [cos. $2M''$ $-$ cos. $(2M'' + 2\theta)$] $-\frac{R^2dz^2}{2}$ de l'équation $dd\theta = 3\mathfrak{C}'dz^2$ sin. $(2M'' + 2\theta)$, on met au lieu de cos. $(2M'' + 2\theta)$ sa valeur approchée cos. $2M'' - 2\theta$ sin. $2M''$, on aura $+ d\theta^2 = 3\mathfrak{C}'dz^2 . 2\theta$ sin. $2M'' - R^2dz^2$, & en différenciant $-dd\theta = 3\mathfrak{C}dz^2$ sin. $2M''$, équation qui étant intégrée donneroit des arcs de cercle dans l'expression de θ, & par conséquent une solution fausse & illusoire; puisqu'on vient de voir qu'il y a des cas où θ ne doit pas passer une certaine valeur; mais il faut remarquer que la valeur de cos. $(2M'' + 2\theta)$, étant $=$ cos. $2M'' - 2\theta$ sin. $2M'' - 2\theta\theta$ cos. $2M''$, &c. & sin. $2M''$ devant être *(art. 31)* fort petit, le troisième terme $2\theta\theta$ cos. $2M''$ ne doit pas être négligé par rapport à -2θ sin. $2M''$, & qu'ainsi on aura $-d\theta^2 = 3\mathfrak{C}' . 2\theta dz^2$ sin. $2M'' + 3\mathfrak{C} . 2\theta\theta dz^2$ cos. $2M''$, & $-dd\theta = 3\mathfrak{C}'dz^2$ sin. $2M'' + 3\mathfrak{C}'dz^2 . 2\theta$ cos. $2M'' = 3\mathfrak{C}dz^2$ [sin. $(2M'' + 2\theta)$] comme le donne l'équation primitive. Nous avons cru ne devoir pas négliger cette remarque, pour faire voir en passant, avec quelle précaution on doit souvent procéder dans la solution des problèmes où l'on néglige de petites quantités.

(41). Dans les calculs de l'*art. 23*, nous avons supposé dz constant, & par conséquent $ddz = 0$; mais comme dz n'est pas constant, soit Z l'arc du moyen mouvement de la Lune, on aura $z = Z + \Omega$, Ω étant une quantité composée de sinus d'argumens connus en Z, comme le donne la théorie

de la Lune : on aura donc $ddz = dZ^2 \times \Omega'$, Ω' étant une quantité compoſée de ſinus d'angles connus en Z ; de plus dt^2 ſera $= \frac{m dZ^2}{S}$, m étant une conſtante connue par la théorie de la Planète ; par exemple, ſi la planète décrivoit une ellipſe dont a fut le demi-grand axe, on auroit $dt^2 = \frac{a^3 dZ^2}{S}$; & ainſi du reſte. Mettant donc ces valeurs de ddz & de dt^2 dans l'équation de l'*article 20*, & regardant θ comme très-petit, on aura une équation de cette forme,

$$ddt + N^2 \theta dz^2 + B dz^2 + \Omega' dz^2 = 0;$$

dont on trouvera l'intégrale par les méthodes connues.

(42.) Voyons préſentement quelle doit être la libration dans le cas où cof. Π ne ſera pas fort petit, comme il l'eſt dans la Lune. Les valeurs de ſin. Σ & de cof. Σ, trouvées ci-deſſus, donnent $\frac{\text{ſin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma} = \frac{\text{cof. } v \text{ ſin. } \Pi}{\text{ſin. } v} + \frac{\text{ſin. } \mathfrak{D}' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \mathfrak{D}' \text{ ſin. } v}$; & ſuppoſant, pour plus de ſimplicité, $\mathfrak{D}' = 0$, ou du moins très-petit, on aura tang. Σ $=$ ſin. $\Pi \times$ cotang. v. D'où il eſt aiſé de voir que tant que ſin. Π ne ſera pas $= 1$, Σ ſera $< 90^d - v$. Soit donc $\Sigma = 90^d - v - \varpi$, & puiſque $A = \Sigma + B - P$ *(art. 13)*, on aura $A = 90^d - v - \varpi + B - P$. Or ſi la Lune ne tourne pas ſucceſſivement toutes ſes faces vers la Terre, l'angle A ne pourra jamais croître de 180 degrés ; donc P doit néceſſairement être $= U - v + \lambda$, λ étant un angle compoſé d'une partie conſtante & d'une partie variable d'aſſez peu de degrés, puiſque ſi P étoit, par exemple, $= aU - av + \lambda$, a étant un coëfficient poſitif ou négatif différent de l'unité, la valeur de A renfermeroit la quantité toujours croiſſante $(-a-1)v$, & par conſéquent la plus grande différence entre les valeurs de A pourroit être au-deſſus de 180^d. Je dis que λ doit être un angle d'aſſez peu de degrés ; en effet, ſi $\mathfrak{C}$ étoit $= 0$, il eſt aiſé de voir *(art. 22)* que le ſecond membre

de l'équation ſeroit nul, & par conſéquent que dP ſeroit conſtant ou à très-peu près conſtant, n'ayant de variation que celle qui pourroit provenir de Π & de ε; & ſi $\mathfrak{C}$ n'eſt pas $= 0$, & que γ & U ſoient l'un & l'autre très-petits ou du moins $\gamma - U$ très-petit, λ ſera auſſi un angle peu conſidérable, comme on a vu ci-deſſus *(art. 31 & 32)* que θ le ſera dans la même hypothèſe.

(43.) Regardant donc ſin. $\mathfrak{D}'$ comme nul, & négligeant les termes où il ſe rencontre, l'équation de l'*article 22* deviendra $d(dP + d\varepsilon \text{ ſin. } \Pi) = \frac{3\mathfrak{C}dt^2}{n^3} \times [A' \text{ ſin. } (a + 2U - 4v - 2\gamma + 2\lambda) + B' \text{ ſin. } (a + 2U - 2\gamma + 2\lambda) + E' \text{ ſin. } (a + 2U - 2\gamma + 2\lambda - 2v)]$; & en mettant pour v ſa valeur $U - z - \varepsilon$, & pour ſin. $(a + 2U - 2\gamma + 2\lambda)$ ſa valeur ſin. $(a + 2U - 2\gamma) + 2\lambda$ cof. $(a + 2v - 2\gamma)$, on aura une équation de cette forme (en négligeant les petites quantités) $dd\lambda + N^2\lambda dz^2 + Mdz^2 = 0$, M étant une ſuite de ſinus ou de coſinus d'angles exprimés en z; l'intégrale de cette équation ſe trouvera par les méthodes connues, & ces mêmes méthodes donneront la valeur de λ auſſi approchée qu'on voudra.

(44.) On doit au reſte remarquer que la quantité M eſt à la rigueur une fonction de λ & de z, en ſorte que l'équation en λ eſt proprement $dd\lambda + N^2\lambda dz^2 + \lambda M'dz^2 + M''dz^2 = 0$, M' étant, ainſi que M'', une ſuite de ſinus & de coſinus d'angles exprimés en z: or de-là il eſt aiſé de conclure que ſi le coëfficient N^2 eſt fort petit, comme il arrive dans le cas préſent, la valeur de λ ne contiendra pas de terme de cette forme f cof. Nz, mais f cof. $(N + \omega)z$, ω étant une quantité très-comparable à N, & qu'on déterminera par les méthodes que j'ai données ailleurs pour cet objet. *(Opuſc. Tom. IV, page 372*, & ſur-tout *Tome V, page 329 & ſuiv.)*

(45.) Il eſt donc évident, par tout ce qui précède, 1.° qu'on peut déterminer, au moins à très-peu près, la libration de la Lune lorſque $\mathfrak{D}'$ eſt un angle très-petit, & que Π eſt preſqu'égal à 90^d,

quand même l'angle de libration devroit être considérable; c'eſt ce qui réſulte des *articles 23 & 34: 2.°* qu'on peut même *(article précédent)* trouver à peu-près la quantité de la libration, en ſuppoſant ſin. Π fort différent de l'unité, au moins ſi $\mathfrak{Y}'$ & λ ſont l'un & l'autre de petits angles, ainſi que $\gamma - U$.

(46.) Au reſte, ces calculs ſur la libration ſuppoſent que Π ſoit toujours à peu-près conſtant, car il eſt évident qu'ils n'auroient plus lieu ſi Π ſouffroit des variations conſidérables, comme nous verrons plus bas que cela peut arriver: il y a plus, il pourroit ſe faire que Π ne ſouffrît que de petites variations, ainſi que ε, & que cependant la valeur de θ en fût fort altérée; car ſoit, par exemple, $\Pi = \Pi' + B$ ſin. $\omega\zeta$, Π' étant une conſtante, & B, ω de très-petites quantités; ſoit auſſi $\varepsilon = C\zeta + D$ ſin. $\lambda\zeta$; D & λ étant fort petit; & le terme $d(d\varepsilon$ ſin. $\Pi)$ qui ſe trouve dans l'équation de la libration, produira des quantités qui contiendront des ſinus ou coſinus de $\omega\zeta$ & de $\lambda\zeta$: or ſi ω^2 ou λ^2 ſont à peu-près égaux au coëfficient $6\mathfrak{C}'$ coſ. M' de $\theta d\zeta^2$, on ſait qu'il en réſultera alors dans l'intégration des termes qui auront pour dénominateur $\omega^2 - 6\mathfrak{C}'$ coſ. M' ou $\lambda^2 - 6\mathfrak{C}'$ coſ. M', & qui par conſéquent pourront être fort conſidérables. Il eſt vrai que le numérateur de ces quantités ſera fort petit; mais le dénominateur pouvant l'être encore davantage, puiſqu'il peut être $= 0$, c'eſt une raiſon pour avoir égard à ces termes & pour en examiner la valeur, afin d'en tenir compte s'il eſt néceſſaire.

§. VI.

Nouvelles REMARQUES *ſur la Libration de la Lune.*

(47.) Pour ſe faire une idée nette & ſimple de la libration de la Lune, il n'y a qu'à la ſuppoſer réduite à une ligne droite qui prolongée paſſe à peu-près par la Terre, & dont le centre parcoure l'orbite lunaire, que je ſuppoſe, pour plus de ſimplicité, exactement circulaire, & dans le plan même de l'écliptique; ſi on ſuppoſe aux extrémités de cette ligne deux poids ou corpuſcules égaux ſur leſquels la Terre agiſſe, & qu'on faſſe $U =$ à l'angle primitif de cette ligne avec le rayon de l'orbite, cet angle,

après le temps t, deviendra $U + z - z - \theta = U - \theta$; & la force que la Terre exerce sur le corpuscule sera $\frac{3T \text{ sin. } (2U - 2\theta)}{2u^3}$, & on aura l'équation $2\,dd\theta = 3\,dz^2$ sin. $(2U - 2\theta)$; qui étant analogue à celles que nous avons examinées ci-dessus, donnera lieu aux mêmes remarques & aux mêmes conséquences, pour déterminer les cas où la verge ne fera que des balancemens autour du rayon de l'orbite, & pour connoître l'étendue de ces balancemens.

(48.) On peut considérer encore que l'équation qui donne la libration de la Lune, est analogue à celle du mouvement d'un pendule ordinaire qui, étant écarté de son point de repos à une distance $= 2U$, recevroit une impulsion initiale quelconque; car en nommant 2θ l'angle parcouru par ce corps durant le temps θ, on auroit une équation de cette forme $dd\theta = A'dt^2$ sin. $(2U - 2\theta)$, A' étant une constante.

(49.) Au reste, dans tout ce qui a été dit jusqu'ici sur la libration de la Lune, il n'a été question que de sa libration *physique* & *réelle*, c'est-à-dire de l'inégalité que sa figure peut apporter dans le mouvement de rotation, & non de sa libration optique, qui n'a par elle-même aucune difficulté, & qui est produite par le mouvement non uniforme de la Lune autour de la Terre; cette inégalité auroit évidemment lieu quand la Lune seroit absolument sphérique dans le sens de son Équateur, & quand son mouvement de rotation seroit uniforme: mais voyons si dans cette supposition on ne pourroit pas expliquer la libration physique par quelque mouvement primitif, imprimé à l'axe lunaire, & indépendant du mouvement de rotation.

(50.) Si on suppose que la Lune soit un solide de révolution; & que par conséquent $\zeta = 0$, & $\psi''l = 0$, on aura pour lors $dP = -d\epsilon$ sin. $\Pi + k\,dz$, par les formules de nos *Recherches sur la Précession des Équinoxes*; & par conséquent, à cause de $dP = -dz - d\epsilon - d\theta$, on aura, en supposant dz constant, $-dd\theta = d[d\epsilon(1 - \text{sin. } \Pi)]$; donc $= \frac{d\theta}{dz} = \frac{d\epsilon}{dz}(1 - \text{sin. } \Pi) + C'dz$. Soit $d\epsilon = \zeta dz$.

$+ \sigma dz$. ζ étant une conſtante, & σ une quantité qui ne contienne que des ſinus & coſinus; & ſoit $\Pi = \Pi' + \varpi$, Π' étant la valeur de Π quand $t = 0$, & ϖ étant une quantité du même genre que σ; il eſt aiſé de voir 1.° que la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ ne doit point renfermer de conſtante ζdz, puiſque θ ne doit point renfermer z; d'où il s'enſuit qu'on aura une équation entre l'indéterminée C' & les valeurs de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$ lorſque $z = 0$; 2.° que par conſéquent, quoique $\frac{d\theta}{dz}$ puiſſe très-bien n'être pas $= 0$ lorſque $z = 0$, ſa valeur dépend de la valeur initiale de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$.

(51.) Si on ſuppoſe maintenant que le mouvement de rotation de la Lune autour de ſon axe, combiné avec le mouvement de cet Aſtre autour de la Terre, vienne d'une ſeule force primitive imprimée à la Lune, & qui ne paſſe point par ſon centre de gravité, il eſt évident 1.° que la direction de cette force doit être parallèle au plan dans lequel le centre de la Lune ſe meut lorſque $t = 0$, c'eſt-à-dire à quelque tangente de l'orbite réelle de la Lune; 2.° que les valeurs initiales de $\frac{d\varepsilon}{dz}$ & $\frac{d\Pi}{dz}$ dépendront de cette force, & par conſéquent qu'il y aura une équation entre ces valeurs initiales & la valeur initiale de $\frac{dP}{dz}$, laquelle dépend auſſi de la même force.

(52.) Or nous avons déjà (*article 50*) une autre équation entre dP ou $-dz - d\varepsilon - d\theta$, & $d\varepsilon$, $d\Pi$; d'où il eſt encore aiſé de voir qu'il ne reſtera point ici de conſtante abſolument arbitraire, comme dans le cas de l'*article 28*, & qu'ainſi l'explication de la libration de la Lune, propoſée dans cet *art. 28*, eſt préférable à celle que nous propoſons ici, quoique dans l'un & l'autre cas $\frac{d\theta}{dz}$ ne ſoit pas néceſſairement $= 0$ lorſque $z = 0$.

(53.) Si au lieu de ſuppoſer qu'une force initiale unique imprimât à la Lune tous ſes mouvemens, on ſuppoſoit deux ou

plusieurs forces initiales, l'équation finale contiendroit alors à la vérité plus d'une inconnue; mais ces inconnues devroient toujours avoir entr'elles la relation indiquée par cette équation : ainsi l'explication de l'*article 28* auroit toujours l'avantage de donner dans la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ une constante absolument arbitraire & sans aucune relation nécessaire avec les autres.

(54.) Il est vrai 1.° que cette constante devroit être très-petite *(article 29)*, & la valeur primitive de $\frac{d\theta}{dz}$ plus qu'infiniment petite du premier ordre *(art. 30)*: 2.° qu'il faut de plus que le grand axe de l'Équateur lunaire soit dirigé à peu-près vers le centre de la Terre lorsque $t = 0$ *(art. 32 & 33)*.

(55.) Or, pour que la Lune ait une figure dans laquelle l'Équateur soit une ellipse ou du moins ait une figure alongée vers la Terre, il paroît nécessaire de supposer qu'elle ait d'abord été fluide, au moins en partie; mais la même supposition de fluidité primitive doit avoir lieu, si on veut que les méridiens soient aussi des ellipses ou des courbes alongées; & dans cette dernière supposition, le mouvement de rotation de la Lune & celui de translation autour de la Terre, ne peuvent avoir été produits par une seule & unique force, qui ne peut imprimer ces deux mouvemens à la fois qu'à un corps solide. De plus, cette dernière supposition (que les méridiens soient des ellipses) doit aussi avoir lieu dans l'hypothèse même des *articles 50, 51 & 52*, où l'Équateur est supposé circulaire; car si la Lune étoit absolument sphérique, alors $d\epsilon$ étant $= 0$ & Π constant, on verroit facilement que dP seroit $= -dZ$ (en prenant Z pour le mouvement moyen de la Lune), & qu'il n'y auroit par conséquent dans la Lune aucune libration réelle & physique, mais seulement une libration optique, résultante de ce que le mouvement de la Lune autour de la Terre n'est pas uniforme : c'est pourquoi l'explication de la libration, donnée dans l'*article 28*, paroît toujours la meilleure, comme renfermant moins d'hypothèses que celle de l'*article 50*; d'ailleurs la constante C' de cet *article 50*, qui exprime

la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorſque $z = 0$, devra être encore plus petite que la conſtante $CV(6M'.C')$ de l'*article 28*, qui exprime la valeur de $\frac{d\theta}{dz}$ lorſque $z = 0$, puiſque la conſtante C' dépend de $\frac{d\varepsilon}{dz}(1 - \text{ſin. } \Pi)$; que $1 - \text{ſin. } \Pi$ eſt une quantité comme infiniment petite du ſecond ordre, & que $d\varepsilon$ eſt auſſi très-petite; ainſi nous nous en tiendrons à l'explication de l'*article 28*, comme à la plus naturelle & à la plus ſimple.

(56.) On pourroit même ne pas ſe reſtreindre à prendre pour la valeur initiale de $\frac{d\theta}{dz}$ une quantité fort petite, & voici comment; je ſuppoſe que l'Équateur étant peu alongé, $\int Gff \times$ cof. 2ξ ne ſoit pas cependant une petite quantité, comme cela peut arriver dans un grand nombre de ſuppoſitions; je ſuppoſe de plus que $\gamma - U$ ſoit fort petit, a étant toujours $= 180^d$, l'équation en θ ſera de cette forme $dd\theta = -N^2dz^2$ ſin. $(2M' + 2\theta)$, N^2 étant fini & M' fort petit. Or, il eſt aiſé de voir que la valeur de θ pourra être peu conſidérable après l'intégration, ſi la quantité C ſin. Nz, que cette valeur renfermera, eſt peu conſidérable; c'eſt-à-dire ſi C eſt par exemple $=$ à $\frac{1}{8}$ ou au-deſſous; & qu'en même temps ſi N étoit un nombre un peu grand, par exemple $= 8$, la valeur initiale de $\frac{d\theta}{dz}$ ſeroit de la quantité $C.N = 1$, en ſorte qu'il ſe pourroit que la Lune tournât, comme elle fait, en 27 jours autour de ſon axe, ſans aucune impulſion primitive. Cette manière d'expliquer la rotation de la Lune ſeroit peut-être la plus naturelle de toutes, & peut mériter l'attention des Géomètres.

(57.) Quoi qu'il en ſoit, de quelque manière qu'on explique la libration de la Lune, il eſt évident que pour que la Lune ne nous préſente pas ſucceſſivement toutes ſes faces, il faut néceſſairement que dP ſoit $= -dv - d\theta$, θ étant un angle d'aſſez

d'assez peu de degrés, ou $dP = -dz - d\epsilon - d\theta$, & non pas $dP = (-dz - d\epsilon)$ sin. $\Pi - d\theta$, comme on pourroit le croire.

(58.) En effet, supposons pour un moment $d\epsilon = 0$, c'est-à-dire que l'axe lunaire n'ait point de mouvement; il est visible qu'au bout d'une révolution entière, la Planète ne présenteroit pas la même face qu'au commencement, si dP étoit $= -dz$ sin. Π, mais bien si $dP = -dz$. On remarquera en passant, que si $d\epsilon = 0$ & sin. $\Pi = 0$, il est impossible que la Planète présente toujours la même face; car il est évident que dans ce cas, lorsque $z = 180^d$, nous verrons l'hémisphère opposé à celui que nous voyons quand $z = 0$, quel que soit le rapport entre P & z.

Après avoir analysé l'équation qui donne la libration de la Lune, passons aux deux autres équations qui doivent donner les mouvemens de l'axe en nutation & en précession; mais avant que d'entrer dans ce détail, il est nécessaire de faire quelques remarques qui nous seront utiles dans l'analyse de ces équations.

§. VII.

Remarques nécessaires pour les Calculs suivans, & relatives à la figure de la Lune.

(59.) Soit toujours supposée la Lune un sphéroïde elliptique homogène, dont les méridiens & l'équateur soient des ellipses; soit a le demi-axe de la Planète, α l'ellipticité du méridien, ς celle de l'Équateur, r le petit axe de chaque parallèle à l'Équateur; on aura $f =$ à très-peu près $r + r\varsigma$ sin. $\xi^2 = r\left(1 + \frac{\varsigma}{2} - \frac{\varsigma \cos. 2\xi}{2}\right)$, & *(Précession des Équinoxes, article 43)* $G' = rdrd\xi \times \left(1 + \frac{\varsigma}{2} - \frac{\varsigma}{2} \cos. 2\xi\right)^2 db$; d'où il est facile de voir que $\int G'ff = \int r^3 drd\xi \left(1 + \frac{\varsigma}{2} - \frac{\varsigma}{2} \cos. 2\xi\right)^4 db =$ à très-peu près $\int r^4 D\,(1 + 2\varsigma)\,db$, en prenant D pour l'angle droit. Or $rr =$ à très-peu près $[aa -$

$(a - b)^2] \times (1 + 2\alpha)$; donc $\int r^4 db =$ à très-peu près $(1 + 4\alpha) D \times \frac{16a^5}{15}$; donc $\int G'ff =$ à très-peu près $\frac{16a^5 D}{15} \times (1 + 2\varsigma + 4\alpha)$; on trouvera, par un calcul ſemblable, $\int G'\lambda\lambda$ ou $\int G'(a - b)^2 = \frac{2D \times 4a^5}{15} \times (1 + \varsigma + 2\alpha)$, $\int G'ff$ cof. $2\xi = -\frac{16\varsigma D a^5}{15}$, & $\int G'ff$ ſin. $2\xi = 0$, comme nous l'avons déjà remarqué plus haut *(art. 23)*.

(60.) On voit donc que dans la ſuppoſition préſente, la valeur de $\int G'ff$ cof. 2ξ eſt négative, comme elle le doit être *(art. 25)* pour que l'équation en θ ne donne pas une fauſſe intégrale, U & γ étant d'ailleurs ſuppoſés $= 0$ quand $t = 0$.

(61.) Si la Lune n'étoit pas homogène, mais toujours elliptique, alors on nommera Δ la denſité de chaque couche, $F\alpha$ l'ellipticité des méridiens, $F'\varsigma$ celle des équateurs, F & F' étant des variables dépendantes de r, & on aura dans les formules précédentes, $\int \Delta\, d(r^5)$ au lieu de a^5, $\alpha \int \Delta\, d(Fr^5)$ au lieu de $\Delta\alpha a^5$, & $\varsigma \int \Delta\, d(F'r^5)$ au lieu de $\Delta\varsigma a^5$.

(62.) Par conſéquent, ſi la Lune eſt ſuppoſée un ſphéroïde compoſé de couches de différentes denſités & de rayons r, dont les méridiens & les équateurs ſoient des ellipſes, on aura $\int G'ff =$ à très-peu près $\frac{16D}{15} \int \Delta\, d(r^5)$; $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} = -\frac{8D\varsigma}{15} \int \Delta\, d(F'r^5) - \frac{16D\alpha}{15} \times \int \Delta\, d(Fr^5)$; $\frac{\int G'ff}{2}$ cof. $2\xi = -\frac{8D\varsigma \int \Delta\, d(F'r^5)}{15}$. Cette valeur de $\frac{\int G'ff}{2}$ cof. 2ξ fait voir encore *(art. 23)* que l'angle $a = 180^d$, tant que $\varsigma \int \Delta\, d(F'r^5)$ eſt poſitif.

(63.) Il n'eſt pas difficile de voir *(Opuſc. Tome II, p. 316)* que le rapport de la force centrifuge à la peſanteur ſous l'équateur

de la Lune eſt $\frac{1}{289} \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(27)^2}$ à très-peu près, (en ſuppoſant que 75 ſoit le rapport de la maſſe de la Terre à celle de la Lune, $\frac{365}{100}$ le rapport des diamètres, & 27 le rapport du mois périodique de la Lune au temps de la rotation de la Terre ſur ſon axe); on verra de même que le rapport entre la force de la Terre pour alonger la Lune dans le ſens de l'Équateur, & la peſanteur ſous le même Équateur, eſt $3 \times 75 \times \frac{(100)^3}{(365)^3} \times \frac{1}{(60)^3}$; donc ces deux rapports ſont entr'eux, à très-peu près, comme $\frac{1}{289.(27)^2}$ à $\frac{3}{(60)^3}$, c'eſt-à-dire comme $\frac{1}{289.81}$ à $\frac{1}{(20)^3}$, ou à peu-près comme $\frac{1}{(34)^2}$ à $\frac{1}{(20^2)}$, ou comme $\frac{1}{(17)^2}$ à $\frac{1}{(10)^2}$.

(64.) Quelle que ſoit la figure de la Lune, réſultante de la denſité & de l'arrangement de ſes couches, l'aplatiſſement de cette Planète dans le ſens du méridien ſera toujours à ſon alongement dans celui de ſon équateur, en raiſon de ces deux quantités, c'eſt-à-dire de $\frac{1}{(17)^2}$ à $\frac{1}{(10)^2}$, comme il réſulte des théories connues ſur la figure de la Terre.

(65.) Donc, ſi en général α eſt l'ellipticité du méridien, & ϱ celle de l'équateur, on aura $\frac{\alpha}{\varrho} = \frac{(10)^2}{(17)^2}$; au moins dans la ſuppoſition que la Lune ait été toute compoſée originairement de couches fluides de la même ou de différente denſité. Dans cette même hypothèſe, il eſt aiſé de voir que les ellipticités des méridiens & des équateurs des différentes couches ſeront dans ce même rapport de 10^2 à 17^2; en ſorte qu'on aura $F' = F$, $\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} = \frac{8D}{15} \int \Delta d\,(Fr^5) \times (-\varrho - 2\alpha)$; & $C = \frac{8D}{15} \int \Delta d(Fr^5) \times -\varrho$; ϱ étant $= \frac{(17)^2 \alpha}{(10)^2}$.

(66.) Donc dans ce cas, on aura $\frac{\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}}{\mathfrak{C}} = 1 + \frac{200}{289} =$ à peu près $1 + \frac{2}{3}$.

(67.) Dans d'autres hypothèses, le rapport de $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ à $\mathfrak{C}$ pourra être bien différent de celui qu'on vient de trouver. Supposons, par exemple, que la Lune ait été primitivement composée d'une partie fluide homogène de la densité δ, & d'une partie solide homogène de la densité Δ, dont l'ellipticité dans le sens du méridien fût α' & dans le sens de l'équateur ς', on auroit évidemment $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2} = -\frac{8D\rho\delta}{15} - \frac{8D\rho'(\Delta-\delta)}{15} - \frac{16D\alpha\delta}{15} - \frac{16D\alpha'(\Delta-\delta)}{15}$, en supposant $r = 1$; & par la même raison $\mathfrak{C} = -\frac{8D\rho\delta}{15} - \frac{8D\rho'(\Delta-\delta)}{15}$. Or on aura aussi *(Rec. sur les Vents, p. 42)*

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2.289}\times 75\times\frac{(100)^3}{(365)^3}\times\frac{1}{(27)^2} + \frac{3\alpha'}{5}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right)}{1-\frac{3\delta}{5\Delta}},\ \&$$

$$\varsigma = \frac{\frac{3\times 75}{2}\times\frac{(100)^3}{(365)^3}\times\frac{1}{(60)^3} + \frac{3\rho'}{5}\left(\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\right)}{1-\frac{3\delta}{5\Delta}};$$ d'où il est aisé de voir que le rapport de $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ à $\mathfrak{C}$ dépend du rapport arbitraire de α' à ς'.

(68.) Par exemple, si on avoit $\mathfrak{C} = 0$, ce qui donne $-\frac{\rho'(\Delta-\delta)}{\delta} = \frac{3}{2}\times 75\times\frac{(100)^3}{(365)^3}\times\frac{1}{60^3}$; il est évident que $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ seroit infiniment plus grand que $\mathfrak{C}$, & ainsi des autres cas.

§. VIII.

*Réduction des deux dernières Équations de l'*article 6.

(69.) Venons préſentement à la ſeconde équation de l'*art. 6*, & remarquons d'abord que, dans le premier membre de cette équation, ſi on met au lieu de $\psi'' \lambda'$ ſa valeur de $\psi'' \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cof. } V}{\text{ſin. } V} - \frac{l' \text{ ſin. } \Pi}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi}\right)$, le dernier terme $- \frac{\psi'' l' \text{ ſin. } \Pi \text{ ſin. } v}{\text{cof. } \Sigma} \times dt^2$ ſera égal au premier membre de la première équation, multiplié par ſin. Π; d'où il s'enſuit qu'on peut, au lieu du premier membre de la ſeconde équation, calculer ſimplement la valeur de ψ'' cof. Π ſin. $v \times \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cof. } V}{\text{ſin. } V}\right)$, & ajouter au ſecond membre de la même équation le ſecond membre de la première, multiplié par $-$ ſin. Π.

(70.) Or il eſt d'abord évident que dans le premier membre de l'équation, la quantité ψ'' cof. Π ſin. $v \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cof. } V}{\text{ſin. } V}\right)$ ſera $- \frac{3S}{u^3} \times$ cof. V cof. ϑ' cof. Π ſin. $v \left[\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} + \frac{\int G' ff}{2} (\text{cof. } 2\xi \text{ cof. } 2A + \text{ſin. } 2\xi \text{ ſin. } 2A) + \frac{\int G' ff}{2} \times \frac{\text{ſin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma} \times \text{cof. } 2\xi \text{ ſin. } 2A - \text{ſin. } 2\xi \text{ cof. } 2A)\right] = - \frac{3S \text{ cof. } V \text{ cof. } \vartheta'}{u^3} \times \text{cof. } \Pi \text{ ſin. } v \times \left[\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} + \frac{\int G' ff \text{ cof. } 2\xi}{2} \times \frac{\text{cof. } (2A - \Sigma)}{\text{cof. } \Sigma} + \frac{\int G' ff \text{ ſin. } 2\xi}{2} \times \frac{\text{ſin. } (2A - \Sigma)}{\text{cof. } \Sigma}\right]$.

(71.) Mais $A = \Sigma + 90^d + \gamma - P$; donc ſin. $2A - \Sigma = -$ ſin. $(2\gamma - 2P + \Sigma) = -$ ſin. $(2\gamma - 2P) \times$ cof. $\Sigma -$ cof. $(2\gamma - 2P) \times$ ſin. Σ; & cof. $(2A - \Sigma) = -$ cof. $(2\gamma - 2P + \Sigma) = -$ cof. $(2\gamma - 2P) \times$ cof. $\Sigma +$ ſin. $(2\gamma - 2P)$ ſin. Σ. Donc en ſubſtituant & réduiſant, & mettant au lieu de $\frac{\text{ſin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma}$ ſa valeur $=$ *(art. 11)*

$\frac{\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } v}$; le premier membre de l'équation ſera $- \frac{3S \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi \text{ fin. } v}{u^4} \times (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2}) (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) + \frac{3S \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi \text{ fin. } v}{u^3} \times \left[\frac{\int G' ff \text{ cof. } 2\xi}{2} \times \text{cof. } (2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) + \frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} \times \text{fin. } (2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) \right] (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) - \frac{3S \text{ cof. } \Pi}{u^3} \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) \times \left[\frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } 2\xi \times \text{fin. } (2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta) - \frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} \times \text{cof. } 2\gamma + 2\zeta + 2\varepsilon + 2\theta \right] \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi)$; & faiſant comme ci-deſſus $\frac{\int G' ff \text{ fin. } 2\xi}{2} = \mathfrak{C} \text{ fin. } a$, & $\frac{\int G' ff \text{ cof. } 2\xi}{2} = \mathfrak{C} \text{ cof. } a$, ce premier membre deviendra $\left[- \frac{3S}{u^3} \times \text{cof. } \Pi (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) \right] \times \left[\left[\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} - \mathfrak{C} \text{ cof. } (a - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta) \right] \text{cof. } \vartheta' \text{ fin. } v - \mathfrak{C} \text{ fin. } (a - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta) (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) \right]$.

(72.) Le ſecond membre de la même équation, augmenté de la quantité indiquée dans l'*art.* 69, deviendra de même, après les réductions, $d (d\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2) (\frac{\int G' ff}{2} + \int G' \lambda\lambda) + d\varepsilon \, d\Pi \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi \int G' ff - dd\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 \int G' ff \text{ cof. } 2X'' + dP \, d\Pi \text{ cof. } \Pi (G' ff - \int G' ff \text{ cof. } 2X'') + (2 \, d P \, d\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 - dd\Pi \text{ cof. } \Pi + d\varepsilon^2 \text{ fin. } \Pi \text{ cof. } \Pi^2) (\frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } 2X'')$.

(73.) Pour faire uſage de ces quantités, on remarquera d'abord que dans la Lune cof. ϑ' eſt preſque $=1$, & que ſin. $\vartheta' =$ à très-peu-près m ſin. $(\delta + 2t + n)$, m étant le ſinus ou la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune, n le mouvement rétrograde du nœud, & δ la diſtance de la Lune au nœud lorſque $t = 0$.

(74.) On remarquera de plus, que comme $n =$ environ $\frac{3t}{4.178}$, par la théorie du mouvement des nœuds de la Lune, & que ϵ eſt auſſi fort petit, les termes qui contiennent des ſinus & coſinus de $n - \epsilon$ donneront par l'intégration des équations beaucoup plus grandes que les autres, comme il a été déjà remarqué pour les termes analogues à ceux-là, dans nos *Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes.*

(75.) Enfin, le premier membre de la troiſième équation ſera *(art. 6)* $\psi'' \lambda'$ cof. v ſin. $\Pi + \frac{\psi'' l' \text{ cof. } v}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi} - \frac{\psi'' \lambda' \text{ ſin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \vartheta'}$ $=$ (à cauſe de $\psi'' = \psi'$ cof. ϑ') $\psi' \lambda'$ (cof. v ſin. Π cof. ϑ' $-$ ſin. ϑ' cof. Π) $+ \frac{\psi' l' \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } v}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi}$; on a de plus 1.° $\psi' \lambda' = \psi' \left(L' - \frac{l' \text{ tang. } \Sigma \text{ cof. } V}{\text{ſin. } V} - \frac{l' \text{ ſin. } \Pi}{\text{cof. } \Sigma \text{ cof. } \Pi} \right)$; 2.° $\psi' L' = - \frac{3S}{u^3}$ cof. $V \times \left[\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} + \frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } (2\xi - 2A) \right]$; 3.° $\psi' l' = - \frac{3S}{u^3}$ ſin. $V \times \frac{\int G' ff}{2}$ ſin. $(2\xi - 2A)$.

(76.) Ce premier membre ſera donc compoſé des parties ſuivantes :

1.° $- \frac{3S}{u^3}$ cof. $V \times \left(\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2} \right) \times$ (cof. v cof. ϑ' ſin. Π $-$ ſin. ϑ' cof. Π); & comme la valeur de cof. V ne contient point de diviſeur variable, ni même de diviſeur, cette quantité n'aura aucun diviſeur variable; ce qui eſt évident.

2.° $- \frac{3S}{u^3}$ cof. V (cof. v cof. ϑ' ſin. Π $-$ ſin. ϑ' cof. Π) $\times \left[\frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } (2\xi - 2A) - \frac{\int G' ff}{2} (\text{ſin. } 2\xi - 2A \right.$

$\times \frac{\text{fin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma}] = \times \frac{3S}{u^3}$ cof. V (cof. v cof. ϑ' fin. Π — fin. ϑ cof. Π) $\times$ [— $\frac{fG'ff \text{ cof. } (2\xi - 2A + \Sigma)}{2 \text{ cof. } \Sigma}$]. Or, à cauſe de $A = \Sigma - P'$ (*art. 13*), on a — $\frac{\text{cof. } (2\xi - 2A + \Sigma)}{\text{cof. } \Sigma} =$ — cof. $(2\xi + 2P')$ — fin. $\frac{(2\xi + 2P')}{\text{cof. } \Sigma}$ fin. Σ; donc la quantité dont il s'agit ſera compoſée de $\frac{3S}{u^3}$ cof. $V \times \frac{fG'ff}{2} \times$ — cof. $(2\xi + 2P') \times$ (cof. v cof. ϑ' fin. Π — fin. ϑ' cof. Π) qui n'a point de diviſeur, & de — $\frac{3S}{u^3}$ cof. V (cof. v cof. ϑ' . fin. Π — fin. ϑ' cof. Π) $\times$ — $\frac{fG'ff}{2}$ fin. $(2\xi + 2P') \times \frac{\text{fin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma}$, qu'il faudra combiner avec le reſte de la valeur du premier membre, afin que les diviſeurs variables diſparoiſſent.

3.° Or, ce reſte du premier membre eſt, après les réductions, + $\frac{3S}{u^3} \times \frac{fG'ff}{2} \times$ [fin. $(2\xi + 2P')$ cof. 2Σ — fin. 2Σ cof. $(2\xi + 2P') \times$ [($\frac{\text{fin } V}{\text{cof. } \Sigma} \times$ (— cof. v . cof. ϑ' cof. Π — fin. ϑ' fin. Π); & à cauſe de fin. $2\Sigma = 2$ fin. Σ cof. Σ, il eſt d'abord aiſé de voir que dans les termes multipliés par fin. 2Σ, cof. Σ diſparoîtra du dénominateur, & que de plus, à cauſe de fin. $\Sigma = \frac{\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi}{\text{fin. } V}$, fin. V diſparoîtra auſſi du numérateur & du dénominateur. On voit de plus qu'en mettant pour cof. Σ ſa valeur $\frac{\text{fin. } v \text{ cof. } \vartheta'}{\text{fin. } V}$, & pour cof. 2Σ ſa valeur cof. Σ^2 — fin. Σ^2, les termes affectés de cof. 2Σ ſeront compoſés de + $\frac{3S}{u^3} \times \frac{fG'ff}{2}$ fin. $(2\xi + 2P') \times$ fin. v cof. $\vartheta' \times$ (— cof. v cof. ϑ' cof. Π — fin. ϑ' fin. Π) qui ne renferme point de diviſeur variable, & de + $\frac{3S}{u^3} \times \frac{fG'ff}{2}$ fin. $(2\xi + 2P') \times$ —

fin.

$\frac{\text{fin. } \Sigma^2 \text{ fin. } V^2}{\text{fin. } v \text{ cof. } \vartheta'} \times (- \text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi)$, qui étant combiné avec le terme reſtant du numéro 2 ci-deſſus, ſavoir $- \frac{3S}{u^3} \times \frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } (2\xi + 2P') \frac{\text{fin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma} \times [\text{ cof. } V \times (\text{ cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi)]$, ſe réduit à zéro, après avoir mis pour fin. Σ, cof. Σ, & cof. V leurs valeurs.

(77.) Donc enfin le premier membre de l'équation dont il s'agit ſe réduit à $[- \frac{3S}{u^3} (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2}) \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) + \frac{3S}{2u^3} \int G' ff \text{ cof. } (2\xi + 2P') \times (\text{cof. } v \text{ . cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) - \frac{3S}{2u^3} \int G' ff [\text{ fin. } (2\xi' - 2P') \times \text{fin. } v \text{ cof. } \vartheta'] \times [\text{ cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi]$.

(78.) Donc, en faiſant comme ci-deſſus, $\frac{\int G' ff}{2} \text{ fin. } 2\xi = \mathfrak{C} \text{ fin. } a$, $\frac{\int G' ff}{2} \text{ cof. } 2\xi = \mathfrak{C} \text{ cof. } a$, & remarquant que fin. $2P'$ & cof. $2P' =$ fin. & cof. de $- 180^d - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta$; on aura pour le premier membre de la troiſième équation, $+ \frac{3S}{u^3} \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi + \text{fin. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi) \times [(-\int G' \lambda\lambda + \frac{\int G' ff}{2}) \times (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) - \mathfrak{C} \text{ cof. } (a - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta) (\text{cof. } v \text{ cof. } \vartheta' \text{ fin. } \Pi - \text{fin. } \vartheta' \text{ cof. } \Pi) + \mathfrak{C} \text{ fin. } (a - 2\gamma - 2\zeta - 2\varepsilon - 2\theta) \text{ fin. } v \text{ cof. } \vartheta')]$.

(79.) A l'égard du ſecond membre de la même équation, il ſera tel qu'on l'a trouvé dans *l'article 6* ci-deſſus. Au reſte, la méthode que je viens de donner pour parvenir à ces deux équations, ainſi que celle qui a été donnée ci-deſſus pour trouver l'équation de la libration, peut être encore extrêmement ſimplifiée, comme on le verra dans un autre Mémoire, qui ſervira de ſupplément

à celui-ci. Je n'aurai beſoin, dans cette ſeconde méthode, de connoître ni la valeur de V, ni celle de Σ, ni celles de λ' & de L', ni même celle de X; & j'aurois même donné immédiatement cette méthode dans le préſent Mémoire, ſi je n'avois cru devoir montrer comment on peut avoir les équations rigoureuſes du mouvement de l'axe, par la méthode que j'ai expoſée dans les Mémoires de 1754.

§. IX.

Intégration approchée des deux Équations de l'article précédent.

(80.) Intégrons d'abord ces deux équations comme dans les *Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes*, en les traitant comme des équations différentielles du premier ordre, c'eſt-à-dire, en négligeant dans le ſecond membre tous les termes peu conſidérables par rapport aux autres; ce qui réduira le ſecond membre de la ſeconde équation, *(art. 6 & 72)* à $-d\zeta\, d\Pi \text{ cof. } \Pi \int G' ff$, en mettant pour dP ſa valeur $-d\zeta - d\epsilon$, en négligeant $-d\theta$, & obſervant que ſin. Π eſt à peu près $= 1$.

(81.) De plus, ſuivant la remarque de *l'article 74*, ayant principalement égard aux termes du premier membre, qui ne contiennent d'angles variables que $n - \epsilon$; le premier membre de la ſeconde équation deviendra, après les réductions, & en ſuppoſant cof. $\mathfrak{S}' = 1$, & ſin. $\Pi = 1$, $dt^2 \left(\frac{3S}{4u^3}\right) 2\mathfrak{C} \text{ cof. } \Pi^2$ ſin. $(a - 2\gamma + 2U - 2\theta) - \frac{3Sm \text{ cof. } \Pi\, dt^2}{2u^3} \times \left(\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2}\right) \times \text{cof. } (\mathfrak{S} - U + n - \epsilon) - \frac{3Sm\mathfrak{C} \text{ cof. } \Pi\, dt^2}{2u^3} \times \text{cof. } (\mathfrak{S} + U + a - 2\gamma + n - \epsilon - 2\theta)$.

(82.) Ainſi, en ſuppoſant $\theta = 0$, $dt = \frac{d\zeta}{g}$, & $gg = \frac{S}{u}$, on aura $-d\Pi = A\, d\zeta + B\, d\zeta \text{ cof. } (\mathfrak{S} - U + n - \epsilon) + C\, d\zeta \text{ cof. } (\mathfrak{S} + U + a - 2\gamma + n - \epsilon)$; dans cette équation, $A = \frac{3\mathfrak{C} \text{ cof. } \Pi}{2\int G' ff} \text{ ſin. } (a - 2\gamma + 2U)$;

$B = -\frac{3m}{2\int G' ff} \times (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})$; & $C = -\frac{3m\mathfrak{C}}{2\int G' ff}$. On voit que ces trois coëfficiens ſont à peu près du même ordre, m & cof. Π étant l'un & l'autre de petites quantités, ainſi que $\mathfrak{C}$ & $\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2}$; on peut remarquer de plus que a pouvant être ſuppoſé $= 180$ degrés pour plus de facilité *(art. 23 & 59)*, on pourra mettre au lieu de A, $\frac{3\mathfrak{C}\,\text{cof.}\,\Pi}{2\int G' ff}$ ſin. $(2\gamma - 2U)$, & $-$ cof. $(\delta + U - 2\gamma + \eta - \epsilon - 2\theta)$ au lieu de cof. $(\delta + U + a - 2\gamma + \eta - \epsilon - 2\theta)$.

(83.) De même, & par les mêmes raiſons, le ſecond membre de la troiſième équation ſe réduira à $+ 2\,d\epsilon\,d\zeta$ cof. $\Pi \times \frac{\int G' ff}{2}$, & le premier membre à $-\frac{3\int \text{cof.}\,\Pi}{2u^3} \times dt^2 (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})\gamma$ $-\frac{3\int \mathfrak{C} dt^2}{2u^3} \times$ cof. Π cof. $(a + 2U - 2\gamma - 2\theta)$ $+ [\frac{3\int dt^2}{2u^3}$ cof. $\Pi^2 (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2}) - \frac{3\int dt^2}{2u^3} (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})] m$ ſin. $(\delta - U + \eta - \epsilon) + \frac{3\int dt^2}{4u^3} \times [\text{cof.}\,\Pi^2 - 2]\, m\mathfrak{C}$ ſin. $(a - 2\gamma + \delta + U + \eta - \epsilon - 2\theta)$; ce qui donnera $d\epsilon = A' d\zeta +$ $B' d\zeta$ ſin. $(\delta + U + \eta - \epsilon) + C' d\zeta$ ſin. $(a - 2\gamma + \delta + U + \eta - \epsilon)$, A', B', C' étant des coëfficiens conſtans & connus, ſavoir A' étant $= -\frac{3}{2\int G' ff} (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})$ $-\frac{3\mathfrak{C}}{2\int G' ff}$ cof. $(a + 2U - 2\gamma)$; B' étant $=$ à très-peu près $-\frac{3m}{2\,\text{cof.}\,\Pi \int G' ff} \times (\int G' \lambda\lambda - \frac{\int G' ff}{2})$; & enfin $C' =$ à très-peu près $-\frac{3m\mathfrak{C}}{2\,\text{cof.}\,\Pi \int G' ff}$.

(84.) Nous avons remarqué ci-deſſus (*article 23*) que $\alpha = 180^d$, & $\mathfrak{G} = \frac{fG'ff \text{ cof. } 2\xi}{2}$; d'où il s'enſuit que la valeur de Π, tirée de l'*article 82*, renfermera des arcs de cercle, à moins qu'on n'ait $2U - 2\gamma = 0$, ou $\mathfrak{G} = 0$.

(85.) J'ajoute que dans le cas où l'on auroit $\mathfrak{G} = 0$; (& par conſéquent $A = 0$) $2U - 2\gamma = \mathfrak{G}'$, & même (pour rendre encore le calcul plus ſimple) $\delta - U = 0$, la valeur de Π renfermera encore des arcs de cercle indépendans du coëfficient A, ſi les coëfficiens B, C de l'*article 82* ne ſont pas entr'eux exactement dans le même rapport que les coëfficiens B', C' de l'*article 83*.

(86.) En effet, on aura, en regardant ε comme très-petit par rapport à n, $\varepsilon = A'z + K - \frac{B' \text{ cof. } (n - \varepsilon)}{\lambda} - \frac{C'}{\lambda} \times \text{cof. } (\mathfrak{G}' + n - \varepsilon)$, λ étant le rapport moyen de n à z; & ſubſtituant cette valeur dans l'équation de l'*article 82*, $-d\Pi = Adz + Bdz \text{ cof. } [n - A'z + \frac{B'}{\lambda} \text{ cof. } (n - A'z) + \frac{C'}{\lambda} \text{ cof. } (\mathfrak{G}' + n - A'z)] + Cdz \text{ cof. } [\mathfrak{G}' + n - A'z + \frac{B'}{\lambda} \text{ cof. } (n - A'z) + \frac{G'}{\lambda} \text{ cof. } (\mathfrak{G}' + n - A'z)]$; ce qui donnera les termes $(- \frac{BC'}{2\lambda} \times \text{ſin. } - \mathfrak{G}' - \frac{B'C}{2\lambda} \times \text{ſin. } \mathfrak{G}')\, dz$.

(87.) D'où il eſt clair que ces termes ne ſe réduiront pas à zéro, ſi BC' n'eſt pas exactement égal à $B'C$; or c'eſt en effet ce qui a lieu dans le cas dont il s'agit: car il eſt aiſé de voir, en comparant les valeurs des coëfficiens B, C & B', C', que ces valeurs ne ſont pas exactement proportionnelles; il faut pourtant obſerver qu'elles ſont proportionnelles à très-peu près, ſi elles ne le ſont pas exactement, & qu'ainſi la valeur de $BC' - B'C$, eſt exceſſivement petite.

(88.) Au reſte, ſi je fais ici cette remarque, ce n'eſt pas

qu'elle ait lieu dans le cas préſent, où A ne peut être $= 0$ ſans que les coëfficiens B, C & B', C', ſe réduiſent à un ſeul; puiſqu'alors (*art. 85 & 86*) $\mathcal{C}' = 0$, $\mathcal{C}$ étant une quantité réelle; mais c'eſt pour montrer quelle attention il eſt néceſſaire d'apporter dans la ſolution des problèmes de cette eſpèce, & comment il pourroit arriver que dans deux équations de cette forme, $d\Pi = B\,dz$ ſin. $\omega + C\,dz$ ſin. $(\mathcal{C}' + \omega)$ & $d\omega = A'\,dz + B'\,dz$ cof. $\omega + C'\,dz$ cof. $(\mathcal{C}' + \omega)$, la valeur de Π renfermât des arcs de cercle, quoiqu'au premier coup-d'œil elle parût n'en pas contenir.

(89.) En général, ſoit $d\Pi = B\,dz$ ſin. $(\lambda + \omega) + C\,dz$ ſin. $(\mathcal{C} + \omega)$, & $d\omega = A'\,dz + B'\,dz$ ſin. $(\lambda' + \omega) + C'\,dz$ ſin. $(\mathcal{C}' + \omega)$; il eſt aiſé de voir que chacune de ces équations peut ſe réduire à $d\Pi = \mathcal{C}\,dz$ ſin. $\omega + \gamma\,dz$ cof. ω, & $d\omega = A'\,dz + \mathcal{C}'\,dz$ ſin. $\omega + \gamma'\,dz$ cof. ω, ou $d\Pi = \mathcal{S}\,dz$ ſin. $(\omega + Q)$, & $d\omega = A'\,dz + \mathcal{S}'\,dz$ cof. $(\omega + Q')$; ce qui donneroit, en ſuivant la méthode de *l'article 86*, $\omega = A'z + \frac{\mathcal{S}'}{A'}$ ſin. $(A'z + Q') - \frac{\mathcal{S}'}{A'}$ ſin. Q', & $d\Pi = \mathcal{S}\,dz$ ſin. $(A'z + Q - \frac{\mathcal{S}'}{A'}$ ſin. $Q') + \mathcal{S}\,dz \times \frac{\mathcal{S}'}{A'} \times$ ſin. $(A'z + Q') \times$ cof. $(A'z + Q - \frac{\mathcal{S}'\text{ ſin. }Q'}{A'})$; d'où il eſt aiſé de voir que la valeur de $d\Pi$ renfermera des arcs de cercle, 1.° ſi Q n'eſt pas $= Q'$, $\frac{\mathcal{S}'\text{ ſin. }Q'}{A'}$ étant ſuppoſé $= 0$, pourvu que $\mathcal{S}'$ ne ſoit pas $= 0$; 2.° ſi $Q - Q'$ n'eſt pas $= \frac{\mathcal{S}'\text{ ſin. }Q'}{A'}$.

(90.) Remarquons cependant que dans ces ſortes d'approximations, quoique la valeur de Π paroiſſe renfermer des arcs de cercle, il ſeroit poſſible qu'elle n'en renfermât pas réellement; car, à enviſager exactement la choſe, l'approximation eſt alors fautive, & indique ſeulement que les variations de Π ne ſont pas très-petites; ſoit, par exemple, l'équation très-ſimple $d\Pi$ ſin. $\Pi =$

$\mathfrak{C}\,dz$ cos. Π + cos. Π . $\varsigma\,dz$ sin. ϖz, $\mathfrak{C}$ & ς étant auſſi petits qu'on voudra, on aura, en ſuppoſant $\Pi = \Pi'$ lorſque $z = 0$, $\log.\left(\frac{\cos.\Pi'}{\cos.\Pi}\right) = \mathfrak{C}\,z + \frac{\varsigma}{\varpi}\,(1 - \cos.\varpi z)$; équation qui fait voir que ſi $\mathfrak{C}$ eſt poſitif, cos. Π ne ſauroit être < 0, & qu'ainſi Π ne ſauroit jamais augmenter que d'une quantité $= 90^{d} - \Pi'$; cependant, ſi on réſolvoit l'équation $d\Pi$ ſin. $\Pi = \mathfrak{C}\,dz$ cos. Π, &c. en la mettant ſous cette forme $d\Pi = \frac{\mathfrak{C}\,dz \cos.\Pi}{\text{sin.}\,\Pi}$, &c. & regardant Π comme conſtant dans le ſecond membre, on trouveroit que la valeur de Π renfermeroit des arcs de cercle, & pourroit par conſéquent avoir toutes les valeurs poſſibles; nouvel exemple de l'imperfection des méthodes d'approximation dans ces ſortes d'intégrales, & des précautions avec leſquelles on doit en uſer.

(91.) Au reſte, quand la valeur de Π contiendra des arcs de cercle, c'eſt-à-dire, quand $2\,U - 2\,\gamma$ ou $\mathfrak{C}$ ne ſeront pas $= 0$, il eſt aiſé de voir que les valeurs approchées qu'on trouve pour ε & Π, ne ſeront vraies que pendant un certain nombre de révolutions, puiſque dans le ſecond membre des équations qui donnent la valeur de $d\Pi$ & celle de $d\varepsilon$, on traite Π comme à peu-près conſtant.

(92.) De plus, ſi Π n'eſt pas conſtant ou à peu-près, alors au bout d'un grand nombre de révolutions, les équations & les phénomènes de la libration pourront être fort différens; 1.° parce que dans cette hypothèſe le terme $+ d\,\varepsilon$ ſin. Π que renferme le premier membre de l'équation de la libration, ne ſe réduira pas à $+ d\,\varepsilon$, comme nous l'avons ſuppoſé, & que $d\,P + d\,e$ ſin. Π deviendra $- d\,\theta + d\varepsilon\,(\text{sin.}\,\Pi - 1)$, deux quantités qui ſont l'une & l'autre du même ordre, & dont on ne peut négliger la ſeconde vis-à-vis de la première; 2.° parce que quand ſin. Π ſera $= 0$, ce qui arrivera ſi la valeur de Π contient des arcs de cercle, alors la Lune nous préſentera ſucceſſivement toutes ſes faces, au moins durant un très-grand nombre de révolutions (*art. 58.*)

(93.) Dans l'intégration indiquée ci-deſſus *(art. 86 & 89)* des équations $d\Pi = Adz + Bdz$ ſin. $(n - \varepsilon + K) + Cdz$ ſin. $(\mathfrak{C}' + K + n - \varepsilon)$ & $d\varepsilon = A'dz + B'dz$ cof. $(n - \varepsilon + K) + C'dz$ cof. $(\mathfrak{C}' + K + n - \varepsilon)$, K & $\mathfrak{C}'$ étant des conſtantes, on ne doit point ſuppoſer, ſans reſtriction & pour tous les cas, que n, quoique très-petit par rapport à z, ſoit très-grand par rapport à ε; car la choſe peut très-bien n'être pas ainſi. En effet, ſuppoſons pour un moment $\varepsilon = n$, & voyons ce qui réſultera de cette ſuppoſition; nous aurons en ce cas une équation de cette forme, $d\varepsilon = A'dz + B'dz$ ſin. $(\delta - U) + C'dz$ ſin. $(a + 2U - 2\gamma + \delta - U)$, ou à cauſe de $a = 180^d$, & de $2U - 2\gamma$ très-petit, $d\varepsilon$ = à très-peu près $A'dz + Edz$ ſin. $(\delta - U)$, E étant = à très-peu près à $-\frac{3}{2 \text{ cof. } \Pi} \times \left[\frac{2mfG'\lambda\lambda - mfG'ff}{2fG'ff} + \frac{m\mathfrak{C}}{fG'ff}\right]$; & comme cof. Π eſt fort petit, & que de plus $A' =$ *(art. 83)* $-\frac{3}{2} \times \left(\frac{2fG'\lambda\lambda - fG'ff}{2fG'ff}\right) - \frac{3\mathfrak{C}}{2fG'ff} \times$ cof. $(a + 2U - 2\gamma)$; c'eſt-à-dire, à très-peu près $-\frac{3}{2}\left(\frac{2fG'\lambda\lambda - fG'ff}{2fG'ff}\right) + \frac{3\mathfrak{C}}{2fG'ff}$, parce que $2U - 2\gamma$ eſt fort petit, & que $a = 180^d$; il eſt clair que ε ne ſera point très-petit par rapport à n, ſi $\frac{n}{z}$ ou $\frac{3}{4.178}$ n'eſt pas très-grand par rapport à $A' + E$ ſin. $(\delta - U)$, ce qui dépend du rapport des quantités $\mathfrak{C}$, $fG'\lambda\lambda - \frac{fG'ff}{2}$, $fG'ff$, & cof. Π; or la loi de la denſité des parties de la Lune nous étant inconnue, les trois premières de ces quantités, & par conſéquent leur rapport nous eſt inconnu auſſi *(art. 67)*.

(94.) Ce n'eſt pas tout; ſuppoſons que $\delta - U = 0$, ainſi que $2\gamma - 2U$, & qu'on ait ſimplement $d\varepsilon = A'dz$

$+ B' dz$ sin. $(n - \varepsilon)$, n étant $= Hz$, nous aurons d'abord $\varepsilon = A'z + \frac{B'}{H - A'} \times [1 - \text{cos.}\ (Hz - A'z)]$ pour la première valeur approchée de ε, & enſuite nous aurons l'équation différentielle plus approchée $d\varepsilon = A'dz + B'dz \times \text{sin.} \left[Hz - A'z - \frac{B'}{H - A} [1 - \text{cos.}\ (Hz - A'z)] \right]$; qui donne $d\varepsilon = A'dz + B'dz$ sin. $(Hz - Az') - \frac{B'^2 dz}{H - A'}$ cos. $(Hz - A'z) \times [1 - \text{cos.}\ (Hz - Az)] = A'dz + \frac{B'^2 dz}{2(H - A')} + B'dz$ sin. $(Hz - A'z) - \frac{B'^2 dz}{H - A'} \times \text{cos.}\ (Hz - A'z) + \frac{B^2 dz \text{ cos.}\ (2Hz - 2A'z)}{2(H - A')}$; d'où il eſt aiſé de conclure 1.° que ſi B'^2 n'eſt pas très-petit par rapport à $H - A'$, le coëfficient A' de z dans la première intégration approchée deviendra beaucoup plus grand dans la ſeconde; 2.° que s'il arrive auſſi que $\frac{B'}{H - A'}$ ne ſoit pas très-petit, la ſeconde intégration donnera des termes $- \frac{B'^2 \text{ sin.}\ (Hz - A'z)}{(H - A')^2} + \frac{B'^2 \text{ sin.}\ (2Hz - 2A'z)}{4(H - A')^2}$, qui pourront être très-comparables & peut-être ſupérieurs en quantité au terme $\frac{B'}{H - A'}$ cos. $(Hz - A'z)$, trouvé par la première intégration.

(95.) On n'obvieroit pas ſuffiſamment à cette difficulté en ſuppoſant $\varepsilon = \vartheta z + \zeta$ cos. $(Hz - \vartheta z) + \gamma$ cos. $(2Hz - 2\vartheta z)$, &c. ϑ, ζ, γ, &c. étant des coëfficiens indéterminés, & en faiſant $= 0$ les coëfficiens des différens termes après la ſubſtitution. En effet, il pourroit très-bien arriver, 1.° que l'équation en ϑ, qui aura pour lors pluſieurs racines (ce qui eſt déjà un inconvénient, comme on l'a fait ſentir ailleurs) *, donneroit la valeur de ϑ par une ſérie peu convergente ou même divergente; 2.° que le coefficient γ & les

* Tome V des Opuſcules, XXXIX.e Mémoire, §. II.

ſuivans

ſuivans ne fuſſent pas très-petits par rapport à $\mathfrak{C}$, comme ils le doivent être pour l'exactitude de la ſolution: nous allons donc donner une méthode plus exacte d'intégrer les équations d'où réſultent les valeurs de Π & de ε; ce ſera l'objet du paragraphe ſuivant.

§. X.

Intégration plus exacte des mêmes Équations.

(96.) Les équations $d\Pi = A\,dz + B\,dz \cos.(K + n - \varepsilon) + C \cos.(K + \mathfrak{C}' + n - \varepsilon)$, & $d\varepsilon = A'dz + B'dz \times \sin.(K + n - \varepsilon) + C' \sin.(K + \mathfrak{C}' + n - \varepsilon)$ peuvent être aiſément miſes ſous cette forme $d\Pi = A\,dz + D\,dz \cos.(K'' + n - \varepsilon)$, & $d\varepsilon = A'\,dz + E\,dz \sin.(K' + n - \varepsilon)$; & ſuppoſant dz conſtant, & $n = Hz$, on aura $d\varepsilon = A'\,dz + E\,dz \sin.(K' + Hz - \varepsilon)$, ou $d\varepsilon - H\,dz = (A' - H)\,dz + E\,dz \sin.(K' + Hz - \varepsilon)$.

(97.) Soit $Hz - \varepsilon + K' = v$, $A' - H = L$, on aura $-\frac{dv}{L + E \sin. v} = dz$, ou en faiſant $\sin. v = x$, $-\frac{dx}{\sqrt{(1-xx).(L+Ex)}} = dz$; ſoit $L + Ex = u$, on aura $dz = -\frac{du}{Eu\sqrt{\left(1 - \frac{(u-L)^2}{E^2}\right)}} = -\frac{du}{u\sqrt{(E^2 - L^2 - uu + 2uL)}}$;

& faiſant encore $u = \frac{A^2}{t}$, on aura $dz = \frac{dt}{\sqrt{[(E^2 - L^2)tt + 2A^2Lt - A^4]}}$

ou $\frac{dt}{\sqrt{(E^2 - L^2)}\sqrt{\left(tt + \frac{2A^2Lt}{E^2 - L^2} - \frac{A^4}{E^2 - L^2}\right)}}$ ſi $E^2 > L^2$,

& $dz = \frac{dt}{\sqrt{(L^2 - E^2)}} \times \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{A^4}{L^2 - E^2} + \frac{2A^2Lt}{L^2 - E^2} - tt\right)}}$

ſi L^2 eſt $> E^2$; & enfin $dz = \frac{dt}{A\sqrt{(2Lt - A^2)}}$ ſi $L^2 = E^2$.

(98.) Supposons d'abord $L^2 > E^2$, on aura $dz = \frac{dt}{\sqrt{(LL-EE)}} \times \sqrt{\left[\frac{A^4 L^2}{(LL-EE)^2} - \frac{A^4}{LL-EE} - \left(\frac{A^2 L}{LL-EE} - t\right)^2\right]}$, ou, en supposant $\frac{A^2 L}{LL-EE} - t = s$, $dz = -\frac{ds}{\sqrt{(LL-EE)} \cdot \sqrt{\left(\frac{A^4 EE}{(LL-EE)^2} - ss\right)}}$, dont l'intégrale, en faisant $\frac{A^2 E}{LL-EE} = \omega$, est $z = \frac{1}{\sqrt{(LL-EE)}} \times$ l'angle dont le cosinus est $\frac{s}{\omega}$, plus un angle constant M. Donc $\frac{s}{\omega} = \text{cos.}\left[-M + z\sqrt{(LL-EE)}\right]$, c'est-à-dire $\left[A^2 L - \frac{A^2(LL-EE)}{L + E \text{ sin. } v}\right] : A^2 E = \text{cos.}\left[-M + z\sqrt{(LL-EE)}\right]$; & la constante M se déterminera par la condition que $\frac{L}{E} - \frac{LL-EE}{L.E + E^2 \text{ sin. } K'} = \text{cos. } M$.

(99.) Supposons ensuite $E^2 > L^2$, on aura..... $dz = \frac{dt}{\sqrt{(E^2-L^2)} \cdot \sqrt{\left[\left(t + \frac{A^2 L}{E^2-L^2}\right)^2 - \frac{A^4}{E^2-L^2} - \frac{A^4 L^2}{(E^2-L^2)^2}\right]}}$, qui se réduit à $\frac{ds}{\sqrt{(E^2-L^2)} \cdot \sqrt{(s^2-\omega^2)}}$, en faisant $t + \frac{A^2 L}{E^2-L^2} = s$, & $\frac{A^2 E}{E^2-L^2} = \omega$; dont l'intégrale est $z\sqrt{(E^2-L^2)} = \text{log.}\left(\frac{s + \sqrt{(ss-\omega^2)}}{s' + \sqrt{(s's'-\omega^2)}}\right)$, s' étant la valeur de s quand $z = 0$.

(100.) Enfin, si $L^2 = E^2$, on aura $z = \frac{1}{A.L}\left[\sqrt{(2Lt - A^2)} - \sqrt{(2Lt' - A^2)}\right]$, t' étant la valeur de t quand $z = 0$.

(101.) Soit $L + E \text{ sin. } K' = 0$, on aura $t' = \infty$, puisque $t' = \frac{A^2}{L + E \text{ sin. } K'}$; donc 1.° dans le cas de $L^2 = E^2$, c'est-à-dire dans le troisième des cas précédens, (ce qui donnera

ſin. $K' = \pm 1$ dans l'hypothèſe préſente) t ſera auſſi $= \infty$, puiſque la valeur de z renfermera la quantité infinie t', & que cette valeur de z eſt finie ou zéro, au moins dans un temps fini; donc $u = \frac{A^2}{t}$ ſera $= 0$; donc $L + E$ ſin. $v = 0$. Donc puiſque $L + E$ ſin. $K' = 0$ *(hyp.)*, & que $v = Hz - \varepsilon + K'$, on aura $Hz - \varepsilon = 0$; donc le mouvement moyen ε des points équinoxiaux lunaires ſera exactement égal au mouvement moyen Hz des nœuds de la Lune.

2.° Dans ce même cas de $L + E$ ſin. $K' = 0$, ſi $E^2 > L^2$, on verra de même que dans l'équation $\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}} = Q e^{z\sqrt{(E^2 - L^2)}}$, s' ſera infinie, & par conſéquent auſſi s, pour que la valeur de z ſoit finie ou zéro; donc $u = 0$, & $Hz - \varepsilon = 0$.

(102.) Donc en général ſi $L + E$ ſin. $K' = 0$, le mouvement des points équinoxiaux lunaires ſera exactement égal au mouvement des nœuds de la Lune; & il eſt à remarquer que dans cette ſuppoſition de $L + E$ ſin. $K' = 0$, on aura néceſſairement $E^2 >$ ou $= L^2$, puiſque ſin. K'^2 ne ſauroit être > 1.

(103.) La ſeule inſpection de l'équation $d\varepsilon - H\,dz = L\,dz + E\,dz$ ſin. $(Hz - \varepsilon + K')$, fait voir aiſément ce que nous venons de déduire de la ſolution générale; car ſoit $\varepsilon = Hz$, & $L + E$ ſin. $K' = 0$, les deux membres de cette équation ſe réduiront l'un & l'autre à zéro; d'où l'on voit que $L + E$ ſin. $K' = 0$ doit donner $Hz = \varepsilon$; mais la ſolution générale démontre cette vérité d'une manière plus directe & plus rigoureuſe, parce qu'elle fait voir qu'il n'y a aucune autre ſolution poſſible que celle de $Hz = \varepsilon$, lorſque $L + E$ ſin. $K' = 0$. Dans cette hypothèſe, ſi on ſuppoſe le mouvement des nœuds de la Lune parfaitement uniforme, celui des équinoxes le ſera auſſi, & dans le même ſens, c'eſt-à-dire contre l'ordre des ſignes.

(104.) Si $L + E$ sin. K' n'est pas $= 0$, mais qu'on ait $L^2 = E^2$ ou $E^2 > L^2$, il est aisé de voir qu'il y aura un angle k tel que $L + E$ sin. $k = 0$, puisque sin. k sera $= -\frac{L}{E}$ qui est tout au plus égal à l'unité positive ou négative, c'est-à-dire au cosinus de 0 ou de 180 degrés: cela posé, on fera les remarques suivantes.

(105.) Dans l'hypothèse de $E^2 > L^2$, sin. k sera $<$ que le sinus total pris positivement ou négativement; de plus, l'équation $\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}} = Qc^{z\sqrt{(E^2 - L^2)}}$ convenable à ce cas, donne [en faisant la quantité finie $s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)} = \alpha$, & $\sqrt{(E^2 - L^2)} = \mathfrak{G}$] $s = \frac{\alpha Q c^{\mathfrak{G}z}}{2} + \frac{\omega^2 c^{-\mathfrak{G}z}}{2Q\alpha}$, quantité qui ne devient infinie que quand z est infinie; donc u ne devient & ne peut devenir $= 0$ que quand z est infinie; donc sin. $(Hz - \varepsilon + K')$ ne peut être $=$ sin. k que quand z est infinie.

(106.) Donc si $k = K' + \Omega$, $Hz - \varepsilon$ ne peut être $= \Omega$ qu'après un temps infini.

(107.) Il est de plus évident que Ω ne sauroit être $=$ à 360^d, car alors sin. k seroit $=$ sin. K', & par conséquent puisque $L + E$ sin. K' n'est pas $= 0$, $L + E$ sin. k ne seroit pas $= 0$; ce qui est contre l'hypothèse. De plus, l'équation log. $\left(\frac{s + \sqrt{(ss - \omega\omega)}}{s' + \sqrt{(s's' - \omega\omega)}}\right) = z\sqrt{(E^2 - L^2)}$, fait voir évidemment que s n'est jamais $= s'$, excepté quand $z = 0$; d'où il est aisé de voir que $L + E$ sin. v n'est jamais égal à $L + E$ sin. K', & que par conséquent la différence de v & de K' n'est jamais égale à $\pm 360^d$.

(108.) De-là il s'ensuit que $Hz - \varepsilon$ n'est jamais $= \pm 360$ degrés; donc ε sera $= Hz \pm$ un angle au-dessous de 360 degrés; donc le mouvement des points équinoxiaux sera égal à

celui des nœuds de la Lune, plus ou moins un angle de libration plus ou moins grand.

(109.) Les mêmes conclusions auront exactement lieu dans l'hypothèse de $L^2 = E^2$ & de $L + \text{fin. } K' >$ ou < 0 : c'est une suite évidente de l'équation propre à ce cas, savoir $z = \frac{1}{A.L} \times [\sqrt{(2Lt - A^2)} - (\sqrt{2Lt' - A^2})]$.

(110.) Mais dans l'hypothèse de $L^2 > E^2$, il est d'abord évident que $L + E \text{ fin. } K'$, ni en général $L + E \text{ fin. } v$, ne peut jamais être $= 0$; il est évident en second lieu que si on fait fin. $v = 0$ *(art. 98)*, on aura cos. $[-M + z\sqrt{(LL - E^2)}] = \frac{L}{E} - \frac{LL - EE}{LE} = \frac{E}{L}$; & si on fait fin. $v = \pm 1$, on aura, dans le premier cas, cos. $[-M + z\sqrt{(LL - EE)}] = \frac{L}{E} - \frac{(L-E)}{E} = 1$, & dans le second, cos. $[-M + z\sqrt{(L^2 - E)^2}] = \frac{L}{E} - \frac{(L+E)}{E} = -1$; qu'enfin si on fait cos. $[-M + z\sqrt{(LL - EE)}] = 0$, on aura fin. $v = -\frac{E}{L}$, valeur toujours possible puisque *(hyp.)* L^2 est $> E^2$.

(111.) D'où l'on voit que dans l'hypothèse de $L^2 > E^2$, on pourra supposer à v toutes les valeurs possibles, & que par conséquent la différence des angles ε & Hz pourra être de 360 degrés, & même de plusieurs circonférences en tel nombre qu'on voudra. Par cet article, & par les précédens, on peut expliquer comment le mouvement moyen des points équinoxiaux lunaires peut être ou n'être pas égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune.

(112.) Ayant la valeur de $d\varepsilon$ par les calculs précédens, on aura de même $d\Pi = Adz + Ddz \text{ cos. } (K'' + n - \varepsilon)$ qui, en prenant R pour un angle constant $= K'' - K'$, peut se changer en $Adz \pm Ddz \text{ cos. } (R + v) = -$

$\frac{dv}{L + E \text{ sin. } v.} \times [A + D \text{ cos. } (R + v)] = \frac{A\,dv - D\,dv \text{ cos. } R \text{ cos. } v}{L + E \text{ sin. } v} - \frac{D\,dv \text{ sin. } R \text{ sin. } v}{L + E \text{ sin. } v} = A\,dz + \frac{D \text{ cos. } R}{E}\, d \text{ log. } (L + E \text{ sin. } v) + \frac{D \text{ sin. } R\, dv}{E} + \frac{D\,L\,dz \text{ sin. } R}{E}$; d'où l'on voit 1.° que si R n'eſt pas $= 0$, la valeur de Π renfermera des arcs de cercle, quand même A ſeroit $= 0$; ce qui s'accorde avec ce qui a déjà été remarqué dans l'*article 87 ci-deſſus:* 2.° que ſi $L + E$ ſin. v eſt $= 0$, c'eſt-à-dire ſi L^2 eſt $=$ ou $< E^2$, la valeur de Π contiendra le logarithme de 0, & par conſéquent une quantité infinie. L'axe s'approchera donc continuellement, en ce cas, du plan de l'écliptique, & par conſéquent on ne pourra ſuppoſer que Π ſoit à peu-près conſtant, ſi ce n'eſt pendant un certain nombre de révolutions plus ou moins conſidérable.

(113.) L'équation $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ sin. } v}$, ou en général $dz = \frac{G\,dv}{L + E \text{ sin. } v + F \text{ cos. } v}$ peut être repréſentée de la manière ſuivante par le mouvement d'un corps dans une ſection conique; on mettra d'abord $2\,\vartheta'$ au lieu de v, ce qui donnera $dz = \frac{2\,G\,d\,\vartheta'}{L + E \text{ sin. } 2\,\vartheta' + F \text{ cos. } 2\,\vartheta'} = \frac{2\,G \times d\,\vartheta'}{L + 2\,E \text{ sin. } \vartheta' \text{ cos. } \vartheta' + F(\text{cos. } \vartheta'^2 - \text{sin. } \vartheta'^2)}$.

Or $\frac{2\,G}{L + 2\,E \text{ sin. } \vartheta' \text{ cos. } \vartheta' + F(\text{cos. } \vartheta'^2 - \text{sin. } \vartheta'^2)}$ peut repréſenter le quarré du rayon vecteur d'une ſection conique, dont les coordonnées normales x, y ſeront telles que $\frac{x}{y} = \frac{\text{cos. } \vartheta'}{\text{sin. } \vartheta'}$; car on pourra ſuppoſer $xx + yy$ (quarré du rayon vecteur) $= \frac{2\,G}{L + \frac{2\,E\,xy}{xx+yy} + \frac{Fx^2 - Fyy}{xx+yy}}$, ce qui donnera évidemment une équation du ſecond degré entre x & y, & par conſéquent à une ſection conique; on aura donc, en appelant r le rayon

vecteur, $dz = rrd\vartheta$, équation dont le ſecond terme eſt proportionnel à un ſecteur de ſection conique, & par conſéquent peut repréſenter le mouvement dans cette ſection pendant le temps dt, durant lequel l'arc dz eſt ſuppoſé parcouru uniformément; la force centrale dans cette ſection ſeroit dirigée au centre commun des rayons r.

(114.) Il eſt aiſé de voir que ſi $L + E$ ſin. $v + F$ coſ. v ne peut jamais être $= 0$, c'eſt-à-dire ſi $L^2 > E^2$, (en ſuppoſant pour ſimplifier $F = 0$) la ſection conique ſera une ellipſe; que ſi $L + E$ ſin. $v + F$ coſ. v peut être $= 0$, mais jamais négatif, c'eſt-à-dire ſi $L^2 = E^2$, la ſection conique ſera une ligne droite; qu'enfin ſi $L + E$ ſin. $v + F$ coſ. v peut devenir égal à zéro & négatif, c'eſt-à-dire ſi $L^2 < E^2$, la ſection conique ſera une hyperbole: or en y faiſant attention, on remarquera facilement que ces trois cas retombent dans les trois cas diſtingués ci-deſſus; celui de $L^2 > E^2$, dans lequel $L + E$ ſin. v ne peut jamais être négatif, celui de $L^2 = E^2$, dans lequel $L + E$ ſin. v peut être $= 0$ lorſque ſin. $v = +$ ou -1, mais jamais négatif; enfin celui de $L^2 < E^2$, dans lequel $L + E$ ſin. v peut être zéro & négatif.

(115.) Nous remarquerons auſſi en paſſant, à cette occaſion, que ſi on avoit $dz = \frac{G\,dv}{\sqrt{(L + E \text{ ſin. } v + F \text{ coſ. } v)}}$, équation analogue à celle de *l'article 34* qui repréſente la libration, on pourroit conſtruire cette équation par le moyen d'une courbe dont les rayons ſeroient proportionnels aux racines des rayons r, & qui ſe conſtruiroit par conſéquent avec facilité par le moyen de la ſection conique de *l'article précédent*; les temps z de la révolution dans les arcs v ſeroient ici proportionnels à $\int \varrho\,\varrho\,dv$, en prenant ϱ pour le rayon vecteur, & par conſéquent à $\int r\,dv$ ou à $\int \frac{dv}{\sqrt{(L + E \text{ ſin. } v + F \text{ coſ. } v)}}$, la force centrale étant toujours dirigée vers le centre commun des rayons r ou ϱ.

(116.) Nous n'avons point eu égard dans les calculs des *§. VIII & IX*, à l'altération que la libration ou la valeur de θ

peut apporter aux valeurs de Π & de ε. Pour déterminer l'influence qu'elle peut y avoir, suppoſons, afin de ſimplifier le calcul, ſin. $2\gamma - 2U = 0$, $a = 180$ degrés, & θ peu conſidérable; les quantités ſin. $a - 2\gamma + 2U - 2\theta$ & cof. $a - 2\gamma + 2U - 2\theta$, qui entrent dans les valeurs de Π & de ε, deviendront 2θ & 0; & comme alors $\theta = Q$ ſin. $\zeta \sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}$, il en réſultera dans la valeur de Π un terme de la forme $\frac{Q \text{ cof. } \zeta \sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}}{\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}}$. Or en nommant ζ le rapport de $\eta - \varepsilon$ à ζ, il eſt évident que le terme dont il s'agit ici ſera très-comparable à ceux des *articles 86 & 89*, ſi $\frac{Q \text{ cof. } \Pi}{\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}}$ n'eſt pas très-petit par rapport à $\frac{m}{\zeta}$; ce qui dépend abſolument de la valeur de $\mathfrak{C}$. *Voyez ſur cela les articles 67 & 68.*

(117.) De plus, ſi $\sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}$ eſt tel que $\eta - \varepsilon - 2\theta$ ou plutôt $\eta - \varepsilon \pm \zeta \sqrt{(\frac{6\mathfrak{C}}{fG'ff})}$ ſoit beaucoup plus petit par rapport à ζ que $\eta - \varepsilon$, en ce cas il faudra encore avoir égard dans le calcul à la quantité θ dans les termes qui contiennent $\eta - \varepsilon - 2\theta$, & il pourra même arriver que les termes qui en réſulteront, ſoient après l'intégration plus grands que les autres.

(118.) Ces obſervations auront lieu principalement dans les cas où l'on pourra employer la méthode du §. *IX*, en intégrant les équations qui donnent les valeurs de Π & de ε; car ſi on emploie la méthode de *l'article 96* & *des ſuivans*, on ne ſauroit avoir égard à la valeur de θ, ſans rendre les intégrations plus difficiles.

§. XI.

Analyſe encore plus exacte des Équations du §. VIII.

(119.) Intégrons maintenant d'une manière encore plus exacte les

les équations des *articles 71 & 75*, & mettons d'abord le premier membre de l'équation de *l'article 71* ſous cette forme $A\,dz^2$ ſin. $\lambda' z + B\,dz^2$ cof. $\lambda' z + C\,dz^2$, en ſuppoſant que dz ſoit conſtant, & que $n - \varepsilon$ ſoit à peu près $=$ à $\lambda' z$, $\lambda' z$ étant un très-petit nombre: dans cette hypothèſe, le premier membre de l'équation de *l'article 75*, ſera, par les mêmes raiſons, $A'dz^2$ ſin. $\lambda' z + B'dz^2$ cof. $\lambda' z + C'dz^2$; & le ſecond membre de la première équation (*article 72*), ſe changera en celui-ci,

$$d\,d\,\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 \left(\int G' \lambda\lambda + \frac{\int G' ff}{2} - \int G' ff \text{ cof. } 2X''\right) - 2\,d\varepsilon\,d\Pi \text{ cof. } \Pi \times \text{ſin. } \Pi \int G' \lambda\lambda + 2\,d\varepsilon\,dP \text{ cof. } \Pi^2 \times \frac{\int G' ff}{2} \text{ ſin. } 2X'' + dP\,d\Pi \text{ cof. } \Pi \times \left(-\int G' ff - \int G' ff \text{ cof. } 2X''\right),$$

en négligeant les termes $+ \left(d\varepsilon^2 \text{ ſin. } \Pi \text{ cof. } \Pi^2 - d\,d\Pi \text{ cof. } \Pi\right) \frac{\int G' ff}{2}$ ſin. $2X''$, termes qui ſont exceſſivement petits, à cauſe de cof. Π très-petit & de $\int G' ff$ ſin. $2X''$, auſſi très-petit, ainſi que $d\varepsilon^2$.

(120.) Donc, en mettant pour dP ſa valeur $-dz - d\varepsilon$; & faiſant attention que $\int G' \lambda\lambda = \frac{\int G' ff}{2}$ à très-peu près, on aura, en négligeant les termes très-petits par rapport aux autres;

$$d\,d\,\varepsilon \text{ cof. } \Pi^2 \times 2 \int G' \lambda\lambda - 4\,d\varepsilon\,d\Pi \text{ cof. } \Pi \text{ ſin. } \Pi \int G' \lambda\lambda - 2\,dz\,d\Pi \times \text{cof. } \Pi \int G' \lambda\lambda = (A \text{ ſin. } \lambda' z + B \text{ cof. } \lambda' z + C)\,dz^2;$$

d'où l'on tire, en ſuppoſant $d\varepsilon = \mu\,dz$ & $\Pi = \Pi' + \alpha = \Pi'$ lorſque $z = 0$, l'équation ſuivante, $d\,\varepsilon$ cof. $\Pi^2 \times 2 \int G' \lambda\lambda - \mu\,dz$ cof. $\Pi'^2 \times 2 \int G' \lambda\lambda - 2\,dz \int G' \lambda\lambda \times$ (ſin. Π — ſin. Π') $= \left[\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cof. } \lambda' z) + \frac{B \text{ ſin. } \lambda' z}{\lambda'} + C z\right] dz$;

donc $d\,\varepsilon = \mu\,dz + \frac{2\mu\alpha\,dz \text{ ſin. } \Pi'}{\text{cof. } \Pi'} + \frac{\alpha\,dz}{\text{cof. } \Pi'} + \frac{dz}{\text{cof. } \Pi'^2} \times \left[\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cof. } \lambda' z) + \frac{B \text{ ſin. } \lambda' z}{\lambda'} + C z\right] \times \frac{1}{2 \int G' \lambda\lambda}$.

(121.) Le ſecond membre de l'équation de *l'article 75*, ſe

réduira de même & par les mêmes raiſons, à $dd\alpha \times 2\int G'\lambda\lambda + 2\,d\varepsilon\,d\zeta\int G'\lambda\lambda \times \text{cof. }\Pi$, en négligeant les quantités très-petites; & ſi on met au lieu de $d\varepsilon$ ſa valeur, l'équation deviendra $dd\alpha + \alpha d\zeta^2 + 2\mu\alpha d\zeta^2 \text{ ſin. }\Pi' + \mu d\zeta^2 \text{ cof. }\Pi' + \frac{d\zeta^2}{\text{cof. }\Pi'\int 2\,G'\lambda\lambda} \times \left[\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cof. }\lambda'\zeta) + \frac{B}{\lambda}\text{ ſin. }\lambda'\zeta + C\zeta\right] = \frac{d\zeta^2}{2\int G'\lambda\lambda} \times (A' \text{ ſin. }\lambda'\zeta + B' \text{ cof. }\lambda'\zeta + C')$.

(122.) Donc, en ſuppoſant que $\alpha = 0$ lorſque $\zeta = 0$ & que $\frac{d\alpha}{d\zeta} = \nu$ lorſque $\zeta = 0$, & faiſant, pour abréger, $1 + \mu \text{ ſin. }\Pi' = k^2$, on aura la valeur de α par les méthodes connues; & l'on ſe ſouviendra que k eſt peu différent de l'unité; car μ eſt fort petit, puiſqu'autrement α ne pourroit pas être fort petit, comme on le ſuppoſe.

(123.) Dans cette valeur de α, il eſt aiſé de voir, 1.° que les termes qui ont pour diviſeur λ' dans la différentielle, reſteront après l'intégration beaucoup plus grands que les autres; 2.° que le terme qui renferme l'angle ζ, c'eſt-à-dire $C\zeta$, donnera un terme à très-peu près de même forme dans l'intégrale, & que ce terme renfermant l'angle ζ, ne pourra être négligé, en ſorte qu'on aura, en ne conſervant que les termes principaux, $\alpha = \left[\frac{A}{\lambda'}(1 - \text{cof. }\lambda'\zeta) + \frac{B\text{ ſin. }\lambda'\zeta}{\lambda'} + C\zeta\right] \times \frac{1}{2\int G'\lambda\lambda \text{ cof. }\Pi'}$ à très-peu près, préciſément comme il réſulteroit de l'équation de *l'article 80* $-2\,d\zeta\,d\alpha \text{ cof. }\Pi \times \int G'\lambda\lambda = (A \text{ ſin. }\lambda'\zeta + B \text{ cof. }\lambda'\zeta + C)\,d\zeta^2$.

(124.) Maintenant, ſi on reprend la valeur de $d\varepsilon$ tirée de *l'article 120*, & qu'on y mette pour α ſa valeur tirée de l'intégration indiquée ci-deſſus, on verra facilement que les termes qui renferment λ' au dénominateur, ceux qui contiennent μ, & le terme où eſt l'angle ζ, ſeront détruits ou à très-peu près par des quantités contraires, & qu'il ne reſtera que $d\varepsilon = \frac{d\zeta}{2\text{ cof. }\Pi'\int G'\lambda\lambda}$

$\times (A' \text{ sin. } \lambda' z + B' \text{ cos. } \lambda' z + C')$, équation ſemblable à celle qui réſulte de *l'article 83*, les termes qui contiendront ſin. ou cos. $k z$ dans la valeur $d\varepsilon$ devant être négligés, comme devant être beaucoup plus petitts que les autres après l'intégration.

(125.) On voit aſſez par ce qui précède, comment il arrive que les réſultats des deux ſolutions s'accordent à peu près, quoique la première ne donne pas les valeurs de $d\varepsilon$ & de $d\Pi$ égales à zéro lorſque t ou $z = 0$; ſoit, pour le faire ſentir, $\varepsilon = Az - \frac{A \text{ sin. } pz}{p} + \frac{B}{\lambda'}(\text{cos. } \lambda' z - 1)$, il eſt aiſé de voir que $d\varepsilon$ & ε ſeront $= 0$ lorſque $z = 0$; cependant ſi λ' eſt beaucoup plus petit que p, & que A & B ſoient fort petits, la valeur de ε pourra être cenſée égale à $Az + \frac{B}{\lambda'}(\text{cos. } \lambda' z - 1)$; de même, ſi la valeur de Π eſt $\Pi' + \frac{D \text{ sin. } pz}{p} - \frac{D}{\lambda'} \text{ sin. } \lambda' z$, il eſt clair que la valeur de $d\Pi$ ſera $= 0$ lorſque $z = 0$, & que cependant on pourra ſuppoſer $\Pi = \Pi' - \frac{D}{\lambda'} \text{ sin. } \lambda' z$.

(126.) Il eſt aiſé de voir que ſi C n'eſt pas $= 0$, la valeur de α renfermera des arcs de cercle, & qu'ainſi la ſuppoſition que α ſoit très-petite, n'aura lieu que pour un certain nombre de révolutions plus ou moins grand: or pour que C ſoit $= 0$, il eſt évident que ſin. $2U - 2\gamma$ doit être $= 0$, c'eſt-à-dire $U - \gamma = 0$, ou 90^d.

(127.) La même remarque que nous avons faite ci-deſſus (*art. 116 & 117*), ſur l'effet que la valeur de θ doit produire dans la première ſolution, aura également lieu dans celle-ci, dont le réſultat à cet égard ne différera pas ſenſiblement du réſultat de la première. Mais la plus grande différence entre les réſultats des deux ſolutions, doit venir de l'équation du centre de la Lune: je m'explique. Dans les calculs précédens, nous n'avons conſervé que les termes qui contiennent l'angle $\pi - \varepsilon$, par la raiſon qu'ils deviennent par l'intégration beaucoup plus grands que les autres, & nous avons négligé les autres termes,

ceux par exemple qui contiennent $2v$ ou $2z - 2\epsilon$, quoique le coëfficient très-petit m ne ſe trouve point affecter ces termes, ce qui devroit, toutes choſes égales, les rendre plus grands: or ſi dans ces termes, on met au lieu de z ſa valeur $Z - \alpha'$ ſin. $N.Z$, tirée de l'équation du centre de la Lune, il en réſultera des termes qui contiendront des quantités de cette forme coſin. ou ſin. $(2 - N)Z$; & comme $2 - N$ diffère très-peu de l'unité, & que le coëfficient $1 + 2\mu$ ſin. Π de α dans l'équation de *l'art. 121*, en diffère auſſi très-peu, il eſt évident que les termes dont il s'agit pourront devenir conſidérables par l'équation intégrée de *l'art. 121*, au lieu qu'ils fuſſent reſtés très-petits par rapport aux autres, ſi on ſe fût contenté pour déterminer α de la méthode & des calculs du §. *IX.*

(128.) On peut même remarquer que ſi l'impulſion primitive μ étoit telle que $1 + 2\mu$ ſin. Π' fût preſque $= 2 - N$, les termes dont il s'agit pourroient être d'une grandeur conſidérable: or comme cette impulſion primitive eſt arbitraire, & pour ſa valeur abſolue, & pour ſa direction, & que $N =$ à peu près $1 - \frac{3n^2}{2}$; il eſt clair que ſi μ étoit à peu près égal à $\frac{3n^2}{4}$; les termes dont il s'agit pourroient être très-conſidérables, & même aſſez pour altérer beaucoup la valeur de Π, en ſorte que α ne pourroit plus être regardé comme très-petit.

(129.) En général, le rapport entre les termes dont il s'agit & ceux auxquels on a eu égard en négligeant l'équation du centre, dépend, comme il eſt aiſé de le voir par nos formules, du rapport entre $\frac{\text{cof.}\,\Pi.\alpha'\left(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}\right)}{3n^2 - 2\mu}$ & $\frac{m\mathfrak{C}}{\zeta}$; & comme nous avons vu ci-deſſus, que $\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}$ peut être beaucoup plus grand que $\mathfrak{C}$ *(art. 68)*, & que $3n^2 - 2\mu$ peut être beaucoup plus petit que ζ, puiſque μ eſt arbitraire, il s'enſuit que l'équation du centre de la Lune peut influer très-conſidérablement dans le mouvement de l'axe de cette planète,

& qu'en ayant égard à cette conſidération eſſentielle, le réſultat de la ſeconde ſolution, qui eſt le véritable, peut différer beaucoup du réſultat de la première.

(130.) Afin de rendre auſſi exacte qu'il eſt poſſible la méthode que nous venons de donner pour déterminer α & ε, il faudra ſuppoſer $\varepsilon = \mu' z$, ou même plus exactement encore, $\varepsilon = \mu' z + \omega$, ou plutôt $\varepsilon = \mu' Z + \omega$, Z exprimant le mouvement moyen de la Lune, μ' étant un coëfficient inconnu & conſtant, & ω une quantité inconnue compoſée de ſinus & de coſinus, & qui doit être peu conſidérable; on auroit une valeur de α, dans laquelle entreroit l'indéterminée μ', & cette valeur donneroit celle de ε, dans laquelle il entreroit auſſi un terme de cette forme βz, β étant un coëfficient compoſé de μ' & de connues: ce coëfficient β étant fait égal à μ', on auroit la valeur de μ', & la quantité ω devroit être à peu près égale au reſte de la valeur de ε. Mais pour que cette ſolution ſoit exacte, il eſt néceſſaire que dans les approximations ſucceſſives, la valeur de μ' ſoit exprimée par une ſérie très-convergente, ou qui le ſoit au moins ſuffiſamment, ſans quoi on retomberoit dans l'inconvénient de *l'article 95 ci-deſſus:* cet inconvénient, ce me ſemble, doit avoir lieu lorſqu'on ne pourra employer la méthode du *§. IX* pour trouver les valeurs approchées de Π & de ε, c'eſt-à-dire lorſqu'on ſera forcé, même en négligeant les termes où ſe trouve $dd\Pi$, d'avoir recours à la méthode du *§. X*, méthode d'où l'on ne ſauroit déduire une valeur de ε exprimée de cette ſorte $\varepsilon = Dz + \sigma$, D étant un coëfficient conſtant, & σ une quantité compoſée de ſinus & de coſinus: or cette valeur de ε n'aura lieu que lorſque la plus grande valeur de v dans l'équation $- \frac{dv}{L + E \text{ ſin. } v} = dz$, ne paſſera pas un petit nombre de degrés, ou bien encore lorſque E ſera très-petit par rapport à L; ſans l'une ou l'autre de ces conditions, on ne pourra pas exprimer par une approximation aſſez exacte la valeur de σ en z; on aura ſeulement celle de z en σ.

MÉMOIRE

Sur le Froid de l'hiver de 1767 à 1768, ſur la Débâcle des glaces, & ſur un moyen propre à en rendre les ſuites moins fâcheuſes.

Par M. DEPARCIEUX.

13 Avril 1768. TOUT le monde ſait que le froid que nous venons d'éprouver cet hiver, a été le plus fort qui ſe ſoit fait ſentir à Paris depuis l'année 1709 : le thermomètre de M. de Reaumur, placé à l'Obſervatoire, au même endroit où étoit en 1709 celui de M. de la Hire, a été obſervé par M. l'abbé Chappe le 5 Janvier dernier à 7 heures du matin, & marquoit 13 degrés $\frac{2}{3}$; & l'on ſait par une longue ſuite de marches comparées du thermomètre de M. de la Hire à celui de M. de Reaumur, placés l'un à côté de l'autre, que ce dernier auroit marqué 15 degrés $\frac{1}{2}$, s'il avoit été connu en 1709 & placé où il eſt.

Nous avons entendu dire il y a deux ans, que le thermomètre de M. de Reaumur étoit deſcendu de 15 degrés en Auvergne & dans la haute Bourgogne, & cela peut bien être, ces deux pays étant les plus élevés du Royaume : on a encore dit cette année qu'il étoit deſcendu au-deſſous de 15 degrés à Saint-Germain-en-Laie. M. Léveillard, propriétaire des nouvelles eaux minérales de Paſſy, où il demeure, a vu le ſien à 15 degrés le 5 Janvier ſuivant, avant le lever du ſoleil; mais nous ne ſavons pas où ſeroit deſcendu celui de M. de Reaumur en 1709, ni en Auvergne, ni en Bourgogne, ni à Saint Germain-en-Laie, ni à Paſſy : nous ne ſavons pas non plus par qui ont été faits les thermomètres avec leſquels ces degrés de froid ont été obſervés; mais on peut compter ſur la comparaiſon des froids éprouvés à Paris; les lumières des Obſervateurs & la bonté des inſtrumens ſont connues.

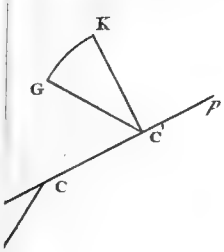
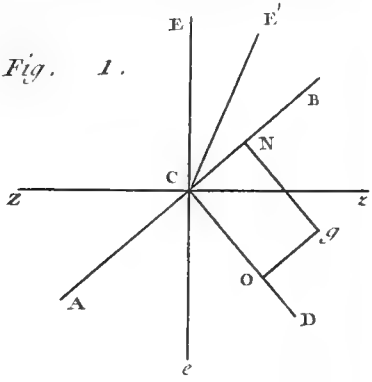


Fig. 1.



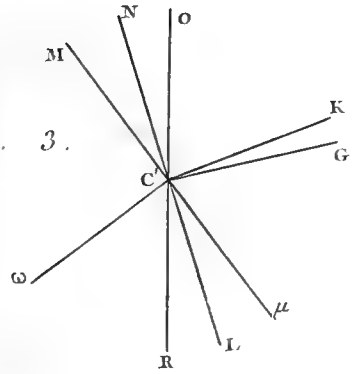
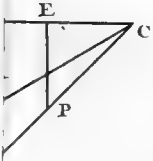


Fig. 3.

Fig. 5.



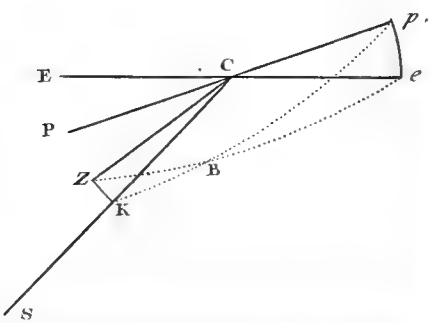


Fig. 2.

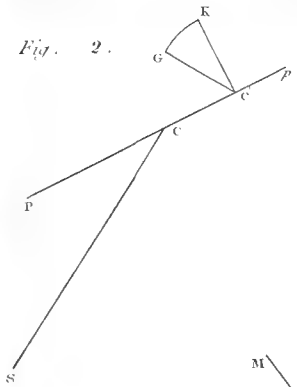


Fig. 1.

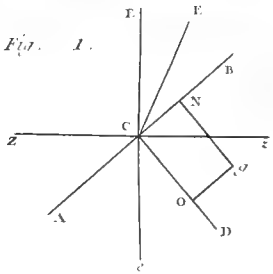


Fig. 3

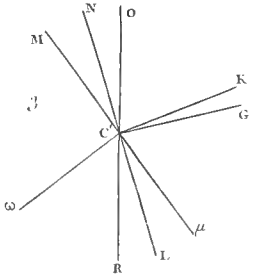


Fig. 4

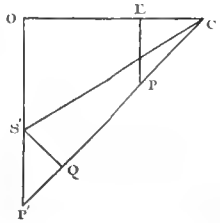
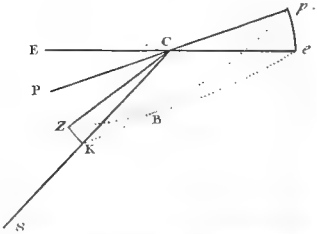


Fig. 5.



J. T. del. et sc.

Il y a néanmoins dans le froid de cette année une ſingularité bien digne d'être remarquée, parce qu'on ne trouve nulle part que le froid de 1709 ait produit rien de ſemblable; cette ſingularité tendroit à faire croire le froid de cette année plus fort que celui de 1709, ſi les thermomètres n'aſſuroient pas le contraire.

Nous ſavons par M. du Hamel, de cette Académie, qu'un puits à Aſcou près de Denainvilliers, de 50 pieds de profondeur, de 6 pieds de diamètre à la margelle, & de 11 dans le bas, a gelé de 2 à 3 lignes d'épaiſſeur; pluſieurs autres puits du voiſinage, mais moins profonds & plus étroits, ont auſſi gelé, mais beaucoup plus fort.

Le père Cotte, de l'Oratoire, réſidant à la maiſon de Montmorency, nous a appris que la ſurface de l'eau d'un puits qui a 30 pieds de profondeur de la margelle à l'eau, a auſſi gelé, & cependant le thermomètre étoit moins bas qu'à Paris, n'y étant deſcendu qu'à 13 degrés $\frac{1}{2}$.

La même ſingularité a été obſervée à Menars chez M. le Marquis de Marigny, à Alais en Languedoc, & ſans doute en d'autres endroits que j'ignore. Le puits du château de Menars a 55 pieds de profondeur & 12 de diamètre, mais il eſt à moitié couvert de poutres & de planches; il a néanmoins gelé d'un pouce d'épaiſſeur: deux autres puits dans le Bourg, l'un de 16 pieds de profondeur, & l'autre de 20, & ſeulement de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de diamètre, & entièrement couverts d'une calotte de maçonnerie, en forme de niche cylindrique, ont également gelé; & aucun des vieillards du Pays ne ſe ſouvient d'avoir vu, ni entendu dire, que la même choſe fût arrivée en 1709.

M. l'abbé de Sauvages, de la Société Royale des Sciences de Montpellier, qui réſide ordinairement à Alais, m'a mandé, qu'un puits public dans le faubourg de la Roque, de cette ville, qui ne gela pas non plus en 1709, ſuivant pluſieurs perſonnes âgées du quartier, a gelé cette année; & néanmoins le thermomètre de M. l'abbé de Sauvages, bien expoſé, n'eſt deſcendu qu'à 9 degrés $\frac{1}{2}$. La marche de ſon thermomètre qu'il tient de M. l'abbé Chappe, a été comparée à celle du thermomètre de M. de Reaumur, par M. de Reaumur même, il y a vingt ans. Quelle eſt la cauſe

qui fait qu'un degré de froid moins fort qu'un autre produit plus d'effet? ou la même choſe eſt-elle arrivée en 1709, ſans qu'on en ait fait mention?

Quoi qu'il en ſoit, le progrès du froid de cette année a été prompt; le thermomètre n'étoit qu'à la congélation le 21 Décembre 1767, & dès le 23 à 8 heures du ſoir, les Gardes de la Patache du Mail s'aperçurent que la Seine commençoit à charier une crême de glace, ou de très-petits glaçons; c'eſt ce que les gens de rivière appellent *butiner*. La rivière a continué à charier en augmentant toujours le 24 & le 25; & le ſamedi 26 elle a été arrêtée à 9 heures du matin; & ce qu'il y a encore en ceci d'aſſez ſingulier, & qui montre bien l'âpreté du froid, c'eſt qu'elle a arrêté au moins en trois endroits différens preſque à la fois.

Le milieu de la rivière reſta libre ou non couvert de glaçons, depuis le Pont-royal juſque vers Chaillot ou les Bons-hommes; les glaçons ayant été d'abord arrêtés au pont de Sèves, comme cela arrive preſque toutes les fois que la rivière charie, à cauſe de l'étroit des paſſages qui ne peuvent avoir que la longueur ou portée des poutres; ce qui fait que le courant à l'aval du pont de Sèves eſt auſſi toujours à découvert, ſi ce n'eſt par les côtés.

Ce vide à l'aval du Pont-royal reſta tel, parce qu'avant que le deſſous fût plein ou couvert, les glaçons formèrent un engorgement ou une voute couchée à la ſeule arche du Pont-royal, par laquelle ils paſſoient encore le 26 au matin, les autres ayant été fermées les jours précédens; & la même choſe arriva au Pont-neuf preſqu'en même-temps, car il ne vint de glaçons que pour couvrir le courant juſque vis-à-vis le grand guichet ou environ, de ſorte que le milieu du courant reſta encore à découvert depuis ce guichet juſqu'au Pont-neuf, ſur peut-être 10 à 12 ou 15 toiſes de largeur plus ou moins; depuis le Pont-neuf en montant, la rivière fut entièrement couverte, peut-être juſqu'à Corbeil ou Melun, ainſi que la Marne, à moins qu'il ne ſe ſoit formé d'autres obſtructions au-deſſus, avant que le deſſous fût plein.

La même choſe arriva en 1709; le milieu de la Seine reſta à découvert

à découvert dans Paris par quelques engorgemens formés au Pont-marie & au pont de la Tournelle ou au-deſſus : on peut voir ſur cela l'Hiſtoire de l'Académie de cette année, ou la Diſſertation ſur la glace, par M. de Mairan.

La glace qui forme les deux côtés de ce courant, s'étend bien peu à peu, & elle couvriroit le tout à la fin, ſi le froid duroit aſſez long-temps pour cela, ou que le courant fût peu rapide; mais elle s'étend d'autant plus lentement que l'eau coule plus vîte au milieu, & l'eau coule plus vîte à meſure que le canal diminue par l'augmentation de la glace des côtés, en étendue & en épaiſſeur.

Dans l'hiver de 1762 à 1763, dont le froid fut aſſez conſidérable, les glaçons furent arrêtés par les ponts de Paris, en ſorte que le courant d'au-deſſous reſta libre & ſans glace, à l'exception de celle qui ſe forme toujours ſur les bords; quand ces bords ſont de la grève, où l'eau a peu d'épaiſſeur & de vîteſſe, le milieu de la rivière continue à couler à découvert, juſqu'à ce que de nouveaux glaçons ſe ſoient formés ſur la ſurface de l'eau, (comme l'explique très-bien M. l'abbé Nollet dans un Mémoire lû en 1743) & qu'ils aient marché aſſez long-temps pour ſe groſſir au point de faire prendre la rivière à quelque pont ou autre paſſage étroit & reſſerré; ou bien que la rivière ſe trouvant moins rapide en certains endroits qu'en d'autres, la glace qui commence à ſe former ſur les bords, s'étendant peu à peu, ſe joigne enfin au milieu de la rivière; ce qui arriva en 1763, vis-à-vis Paſſy, entre les Bons-hommes & le château de Paſſy: M. Léveillard, déjà cité, qui a ſa maiſon vis-à-vis, m'a aſſuré qu'on patinoit en cet endroit dans toute la largeur de la rivière.

Il eſt aiſé de concevoir que les piles des ponts en général, & plus dans Paris qu'ailleurs, ſont la principale cauſe qui fait prendre la rivière; l'eau ayant moins de vîteſſe à ſes bords qu'au milieu, & d'autant moins que tous les bateaux qui ſont ſur les ponts la retardent, les arches des côtés ſe trouvent bouchées les premières; il ſe forme alors deux grandes liſières de glace, une à chaque côté, depuis le pont de la Tournelle & le Pont-marie juſqu'au Pont-royal, excepté néanmoins au pont Notre-Dame du côté

de Saint-Denys-de-la-Chartre, à cauſe que la rivière eſt plus profonde de ce côté-là que de l'autre, & que tout le courant s'y porte, l'autre côté étant barré par une digue, & le milieu par les pompes; néanmoins cette année la liſière de glace a été du côté de Saint-Denys-de-la-Chartre comme de l'autre.

Les moulins ſur bateau, & les bateaux chargés de marchandiſes, reſtent chacun à leur place juſqu'à ce que la rivière commence à charier : les Meuniers & les Bateliers ſe mettent bien alors en devoir de ranger leurs bateaux; mais quand le froid augmente auſſi rapidement qu'il a fait cette année, la force de la glace déjà formée ſur les bords de la rivière, & encore plus l'embarras des glaçons qui ſe ſuccèdent empêchent de caſſer la glace des bords, & de ſe ranger auſſi-bien qu'on le pourroit faire, ſi on n'étoit pas inquiété par ces glaçons; les bateaux de marchandiſes reſtent pris, placés les uns devant les autres, & les moulins reſtent encore loin des bords de la Seine par l'embarras de leurs aubes & des glaces, & parce qu'on eſt obligé d'agir précipitamment.

La voie des glaçons ſe rétréciſſant de plus en plus, ceux qui ſont en mouvement ſe touchent, & s'ils ſe trouvent diſpoſés pour cela, ils forment une voûte couchée, dès qu'ils trouvent deux points ſolides pour s'appuyer, & ils arrêtent tout ce qui ſuit.

Il eſt aiſé de concevoir que la cauſe qui fait prendre la rivière plus tôt eſt la même qui ne la laiſſe débâcler que plus tard, toutes les piles des ponts de Paris ſont autant de points d'appui qui retiennent les voûtes formées par les glaçons, & les empêchent de ſe rompre en ne leur permettant aucun mouvement, à moins que la rivière ne hauſſe ou ne baiſſe aſſez conſidérablement pour que les voûtes ſe caſſent.

Ce que je dis du retard des débâcles me ſemble être de la dernière évidence; il ſera bon néanmoins de prouver que le fait y eſt conforme. Ce que je vais dire m'a été aſſuré par M. Guerin, Brigadier des Gardes de la patache du Mail, & confirmé par toute la Brigade: toutes ces perſonnes qui veillent la nuit & le jour par devoir pendant toute l'année, veilloient de plus alors pour leur propre ſalut; pluſieurs autres faits m'ont été commu-

niqués ou confirmés par M. le Curé de Conflans, ou par le ſieur Bouvier, bien connu de l'Académie par différentes inventions ingénieuſes, habitant actuellement à la Rapée, par les gardiens de la pompe du pont Notre-Dame, & autres.

Dès le 8 Janvier, dans la journée, le thermomètre monta au-deſſus de la congélation, & n'eſt plus deſcendu au-deſſous que long-temps après la débâcle: dans le même temps la rivière commença à croître peu à peu; en ſorte que du 8 au 12 au matin elle avoit crû de 19 pouces; & du 12 au 13 au matin, elle crût encore de 9 pouces.

Cette augmentation d'eau élevant & caſſant les glaces, détermina la débâcle qui commença à l'aval du pont de Corbeil le 12 à 8 heures du ſoir: la rivière d'Eſſonne qui ne gèle pas ordinairement, qui n'a gelé que très-peu cette année, & qui entre dans la Seine à Corbeil, peut auſſi avoir été cauſe de ce que la débâcle commença en cet endroit plus tôt qu'ailleurs; le mouvement des glaces ſe communiquant peu à peu, arriva au bac de Ris vers les 9 heures, & à la patache du Mail à 2 heures après minuit; la patache marcha avec les glaçons d'un mouvement preſque inſenſible pendant 36 à 37 minutes, & le tout s'arrêta; ce premier choc n'ayant pu faire partir les glaces du dedans de Paris, les glaces & la patache ne marchèrent que de 7 à 8 toiſes, dans cet intervalle de temps de 36 à 37 minutes; mais le mouvement avoit été beaucoup plus grand par le haut, & ſeulement par la Seine: la Marne n'avoit point crû, & d'ailleurs le pont de Charenton & le nombre d'îles que la Marne a dans ſon cours ſont bien capables d'en retarder la débâcle.

Le mouvement des glaces dans le haut fut ſi conſidérable que dès 11 heures $\frac{1}{2}$ ou minuit, la rivière étoit libre au bac de Ris, l'eau & les glaces y avoient monté ſi haut vers les 10 heures du ſoir qu'elles portèrent le bac ſur une île qui eſt au-deſſous; & elles ne commencèrent à croître à Paris que vers les 8 ou 9 heures du matin du 13; le bateau dans lequel on devoit filtrer les eaux, établi vis-à-vis le port à l'Anglois, fut amené 7 à 800 toiſes plus bas, vis-à-vis le château de Berci, où il étoit tout briſé & fracaſſé; en ſorte qu'on n'en voyoit plus que le

haut, que les habitans de Berci & de la Grande-pinte dépeçoient & emportoient pièce à pièce, lorſque la débâcle repartit vers les 11 heures $\frac{1}{2}$ du matin du même jour 13.

Les piles des ponts de Paris qui tenoient, pour ainſi dire, la glace clouée ſur la rivière, & ſur-tout le pont Notre-Dame, par tout ce dont il eſt embarraſſé, comme je le dirai plus expreſſément ci-après, ne permirent pas aux voûtes couchées de ſe rompre; ce premier mouvement ou reſſerrement des glaces, que les gens de rivière appellent *rencharge*, ne peut ſe faire ſans déranger beaucoup les glaçons, les faire entaſſer & culbuter, en ſe dirigeant de tous les ſens, horizontalement, verticalement, paſſant les uns ſur les autres ou coulant par-deſſous, &c.

On ſent encore aiſément que tous ces glaçons amenés & amoncelés en plus grande quantité ſur chaque place, chargeoient davantage ſur la ſurface de l'eau, s'y enfonçoient & diminuoient d'autant ſon paſſage; alors l'eau s'accumula de proche en proche du côté d'en haut vers Choiſi, Ablon, &c. & d'autant plus qu'il avoit plu un peu en Bourgogne quelques jours auparavant, ce qui avoit cauſé dans la rivière la petite augmentation d'eau dont j'ai parlé.

Ce que j'avance de cette retenue d'eau faite de proche en proche, du côté d'amont, par l'accumulation des glaces qui en diminuoient le paſſage, a été prouvé par la diminution ſubite de la rivière ſurvenue après la débâcle; car à l'échelle du Pont-royal l'eau étoit à 18 pieds le 13 Janvier au ſoir; & à 18 pieds 6 pouces le 14 au matin: le 18 elle n'étoit plus qu'à 10 pieds 6 pouces, ayant diminué de 8 pieds en quatre jours.

Ce qui augmenta auſſi conſidérablement le volume total dans la rivière, étoit peut-être plus le volume des blocs de glace, épais comme ils étoient, que celui de l'eau; celle-ci les lavant continuellement & avec vîteſſe, en paſſant par les interſtices, les fondoit peu à peu, & le volume total diminuoit d'autant les jours ſuivans.

Cette quantité d'eau & de glace accumulée de proche en proche en remontant, ſe fit à la fin paſſage, & ſouleva plus rapidement les glaces dans Paris; de ſorte qu'à 10 heures du matin du même

jour 13, la rivière étoit déjà d'environ 2 pieds plus haute qu'elle n'étoit à 8 heures; l'eau croiſſant toujours, les voûtes couchées appuyées contre les piles des ponts, caſsèrent enfin à 11 heures $\frac{1}{2}$ ou environ, & la débâcle partit; l'eau étant au Pont-royal à environ 12 pieds $\frac{1}{2}$; mais bientôt elle monta plus vîte.

Les glaçons s'étoient tellement accumulés à l'entrée & au-deſſus de Paris, que quoique ce qui commençoit à partir ne pût aller auſſi vîte que ce qui étoit déjà en mouvement, il y en avoit tant d'amoncelés qu'il y en avoit de quoi couvrir tout le courant, & encore une épaiſſeur conſidérable ſous ceux-là; ils marchoient ſans laiſſer le moindre eſpace vide; le courant alloit comme s'il n'eût été compoſé que d'un ſeul glaçon; pluſieurs étoient retenus & menés verticalement entre les autres, tant ils étoient ſerrés: on ſent par-là combien ils devoient être enfoncés dans l'eau.

Dès que l'obſtacle fut vaincu dans Paris, la partie d'amont qui avoit déjà cheminé dans la nuit ne tenoit plus enſemble, & tendoit à pouſſer ce qui étoit en avant; mais le chemin n'étoit pas frayé du côté d'aval; il falloit que ce qui arrivoit mît en mouvement ce qu'il rencontroit: les ponts de Sèves, de Saint-Cloud & de Neuilly, ne livroient que des paſſages encore plus étroits que ceux de Paris.

M. Perronet a vu au pont de Sèves, ſur-tout vers les culées, les glaçons accumulés juſqu'aux poutres, ſaillans hors de l'eau de 4 à 5 ou 6 pieds, ce qui ne pouvoit être, qu'ils ne portaſſent ſur d'autres qui devoient porter eux-mêmes au fond de la rivière, l'eau paſſoit entre les glaces & les fondoit peu à peu: on doit être étonné que le pont ait réſiſté à cet effort.

Le courant étoit moins rapide en aval qu'en amont; ce qui faiſoit croître la rivière preſque à vue d'œil; de ſorte qu'à 2 heures après midi elle étoit à environ 16 pieds à l'échelle du Pont-royal, tandis qu'elle n'étoit la veille au ſoir qu'à 8 pieds 4 pouces, les glaçons venant de plus en plus, & le courant n'étant établi que par deux arches du Pont-royal; ces deux arches s'obſtruèrent de nouveau à 2 heures & demi, & ſi bien que quoique l'eau montât encore de 2 pieds avant la nuit, elle ne put faire repartir les glaces; le Pont-royal étant bouché, le reſte de la

rivière dans Paris & au-deſſus, fut bientôt couvert de glaçons amoncelés & bouleverſés de tous les ſens, ſpectacle affligeant par l'idée du mal qu'il faiſoit craindre.

Ce fut dans ce même-temps que l'Académie aſſemblée, toujours attentive à tout ce qui peut tendre au bien de la Société, ou à diminuer les maux, nous chargea, M. Buache & moi, d'examiner & de ſuivre le progrès de l'inondation; le préſent Mémoire eſt le réſultat de tout ce que j'ai pu apprendre à ce ſujet, & des remarques que j'ai eu occaſion de faire.

L'eau étoit à 18 pieds le 13 à 4 heures $\frac{1}{2}$ du ſoir, elle augmenta de 5 à 6 pouces pendant la nuit; en ſorte qu'elle étoit à 18 pieds $\frac{1}{2}$ le jeudi matin 14, & la glace lâcha au Pont-royal vers les 8 à 9 heures du même jeudi matin; mais elle tint au Pont-neuf & au-deſſus, tout le jeudi & tout le vendredi, & elle partit pour la dernière fois dans la nuit du 15 au 16.

Si pendant le temps que les glaces ont été arrêtées du 13 au 15, le froid eût repris, comme on devoit le craindre (car il n'eſt pas ordinaire, après un froid ſi vif, de le voir ceſſer ſi ſubitement dès le 8 Janvier, qui eſt communément le temps de nos plus grands froids), les glaçons accumulés comme ils étoient, auſſi épais & en auſſi grande quantité, ſe ſeroient ſoudés les uns aux autres; ce qui auroit formé une glace de 7, 8 ou 9 pieds d'épaiſſeur ou davantage, & eût pu cauſer les plus grands malheurs; auſſi les Magiſtrats, toujours attentifs à la ſûreté & à la conſervation des Citoyens & de leurs biens, avoient-ils ordonné aux habitans de deſſus les Ponts, de déménager avec leurs effets les plus précieux.

C'eſt la Seine ſeule qui a produit tout ce mal & tout le dégât dont je vais parler; la Marne n'a débâclé que le 18 à 9 heures du ſoir.

A moins qu'il n'y ait des pluies en Champagne pendant le temps que les rivières ſont priſes, la Marne eſt communément la dernière à débâcler; le Pont & les Iſles de Charenton en ſont ſans doute la cauſe: on ſent aiſément que c'eſt un avantage pour Paris; car ſi la débâcle de la ſeule rivière de Seine a fait tant de dommages, qu'auroit-ce été ſi la Marne avoit débâclé en même-temps?

C'eſt la débâcle du 13 Janvier qui a fait la plus grande partie des dommages qu'il y a eu ſur les ports de Paris: j'ai déjà dit que l'eau étoit à 12 pieds $\frac{1}{2}$ à l'échelle du Pont-royal; à 11 heures $\frac{1}{2}$, lorſque la débâcle partit; cette élévation de la rivière, formée par l'accumulation d'eau & de glaces qui s'étoit faite au-deſſus de Paris, facilita la prompte deſcente des glaces d'amont, dès que le paſſage fut ouvert: cette abondance de glaçons qui arrivoient en foule, non-ſeulement à la ſurface de la rivière, mais entremêlés dans l'eau, entraînoit tout ce qu'elle rencontroit; elle amena dans le premier quart-d'heure un fort bateau Marnois dans l'arche du Pont Notre-Dame, où eſt la machine à gauche: ce bateau étant dirigé obliquement, comme les glaçons le menoient, ſa pointe alla s'appuyer contre une des palées de la machine; le bateau étoit fort, il réſiſta aux efforts des glaçons, garantit la machine qui auroit été en très-grand danger ſans lui, & rendit cette arche inutile au paſſage de la débâcle; quelques gros glaçons ſe préſentant à la fois devant la machine de la droite, qui ne laiſſe, non plus que l'autre, que 24 pieds de largeur de paſſage dans ſon milieu, firent route & en bouchèrent le courant: les glaçons n'eurent alors de débouché que par les arches de droite & de gauche, & ils n'en auroient eu que par les deux ſeules arches de la gauche, ſi la rivière n'étoit devenue auſſi haute qu'elle le devint en très-peu de temps; la digue qui barre le devant des deux arches de la droite les eût rendues inutiles à la débâcle.

Les glaçons arrivant en foule, & plus vîte qu'ils ne pouvoient paſſer par ces deux détroits, les derniers pouſſoient les premiers de côté & d'autre en avançant toujours; ils caſſoient les cables, entraînoient les bateaux, grands & petits, ou les pouſſoient contre les maiſons ou contre les quais, les faiſoient entrer les uns dans les autres, les flancs des plus foibles cédant aux plus forts, &c.

La Samaritaine fut garantie comme la pompe du Pont Notre-Dame, par trois bateaux de blanchiſſeuſes, & autant de moulins que les glaçons pouſſèrent ſur les bateaux devant l'arche de cette machine; trois bateaux & deux moulins y ont péri; on ne les a enlevés que pièce à pièce.

Il y eut en cet endroit peu après le commencement de la débâcle, un ſpectacle bien triſte & bien effrayant, je ne puis me le rappeler ſans frémir. Deux filles ſe trouvèrent entraînées dans un bateau de blanchiſſeuſes tout fracaſſé, qui, heureuſement pour elles, vint ſe loger dans l'arche de la Samaritaine, non loin d'un moulin qui venoit d'y être coulé à fond, & leur bateau étoit prêt à en faire autant. Les glaçons entaſſés, les moulins & les bateaux briſés en cet endroit ne leur permettoient aucun paſſage: elles croyoient être à leur dernier moment, lorſque quelques perſonnes ſecourables leur deſcendirent une corde de deſſus le parapet; l'une des deux, celle à qui j'ai parlé, s'en ſaiſit, la paſſe ſous ſes aiſſelles, la noue elle-même, & on l'enlève; mais quelle fut ſa frayeur? Quelque nœud ſe reſſerrant lui fit croire que la corde caſſoit; elle arriva évanouie en haut; on ſecourut enſuite l'autre. Un charbonnier au même endroit ne fut pas auſſi heureux, il tomba entre un bateau & des glaçons, & diſparut.

Ce n'eſt pas ſeulement dans Paris que l'accumulation des glaçons qui s'étoit faite pendant la nuit, a été funeſte; dès que le courant fut ouvert dans Paris, cette maſſe énorme de glaçons, entaſſés en amont, peut-être juſqu'à Villeneuve-Saint-George, ou encore plus haut, entremêlés d'eau, & par conſéquent très-prêts à marcher au moindre mouvement qui ſe feroit par en bas, ſe mirent en marche de proche en proche; la moindre vîteſſe avec une telle maſſe ne pouvoit produire que des effets terribles; pluſieurs bateaux de charbon de bois & de terre, périrent au bas de Conflans: la rivière étoit ſi haute qu'elle porta un train de groſſes pièces de charpente deſtinées pour la Marine dans un jardin de Bercy, en faiſant marcher le parapet devant le train de bois; l'eau étoit dans cet endroit 2 pieds plus haute que le parapet, ce que j'ai reconnu aux marques faites aux arbres par les glaces: cette hauteur de l'eau porta & répandit une quantité prodigieuſe de glaçons dans les plaines d'Ivry, de Maiſons, de Choiſi, de Villeneuve-Saint-George, &c. qui ont été autant de moins pour le paſſage dans Paris: l'eau entra dans le faubourg Saint-Antoine par la rue Traverſière, qui fut remplie de glaçons juſqu'au de-là de la rue de Charenton.

Toutes

Toutes ces pertes causèrent une désolation affreuse sur tous les bords de la rivière, mais sur-tout depuis le Pont-neuf en haut, & encore plus à la Grève & au Port-aux-blés, qu'ailleurs; ce qui ne seroit vraisemblablement pas arrivé, si les deux arches du milieu du Pont Notre-Dame, qui sont les plus grandes, & celles qui se présentent naturellement au fort du courant, avoient été libres, comme elles devroient l'être; d'autant plus que dans ces momens fâcheux & terribles, les glaces n'ont de débouché que par ce bras de la rivière: celui de l'Hôtel-Dieu étant plus petit, plus embarrassé & ayant moins d'eau, débâcle presque toujours le dernier, & ne peut fournir qu'un petit débouché. Il y a grande apparence que la plupart des malheurs dont parle l'Histoire de Paris, sont dûs à de semblables accumulations de glaces.

Entre les personnes qui pourront lire ce Mémoire, plusieurs n'auront peut-être jamais occasion de voir le Pont Notre-Dame, dont je parle, pour en juger par elles-mêmes; je crois, par cette raison, devoir en décrire le dessous plus particulièrement, pour mieux faire sentir combien les ouvrages qu'on a appuyés contre ce Pont, depuis qu'il est construit, nuisent au passage des grandes eaux, & encore plus à la débâcle des glaces; je le dois d'autant plus, qu'il y a dans Paris bien des personnes qui n'y ont sûrement jamais fait attention.

Le Pont Notre-Dame est placé sur le principal bras de la Seine, & presque le seul par lequel se font les débâcles, comme je viens de le dire; il a six arches, les deux du milieu n'ont que 55 pieds de diamètre chacune; les autres vont en diminuant de côté & d'autre, comme à tous les anciens Ponts. On sent aisément, sans l'avoir vu, que les deux arches du milieu sont celles qui se présentent naturellement au fort du courant, & celles qui devroient former le passage le plus libre; telle étoit l'intention de l'Architecte, qui a fait ces arches plus grandes que les autres; & c'est précisément à l'aval de ces deux arches que sont placées les deux machines qui élèvent le peu d'eau qui est distribué dans Paris.

Tout l'entre-deux de ces deux machines est occupé & entièrement barré par le puisard des pompes, qui sert de base à la

tour où elles élèvent l'eau; les palées qui portent les logemens de ces machines, les ailerons & les pieux des guides des roues, occupent ou barrent les côtés, & ne laiſſent que 24 pieds de paſſage libre, répondans au milieu de chaque arche où ſont placées les roues; & pour envoyer plus d'eau à ces machines, on a de plus conſtruit une digue qui barre le devant des deux arches de la droite juſqu'à une certaine hauteur, ce qui empêche tout paſſage d'eau & de glaces tant que les eaux ſont moyennes ou baſſes, & gêne également le cours des eaux lors des inondations, en les ſoutenant plus élevées qu'elles ne le ſeroient ſans cette digue: cette gêne du cours des eaux eſt encore augmentée par les piles du quai de Gèvres, conſtruit contre toute raiſon ſur la rivière même en 1642, malgré les juſtes & ſages repréſentations du bureau de la Ville: ouvrage qui ne produit aucune décoration dans cette capitale, & qui au contraire eſt nuiſible, puiſqu'il empêche de jouir de la vue de la rivière. Il n'eſt preſque d'aucune commodité au public, & ſera toujours un obſtacle de plus à la démolition des maiſons de deſſus les ponts, parce qu'on ne peut pas ſupprimer celles du Pont-au-change & du pont Notre-Dame, qu'on ne ſupprime celles qui ſont ſur le quai de Gèvres juſqu'à la rue de ce nom.

Quelqu'un dira peut-être que je me plains des embarras du pont Notre-Dame, & que l'obſtruction du 13 Janvier, à deux heures & demie, s'eſt faite au Pont-royal: cela eſt vrai, le haſard a amené à la fois à ce dernier pont des glaçons diſpoſés à former deux voûtes couchées de 70 à 75 pieds de diamètre, qu'il pouvoit bien plutôt former aux deux arches libres du pont Notre-Dame, qui n'ont que 54 & 48 pieds de diamètre; cela eſt ſenſible.

L'on voit d'après cela que toute la navigation montante & deſcendante, tant qu'elle eſt pratiquable, ne peut ſe faire que par les deux arches de la gauche du pont Notre-Dame, où le courant ſe trouve très-rapide à cauſe du barrage ou excluſion des quatre autres: ce n'eſt pas tout encore; lorſque les eaux ne ſont que moyennes ou baſſes, temps où la navigation devroit être la moins gênée, deux moulins ſur bateaux ſe placent dans

ces deux arches afin d'en diminuer le grand courant & d'envoyer plus d'eau aux machines: il eſt vrai que celui des deux moulins qu'on met dans la dernière arche à gauche, n'a cette permiſſion qu'à condition de livrer le paſſage certains jours de la ſemaine; c'eſt une Loi à laquelle doivent ſe conformer les Marchands de rivière: ſi les marchandiſes demandent plus de célérité, il faut aller demander un ordre au bureau de la Ville, ce qui, comme l'on voit, eſt encore un ſurcroît de gêne pour la navigation; & cela, pour donner dans Paris 90 à 100 pouces d'eau, tandis qu'il en faudroit 1000 à 1200 pour le moins, le produit de ces deux machines n'étant guère au-delà de ce qu'il en faut aux habitans de cette grande ville pour leur boiſſon. Si je parlois de ſemblables ouvrages faits à mille lieues de Paris, on croiroit que j'exagère, mais tout le monde peut connoître la vérité de ce que j'avance; à Dieu ne plaiſe cependant que je veuille par-là blâmer la mémoire des Magiſtrats qui ont fait établir ces pompes: deux bonnes raiſons les excuſent; ils ne connoiſſoient pas d'autre moyen pour avoir de l'eau, & avant les pompes le même établiſſement exiſtoit; c'étoient deux moulins à farine; on ne fit qu'en changer les mouvemens.

Il faut eſpérer qu'à préſent qu'on connoît un moyen ſûr pour avoir toute l'eau néceſſaire, eau que ſept Chimiſtes du premier ordre, M.rs Hellot, Macquer, Majault, Poiſſonnier, de la Rivière, Roux & d'Arcet, atteſtent & ſignent être auſſi ſalubre que l'eau de la Seine, & plus légère que celle d'Arcueil & de Ville-d'Avray; il faut eſpérer, dis-je, que l'on cherchera les moyens les plus convenables pour la faire venir dans tous les quartiers de cette grande ville, qui en ont tous le plus grand beſoin, & que l'on débarraſſera enſuite la rivière & les ponts de tout ce qui gêne le cours de l'eau: n'eſt-il pas triſte, je dirai même humiliant, que la capitale du plus beau royaume de l'Europe ſoit fournie d'eau par des tonneaux traînés ſur des charrettes, ou par des hommes qui la portent ſur leurs épaules du milieu de la ville juſqu'à ſes extrémités: les ſources d'Arcueil ſont actuellement réduites à 2 pouces $\frac{1}{2}$ ou 3 pouces d'eau au plus, au lieu de 50 à 60 qu'elles donnoient communément: il y a deux ans

que les faubourgs Saint-Jacques & Saint-Marceau n'en ont eu qu'un petit filet à la fontaine Pot-de-fer: le pauvre peuple n'a que de l'eau de puits pour tous ſes uſages; l'Aſſemblée qui me fait l'honneur de m'entendre, voudra bien me pardonner cette petite digreſſion; je reviens à mon ſujet.

Les machines & la digue du pont Notre-Dame ſont, comme je crois l'avoir aſſez fait ſentir, la principale cauſe du retard des débâcles, parce qu'elles occupent les paſſages qui donneroient le plus de facilité ſi elles ne les occupoient pas: ces machines & ces digues ſont donc auſſi la cauſe de l'accumulation des glaces avant la débâcle; elles gênent l'écoulement quand la débâcle eſt commencée; par-là elles ſont la cauſe de la pouſſée de droite & de gauche, & elles ont par conſéquent grande part aux pertes faites ſur le Port-aux-blés & à la Grève, ſi même elles n'en ſont pas l'unique cauſe, d'autant plus que le courant qui vient par le Pont-rouge tend à porter plus du côté de la digue que de l'autre.

On voit d'après tout cela, combien il eſt à deſirer pour le bien public, & en particulier pour celui des Marchands de rivière, que ces machines & la digue faite pour leur envoyer de l'eau ſoient démolies: la machine de la Samaritaine eſt bien dans le même cas ou à peu près; elle & ſa digue bouchent deux arches, & par-là elles ſont cauſe, ainſi que les machines du pont Notre-Dame & le quai de Gêvres, que tout ce côté de la rivière ne fournit aucun débouché dans les débâcles, ou n'en fournit que fort peu, ſans néanmoins que les moulins & les bateaux qui y ſont ſoient plus en ſûreté, les glaçons faiſant effort par les côtés, par la raiſon que leur paſſage eſt diminué.

L'on peut voir clairement à préſent, que le mal en général vient de deux cauſes, qu'il faut bien méditer & bien ſentir; la première & la principale eſt l'accumulation des glaces faite à l'entrée de Paris & au-deſſus, laquelle doit avoir lieu fort ſouvent, ſi elle ne l'a pas toujours, peu ou beaucoup; ce qui prouve qu'elle l'a au moins fort ſouvent, c'eſt qu'on lui a donné le nom de *rencharge;* M. Guerin m'a dit avoir remarqué la même choſe il y a deux ou trois ans, & encore une autre année auparavant,

mais il ne ſe ſouvient pas laquelle : on ſent au reſte que la choſe doit être ainſi plus ou moins ſenſiblement ; & c'étoit un point eſſentiel à remarquer, pour tâcher d'y apporter remède ; remarque que perſonne n'avoit faite, & qu'il eſt de la plus grande importance de connoître. 2.° Une autre ſource du mal, eſt que le paſſage pour l'arrivée des glaçons eſt très-libre quand l'obſtacle eſt vaincu, & celui de leur traverſée dans Paris & de leur ſortie très-gêné : voici un moyen que je crois propre à remédier à ces deux cauſes.

MOYEN.

Le milieu du courant reſté libre en 1709, & en deux endroits cette année-ci, ſans parler de bien d'autres hivers, nous montre que s'il y avoit un moyen de faire prendre la rivière au-deſſus de Paris, dès qu'elle commence à *butiner*, pour me ſervir du terme des Mariniers, tout le deſſous reſtant ſans glaçons, on auroit toute la liberté d'y manœuvrer à tout ce qui ſeroit néceſſaire ; les propriétaires des moulins & des bateaux vides ou chargés de marchandiſes, auroient la liberté de les placer à leur volonté où ils les jugeroient le plus en ſûreté ; il ſeroit aiſé à chacun de caſſer la glace qui ſe formeroit chaque jour autour des bateaux ; un croc de marinier ou une perche ſuffiroit pour cela, ou un batelet que trois ou quatre hommes feroient balancer le long des bateaux ou des bords de la rivière ; en faiſant cette manœuvre une fois par jour, la glace n'auroit pas le temps d'acquérir de la force, ce ſeroit l'affaire de peu de temps pour chacun ; & avec fort peu de dépenſe, la Ville tiendroit les arches des ponts toujours libres : au lieu que dès que la rivière charie, perſonne ne peut aller deſſus ; les arches des côtés ſe bouchent, & les débâcles ne ſe font que par les deux ou trois ou quatre arches du milieu de chaque pont, au moins dans le commencement ; & c'eſt preſque toujours dans ces premiers momens que le mal eſt fait : chacun pourroit ſans doute, dans l'état actuel, caſſer la première glace qui ſe forme autour des bateaux ou ſur le bord de la rivière ; mais voyant qu'elle va charier, & qu'elle remplira bientôt tous les intervalles avec ſes glaçons, on ſent que ce ſeroit de la

peine perdue; & par cette raiſon perſonne ne caſſe la glace qui ſe forme autour de ſon bateau ou de ſon moulin, & elle acquiert toute la force que le degré de froid qu'il fait peut lui donner. Cette année, la glace formée dans les endroits tranquilles & ſans mouvement, avoit 9 à 10 pouces d'épaiſſeur: arrivée à ce degré de force, elle n'eſt pas aiſée à caſſer; il faut la piocher preſque comme la pierre dans une carrière, & tout ce qui ſe trouve enchâſſé dans une telle glace, bateaux, moulins & marchandiſes, eſt fort en danger lorſque la débâcle arrive, d'autant plus que tous les intervalles ſont alors pleins d'une pareille glace, & que le courant eſt plus gêné par les arches bouchées; au lieu que s'il eſt poſſible, comme je le crois, de faire prendre la rivière au-deſſus de Paris, & la Seine ſéparément de la Marne, avec la liberté de débâcler à la moindre crûe ou au moindre abaiſſement qui déterminera la glace à ſe rompre, il ne pourra jamais s'y former aucune rencharge ou accumulation de glaçons, qui eſt le point eſſentiel à conſidérer; lorſque la débâcle arrivera, les glaçons paſſant, pour ainſi dire, du plein au vide, ayant une longueur de rivière de 3000 toiſes à remplir, ils ſe diſperſeront ou ſe ſépareront un peu les uns des autres; venant à rencontrer les premiers ponts, ils ſe briſeront, s'ils ne l'ont fait dans les 3000 toiſes qu'ils auront à parcourir avant d'arriver aux premiers ponts; trouvant enſuite dans la ville le baſſin de la rivière bien libre, ainſi que toutes les arches des ponts, il eſt vraiſemblable qu'ils paſſeront ſans faire de dégât, ni former d'obſtruction aux ponts, à moins que ce ne ſoit à la pompe du pont Notre-Dame, qu'on ne peut pourtant ôter, qu'on n'ait fait arriver l'Yvette.

Il me ſemble voir clairement que les glaces de la Seine venant ainſi de loin, ſans qu'il y ait eu aucune accumulation ou rencharge, & trouvant la traverſée de Paris libre, doivent y paſſer ſans cauſer de dommage, comme y paſſe la débâcle de la Marne, qui ſe faiſant preſque toujours après celle de la Seine, & trouvant tous les paſſages ouverts, ne fait jamais de mal, au moins que je ſache, comme n'en a pas fait cette année la débâcle de tout ce qui étoit en amont du pont de Corbeil, qui ne débâcla que dans la nuit du 15 au 16: c'étoient les glaçons qui paſsèrent dans Paris

le 16 au ſoir, ils étoient tellement diſperſés & diſtans les uns des autres, qu'ils étoient hors d'état de faire aucun mal.

Voyons à préſent s'il eſt poſſible de faire prendre la rivière où l'on voudra.

Avant de paſſer au moyen que j'ai à propoſer, je ferai remarquer un fait qui eſt ſous les yeux de tout le monde, & qui ſervira à prouver que ce que je vais propoſer aura plus que la force néceſſaire.

On nomme *bièles* à la machine de Marli, & par-tout où il y en a de ſemblables, des pièces de bois qui tiennent par un bout aux manivelles des roues, & qui mènent par l'autre les leviers droits ou courbes qui font jouer les piſtons ou les chaînes le long de la montagne : il y en a cinq entr'autres, à la machine de Marli, de 8 pouces ſur 6 d'écarriſſage, & de 14 à 15 pieds de long, armées de fer par les deux bouts, leſquelles tirent & pouſſent alternativement & continuellement, en faiſant un effort de ſeize à dix-ſept milliers peſant.

Cela conſidéré, je propoſe de placer ſur la rivière une chaîne flottante faite avec de forts madriers de ſapin de 6 pouces d'épaiſſeur réduite, ſur 12 à 15 pouces de largeur, & de 20 à 24 pieds de longueur, armés de fer par les deux bouts, comme les bièles de la machine de Marli ; ces armatures prenant les madriers en biais en venant aboutir à deux angles d'un même côté du madrier, comme le montre la *figure 1re*, & mariés les uns aux autres par de forts crochets de fer, on aura un moyen d'arrêter les glaçons, l'obſtacle ſera capable d'une très-grande réſiſtance, & plus que ſuffiſante pour faire prendre la rivière.

Je ne ferois nulle difficulté de me charger de faire prendre la Seine à la Rapée, quoiqu'elle y ſoit fort large ; mais il ſera plus avantageux de faire prendre la Marne & la Seine ſéparément, afin que la débâcle de l'une ne détermine pas celle de l'autre, & il ſera plus facile de les faire prendre par pluſieurs chaînes plus courtes, & par conſéquent plus maniables, comme de 25 à 30 toiſes de long, que l'on placera ſur l'eau, lorſque le froid eſt à la veille de faire charier la rivière, que de la faire prendre

par une ſeule chaîne de 130 à 140 toiſes de long; il faut pour cela ſe former des points d'appui.

Le canal de la Seine, quand elle ſe réunit à la Marne ou un peu au-deſſus, a environ ſoixante-dix à quatre-vingts toiſes de largeur, ſelon le plan de M. l'abbé de la Grive, & un plan que m'a communiqué M. Moreau, Architecte de la Ville: je propoſe de planter aux deux bords de la Seine, avant qu'elle ait reçu la Marne, & là où elle eſt la plus étroite, deux rangées ou palées de pieux, comme pour faire deux piles d'un pont de bois, mais beaucoup moins larges que ceux de Sèves ou de Neuilly; on plantera deux autres rangées de pieux, entre-deux, dans la rivière même, de ſorte que la largeur du canal ſoit diviſée en trois parties égales par ces rangées de pieux; on les moiſera & conſolidera avec autant de ſoin que ſi c'étoient réellement des piles pour un pont; c'eſt à ces palées de pieux qu'on amarrera les chaînes de madriers; on ne fera ces palées de pieux que de la hauteur néceſſaire, pour que les Mariniers puiſſent les voir, tant que la rivière eſt navigable.

On auroit peut-être demandé il y a cinquante à ſoixante ans; d'où ſavez-vous que la rivière eſt à la veille de charier? mais depuis qu'on ſait faire des thermomètres comparables, qui faits à Paris, à Londres ou à Lyon, marquent le même degré lorſqu'ils ſont enſemble; on ſait à ne pas s'y méprendre, ſi la rivière eſt près de charier, ou ſi elle en eſt encore éloignée. M. l'abbé Nollet a obſervé pluſieurs fois, qu'elle ne commence à charier, que quand le thermomètre de M. de Reaumur eſt entre 6 & 7 degrés au-deſſous de la congélation: on placera donc ces chaînes ſur l'eau, lorſqu'on verra le thermomètre arriver à 5 degrés au-deſſous de la congélation, en les lâchant de 20 à 30 toiſes plus haut, & les tenant en retraite par deux cordages qu'on laiſſera filer autour de deux pieux plantés pour cet effet, ſur les bords de la rivière; on amènera les chaînes à leur place, & on les amarrera avec deux bonnes chaînes de fer, aux palées de pieux dont il vient d'être parlé: ces chaînes laiſſées un peu lâches flotteront ſur l'eau, prenant la forme de la chaînette, & s'y enfonceront de 4 à 5 pouces, quoique la peſanteur ſpécifique du

ſapin

ſapin ne ſoit guère que la moitié de celle de l'eau ; mais il s'imbibera peu à peu & deviendra par-là plus peſant, & le poids ſera augmenté de plus par les armatures de fer des deux bouts de chaque madrier.

Voyons maintenant, ſi une de ces chaînes réſiſtera aux efforts de l'eau & des glaces, en cavant au plus fort, & pour cela au lieu de 70 à 80 toiſes que la Seine a de largeur en cet endroit, ſuppoſons-en 90 ; chacune des trois chaînes préſentera 30 toiſes de longueur au courant ou 180 pieds ; ſuppoſons notre chaîne enfoncée de 8 pouces dans l'eau, ou préſentant au courant une ſurface de 180 pieds de long ſur 8 pouces de hauteur, à cauſe d'un peu de glace qui s'y formera ; elle oppoſera 120 pieds carrés de ſurface au courant ; ſuppoſons ce courant également rapide dans toute ſa largeur, ce qui n'eſt pas, & donnons-lui trois pieds de vîteſſe par ſeconde, ce qui n'eſt jamais à moins que la rivière ne ſoit un peu haute, & alors il n'y a pas à craindre qu'elle prenne, quand même elle charieroit : un tel courant fait un choc de 11 livres au plus contre une ſurface d'un pied carré ; l'effort total contre la chaîne ſera donc de 1320 livres, dont la moitié, de 660 livres, eſt l'effort que chaque point d'appui ou chaque chaîne de fer aura à ſoutenir ; & c'eſt ce même effort qui tendra à ſéparer les madriers, ou à les déchirer, en tirant ſuivant leur longueur ; ce qui n'eſt pas la vingt-quatrième partie de l'effort que font les bièles de la machine de Marli ; le ſapin n'eſt pas auſſi fort que le chêne, mais il y a ici une fois & demie autant de bois.

L'effort qui tendra à rompre chaque chaînon ou madrier, ſuppoſé de 24 pieds de long, & en agiſſant comme s'il le portoit à ſon milieu, étant poſé de champ ſur ſes deux bouts, ne ſeroit que de 176 livres ; il n'eſt pas beſoin de prouver que chaque madrier poſé ſur ſon champ, peut réſiſter à un effort beaucoup plus grand, à bien plus forte raiſon s'il n'a que 20 pieds de long.

Mais, dira quelqu'un, le choc des glaçons tout formés ſera plus grand que celui de l'eau ; tout ſon effort ſe fait dans un ſeul point ; au lieu que l'effort de l'eau ſe diviſe ſur toute l'étendue du

madrier ; & quand il y aura beaucoup de glaçons accumulés, leur effort rompra la chaîne.

Je conviens, que ſi pluſieurs gros glaçons tout formés, de 12 à 15 ou 20 pieds de diamètre, venoient à la fois heurter cette chaîne, ils pourroient peut-être l'endommager, encore cela eſt-il douteux ; mais j'ai dit qu'on doit placer cette chaîne, avant que la rivière charie, & on ne l'a jamais vu mener de gros glaçons, en commençant, pas même de médiocres ; lorſqu'elle commence à butiner, ce n'eſt d'abord qu'une crême ou bouſin, ſans conſiſtance, ou des glaçons très-petits, qui, ayant peu de maſſe, feront peu d'effet ſur la chaîne, & d'autant moins qu'il ſe ſera bientôt formé une eſpèce de matelas, de ce bouſin arrêté par la chaîne, contre lequel les premiers petits glaçons viendront heurter & s'arrêter ; leur effort ſera d'autant moins d'effet qu'ils frapperont contre ce bouſin ſans conſiſtance ; les premiers glaçons arrêtés, ſerviront de matelas aux ſeconds ; ainſi leur choc ne pourra faire aucun effet fâcheux ſur la chaîne.

Si, malgré ce que j'avance que la rivière ne mène jamais de gros glaçons quand elle commence à charier, on veut ſuppoſer qu'il en vienne quelqu'un dès le commencement & avant qu'il y ait aucune autre glace contre la chaîne, ce glaçon n'en ſera pas plus de mal : il ne pourra jamais donner de coup ſec ; le madrier frappé cèdera moelleuſement, parce que le total des madriers formant une courbe, ceux des côtés cèderont en ſe redreſſant, ce qui permettra au madrier frappé un petit mouvement en aval ſuffiſant pour amortir le coup.

Les premiers glaçons arrêtés contre la chaîne étant en repos, ne feront d'autre effet contre elle que celui qu'ils recevront par le choc de l'eau qui choquera contre les derniers glaçons arrivés, au lieu de frapper contre la chaîne, y en eût-il un quart de lieue de long ; tout ce qu'il pourroit y avoir de plus que le choc de l'eau contre les derniers glaçons arrivés, ce ſera le choc de l'eau contre les inégalités du deſſous de la glace.

Les deuxième, troiſième, quatrième, &c. glaçons qui viendront frapper contre ceux qui ſeront déjà arrêtés par la chaîne, feront d'autant moins d'effet qu'ils frapperont contre des corps capables

de céder un peu au choc ainſi qu'eux-mêmes; ces glaçons ſe ſouderont entr'eux, & bientôt la rivière ſera priſe & la chaîne inutile.

On n'aura aucune inquiétude ſur la force ou la réſiſtance de cette chaîne, ſi on conſidère qu'un cable de bac bien moins fort que notre chaîne, beaucoup plus long & plus tendu, réſiſte au choc de l'eau contre le bac, lequel préſente toujours plus de ſurface au courant que ne feront nos chaînes; que ce cable réſiſte lorſque le courant eſt rapide, comme quand il eſt lent; que l'effort du bac contre le cable ſe fait en un ſeul point, & que celui de l'eau ou des glaçons ſera répandu dans toute la longueur de la chaîne; enfin le bac eſt en mouvement, & ſon effort contre le cable eſt augmenté par un nombre de petites ſecouſſes plus ou moins ſenſibles, & par le choc du courant contre les deux parties du cable qui ſont dans l'eau, au lieu que les glaçons ſeront en repos contre la chaîne de madriers, ainſi que la chaîne: on barrera de la même manière les arches du pont de Charenton, en amarant les chaînes aux piles du pont.

Il pourra bien arriver qu'il paſſera d'abord quelque petit glaçon ſous la chaîne, y en ayant de moins ſpongieux que les autres; mais ce ne ſera guère que dans le commencement. Dès qu'il y aura quelque étendue de la rivière qui ſera couverte de glaçons, ceux qui plongeront ſous les autres venant à remonter vers la ſurface, vu qu'ils ſont toujours plus légers que l'eau, ſeront arrêtés par les inégalités de ceux qui couvriront la rivière.

Trois ou quatre jours après que les deux rivières ſeront priſes; ou plus tard ſi l'on veut, on ira avec des bateaux & des haches ou pioches, caſſer la glace qui touche la chaîne, on ôtera celle qui ſe ſera formée dans les joints & autour des madriers, on lâchera un des bouts de la chaîne, en faiſant partir une clavette diſpoſée pour cela, la chaîne ira ſe ranger le long de l'autre bord, & l'on en ôtera les madriers un à un, que l'on ſerrera dans un magaſin à portée pour s'en ſervir une autre année.

Ce moyen me paroît devoir produire l'effet pour lequel je le propoſe; je le ſoumets aux lumières de l'Académie, & à la ſageſſe des Miniſtres & des Magiſtrats, qui veillent ſans ceſſe à

la conſervation des Citoyens & de leurs biens: il n'eſt pas coûteux; eu égard à l'objet important pour lequel il eſt propoſé, & il me ſemble qu'il mérite au moins qu'on en faſſe l'eſſai.

On m'objectera peut-être que cette chaîne nuira à la deſcente ou à la montée des coches & bateaux; je réponds qu'on ſaura toujours à Paris quand la chaîne ſera miſe, & qu'ainſi on ne ſe mettra plus en marche pour monter: quant aux bateaux ou coches qui deſcendront, s'il en venoit dans l'intervalle du temps entre la chaîne poſée & la rivière priſe, ils ne feroient en paſſant ſur la chaîne que l'enfoncer dans l'eau ſans aucun danger.

Mais il y auroit un meilleur parti à prendre, qui ſeroit de défendre à tous Voituriers par eau, d'au-deſſus de Paris, de ſe mettre en marche plus tard que le temps qu'il leur faut pour avoir paſſé Charenton avant le 10 Décembre, & pour le paſſer avant le 20 de Janvier, quand même la rivière n'auroit ni pris ni charié entre ces deux termes. Je crois qu'on a rarement vu charier la Seine avant le 10 Décembre, & qu'on l'a rarement vu prendre paſſé le 20 de Janvier, ſi même cela eſt jamais arrivé; & alors le pis-aller n'eſt pas dangereux: il me ſemble me rapeler qu'en 1733, elle charia vers le 14 ou le 15 de Décembre.

Une pareille Ordonnance ne feroit aucun tort au commerce; dès que cette défenſe ſeroit connue, on ſe précautionneroit pour arriver avant le terme fixé: ſi la rivière étoit priſe, il faudroit bien qu'on ſe paſſât de ſon ſecours ou que l'on prît une autre voie; au lieu que la loi étant faite, tout ce qui devroit arriver, arriveroit ſûrement avant le terme preſcrit: la loi n'étant pas faite, on temporiſe, on eſpère avoir encore ſept ou huit jours plus ou moins; la rivière charie & prend dans cet eſpace de temps, & on ſe voit trompé dans ſes eſpérances.

Il réſultera de cette manière de faire prendre les rivières, que la glace, quand elles viendront à débâcler, n'en ſera jamais à beaucoup près auſſi épaiſſe qu'elle l'eſt actuellement; elle ne ſera formée que par de petits glaçons encore minces, pris dans leur naiſſance, & formés lentement par les premiers froids, qui ne ſe heurteront & ne ſe ſurmonteront les uns les autres qu'à proportion de leur maſſe;

la glace formée de la ſorte, n'aura guère que la force de celle qui ſe forme dans un baſſin tranquille; au lieu que quand la rivière prend, comme elle a fait juſqu'à préſent, elle ne prend que par la force & la grandeur des glaçons qui ſe ſont groſſis & épaiſſis par un plus grand contact de l'air, par les bouſins qui ſe ſont formés autour par leurs chocs réciproques, bouſins qui deviennent à la fin glace compacte, par l'eau qui en remplit peu à peu les interſtices, & qui y gèle dès qu'elle y eſt en repos; ils ſe heurtent & ſe briſent, à proportion de leurs chocs, toutes les fois qu'ils ſe rencontrent, & ils ſe groſſiſſent de leurs débris: tout le monde a pu voir, comme moi, à la Grève, à la Rapée & ailleurs, après la débâcle dernière, des glaçons bien liés de 3 à 4 pieds d'épaiſſeur; & l'on m'a dit en avoir vu de 5 & 6 pieds, tandis que la glace qui s'étoit formée ſur les bords de la même rivière, dans des endroits tranquilles, n'avoit que 9 à 10 pouces.

La rivière étant priſe de la ſorte par les premiers glaçons encore peu épais, la glace totale en ſera plus uniforme par-tout; elle ſe conſolidera par le temps que la rivière auroit employé à charier, ou que le grand froid durera, elle ſera comme unie en deſſous, & l'eau en diminuera davantage l'épaiſſeur dès qu'il ceſſera de geler, juſqu'à ce que la débâcle arrive, à moins qu'elle ne ſoit occaſionnée plutôt par quelque crûe ou diminution d'eau.

L'opération que je propoſe pour faire prendre les rivières au-deſſus de Paris, produira deux grands avantages comme je l'ai déjà dit: 1.° qu'il ne s'y fera jamais d'accumulation de glaces; les débâcles partiront toujours dès le premier mouvement qui ſe fera ſentir: 2.° on aura dans Paris la liberté de manœuvrer ſur la rivière pour la tenir libre de glaces par-tout, & conſéquemment toutes les arches des ponts.

Ce premier & principal moyen n'eſt ni coûteux ni de difficile exécution, & paroît bien propre à diminuer les dommages que les débâcles ordinaires occaſionnent: néanmoins les embarras des ponts pouvant encore occaſionner quelque arrêt de débâcle, & faire encore quelques dommages, voici un dernier moyen qui ſuppoſe le premier; mais ces deux moyens réunis enſemble mettront certainement à l'abri de tout malheur.

Ce ſecond moyen eſt un peu plus coûteux que le premier; mais il ne le ſera pas à proportion de l'avantage qu'il procurera; il conſiſte à faire une Gare dans Paris.

Tout le monde ſait aſſez que la Gare que l'on conſtruit au-deſſus de l'Hôpital, n'eſt deſtinée que pour y garder en ſûreté nombre de marchandiſes qu'on a beſoin d'avoir en réſerve, & qu'on ne peut pas mettre tout-à-la-fois en vente ſur les ports; elle eſt demandée depuis long-temps par les Marchands, qui ne veulent pas amener leurs marchandiſes s'ils n'ont un emplacement où elles ſoient en ſûreté contre les inondations & les débâcles: la même Gare ſervira pourtant à toutes les autres marchandiſes, blés, avoines, vins, bois, &c. qu'on voudra y réfugier, ſi elles ſe trouvent dans le voiſinage de la Gare lorſque les glaces ou les inondations pourroient ſe faire craindre: tous bateaux montans & deſcendans dans ces momens auront la liberté d'y entrer; mais aucun bateau chargé de marchandiſes, déjà arrivé dans les ports de Paris, n'y remontera; 1.° les frais en ſeroient trop conſidérables, y ayant douze cents toiſes du port Saint-Paul à la Gare; 2.° il n'y auroit pas aſſez de moyens aiſés & prompts pour y monter tout ce qui eſt à la Grève, au Port-aux-blés & au-deſſus; 3.° il y a impoſſibilité entière d'y monter rien de ce qui eſt ſous le Pont-neuf; 4.° enfin quand toutes ces raiſons ne ſubſiſteroient pas, en voici une qui ſuffit: on ne craint les glaces que quand la rivière commence à charier, & les inondations que lorſque la rivière eſt déjà très-haute; il eſt alors impoſſible dans l'un & l'autre cas de remonter les bateaux à la Gare.

Les marchandiſes qui ſont à la Grève & au Port-aux-blés, toutes celles qui ſont entre le Pont-neuf & le Pont-royal, les moulins ſur bateaux, &c. ſont bien auſſi précieux & méritent autant d'être garés, que tout ce qui pourra entrer dans la Gare de l'Hôpital, & il eſt très-facile de les mettre en ſûreté.

Cette ſûreté dans la ville n'eſt néceſſaire que contre les glaces; car les bateaux ne périſſent jamais dans Paris par les inondations, & le cas eſt au moins bien rare.

Le bras de la Seine qui paſſe par l'Hôtel-Dieu eſt ſi

embarraſſé par les piles de trois à quatre ponts, très-proches les uns des autres, & dont toutes les arches ſont étroites, qu'il ne débâcle ordinairement qu'un jour ou deux après le grand bras, à moins qu'il n'arrive quelque crûe d'eau un peu forte : il eſt donc comme inutile aux débâcles, & ce retard montre qu'on peut s'en paſſer pour le paſſage des glaces, puiſqu'il n'eſt libre que quand il n'en eſt plus beſoin, ſur-tout ſi on fait prendre les rivières au-deſſus de Paris, comme je le propoſe; 1.° parce que les glaçons ne viendront jamais en auſſi grande abondance, n'y ayant aucune cauſe de rencharge, comme il y en a une lorſque la glace eſt arrêtée par les ponts de Paris ; 2.° parce qu'ayant d'abord à remplir & paſſer une longueur de trois mille toiſes, vide de glaçons, entre Conflans & Paris, ils ſe diſperſeront ou ſeront moins ſerrés ; 3.° enfin parce que ces glaçons ne ſeront jamais auſſi épais à beaucoup près, que quand la rivière prend par une multitude de gros glaçons.

Je voudrois par cette raiſon que ce bras ſervît de Gare aux bateaux pleins ou vides qui ſont dans Paris; on défendroit l'entrée aux glaçons à la pointe du *Terrein*, ſoit par une eſtacade de pieux ſemblable à celle de l'île Louviers, ſoit par quelqu'autre moyen qu'il ſeroit aiſé de trouver, & qui laiſſeroit ce paſſage libre le reſte de l'année.

L'eau n'ayant point de cours dans ce bras, il ſe comble peu à peu, ce qui contribue à ſoutenir les eaux au-deſſus dans le temps des inondations : tout le temps que les eaux ſont très-baſſes, ce canal eſt hideux à voir à cauſe de toutes les infections qu'il reçoit de l'Hôtel-Dieu, & le mal ira en augmentant de plus en plus, ſi on n'y apporte remède.

Ce bras de la rivière a environ 550 toiſes de longueur depuis la pointe du *Terrein* juſqu'à ſa réunion au grand bras ſous le Pont-neuf; on peut le creuſer de 25 toiſes de largeur réduite, ce qui donera une ſuperficie de 13750 toiſes, capable de contenir, quand la profondeur y aura été donnée, 400 à 450 bateaux grands ou petits : cette étendue étant creuſée de deux pieds au plus dans ſon milieu, avec la hauteur d'eau qu'il y a déjà, ſera plus que ſuffiſante pour recevoir les moulins & autres forts bateaux qui ſont dans Paris.

Si on garnit ſuffiſamment d'anneaux, de crochets & de cordages; les murs des quais des deux côtés du bras de la Seine qui paſſe par le Pont-rouge, lequel bras de la Seine n'a que 140 toiſes de long; la rivière ne chariant plus de glaçons, il ſeroit aiſé d'amener par-là dans le bras de l'Hôtel-Dieu, tout ce qu'il y a de bateaux & de marchandiſes entre le pont Marie & le pont Notre-Dame; on amèneroit dans le même bras de l'Hôtel-Dieu, tous les bateaux du port de la Tournelle, & mettant enfin dans le bras de l'île Louviers, tout ce qui eſt au port Saint-Paul juſqu'au pont Marie, tous les bateaux & marchandiſes de la partie d'en haut de Paris ſeroient complettement en ſûreté.

Il ne ſeroit pas plus difficile d'amener dans le bras des Auguſtins tout ce qu'il y a de moulins & de bateaux entre le Pont-au-Change & le Pont-royal; au moyen de quoi tout ce qu'il y a ſur la rivière dans Paris, ſe trouveroit hors de danger.

Quelqu'un dira peut-être, qu'à vue de pays, cette dépenſe ſeroit fort conſidérable; voyons-le plus attentivement, & cavons toujours au plus fort.

J'ai dit ci-devant que la ſuperficie du canal à former, ſeroit de 13750 toiſes: il n'y aura à creuſer de profondeur réduite, que 4 pieds au plus, ce qui ne fait que 9166 toiſes cubes de terre à enlever; mettons dix mille toiſes, & que la toiſe cube coûte 30 livres à creuſer & enlever: c'eſt donc une affaire de cent mille écus, ſomme modique, eu égard à l'objet.

En procurant cet avantage au commerce, par la rivière, on en obtiendra un autre qui vaut bien la peine d'être conſidéré: on donnera un débouché de plus à l'eau pour le temps des inondations, n'y ayant qu'un pied & demi ou deux pieds à creuſer dans les endroits les plus profonds; on ne doit avoir aucune inquiétude pour les fondations des piles des ponts, qui ſont certainement beaucoup plus baſſes.

Pour ne rien haſarder par moi-même ſur la dépenſe qu'exigeroit ce que je propoſe, j'ai conſulté d'abord M.rs Mouchet & Camus de Mézières, habiles Experts; ils conviennent tous deux que j'ai cavé au plus fort, tant pour la dépenſe que pour la profondeur de la fouille; enfin pour n'avoir aucune eſpèce de doute ſur la poſſibilité

poſſibilité de ce que je croyois voir clairement, j'ai communiqué le tout à M. Perronet, de cette Académie, & premier Ingénieur des Ponts & Chauſſées, un des hommes les plus capables de juger d'un pareil projet: il eſt en tout de mon avis, & en conſéquence je crois pouvoir le propoſer en toute ſûreté.

Entre les perſonnes de mérite, auxquelles j'ai communiqué le fond de ce Mémoire, pour leur demander leur avis & leurs objections, une ſeule s'eſt formé quelques craintes ſur l'exécution de ce que je propoſe, ſur ſon effet & ſur ſes ſuites; je ſuis en état de faire voir que ſes craintes ſont mal-fondées: le ſujet eſt ſi intéreſſant que je dois faire tout ce qui dépendra de moi pour mettre ce que je propoſe dans tout ſon jour; je recueillerai donc toutes les objections, & les réponſes que j'y ferai ſeront le ſujet d'un Mémoire pour la rentrée de la Saint-Martin, ſi l'Académie le juge à propos.

Le ſujet que je viens de traiter, quoique des plus importans, eſt encore tout neuf; ſi j'y avois penſé plus tôt j'aurois pu faire un plus grand nombre d'obſervations, qui aſſureroient mieux les différens points ſur leſquels je fonde mon projet, ou qui les contrediroient: j'exhorte les perſonnes qui aiment le bien public à obſerver pendant pluſieurs années tout ce qui peut avoir rapport à l'objet de ce Mémoire, & à publier leurs obſervations, ſoit qu'elles confirment ce que je propoſe, ſoit qu'elles y ſoient contraires en quelque point: on aura le mérite, toujours très-eſtimable, de travailler pour l'avantage de ſes Concitoyens, & on remplira en même-temps les vues de l'Académie.

Le point eſſentiel eſt de s'aſſurer s'il y a rencharge de glaçons forte ou foible au-deſſus de Paris, toutes les fois que la rivière prend; c'eſt-à-dire ſi la rivière débâcle plus tôt à Corbeil qu'à Paris, & de combien de temps; il faut pour cela être bien ſûr de l'heure de la débâcle ou du commencement de la marche des glaçons dans tous les endroits compris entre Corbeil & Paris: tous les rapports ne ſeront pas exacts, mais en les comparant on parviendra toujours à une concluſion vraie.

MÉMOIRE

Sur un Moyen de teindre la Soie en un rouge vif de Cochenille, & de lui faire prendre plusieurs autres couleurs plus belles & plus solides que celles qu'on a faites jusqu'à présent.

Par M. MACQUER.

DE toutes les matières colorantes dont on se sert dans l'art de la Teinture, il n'en est aucune qui produise des nuances plus belles & plus solides que la Cochenille : on peut faire, avec cette précieuse matière, toutes les teintes imaginables de rouge depuis le giroflé le plus brun jusqu'au couleur de feu le plus éclatant ; mais ce n'a été que successivement & à mesure que l'art s'est perfectionné, qu'on est parvenu à tirer de la cochenille des couleurs plus brillantes que ne l'est celle de l'amarante, qu'elle donne naturellement.

Drebel, chimiste Hollandois, a imaginé d'employer, dans la teinture de cochenille, de la dissolution d'étain faite par l'eau-régale, & dès-lors on a obtenu le plus vif & le plus éclatant de tous les rouges dont l'art, & même la Nature, nous aient donné l'idée ; je veux dire l'écarlate couleur de feu, qui a porté d'abord le nom d'*écarlate de Hollande*, parce que c'est dans ce pays que les premières manufactures en ont été établies, & ensuite d'*écarlate des Gobelins*, après que, par les soins de M. Colbert, on fut parvenu à faire à Paris, dans la Manufacture royale des Gobelins, cette couleur encore plus belle que celle de Hollande.

L'écarlate étant une fois trouvée, il fut facile de faire, d'après le même principe, un grand nombre d'autres belles teintes de rouge du même genre, mais par nuances dégradées, telles que les couleurs de fleurs de grenade, de coquelicot, de cerises, de roses, &c. lesquelles, quoique moins pleines, n'en sont pas moins précieuses par leur éclat & par l'agréable variété qu'elles procurent à nos étoffes : mais une chose bien remarquable, c'est que toutes ces belles couleurs n'ont pu jusqu'à présent se faire avec la cochenille que sur la laine ou sur d'autres matières animales du même

Fig. 1

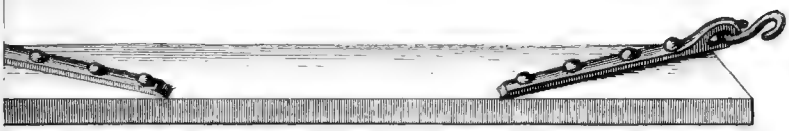


Fig. 2

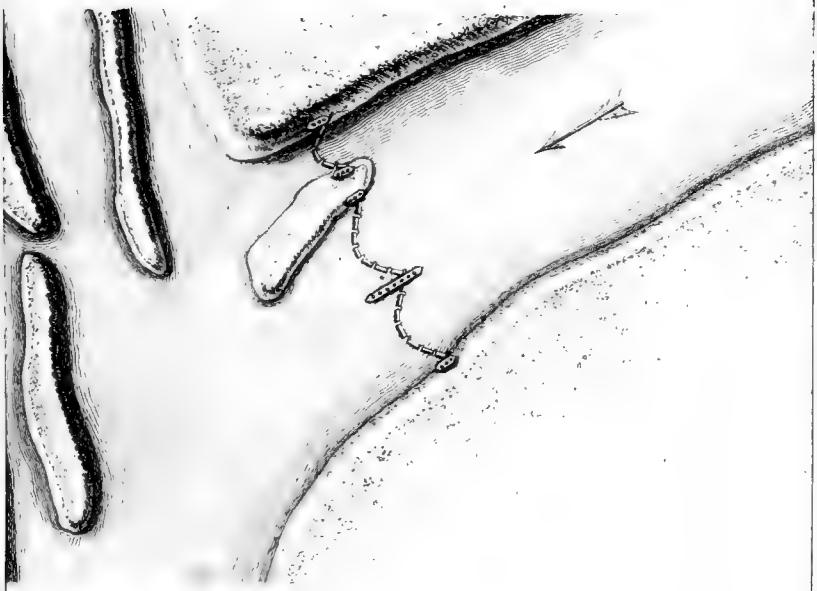


Fig. 1

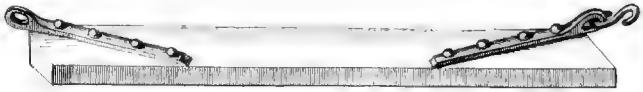


Fig. 2

genre. Comme la ſoie ſe teignoit, ainſi que la laine, en fort beau cramoiſi de cochenille, par le moyen de l'alun, avant l'invention de l'écarlate, on ne peut douter qu'auſſitôt après la découverte de cette magnifique couleur, on n'ait eſſayé de la donner à la ſoie, de même qu'à la laine; mais l'on a dû voir, avec beaucoup d'étonnement, qu'en employant les mêmes ingrédiens & les mêmes manipulations, on avoit des réſultats qui ne ſe reſſembloient en rien, car le même bain de cochenille dans lequel la laine ſe teint en un rouge écarlate plein de feu & très-ſolide, ne peut en effet faire prendre à la ſoie qu'une couleur de pelure d'oignon ou de lie-de-vin fort terne, & qui n'a pas même aſſez de ſolidité pour réſiſter à un ſimple lavage dans l'eau.

C'eſt-là un de ces phénomènes qui déconcertent les ſimples artiſans & qui les découragent entièrement après qu'ils ont fait tout au plus quelques expériences au haſard & ſans ſuccès: mais il n'en eſt pas de même des Phyſiciens; plus un fait eſt imprévu & paroît contraire à ceux qui lui ſont analogues, plus il pique leur curioſité & leur fait faire d'efforts pour en découvrir la vraie cauſe. Auſſi M.rs du Fay & Hellot, l'un & l'autre de cette Académie, chargés ſucceſſivement par le Miniſtère de travailler à la perfection de l'art de la Teinture, ſe ſont-ils beaucoup occupés du phénomène ſingulier dont je viens de faire mention: M. du Fay l'a tiré de l'eſpèce d'oubli où il étoit tombé, en en faiſant mention dans ſes Mémoires ſur la Teinture; & M. Hellot en a examiné tous les détails & très-bien décrit toutes les circonſtances. Occupé moi-même de recherches ſemblables à celles qui avoient été confiées à ces deux illuſtres Phyſiciens, je n'ai pu mieux faire que de les imiter, & de travailler principalement aux objets qui avoient le plus attiré leur attention.

Après avoir vérifié le fait ſingulier dont il s'agit, & avoir obſervé, comme M. du Fay, que le coton, ainſi que les fils de lin & de chanvre, plongés dans le bain d'écarlate, n'en tirent pas même la foible & mauvaiſe couleur qu'il donne à la ſoie, il me parut certain que, comme le coton & le fil ſont des matières purement végétales; que la laine au contraire eſt purement animale, & que la ſoie participe en même temps de la nature animale & de la nature végétale relativement à ſes propriétés, dont j'ai parlé dans

l'avant-propos de l'art de la Teinture; il me parut, dis-je, certain que les ſubſtances ſont d'autant plus diſpoſées à ſe teindre en écarlate de cochenille, qu'elles participent davantage du caractère des matières animales, & réciproquement qu'elles y ſont d'autant moins propres, qu'elles ſe rapprochent plus de celui des végétaux.

D'après ce principe, qui eſt très-vrai, quoique ce ne ſoit cependant pas lui qui m'ait conduit à mon but, j'eſſayai d'augmenter le caractère animal de la ſoie, ſoit en l'imprégnant de différens ſucs animaux & en la faiſant ſécher alternativement & à pluſieurs repriſes, ſoit en la décruant avec des ſavons compoſés d'alkali & de différentes matières graſſes animales; & cela avec d'autant plus de confiance, que c'eſt en analyſant le coton par des procédés de ce genre qu'on parvient à lui faire prendre les beaux rouges de garence, connus ſous le nom de *rouges d'Andrinople:* mais lorſque j'eſſayois à teindre en écarlate la ſoie ainſi préparée, elle ne m'en paroiſſoit pas (du moins aſſez ſenſiblement) plus diſpoſée à prendre cette couleur. Ce fut ſans plus de ſuccès que j'eſſayai de varier d'une infinité de manières les doſes de la diſſolution d'étain, ou que j'y ſubſtituai les diſſolutions de tous les autres métaux & demi-métaux blancs; la ſoie ne prit dans toutes ces expériences que ſes mêmes couleurs de lie-de-vin, à la vérité plus ou moins pleines, mais toujours ternes & ſans éclat. Je ſentis, après toutes ces tentatives infructueuſes, que la réuſſite, ſi on pouvoit l'eſpérer, dépendoit de quelqu'autre circonſtance que je n'avois pu ſaiſir; & pour tâcher de la découvrir, je réſolus d'examiner avec le plus grand ſoin tout ce qui ſe paſſoit dans la teinture en écarlate: je fis pour cela les obſervations & expériences ſuivantes.

Je verſai quelques gouttes de diſſolution d'étain, bien claire, dans de l'eau diſtillée très-limpide; peu de temps après, la liqueur ſe troubla, devint laiteuſe, & laiſſa dépoſer un ſédiment blanc, qui n'étoit autre choſe que la terre de l'étain dépouillée par l'eau de la plus grande partie des acides, ſans leſquels elle ne peut reſter en diſſolution: cette expérience me fit connoître qu'il en eſt de la diſſolution d'étain, dans l'eau-régale, comme de beaucoup d'autres diſſolutions de matières métalliques, qui ſe décompoſent quand on les mêle avec une grande quantité d'eau, en ſorte que le métal ſe précipite, uni ſeulement, avec trop peu

d'acide pour pouvoir demeurer diſſous dans la liqueur.

Je verſai de la même diſſolution d'étain bien claire, dans une décoction de cochenille filtrée & très-limpide; cette addition fit prendre auſſitôt à la liqueur, le rouge vif de l'écarlate, comme cela arrive toujours; mais cette teinture perdit auſſitôt ſa limpidité; elle ſe troubla comme avoit fait l'eau pure; & il s'y fit de même un précipité d'étain, avec cette différence, qu'au lieu d'être blanc, il étoit teint en un rouge écarlate des plus éclatans, & que la liqueur ſurnageante après qu'elle fut redevenue limpide, avoit perdu de l'intenſité de ſa couleur, à proportion de ce qui en avoit été employée à teindre le précipité : une nouvelle addition de diſſolution d'étain, produiſit les mêmes effets; il ſe forma une nouvelle quantité de précipité écarlate, & la liqueur ſurnageante en fut décolorée à proportion: enfin, par de nouvelles additions ſucceſſives de diſſolution d'étain, toute la couleur de la teinture de cochenille, s'appliqua tellement ſur la terre de l'étain, que la liqueur qui ſurnageoit le précipité rouge, étoit auſſi blanche & auſſi limpide que de l'eau la plus pure, & qui n'auroit jamais été teinte de la moindre couleur.

J'agitai auſſitôt la liqueur pour y remêler le précipité, & j'y mis de la laine & de la ſoie pour les teindre enſemble; la laine prit fort bien la couleur d'écarlate, mais la ſoie ne ſe teignit pas mieux qu'à ſon ordinaire.

Ces expériences me firent voir clairement tout ce qui ſe paſſe dans la teinture en écarlate; la chaux d'étain a une aptitude ſingulière à ſe ſaiſir de la couleur de la cochenille, elle la retient fortement & ſe précipite avec elle, & à l'aide de la portion d'acide dont elle reſte imprégnée, elle forme un précipité ou laque écarlate ſuſceptible de s'appliquer ſur la laine, & de s'y incorporer d'une manière très-intime, tandis que la même laque ne peut en aucune manière adhérer à la ſoie, au coton, au fil & aux autres matières du même genre; il ſuit de-là, que dans la teinture en écarlate, il n'y a réellement que la chaux d'étain qui ſoit teinte; & que la laine & les autres ſubſtances qui ſont ſuſceptibles de prendre cette couleur, ne la reçoivent que ſecondairement; c'eſt-à-dire, qu'elles ne peuvent prendre la couleur d'écarlate, qu'autant qu'elles ſont capables de ſaiſir & de retenir fortement la chaux

d'étain, déjà teinte elle-même en cette couleur; cela eſt encore confirmé par une expérience de M. Hellot, qui ayant eſſayé de teindre de la laine en écarlate de cochenille, ſans employer de diſſolution d'étain, mais ſeulement des acides, n'a pu réuſſir à obtenir cette couleur.

Ces vérités étant bien conſtatées, il en réſultoit que s'il y avoit quelque moyen de faire prendre l'écarlate à la ſoie, ce moyen devoit être tout différent de celui qu'on emploie pour la teinture de la laine; & que dès-lors qu'il étoit certain que la laque de cochenille par l'étain, étant une fois formée, n'eſt plus ſuſceptible de s'appliquer ſur la ſoie, il falloit faire en ſorte que le précipité d'étain ſe formât ſur la ſoie même, & non dans le bain de cochenille deſtiné à fournir la couleur.

D'après cette idée, j'ai fait une *compoſition* ou diſſolution d'étain, avec huit onces d'étain de Melac grenaillé que j'ai fait diſſoudre peu à peu, & fort lentement, dans une livre d'eau régale, compoſée d'une partie d'eſprit de ſel, & de deux parties d'eſprit de nitre; cette diſſolution étoit claire & limpide, & il eſt néceſſaire qu'elle ait cette limpidité pour la réuſſite de l'opération; je l'ai affoiblie avec deux parties d'eau pure, quantité qui n'eſt pas ſuffiſante pour faire précipiter l'étain d'une pareille diſſolution, quand elle a été bien faite, c'eſt-à-dire, avec la lenteur convenable *: j'ai

* Pour réuſſir à bien faire cette diſſolution, il ne faut mettre d'abord qu'environ la douzième partie de l'étain, & la laiſſer diſſoudre preſqu'en entier; enſuite continuer à ajouter le reſte de l'étain par petites parties, en prenant garde que la liqueur ne s'échauffe trop; il ne faut pas qu'elle s'échauffe à plus de 45 ou 50 degrés. Lorſqu'il ne reſte plus guère d'étain à diſſoudre, il faut laiſſer refroidir la diſſolution totalement, & y rajouter après cela ce reſte d'étain tout-à-la-fois. La diſſolution achèvera de ſe ſaturer en corrodant peu à peu cet étain ſans preſque s'échauffer, & prendra une couleur ambrée aſſez foncée. Si les acides dont on s'eſt ſervi ne ſont pas bien forts, il pourra reſter de l'étain non diſſous, mais cela eſt indifférent: le plus ſûr pour obtenir une belle couleur, eſt d'employer cette diſſolution pure & ſans l'affoiblir par de l'eau: comme je ne l'ai fait que parce que mes acides étoient très-concentrés, il n'eſt point à craindre que cette diſſolution, quoique pure, endommage la ſoie, parce que quand elle eſt bien faite, les acides ſont ſuffiſamment émouſſés & ſaturés par l'étain. Enfin une circonſtance encore eſſentielle à la réuſſite des nouvelles couleurs, c'eſt que la ſoie, après avoir été imprégnée du mordant, n'en ſoit point trop dépouillée par un fort lavage avec *battures*; il faut qu'il reſte dans la ſoie un peu du mordant, même ſurabondant, qui ſe répandant enſuite dans le bain de teinture, lui fait prendre une nuance de rouge vif qui contribue infiniment à la beauté de la couleur.

trempé dans cette liqueur, la ſoie que je deſtinois à être teinte; en un inſtant elle en a été pénétrée intimement, & je l'ai retirée après avoir reconnu qu'elle étoit mouillée exactement & uniformément dans toutes ſes parties; l'ayant enſuite exprimée fortement, je l'ai lavée à pluſieurs repriſes, dans une grande quantité d'eau pure, après quoi je l'ai fait teindre dans un bain de cochenille pure, & qui n'étoit avivé que par un ſeizième du poids de la cochenille de crême de tartre; la ſoie a tiré fortement toute la couleur de ce bain, & s'eſt teinte en un rouge plein, vif & d'un fort bel œil: cette couleur a ſoutenu tous les lavages ordinaires, ſans ſe ternir ni ſe décharger, & a réſiſté aux mêmes épreuves & débouillis que l'écarlate ſur laine: j'ai donc été aſſuré dès-lors que la méthode que j'avois employée étoit propre à faire prendre à la ſoie, le rouge de cochenille exalté par la diſſolution d'étain; en effet, ayant réitéré cette expérience nombre de fois, & même en grand, elle a toujours eu le même ſuccès; j'ai conſtamment obtenu des rouges fort beaux, bien pleins & bien ſolides, toutes les fois que je mettois la diſſolution d'étain ſur la ſoie même, & point du tout dans le bain de la cochenille.

Il eſt facile de ſe faire une idée de ce qui ſe paſſe dans ce procédé, & de ſentir en quoi il diffère de celui par lequel on teint la laine en écarlate; car lorſqu'on plonge la ſoie dans la diſſolution d'étain affoiblie, mais claire & limpide; les parties du métal, dans une diviſion extrême & unies avec la quantité d'acide néceſſaire pour les tenir dans une diſſolution parfaite, ſont portées par ces mêmes acides dans toute la ſubſtance de la ſoie, qu'elles pénètrent intimément & de toutes parts: mais lorſqu'on vient à faire le lavage deſtiné à emporter la partie ſurabondante de la diſſolution, celle qui ne fait que mouiller la ſoie, ſans lui adhérer, la portion qui s'eſt en quelque ſorte combinée avec ſa ſubſtance, ſe trouvant délayée par une très-grande quantité d'eau, ſe décompoſe & ſe précipite, comme cela lui arrive toujours en pareille occaſion; mais avec cette différence, que quand cette précipitation ſe fait en liberté dans un fluide tel que l'eau ou la décoction de cochenille, les molécules de l'étain, dès qu'elles ſont ſéparées de l'acide, ſe réuniſſent pluſieurs enſemble, & forment auſſitôt des eſpèces de flocons capables à la vérité de s'attacher ſur la laine, mais trop

groſſières pour adhérer de même à la ſoie, dont la ſubſtance eſt apparemment beaucoup plus liſſe & plus compacte ; au lieu que quand la diſſolution ſe trouve ſur la ſoie même, lorſque la précipitation vient à ſe faire, chaque particule infiniment petite d'étain eſt toute placée, & comme fixée dans l'endroit où elle a commencé à adhérer, & n'eſt que plus capable, par ſa petiteſſe même, de reſter fermement unie à l'endroit où elle a été forcée de prendre la forme de précipité.

La ſoie après ce lavage ſe trouve donc toute pénétrée & enduite d'un précipité d'étain qui lui eſt incorporé & lui adhère intimément : or, lorſqu'avec cette préparation, on la plonge dans le bain de cochenille, la terre de l'étain, qui, comme on l'a vu, a une très-grande diſpoſition à s'unir à la teinture de cet ingrédient, s'en ſaiſit & la retient avec force, en exaltant beaucoup ſa couleur par la portion d'acide qu'elle retient avec elle, & il réſulte de-là que la ſoie eſt teinte en un rouge de cochenille, ſolide & fort éclatant, ce à quoi je n'ai pas connoiſſance qu'on puiſſe parvenir par aucun autre procédé.

L'eſpèce d'écarlate de cochenille qu'on peut faire ſur la ſoie, par la méthode que je viens d'expoſer, n'a cependant pas le ton orangé qui contribue infiniment à donner du feu à l'écarlate ſur la laine ; celle de la ſoie eſt, en termes de teinture, d'un ton plus *roſé ;* elle revient à la nuance que donne à cette ſubſtance la teinture du *carthame* ou *ſafran bâtard*, & que l'on nomme *ceriſe ;* il faut donc, ſi l'on veut lui donner la vraie teinte couleur de feu, uſer du même expédient que l'on emploie pour faire cette couleur ſur la ſoie par le carthame, & même quelquefois pour aviver celle de cochenille ſur la laine ; cet expédient conſiſte à donner d'abord à la ſoie une première teinte de jaune, tirant ſur l'orangé ; c'eſt le *raucou* dont on ſe ſert ordinairement pour cela : on applique enſuite par-deſſus ce jaune le rouge du carthame, & il en réſulte la nuance qu'on nomme *couleur de feu* ou *ponceau fin*, qui eſt la ſeule qu'on ait pu trouver juſqu'à-préſent pour imiter ſur la ſoie l'écarlate de cochenille : on obtient préciſément la même nuance avec la cochenille, traitée comme je l'ai dit, en donnant d'abord à la ſoie la teinte de jaune-orangé du raucou, ou de quelqu'autre ingrédient capable de fournir un pareil jaune, &

comme

comme le rouge de la cochenille eſt beaucoup plus ſolide & plus durable que celui du carthame, il s'enſuit que la nouvelle couleur eſt auſſi, ſans aucune comparaiſon, de meilleur teint; ſa ſupériorité à cet égard, ſe démontre d'une manière bien ſenſible par l'expoſition au ſoleil, qui eſt la plus ſûre & la plus forte de toutes les épreuves pour les teintures; car dans l'eſpace de cinq ou ſix jours, le ponceau fin perd preſque tout ſon rouge, & devient de couleur de feuille-morte, au lieu que la nouvelle couleur ne fait pendant ce même temps que ſe roſer un peu & prendre du fond, comme cela arrive à l'écarlate ſur la laine.

Je dois prévenir encore ici, que pour avoir des couleurs de feu & de ceriſes bien pleines par la méthode que je publie, il ne faut point épargner la cochenille, & qu'il en faut trois & même quatre onces par chaque livre de ſoie; & comme cet ingrédient eſt fort cher, il s'enſuit que ces couleurs belles & ſolides ſont néceſſairement d'un aſſez haut prix, mais il y a pluſieurs obſervations importantes à faire à ce ſujet.

Premièrement, les beaux ponceaux ſur ſoie en couleur de carthame, quoique beaucoup moins ſolides que les nouveaux rouges, ne ſont pas d'un moindre prix, à cauſe du grand nombre de bains, de la main-d'œuvre conſidérable & de la valeur des drogues dont on a beſoin pour faire ces couleurs qui ſont les plus chères qu'on connoiſſe en teinture.

En ſecond lieu, il faut obſerver que ſi la ſoie exige une plus grande quantité de cochenille que la laine, pour ſe teindre en couleur de feu par la nouvelle méthode, cela vient principalement de ce quelle eſt pénétrée de la couleur juſque dans ſon intérieur, ce qui eſt d'un très-grand mérite en teinture.

Enfin une conſidération qui eſt encore aſſez importante, c'eſt que les nouveaux rouges augmentent le poids de la ſoie environ d'un quart, ce que ne font point les rouges de carthame, il eſt bien vrai que la ſoie n'eſt pas pour cela capable de fournir une quantité d'étoffe plus conſidérable & proportionnée à cette augmentation de poids; mais cela n'empêche pas que les étoffes fabriquées avec une pareille ſoie ne paroiſſent & ne ſoient en effet plus pleines & plus garnies; ce qui leur donne de l'avantage à la vente.

J'ai annoncé dans le titre de ce Mémoire, un procédé pour faire prendre à la ſoie pluſieurs couleurs plus belles & plus ſolides que celles qu'on connoît juſqu'à préſent; en effet, la méthode que je viens de publier ne ſe borne point à teindre la ſoie en rouges vifs de cochenille, la diſſolution d'étain appliquée ſur cette matière de la manière que j'ai indiquée, la rend capable de tirer avec avantage, preſque toutes les couleurs *extractives* dans leſquelles je comprends, comme je l'ai dit dans l'avant-propos de l'art de la Teinture en ſoie, toutes celles dont l'eau ſe charge facilement ſans le ſecours d'aucun ſel ni d'aucune préparation de la part de l'ingrédient colorant, & qui exigent au contraire que la matière à teindre ſoit imprégnée du ſeul vrai mordant connu juſqu'à préſent, c'eſt-à-dire de l'alun.

La diſſolution d'étain doit ſe mettre, ainſi que je l'ai dit, non dans le bain de la teinture, mais ſur la ſoie même, avant de la teindre, de même qu'on y applique l'alun; par ce moyen, cette diſſolution devient comme l'alun une eſpèce de mordant général pour toutes les teintures qui exigent l'alunage, & peut être ſubſtituée à l'alun avec un très-grand avantage dans bien des cas, & ſingulièrement pour les couleurs rouges ou qui tirent ſur le rouge, auxquelles elle donne beaucoup plus d'éclat & de ſolidité que ne peut faire l'alun; les bois d'Inde & de Breſil, par exemple, qui ne donnent ſur la ſoie alunée à l'ordinaire que des couleurs fauſſes & du plus mauvais teint, font prendre à cette matière, lorſqu'elle eſt imprégnée du nouveau mordant, des nuances beaucoup plus belles chacune dans leur genre & qui réſiſtent à l'épreuve du vinaigre comme le cramoiſi & le ponceau fins.

Je m'abſtiens, pour ne point trop alonger ce Mémoire, de faire mention ici de pluſieurs détails de pratique, néceſſaires à la vérité pour bien réuſſir, mais qui ſont ſuffiſamment connus des gens de l'art, & auxquels ils ſuppléeront facilement. Ce ſera à eux à voir déſormais quel avantage ils pourront tirer de la nouvelle méthode de teindre la ſoie, toutes mes vues ſeront remplies ſi elle peut être utile à nos Manufactures.

OBSERVATIONS ET CALCULS POUR L'OPPOSITION DE JUPITER AVEC LE SOLEIL, DU 6 AVRIL 1768.

Par M. JEAURAT.

LES Obſervations que je donne ici, ſont, comme j'ai lieu de le croire, les dernières que je ferai dans un lieu qui n'a pas toute la ſolidité convenable, & dont j'ai donné la deſcription dans les Mémoires de l'Académie, *année 1763, page 252 :* car l'Académie ſait que je ſuis à la veille de jouir, à l'École militaire, d'un Obſervatoire commode qu'on m'y fait conſtruire, & dont la bâtiſſe eſt des plus avancées. Je ſerai alors, grâces à la généroſité du Conſeil de l'École militaire, en poſſeſſion d'un bâtiment deſtiné uniquement aux obſervations aſtronomiques, qui aura, j'oſe l'aſſurer, toute la ſolidité & la commodité deſirables : mais quoique le lieu dans lequel j'ai juſqu'à préſent obſervé n'ait pas, à beaucoup près, les avantages de celui qu'on me prépare, néanmoins on peut compter ſur une exactitude ſuffiſante & ſur celle des réſultats que voici. Ils ſont déduits des obſervations par leſquelles je terminerai ce Mémoire, & réduits au Méridien de Paris.

3 Août 1768.

L'oppoſition de Jupiter avec le Soleil eſt arrivée le 6 Avril 1768 à..... { 18h 29′ 16″, Temps vrai. / 18. 31. 18, Temps moyen.

Jupiter avoit alors une longitude héliocentrique obſervée... { dans l'écliptique, de 6ſ 17d 56′ 15″. / dans ſon orbite, de 6. 17. 56. 5.

Et une latitude boréale { géocentrique obſervée de..... 1. 34. 54. / héliocentr. déduite de l'obſervat. 1. 17. 20.

De plus, dans ce cas où l'anomalie moyenne de Jupiter étoit... { ſelon les Tables de M. Caſſini, de 0ſ 8d 6′ 46″. / ſelon les Tables que j'ai publiées, de 0. 7. 56. 18.

L'erreur en longitude eſt { pour les Tables de M. Caſſini, de — 1′ 20″.
pour les Tables que j'ai publiées, de + 3. 17.

N. B. On trouvera *(Mémoires de l'Académie, année 1766, page 100)* la réunion de la totalité des oppoſitions obſervées de Jupiter, & la détermination des erreurs obſervées des Tables de M. Caſſini, ainſi que des miennes, qui ont été inſérées par M. Bailly, dans ſon Eſſai ſur la Théorie des Satellites de Jupiter.

OBSERVATIONS faites à l'École Royale Militaire, pour l'Oppoſition de JUPITER du 6 Avril 1768.

ANNÉE, MOIS & JOURS.	PASSAGES PAR LE MÉRIDIEN.			CALCULS des Obſervations DE JUPITER.	
	TEMPS DE LA PENDULE.		TEMPS VRAI.		
	α de l'HYDRE.	Centre de JUPITER.	Centre de JUPITER.	Aſcenſions droites de JUPITER.	Déclinaiſons de JUPITER.
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
23 Mars 1768	9. 0. 15	12. 58. 32	13. 0. 47	198. 47. 49	A. 6. 15. 58
24 Mars....	8. 56. 14	12. 54. 3	12. 56. 41	198. 40. 49	6. 13. 4
27 Mars....	8. 44. 13½	12. 40. 42	12. 44. 25	198. 20. 29	6. 4. 24
29 Mars....	8. 36. 17½	12. 31. 51	12. 36. 15	198. 6. 42	5. 58. 37
1.er Avril..	8. 24. 17	12. 18. 26	12. 23. 58	197. 45. 38	5. 49. 57
6 Avril....	8. 4. 15	11, 56. 4	12. 3. 32	197. 10. 33	5. 35. 45
8 Avril....	7. 56. 13½	11. 47. 8	11. 55. 21	196. 56. 31	

Poſition apparente de l'étoile α de l'HYDRE, pour le 6 Avril 1768.

Longitude	4ſ 24d 31 40″.
Latitude auſtrale	22. 23. 48.
Aſcenſion droite	139. 3. 34.
Déclinaiſon auſtrale	7. 40. 31

MÉMOIRE
SUR L'OPPOSITION DE JUPITER, OBSERVÉE EN 1768 DANS SA LIMITE MÉRIDIONALE.

Par M. DE LA LANDE.

CETTE Oppoſition de Jupiter étoit une des plus importantes qu'on eût obſervée depuis pluſieurs années, parce que Jupiter étant à peu-près à 90 degrés de ſes nœuds, les obſervations devoient ſervir à conſtater l'inclinaiſon de ſon orbite : elles ont prouvé en effet que cette inclinaiſon ne s'écarte pas ſenſiblement de la quantité $1^d\ 19'\ 10''$ qui ſe trouve dans les Tables de M. Halley, de laquelle il y auroit ſeulement 6 ſecondes à ôter ; ces Tables ont cependant donné la longitude trop grande de $7'\ 52''$. 20 Avril 1768.

Parmi un grand nombre d'obſervations qui ont été faites pendant plus de trois ſemaines au Collége Mazarin, avec la lunette méridienne de 40 pouces, & le ſextant de 6 pieds de rayon, dont M. l'abbé de la Caille ſe ſervoit, je rapporterai celles du 2 Avril, du 4, du 6, du 11 & du 13, avec les réſultats que j'en ai tirés, en ſuppoſant l'aſcenſion droite de l'épi de la Vierge $198^d\ 15'\ 50''$.

OBSERVATIONS.			
	Le 2 Avril à $12^h\ 19'\ 52''$.	Le 4 Avril à $12^h\ 11'\ 39''$.	Le 6 Avril à $12^h\ 3'\ 25''$.
Temps vrais			
Différences des paſſages obſervés	$0^h\ 2'\ 29''\frac{1}{2}$	$0^h\ 3'\ 25''\frac{1}{2}$	$0^h\ 4'\ 22''$
Diſtances au zénith du bord ſupérieur	$54^d\ 36.\ 17$	$54.\ 30.\ 26$	$54.\ 24.\ 37$
Aſcenſions droites du centre de Jupiter	$197.\ 38.\ 26$	$197.\ 24.\ 19$	$197.\ 10.\ 10$
Déclinaiſons auſtrales du centre de Jupiter	$5.\ 46.\ 28$	$5.\ 40.\ 37$	$5.\ 34.\ 48$
Longitudes obſervées	$6^s\ 18.\ 28.\ 1$	$6^s\ 18.\ 12.\ 47$	$6^s\ 17.\ 57.\ 33$
Latitudes auſtrales obſervées	$1.\ 35.\ 34$	$1.\ 35.\ 36$	$1.\ 35.\ 40$
Longitudes calculées	$6.\ 18.\ 35.\ 44$	$6.\ 18.\ 20.\ 41$	$6.\ 18.\ 5.\ 19$
Latitudes auſtrales calculées	$1.\ 35.\ 27$	$1.\ 35.\ 40$	$1.\ 35.\ 40$
Erreur des Tables en longitude	$-\ 7.\ 43$	$-\ 7.\ 54$	$-\ 7.\ 46$
Erreur des Tables en latitude	$+\ 0.\ 7$	$-\ 0.\ 4$	$0.\ 0$
Longitudes vraies du Soleil	$0.\ 13.\ 45.\ 43\ \frac{1}{2}$	$0.\ 15.\ 43.\ 6$	$0.\ 17.\ 40.\ 29$

En employant les deux dernières obſervations, on trouve le temps moyen de l'oppoſition le 4 Avril, $18^h\ 15'\ 12''$ à Paris; la longitude de Jupiter en oppoſition, $6^f\ 17^d\ 55'\ 35''$; & la latitude géocentrique en oppoſition, $1^d\ 35'\ 40''$ boréale.

Voici actuellement deux obſervations faites après l'oppoſition le 11 & le 13 du même mois, par leſquelles on peut trouver les mêmes élémens, en ſuppoſant l'aſcenſion droite apparente de ζ ♏ $200^d\ 44'\ 9''$.

	RÉSULTAT DES OBSERVATIONS.	
Temps vrais	Le 11 Avril à $11^h\ 42'\ 48''\frac{1}{4}$.	Le 13 Avril à $11^h\ 34'\ 31''$.
Différences des paſſages obſervés.	α ♏ $0^h\ 6'\ 44''$	ζ ♏ $0^h\ 17'\ 32''\frac{3}{4}$
Diſtances au zénith du bord ſupérieur	$54^d\ 10.\ 0$	$54^d\ 4.\ 30$
Aſcenſ. droites du centre de Jupiter.	$196.\ 34.\ 33$	$196.\ 20.\ 15\frac{1}{2}$
Déclinaiſons auſtrales,	$5.\ 20.\ 10$	$5.\ 14.\ 40$
Longitudes obſervées.	$6^f\ 17.\ 19.\ 9$	$6^f\ 17.\ 3.\ 55$
Latitudes auſtrales obſervées	$1.\ 35.\ 40$	$1.\ 35.\ 19$
Longitudes calculées	$6.\ 17.\ 26.\ 59$	$6.\ 17.\ 11.\ 48$
Latitudes auſtrales calculées	$1.\ 35.\ 33$	$1.\ 35.\ 26$
Erreur ſouſtractive en longitude.	$-\ 7.\ 50$	$-\ 7.\ 53$
Erreur des Tables en latitude.	$+\ 0.\ 7$	$-\ 0.\ 7$
Longitudes vraies du Soleil	$0.\ 22.\ 33.\ 26$	$0.\ 24.\ 30.\ 25$

En partant de ces deux Obſervations, je trouve le temps de l'oppoſition vraie le 6 Avril 1768 à $17^h\ 58'\ 35''$, Temps moyen.

La longitude de Jupiter en oppoſition $6^f\ 17^d\ 55'\ 22''$.

Et ſa latitude en oppoſition $1.\ 35.\ 49$.

Pour avoir une plus grande exactitude dans le réſultat de cette oppoſition, j'ai cherché, par un milieu entre quinze obſervations, l'erreur des Tables en longitude & en latitude, que j'ai trouvée pour la longitude de $7'\ 52''$ ſouſtractive, & de $7''$ auſſi ſouſtractive pour la latitude géocentrique calculée par les Tables de M.

Halley *; j'ai corrigé les Tables de cette même quantité, &, avec ces corrections, j'ai trouvé que le temps de l'oppoſition réſultant des quinze obſervations eſt le 6 Avril 1768 à $18^h\ 13'\ 11''$, temps moyen à Paris; la longitude de Jupiter en oppoſition, $6^f\ 17^d\ 55'\ 29''$; & ſa latitude géocentrique, $1^d\ 35'\ 37''$ auſtrale; ce qui donne l'inclinaiſon de Jupiter $1^d\ 19'\ 4''$, plus petite de $6''$ que dans les Tables de M. Caſſini.

* Voyez mon Aſtronomie, première édition, *page 1529.*

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE DU 4 JANVIER 1768.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

13 Janvier 1768. J'AI fait cette Observation avec M. Cassini le fils; il l'a observée avec une lunette de 7 pieds, & moi avec une lunette de 9 pieds. Nous nous étions proposé d'observer les immersions & les émersions des taches avec le plus grand soin, mais une espèce de brume a beaucoup nui à l'exactitude de quelques-unes de nos observations.

Temps vrais des Observations.	*Lunette de 9 pieds.*	*Lunette de 7 pieds.*
Commencement de l'Éclipse.....	$3^h\ 25'\ 19''$	$3^h\ 25'\ 45''$
Tycho entre dans l'ombre mal terminée...	3. 35. 36	3. 35. 15
Mare humorum entre dans l'ombre mal terminée.....	3. 40. 36	3. 39. 44
Gassendus entre dans l'ombre mal terminée.	3. 51. 32	3. 50. 53
Gassendus sort de l'ombre mal terminée...	4. 26. 57	
Mare humorum sort de l'ombre mal terminée.	4. 47. 34	
Tycho commence à sortir de l'ombre, observation exacte.....	5. 12. 1	5. 12. 21
Tycho sorti de l'ombre, observation exacte.	5. 13. 36	5. 13. 47
On voit obscurément le disque de la Lune.	5. 43. 26	
Fin de l'Éclipse exactement.....	5. 44. 28	5. 44. 9

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES, ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

SIXIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

ϖ l'arc de 15^d rectifié.

β le sinus, $\uparrow$ le cosinus de l'inclinaison de l'orbite corrigée.

Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante;

$$\text{Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée} = \frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la } \mathbb{C} \text{ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la } \mathbb{C} \text{ en longit. — mouv. hor. du } \odot)}.$$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

λ le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

1764. s le ſinus, c le coſinus } de la latitude corrigée de l'Obſervateur (*2.d Mém. §. 20, Table I*), c'eſt-à-dire d'un angle qu'il faut ſubſtituer à la latitude vraie, & qui ſe conclut de cette latitude.

g le ſinus, h le coſinus } de l'angle horaire du Soleil.

p le ſinus, q le coſinus } de la déclinaiſon du Soleil à l'inſtant pour lequel on calcule.

Ω le coſinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}.$$

ω le ſinus, t la tang., φ le coſinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou équatorial* de l'Obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre. Cet angle ſe détermine par l'équation ſuivante,

$$\omega = \frac{\theta\,\Omega}{q} + \frac{\downarrow \chi}{q}.$$

π le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inſtant pour lequel on calcule.

π' le ſinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'\xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\text{ſin. de la lat. de la } \mathbb{C} \text{ à l'inſt. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la } \mathbb{C} \text{ à l'inſtant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{ſin. verſe (mouv. hor. de la } \mathbb{C} \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la } \mathbb{C} \text{ à l'inſtant de la conjonction}}$$

$$\eta = \frac{r\xi}{\downarrow} \times \frac{\text{ſin. (mouv. horaire de la } \mathbb{C} \text{ en longit. — mouv. horaire du } \odot)}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la } \mathbb{C} \text{ à l'inſtant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai ſuppoſé que les quantités précédentes étoient poſitives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinſſent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipſes de Soleil les quantités r, ϱ, υ, $\downarrow$, ξ, c, q, Ω, φ, π, π', ζ, γ, η, étoient eſſentiellement poſitives; que par conſéquent le changement de leurs valeurs abſolues ne pouvoit faire varier le ſigne des termes dans leſquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, χ, t, ω, l.

* Dans les premiers Mémoires, j'avois appelé *fil horaire* ce que l'on nomme ordinairement *fil parallèle* ou *équatorial*; je reprends la définition adoptée par les Aſtronomes.

Que la quantité *l* devenoit négative, lorſque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit auſtrale à l'inſtant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorſque l'Éclipſe arrivoit dans le nœud deſcendant.

Que *b* devenoit négatif, lorſque l'inſtant pour lequel on calcule précédoit l'inſtant de la conjonction.

Que *s* devenoit négative, lorſque la latitude de l'Obſervateur étoit auſtrale.

Que *g* devenoit négatif, lorſque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que *h* devenoit négative, lorſque l'heure étoit entre ſix heures du ſoir & ſix heures du matin.

Que *p* devenoit négatif, lorſque la déclinaiſon du Soleil étoit auſtrale.

Que χ devenoit négatif, lorſque le Soleil étoit dans les ſignes deſcendans.

Que le ſigne de ω, & de *t* qui en eſt une conſéquence, étoit déterminé par la formule du §. 1.er

(5.) J'ai ſuppoſé que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit les Élémens ſuivans.

Heure de la conjonction à Paris,	$10^h\ 31'\ 23''$	du matin,
Dans.....	$12^d\ 9'\ 56''$	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil.....	0. 2. 27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0. 29. 39	
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.	0. 39. 36	boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0. 2. 44	Éclipſe dans le nœud aſcendant.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune....	0. 54. 1,5	
Obliquité de l'Écliptique.....	23. 28. 21	
Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.	4. 48. 50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil.....	0. 0. 10	
Demi-diamètre du Soleil.....	0. 16. 0,5	

$$\text{ſinus (demi-diam. horizont. de la } \mathbb{C}) = \frac{900}{3288} \times \text{ſinus (parallaxe horizont. polaire)};$$

D'où j'ai conclu

r	$= +$ 100000.	r	$= 10{,}0000000.$
ρ	$= +$ 100565.	ρ	$= 10{,}0024467.$
v	$=$ + arc de 15^d rectifié.	v	$= 9{,}4179686.$
θ	$=$ + ſinus. 5^d 44′ 26″	θ	$= 9{,}0001044.$
$\downarrow$	$=$ + coſin. 5. 44. 26.	$\downarrow$	$= 9{,}9978165.$
ξ	$=$ + coſin. 0. 39. 36.	ξ	$= 9{,}9999711.$
p	$=$ + ſinus. 4. 48. 50.	p	$= 8{,}9238624.$
q	$=$ + coſin. 4. 48. 50.	q	$= 9{,}9984653.$
Ω	$=$ + coſin. 23. 28. 21.	Ω	$= 9{,}9624884.$
χ	$= +$ 38936.	χ	$= 9{,}5903565.$
ω	$=$ + ſinus. 28. 44. 30.	ω	$= 9{,}6820198.$
φ	$=$ + coſin. 28. 44. 30.	φ	$= 9{,}9428989.$
t	$=$ + tang. 28. 44. 30.	t	$= 9{,}7391209.$
π	$=$ + ſinus. 0. 54. 1,5	π	$= 8{,}1963030.$
π'	$=$ + ſinus. 0. 0. 10.	π'	$= 5{,}6855749.$
ζ	$= +$ 99692.	ζ	$= 9{,}9986603.$

Logarithme...

Logar. { ſin. de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.... $= 8{,}0614117.$
ſin. verſe (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉) $= 5{,}4972284.$
ſin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) $= 7{,}8981331.$

l	$= +$ 73301.	l	$= 9{,}8651087.$
γ	$= +$ 200.	γ	$= 7{,}3008965.$
n	$= +$ 50581.	n	$= 9{,}7039847.$
$\frac{n\gamma}{\zeta}$	$= +$ 50737.	$\frac{n\gamma}{\zeta}$	$= 9{,}7053244.$

Logarithme...

Logarithme 3600″ $= 3{,}5563025.$

(6.) Je ſuppoſe également que le Lecteur a préſent à l'eſprit ce que j'ai dit *(5. 28 du 3.e Mem.)* ſur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui ſe trouve dans les formules, doit être compoſée, & la caractériſtique de ſon logarithme.

Année 1765.

Qu'il ſe rappelle l'exception relative au nombre de ſecondes, ſoit d'heure, ſoit de degré.

Qu'il n'a pas oublié la diviſion du diſque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'*article III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Obſervateur rapporte le centre de la Lune. *Année 1765.*

Qu'il a préſent à la mémoire la manière de diſtinguer chacun des termes d'une équation, en le ſurmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour ſignifier la quantité dans l'expreſſion de laquelle ſe trouve le terme en queſtion; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Qu'il ſe rappelle la méthode détaillée dans l'*article VI du troiſième Mémoire*, pour convertir le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, en expreſſion de la longitude du lieu.

(7.) Je ſuppoſe enfin que le Lecteur n'a pas oublié que par la latitude d'un lieu, j'entends ſa latitude corrigée. Cette latitude eſt réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie eſt réductible à la latitude corrigée, par la première Table du *§. 20* de mon ſecond Mémoire. *Année 1764.*

Ces ſuppoſitions admiſes, je paſſe à la ſolution de pluſieurs problèmes.

ARTICLE PREMIER.

Diſcuſſion de pluſieurs points importans de la courbe des plus courtes diſtances des centres.

(8.) J'ai donné *(cinquième Mémoire)* une méthode pour déterminer rigoureuſement ſur la ſurface de la Terre les différens points de notre Globe, pour leſquels la plus courte diſtance des centres du Soleil & de la Lune, eſt d'une certaine quantité aſſignée: je me propoſe de diſcuter maintenant pluſieurs points importans de cette courbe. *Année 1767.*

Soit λ la tangente de la distance des centres assignée.

μ la tangente, m le cosinus } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de la plus grande phase, avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune.

Année 1767. J'ai démontré *(5.e Mém. §. 35)* que l'on a les équations suivantes,

$$\frac{\lambda m\xi}{\zeta\pi} - \frac{\lambda mps}{\zeta r^2} - \frac{\lambda mc\varrho qh}{\zeta r^4} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{eg\varrho\omega}{r^3} - \frac{ehp\varrho\varphi}{r^4} = 0;$$

$$\frac{\mu nr^6}{\zeta\upsilon} - \mu cp\varrho\omega g - \mu c\varrho\varphi rh - cp\varrho\varphi rg + c\varrho\omega r^2 h = 0.$$

Examinons sommairement quelques cas particuliers de ces équations.

SECTION PREMIÈRE,

Dans laquelle on examine ce que deviennent les équations précédentes, lorsque $\mu = 0$, *&* $m = r$.

(9.) Si l'on suppose $\mu = 0$, & $m = r$, on aura

$$\frac{\lambda\xi r}{\zeta\pi} - \frac{\lambda ps}{\zeta r} - \frac{\lambda c\varrho qh}{\zeta r^3} - \frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{eg\varrho\omega}{r^3} - \frac{ehp\varrho\varphi}{r^4} = 0;$$

$$p\varphi g - \omega rh = 0.$$

De la seconde équation, on tire (à cause de $\omega r = \varphi t$)

tangente de l'angle horaire correspondant au phénomène $= \frac{tr}{p}$.

D'où je conclus d'abord que l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène, ne dépend ni de la latitude du lieu, ni de la phase: quelles que soient ces deux quantités, l'heure sera absolument la même.

(10.) Il est une autre remarque qui ne doit pas échapper; c'est l'identité de cette heure avec celle qui résout le problème de *Année 1765.* *l'article VII du 3.me Mémoire.* Après avoir constaté que tous les lieux situés sous le même parallèle n'observent pas la même plus grande phase, on se proposoit la question suivante. *Déterminer celui de tous les lieux situés sous le même parallèle terrestre, qui observe le* maximum maximorum, *ou le* minimum minimorum

de phaſes. Le calcul nous a appris *(3me Mém. §. 87)*, que ce *maximum* ou ce *minimum* eſt obſervé dans le point du parallèle qui voit la plus grande phaſe à l'heure déterminée par l'équation

$$\text{tangente de l'angle horaire} = \frac{tr}{p}.$$

L'heure qui réſout la queſtion propoſée dans la préſente ſection, eſt la même; la phaſe donnée eſt donc un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de phaſes, relativement au parallèle terreſtre que le calcul détermine.

Suppoſons que la diſtance des centres aſſignée ſoit un *minimum minimorum* de phaſes, relativement au parallèle terreſtre que le calcul détermine, & que cette diſtance des centres ſoit égale, par exemple, à la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune; tous les lieux ſitués ſous le même parallèle obſerveront une diſtance des centres plus grande: ils ne verront donc pas l'Éclipſe; le lieu déterminé par l'équation ſera donc la *limite de l'Éclipſe.*

Suppoſons, au contraire, que la diſtance des centres aſſignée ſoit un *maximum maximorum* de phaſes, relativement au parallèle terreſtre que le calcul détermine, tous les lieux ſitués ſous le même parallèle obſerveront une plus petite diſtance des centres, & le lieu déterminé par l'équation ſera un *maximum* de latitude, par rapport à la phaſe donnée.

Ces réflexions ſuffiſent pour montrer ce que cette ſection peut avoir de remarquable.

(11.) Soit $\begin{cases} g' \text{ le ſinus} \\ h' \text{ le coſinus} \end{cases}$ de l'angle horaire particulier, déterminé par l'équation du §. 9.

$$G = \frac{(G1)\ \lambda\xi r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{(G2)\ \downarrow lr}{\zeta\rho}$$

$$H = \frac{(H1)\ \lambda p r}{\zeta\rho} - \frac{(H2)\ q\varphi}{\rho}$$

$$K = \frac{(K1)\ \lambda q h'}{\zeta r} + \frac{(K2)\ p\varphi h'}{r^2} + \frac{(K3)\ \omega g'}{r}.$$

L'équation du §. 8 deviendra

$$Hs \pm Kc = Gr = 0.$$

Soit maintenant P le ſinus, & Q le coſinus d'un angle aigu N, tel que l'on ait $\frac{Pr}{Q} = \frac{Kr}{H}$; c'eſt-à-dire, dont la tangente égale $\frac{Kr}{H}$. Dans l'équation $Gr - Hs - Kc = 0$; ſubſtituons $\frac{KQ}{P}$ à H, elle deviendra

$$\frac{Qs + Pc}{r} = \frac{GP}{K};$$

Mais $\frac{Qs + Pc}{r}$ eſt le ſinus de la ſomme de l'angle connu N & de la latitude du lieu pour lequel la plus courte diſtance aſſignée arrive dans la ſuppoſition de $\mu = 0$, & $m = r$; donc

$$\text{ſinus (latitude demandée + angle connu } N) = \frac{GP}{K}.$$

(12.) Puiſqu'un même ſinus appartient à deux angles différens; la ſomme de la latitude demandée, & de l'angle connu N, a deux valeurs; il y a donc deux latitudes différentes qui ſatisfont à la queſtion; au reſte l'on n'oubliera pas que les latitudes données par le calcul, ſont des latitudes corrigées, réductibles en latitudes vraies par le moyen de la première Table du *§. 20 du ſecond Mémoire.*

Année 1764.

(13.) Au lieu de chercher quel lieu de la Terre obſerve une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée; ſi l'on cherche quel point de la Terre obſerve l'attouchement des limbes du Soleil & de la Lune; il ſuit de ce que j'ai démontré; *(5.me Mém. §. 46 & ſuiv.)* que ſi l'on ſuppoſe

Année 1767.

ſinus (demi-diam. horiz. de la ☾) $= \frac{a'}{b'}$ ſinus (parall. horiz. polaire).

$\mathfrak{d} =$ coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\mathfrak{d}' =$ coſinus (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

$\left.\begin{matrix} s = \text{ſinus} \\ r = \text{coſinus} \end{matrix}\right\}$ demi-diamètre du Soleil.

$r' =$ coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\mathfrak{n} = \frac{a'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

$\mathfrak{s} =$ le nombre de ſecondes de degré dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune.

On aura

On aura pour réſoudre la queſtion,

Contacts extérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = + \frac{(G\,1)\ \sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} + \frac{(G\,2)\ \delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{(G\,3)\ \downarrow lr}{\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{(H\,1)\ \sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{(H\,2)\ q\varphi}{\rho}.$$

$$K = + \frac{(K\,1)\ \sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r} + \frac{(K\,2)\ p\varphi k'}{r^2} + \frac{(K\,3)\ \omega g'}{r}.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = - \frac{(G\,1)\ \sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} - \frac{(G\,2)\ \delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{(G\,3)\ \downarrow lr}{\zeta\rho}.$$

$$H = - \frac{(H\,1)\ \sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{(H\,2)\ q\varphi}{\rho}.$$

$$K = - \frac{(K\,1)\ \sigma\tau' q k'}{\partial\zeta r} + \frac{(K\,2)\ p\varphi k'}{r^2} + \frac{(K\,3)\ \omega g'}{r}.$$

Dans ces deux cas, ſi l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires, on ſuppoſera $\sigma =$ ſin. (demi-diam. du Soleil $- \vartheta$).

Contacts intérieurs.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = + \frac{(G\,1)\ \sigma\tau'\xi r^2}{\partial'\pi\zeta\rho} - \frac{(G\,2)\ \delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{(G\,3)\ \downarrow lr}{\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{(H\,1)\ \sigma\tau' p r}{\partial'\zeta\rho} - \frac{(H\,2)\ q\varphi}{\rho}.$$

$$K = + \frac{(K\,1)\ \sigma\tau' q k'}{\partial'\zeta r} + \frac{(K\,2)\ p\varphi k'}{r^2} + \frac{(K\,3)\ \omega g'}{r};$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = -\overset{(G\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\vartheta'\pi\zeta\rho}} + \overset{(G\,2)}{\frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}} - \overset{(G\,3)}{\frac{\downarrow lr}{\zeta\rho}};$$

$$H = -\overset{(H\,1)}{\frac{\sigma\tau' pr}{\vartheta'\zeta\rho}} - \overset{(H\,2)}{\frac{q\varphi}{\rho}}.$$

$$K = -\overset{(K\,1)}{\frac{\sigma\tau' qk'}{\vartheta'\zeta r}} + \overset{(K\,2)}{\frac{p\varphi k'}{r^2}} + \overset{(K\,3)}{\frac{\omega g'}{r}}.$$

Dans ces deux cas, ſi l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires, on ſuppoſera $\sigma =$ ſin. (demi-diam. du Soleil $+ \vartheta$).

(14.) Rien de plus ſimple d'après les remarques des *§. 49* Année 1767. *& 50 de mon 5.e Mémoire*, auquel je renvoie, de réſoudre par les équations précédentes, les queſtions analogues que l'on peut ſe propoſer relativement au nombre de doigts éclipſés du diſque ſolaire.

(15.) En partant de l'équation

$$Hs + Kc - Gr = 0,$$

on eſt parvenu *(§. 11)* aux réſultats ſuivans,

$$\text{ſinus (latitude demandée} + \text{angle } N) = \frac{GP}{K}.$$

Mais il eſt ſenſible que les quantités G, H, K peuvent changer de ſignes relativement aux différentes Éclipſes & aux diverſes diſtances des centres. Pour éviter toute incertitude ſur cette matière, je vais épuiſer les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du *§. 11*; & preſcrire pour chaque combinaiſon, l'opération indiquée par l'analyſe: il ne s'agira que de conſtater d'après les réflexions du *§. 4*, quelle combinaiſon de ſignes a lieu pour le cas particulier dans lequel on eſt.

(16.) Les différentes combinaiſons qui peuvent affecter les termes de l'équation $Hs + Kc - Gr = 0$, ſe réduiſent à quatre.

$Hs + Kc - Gr = 0$ ..... 1.er CAS.
$Hs + Kc + Gr = 0$ ..... 2.e CAS.
$Hs - Kc - Gr = 0$ ..... 3.e CAS.
$Hs - Kc + Gr = 0$ ..... 4.e CAS.

PREMIER CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} D - N \\ D' - N \end{matrix} \right\}$$

DEUXIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} -D - N \\ -D' - N \end{matrix} \right\}$$

TROISIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} +D + N \\ +D' + N \end{matrix} \right\}$$

QUATRIÈME CAS.

Déterminez l'angle qui a pour tangente $\frac{Kr}{H}$, & que je nomme N, en obſervant de le ſuppoſer toujours aigu & poſitif, quel que ſoit le ſigne de K & de H.

Évaluez les deux angles qui ont pour ſinus $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$, & que je nomme D, D', en obſervant de les ſuppoſer toujours moindres que 180 degrés, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors,

$$\text{Latitudes demandées} = \left\{ \begin{matrix} -D + N \\ -D' + N \end{matrix} \right\}$$

(17.) Dans l'uſage de ces formules, on peut trouver des latitudes de quatre eſpèces.

Des latitudes poſitives, depuis 0^d juſqu'à 90^d
Des latitudes poſitives, depuis 90 juſqu'à 180.
Des latitudes négatives, depuis 0 juſqu'à 90.
Des latitudes négatives, depuis 90 juſqu'à 180.

Car l'on obſervera que ſi l'on avoit, par exemple, une latitude poſitive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit

à une latitude de l'eſpèce précédente, en prenant avec un ſigne contraire ſon ſupplément à 360 degrés.

Pour entendre ces ſolutions, on remarquera que l'équation $\omega rh - p\varphi g = 0$ qui *(5. 9)* déſigne l'heure du phénomène, appartient également à deux angles horaires, qui diffèrent entr'eux de 180 degrés. Rien ne détermine lequel des deux angles horaires réſout la queſtion; les valeurs de K *(5. 11 & 13)*, auront cependant un ſigne différent ſuivant que l'on emploiera dans le calcul, l'un des deux angles plus tôt que l'autre. En effet, ſi l'on prend, par exemple, les ſuppoſitions de l'éclipſe du 1.er Avril 1764, les deux angles horaires, donnés par l'équation

$$\omega rh - p\varphi g = 0,$$

ſont $\left\{\begin{matrix} + 81^d\ 18'\ 0'' \\ - 98.\ 42.\ 0. \end{matrix}\right\}$ correſpondant à $\left\{\begin{matrix} 5^h\ 25'\ 12'' \text{ du ſoir.} \\ 5.\ 25.\ 12 \text{ du matin.} \end{matrix}\right\}$

Dans la première ſuppoſition, les valeurs de g' & de h', ainſi que celle de K ſont poſitives; elles ſont négatives dans la ſeconde ſuppoſition: comme donc l'on n'eſt guidé par aucune conſidération particulière ſur le choix de l'angle horaire, on prendra arbitrairement l'un des deux angles; & alors les latitudes poſitives ou négatives depuis 0 degré juſqu'à 90 degrés, détermineront les lieux pour leſquels la phaſe aſſignée arrive à l'heure déterminée par l'angle horaire que l'on a choiſi arbitrairement; & les latitudes poſitives ou négatives depuis 90 degrés juſqu'à 180 degrés (ou plutôt, les ſupplémens de ces latitudes) indiqueront les lieux pour leſquels la phaſe aſſignée arrive à l'heure déterminée par l'autre angle horaire, que l'on auroit pu également choiſir; bien entendu, que les latitudes poſitives ſont des latitudes boréales, & les latitudes négatives ſont des latitudes auſtrales.

L'on n'oubliera pas que ſi $\frac{G \times \text{ſinus } N}{K}$ ſurpaſſe le rayon, les latitudes ſont imaginaires.

(18.) Puiſque dans le cas que je diſcute $\mu = 0$; il eſt évident par ce qui a été dit *(5.me Mémoire, §. 36)*, que ſi l'on ſuppoſe *Année 1767.*

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{cg'p\varphi}{r^3}} + \overset{(F4)}{\frac{ch'pp\omega}{r^4}}.$$

On aura pour déterminer le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène.

$$b = - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F. \qquad (b\ 1)$$

Lorſque l'on connoîtra le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène, & l'heure que l'on compte dans le lieu ; la détermination de la longitude (*3.e Mémoire article VI*) n'a plus aucune difficulté. *Année 1765.*

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

G.

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\xi r^2}{\pi \zeta \rho} = + 1{,}8025611. & (G\ 1,) \\ \frac{r^2}{\pi \zeta \rho} = - 8{,}1974100. & (G\ 2,) \end{cases}$$

$$\frac{\downarrow l r}{\zeta \rho} = 72748. \qquad (G\ 3)$$

H.

$$\text{Log.}\ \frac{pr}{\zeta \rho} = - 1{,}0772446. \qquad (H\ 1,)$$

$$\frac{q\varphi}{\rho} = 86879. \qquad (H\ 2)$$

K.

$$\text{Log.}\ \frac{qK}{\zeta r} = - 0{,}8204685. \qquad (K\ 1,)$$

$$\frac{p\varphi K}{r^2} = 1113. \qquad (K\ 2)$$

$$\frac{\omega g'}{r} = 47533. \qquad (K\ 3)$$

F.

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354 \qquad (F\ 1)$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{q\omega}{r^2} = - 0{,}3195149. & (F\ 2,) \\ \frac{\rho\varphi g'}{r^3} = - 0{,}0596804. & (F\ 3,) \\ \frac{p\rho\omega K'}{r^4} = - 2{,}2119446. & (F\ 4,) \end{cases}$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' \zeta}{nr} = - 6{,}1490213.$$

EXEMPLE.

(19.) *On demande la plus grande & la plus petite latitude des lieux qui ont pu voir l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune le 1.er Avril 1764.*

SOLUTION. Lors de cette Éclipse, le demi-diamètre du Soleil étoit de 16′ 0″,5, le demi-diamètre horizontal de la Lune de 14′ 47″,2. Si donc on suppose une inflexion de 4″,5, on aura

$\vartheta = 4'',5$

σ = sinus, τ = cosinus } 15′ 56″

τ' = cosinus 14. 47,2

∂ = cosinus 30. 43,2

$\delta = 430.$

Logarithme...

$\sigma = 7,6660312.$
$\tau = 9,9999954.$
$\tau' = 9,9999960.$
$\partial = 9,9999826.$
$\delta = 7,6335601.$
$\delta\tau = 17,6335555.$
$\frac{\sigma\tau'}{\partial} = 7,6660446.$

d'ailleurs puisque les deux angles horaires donnés par l'équation $\omega rh - p\varphi g = 0$, sont

$\left\{\begin{matrix} + 81^d\ 18'\ 0'' \\ - 98.\ 42.\ 0 \end{matrix}\right\}$ correspondant à $\left\{\begin{matrix} 5^h\ 25'\ 12'' \text{ du soir.} \\ 5.\ 25.\ 12 \text{ du matin.} \end{matrix}\right\}$

& qu'il est indifférent d'employer l'un ou l'autre de ces angles, je calculerai pour $5^h\ 25'\ 12''$ du soir.

TYPE du Calcul.....$5^h\ 25'\ 12''$ du soir.

$g' = +$ sinus $81^d\ 18'\ 0''$....$h' = +$ cosinus $81^d\ 18'\ 0''$.

$G = +(G\,1) + (G\,2) - (G\,3)\ldots\ldots(G\,3) = 72748.$

$(G\,1)$		$(G\,2)$	
$+ 7,6660446$	log. $\frac{\sigma\tau'}{\partial}$.	$+ 17,6335555$	log. $\delta\tau$.
$+ 1,8025611.$		$- 8,1974100.$	
$9,4686057$	log. 29417.	$9,4361455$	log. 27299.

$G = - 16032.$ Logarithme $G = 9,2049877.$

$H = + (H1) - (H2) \ldots\ldots\ldots (H2) = 86879.$

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad (H1) \\ + \ 7{,}6660446 \ldots \log. \dfrac{\sigma\tau'}{\partial}. \\ - \ 1{,}0772446. \\ \hline 6{,}5888000 \ldots \log. \ 39. \end{array} \qquad H = -86840 \ldots \log. H = 9{,}9387198.$$

$K = + (K1) + (K2) + (K3) \ldots (K2) = 1113 \ldots (K3) = 47533.$

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad (K1) \\ + \ 7{,}6660446 \ldots \log. \dfrac{\sigma\tau'}{\partial}. \\ - \ 0{,}8204685. \\ \hline 6{,}8455761 \ldots \log. \ 70. \end{array} \qquad K = +48716 \ldots \log. K = 9{,}6876715.$$

Maintenant, puiſque dans l'exemple particulier que je diſcute, G & H ſont négatifs & K poſitif, l'équation $Hs + Kc - Gr = 0$ devient $Hs - Kc - Gr = 0$; on eſt donc dans la troiſième ſuppoſition du §. 16.

$$\begin{array}{l} + 19{,}6876715 \ldots \log. \ Kr. \\ - \ 9{,}9387198 \ldots \log. \ H. \\ \hline 9{,}7489517 \ldots \log. \text{ tang. } N. \end{array} \qquad N = 29^d \ 17' \ 30''.$$

$$\begin{array}{l} + \ 9{,}6895358 \ldots \log. \text{ finus } N. \\ + \ 9{,}2049877 \ldots \log. \ G. \\ \hline 18{,}8945235. \\ - \ 9{,}6876715 \ldots \log. \ K. \\ \hline 9{,}2068520 \ldots \log. \text{ finus } \left\{ \begin{matrix} D \\ D' \end{matrix} \right\} \end{array}$$

$D = 9^d \ 15' \ 56''$ $\qquad$ $D' = 170^d \ 44' \ 4''$

$$\begin{array}{l} + \ 9^d \ 15' \ 56'' \ldots D'. \\ + \ 29. \ 17. \ 30 \ldots N. \\ \hline \text{Lat. cor.} = 38. \ 33. \ 26. \\ \qquad\qquad 0. \ 9. \ 26. \ (S. 7) \\ \hline \text{Lat. vr.} = 38. \ 42. \ 52. \ \text{Boréale} \end{array} \qquad \begin{array}{l} + \ 170^d \ 44' \ 4'' \ldots D'. \\ + \ 29. \ 17. \ 30 \ldots N. \\ \hline \text{Lat. vr.} \left\{ \begin{array}{l} + \ 200. \ 1. \ 34. \\ - \ 159. \ 58. \ 26 \ (\text{ſup. à } 360^d) \end{array} \right. \\ \qquad\qquad 20. \ 1. \ 34 \ (\text{ſup. lat. cor.}) \\ \qquad\qquad 0. \ 6. \ 13. \ (S. 7) \\ \hline \text{Lat. vr.} = 20. \ 7. \ 47. \ \text{Auſtrale.} \end{array}$$

(20.) Conformément au §. 17, je remarque que la première des deux latitudes eſt une latitude boréale, & que l'heure que l'on comptoit dans le lieu, étoit celle déſignée par l'angle horaire de + 81ᵈ 18′ 0″, c'eſt-à-dire 5ʰ 25′ 12″ du ſoir, puiſque la latitude a été donnée ſous une forme poſitive, & qu'elle eſt compriſe entre 0ᵈ & 90ᵈ.

Quant à la ſeconde latitude, je remarque que cette latitude s'étant préſentée d'abord ſous une forme poſitive plus grande que 180ᵈ, il a fallu la ſouſtraire de — 360ᵈ 0′ 0″, ce qui l'a rendue négative, & a conſéquemment indiqué une latitude auſtrale : j'obſerve enfin que l'heure que l'on comptoit dans le lieu étoit celle déſignée par l'angle horaire de — 98ᵈ 42′ 0″, c'eſt-à-dire 5ʰ 25′ 12″ du matin, puiſque le calcul a donné une latitude compriſe entre 90ᵈ & 180ᵈ.

Calcul de la Longitude.

Latitude vraie = 20ᵈ 7′ 47″ auſtrale. Latitude corrigée = 20ᵈ 1′ 34″.

Heure du phénomène 5ʰ 25′ 12″ du matin.

s = — ſinus 20ᵈ 1′ 34″ ; c = + coſin. 20. 1. 34 — Logarithme s = 9,5345951. ; c = 9,9729138.

$F = +(F1) + (F2) + (F3) - (F4) \ldots (F1) = 7354.$

$(F2)$	$(F3)$	$(F4)$
9,5345951... s.	9,9729138... c.	9,9729138... c.
— 0,3195149.	— 0,0596804.	— 2,2119446.
9,2150802...log. 16409.	9,9132334...log. 81890.	7,7609692...log. 5771.

$F = +105076$ Log. F = 10,0215040.

$b = -(b1)$

10,0215040.
— 6,1490219.
3,8724821...log. 7456″.

$\beta = -31^d\ 4'\ 0''$.

Longitude = + 22ᵈ 9′ 15″...Angle conſtant ; + 31. 4. 0....Angle β. ; — 98. 42. 0....Angle horaire = $-45^d\ 28'\ 45''$.

Le lieu étoit donc plus occidental que Paris de 45ᵈ 28′ 45″.

(21.) On conclura par un calcul entièrement ſemblable, que le lieu qui avoit une latitude boréale de $38^d\,42'\,52''$, étoit un point de la Terre plus oriental que Paris, de $76^d\,47'\,30''$.

(22.) Cette dernière recherche préſente un objet de curioſité aſſez remarquable : en effet, elle apprend qu'aucun pays ſitué par-delà le parallèle auſtral de $20^d\,7'\,47''$, n'a pu voir l'Éclipſe; que la ligne d'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, s'eſt étendue entre le parallèle auſtral de $20^d\,7'\,4''$ & le parallèle boréal de $38^d\,42'\,52''$; qu'enfin tous les pays ſitués par-delà le parallèle boréal de $38^d\,42'\,52''$ ont vu l'Éclipſe.

La ſolution que je viens de donner, eſt une ſolution purement géométrique, qui fait abſtraction de toutes les circonſtances phyſiques capables de modifier le réſultat. Ainſi donc, dans l'exemple particulier que nous conſidérons, il ne faut pas conclure que tous les Pays ſitués par-delà le parallèle boréal de $38^d\,42'\,52''$, ont réellement obſervé l'Éclipſe. Il eſt arrivé pour un très-grand nombre de points de ces parallèles, que quoique les centres du Soleil & de la Lune, & l'œil de l'Obſervateur, aient néceſſairement eu dans un certain inſtant aſſignable une poſition relative propre à laiſſer voir le diſque du Soleil entamé par la Lune; l'épaiſſeur de la Terre a néanmoins empêché de jouir du phénomène.

Si l'on calcule l'arc ſemi-diurne pour la latitude auſtrale de $20^d\,7'\,47''$, on trouvera que le lieu donné par l'analyſe, pour la limite de l'Éclipſe dans l'hémiſphère auſtral, étoit dans ce dernier cas.

(23.) En appliquant aux méthodes précédentes les remarques
Année 1767. des *§. 49 & 50 de mon 5.me Mémoire*, je ſuis parvenu à conſtruire la Table ſuivante.

TABLE des Parallèles entre lesquels se sont étendues, lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les lignes des Doigts éclipsés du disque du Soleil.

NOMBRE DE DOIGTS éclipsés.	LATITUDES.	LONGITUDES.	LATITUDES.	LONGITUDES.
Attouchement des limbes boréal du ⊙ & austral de la ☾..	20d 7′ 47″A.	45d 28′ 45″*oc.*	38d 42′ 52 B.	76d 47′ 30″*or.*
	Côtes du Brefil.		*Défert du grand Tibet.*	
Trois doigts de la partie boréale du ⊙	11. 23. 11	46. 30. 0	47. 22. 27	77. 51. 0
	Intérieur du Brefil.		*Grande Tartarie.*	
Six doigts de la partie boréale du ⊙	2. 6. 3	48. 17. 0	56. 33. 4	79. 40. 15
	Maragnan.		*Tartarie Ruſſienne.*	
Neuf doigts de la partie boréale du ⊙	8. 2. 4 B.	51. 0. 15	66. 33. 12	82. 24. 45
	Mer Atlantique.		*Sibérie.*	
Attouchement des limbes boréal du ⊙ & boréal de la ☾.	15. 46. 28	53. 52. 0	74. 19. 25	84. 57. 45
	Mer Atlantique.		*Nord de la Sibérie.*	
Attouchement des limbes auſtral du ⊙ & auſtral de la ☾.	19. 52. 7	55. 50. 0	78. 15. 56	86. 32. 0
	Mer Atlantique.		*Mer Glaciale.*	
Neuf doigts de la partie auſtrale du ⊙	29. 47. 12	59. 8. 30	88. 11. 46	90. 39, 30
	Mer Atlantique.		*Mer Glaciale.*	
Six doigts de la partie auſtrale du ⊙	Imaginaire.	Imaginaire.	Imaginaire.	Imaginaire.

La ligne de ſix doigts éclipſés de la partie auſtrale du Soleil a paſſé au-delà de la Terre.

SECTION SECONDE.

Détermination du maximum *des plus grandes phaſes viſibles ſur la Terre.*

Année 1765. (24.) Dans le *IV.me article du 3.me Mémoire*, j'ai déterminé la plus courte diſtance des centres, relativement aux différens lieux ſitués ſous un même parallèle terreſtre; dans le *VII.me article du même Mémoire*, j'ai déterminé quel point particulier de ce parallèle obſerve le *maximum maximorum* de diſtances des centres; mais il eſt ſenſible que ces *maxima maximorum* varient ſuivant les différentes latitudes terreſtres : le *maximum maximorum* que l'on obſerve, par exemple, ſous le parallèle auſtral de $20^d\,7'\,47''$, n'eſt pas le même que celui que l'on obſerve ſous le parallèle auſtral de $11^d\,23'\,11''$; la latitude du parallèle terreſtre influe donc ſur ces quantités. Je vais chercher maintenant le *maximum* de ces *maxima*; cette recherche du genre de *maximis maximorum maximorum*, donnera la limite des plus grandes phaſes viſibles ſur la Terre.

(25.) Les équations de la ſection précédente fourniſſent une méthode bien facile pour réſoudre cette dernière queſtion : en effet, on a vu *(§. 11)* que ſi l'on ſuppoſe

$P =$ ſinus, $Q =$ coſinus, d'un angle aigu N tel que $\frac{Pr}{Q}$ égale $\frac{Kr}{H}$, c'eſt-à-dire dont la tangente égale $\frac{Kr}{H}$;

$$G = \frac{\lambda\xi r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi lr}{\zeta\rho},$$

$$H = \frac{\lambda p r}{\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho};$$

$$K = \frac{\lambda q h'}{\zeta r} + \frac{p\varphi H}{r^2} + \frac{\omega g'}{r}.$$

On a l'équation ſuivante,

$$\text{ſinus (latitude demandée} + \text{angle } N) = \frac{GP}{K}.$$

J'ai remarqué de plus *(§. 17)*, que ſi $\frac{GP}{K}$ ſurpaſſe le rayon,

les latitudes deviennent imaginaires; la ſuppoſition de $\frac{GP}{K} = r$ eſt donc le paſſage des latitudes réelles aux latitudes imaginaires, & par conſéquent le cas des dernières valeurs de λ qui puiſſent entrer dans l'expreſſion de la latitude.

(26.) On a donc pour réſoudre la queſtion propoſée dans la préſente ſection,

$$GP - Kr = 0,$$
$$PH - KQ = 0,$$
$$P^2 + Q^2 - r^2 = 0.$$

Des équations précédentes, on tire

$$G^2 - H^2 - K^2 = 0,$$

ou (en éliminant les quantités G, H, K par le moyen des équations du §. 25)

$$\pi^2\rho^2(\lambda qrh' + p\varphi\zeta h' + \omega\zeta rg')^2 + \pi^2r^4(\lambda pr - q\varphi\zeta)^2 - r^6(\lambda\xi r - \psi l\pi)^2 = 0.$$

(27.) Puiſque le Problème que je diſcute n'eſt qu'un cas particulier du Problème de la ſection précédente, l'heure du phénomène eſt donnée par l'équation du §. 9. On a donc

$$pg' - th' = 0.$$

De plus, $g'^2 + h'^2 - r^2 = 0$. Dans l'équation du §. 26, on peut donc éliminer les valeurs de g' & de h', & l'équation du Problème, en ſuppoſant

$$C = \frac{\xi^2 r}{\pi^2} - \frac{p^2}{r} - \frac{p^2q^2\rho^2}{r^3(p^2+t^2)},$$

$$D = \left(\frac{\psi l\xi}{\pi r} + \frac{pq\varphi\zeta\times(\rho+r)\times(\rho-r)}{r^5}\right)\times\frac{r}{C},$$

$$E = \left(\frac{q^2\varphi^2\zeta^2}{r^5} + \frac{\varphi^2\rho^2\zeta^2\times(p^2+t^2)}{r^7} - \frac{\psi^2l^2}{r^3}\right)\times\frac{r}{C},$$

ſera $$\lambda^2 - 2\lambda D - Er = 0.$$

(28.) Rien de plus facile que d'avoir les latitudes correſpondantes aux deux valeurs de λ déterminées par le *paragraphe précédent:* cette queſtion n'eſt qu'un cas particulier du Problème

de la première ſection du préſent Mémoire; il faudra (conformément à ce qui eſt détaillé dans le §. *16*) déterminer, relativement à chacune des valeurs de λ, le ſigne & la valeur des quantités G, H, K, pour fixer d'abord laquelle des ſuppoſitions du §. *16* a lieu; bien entendu que dans l'évaluation de K, on pourra employer arbitrairement l'un ou l'autre des deux angles horaires donnés par l'équation du §. *9*. On aura donc l'angle N. Quant aux angles D, D', puiſque (§. *25*) l'expreſſion $\frac{GP}{K}$ de leur ſinus égale r, ils coïncident & ſont égaux à 90^d; on connoîtra donc la latitude: on ſaura de plus par la forme de la ſolution (§. *17*) ſi la ſuppoſition de l'angle horaire que l'on aura choiſi arbitrairement ſatisfait au Problème, ou ſi c'eſt l'autre angle horaire qu'il auroit fallu choiſir. On déterminera enfin le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction (§. *18*) par le moyen de l'équation

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F.$$

(29.) Dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\left.\begin{array}{l} C = +\ 4048\,9000. \\ D = +\ 1146{,}21. \\ E = +\ 11{,}4743. \end{array}\right\} \quad \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{rl} C = & 13{,}6073362. \\ D = & 8{,}0592650. \\ E = & 6{,}0597243. \\ \sqrt{(Er)} = & 8{,}0298622. \end{array}\right.$$

Puiſque D, E ſont des quantités poſitives, l'équation qui réſout le Problème eſt $\lambda^2 - 2\lambda D - Er = 0$; ſi je compare cette équation avec les équations générales du ſecond degré (*4.e Mém. Année 1766. §. 40 & ſuiv.*), je remarque que l'on eſt dans le quatrième cas de ces équations, & que par conſéquent l'on a

$$\text{Tang.} \left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\} = \frac{r\sqrt{(Er)}}{D}$$

$$b = \text{tang.} \frac{B}{2} \frac{\sqrt{(Er)}}{\zeta} \qquad b = \text{tang.} \frac{B'}{2} \times \frac{\sqrt{(Er)}}{\zeta},$$

J'obſerve de plus que l'angle B eſt entre 90^d & 180^d, & l'angle B' entre 270^d & 360^d; que l'angle $\frac{B}{2}$ eſt par conſéquent moindre que 90^d, & ſa tangente poſitive; que l'angle $\frac{B'}{2}$ eſt entre 90^d & 180^d, & ſa tangente négative; des deux valeurs de λ la première eſt donc poſitive & l'autre négative.

TYPE du Calcul.

$+18{,}0298622\ldots$log. $r\sqrt{(Er)}$.
$-\ 8{,}0592650\ldots$log. D.

$9{,}9705972\ldots$log. tang. $\left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\}$

$B = 136^d\ 56'\ 18''$ $\qquad$ $B' = 316^d\ 56'\ 18''$

$\frac{B}{2} = 68.\ 28.\ 9$ $\qquad$ $\frac{B'}{2} = 158.\ 28.\ 9$

$10{,}4039180\ldots$log. tang. $\frac{B}{2}$. $\qquad$ $9{,}5960820\ldots$log. tang. $\frac{B'}{2}$.

$+\ 8{,}0298622\ldots$log. $\sqrt{(Er)}$. $\qquad$ $+\ 8{,}0298622\ldots$log. $\sqrt{(Er)}$.

$8{,}4337802\ldots$log. λ. $\qquad$ $7{,}6259442\ldots$log. λ.

λ poſitif. $\qquad$ λ négatif.

Les deux dernières diſtances des centres viſibles ſur la Terre étoient donc une diſtance boréale de $1^d\ 33'\ 18''$ & une diſtance auſtrale de $14'\ 32'',5$; la ſeule dernière diſtance donnoit une Éclipſe.

CALCUL de la Latitude du lieu qui a obſervé la diſtance auſtrale de $14'\ 32'',5$.

$\lambda = -$ tang. $14'\ 32'',5\ldots\ldots\ldots$log. $\lambda = 7{,}6259442$.

Angle horaire choiſi arbitrairement, conformément à la remarque du *paragraphe 17*,

$+\ 81^d\ 18'\ 0''$.

$$\left.\begin{array}{l} g' = + \text{ sinus } 81^d\ 18'\ 0'' \\ h' = + \text{ cosin. } 81.\ 18.\ 0 \\ H = - 86914. \\ K = + 48582. \\ G = - 99570. \end{array}\right\} \qquad \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{l} g' = 9{,}9949740. \\ h' = 9{,}1797265. \\ H = 9{,}9390897. \\ K = 9{,}6864754. \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Angle } D = \\ \text{Angle } D' = \end{array}\right\} 90^d\ 0'\ 0''.$$

Maintenant, puisque G & H sont négatifs & K positif, l'équation qui résout le Problème est $Hs - Kc - Gr = 0$; on est donc dans la troisième supposition du §. 16.

$+ 19{,}6864754 \ldots$ log. Kr.
$- 9{,}9390897 \ldots$ log. H.
$9{,}7473857 \ldots$ log. tang. N.
$N = 29^d\ 12'\ 13''$.

$+ 90^d\ 0'\ 0''$ Angle $\left\{\begin{array}{l} D \\ D' \end{array}\right.$
$+ 29.\ 12.\ 13$ Angle N.
Lat. cor. $= 119.\ 12.\ 13.$
$60.\ 47.\ 47.$ supl. lat. cor.
$0.\ 8.\ 14.$
Lat. vr. $= 60.\ 56.\ 1$ Boréale.

Attendu que le calcul a donné la latitude sous la forme d'un angle compris entre 90^d & 180^d, je conclus que l'angle horaire qui satisfaisoit au Problème n'étoit pas l'angle de $+ 81^d\ 18'\ 0''$, mais l'angle de $- 98^d\ 42'\ 0''$; on comptoit donc dans le lieu $5^h\ 25'\ 12''$ du matin à l'instant du phénomène.

Je conclus enfin de l'équation $b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F$, que le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction étoit de $- 550''$, & que par conséquent la longitude du lieu étoit une longitude occidentale de $74^d\ 15'\ 15''$.

(30.) Dans les paragraphes précédens, j'ai déterminé la limite des plus grandes phases visibles sur la Terre, & j'ai remarqué (§. 24) que cette recherche étoit du genre *de maximis maximorum maximorum;* mais cette limite est différente suivant les différentes Éclipses; elle peut donc être susceptible elle-même d'un *maximum*, si l'on compare entr'elles toutes les Éclipses possibles : cette nouvelle question va faire l'objet de mes recherches.

Rien

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème; en effet il eſt aiſé de voir que ſi l'on conſerve toutes les dénominations du §. 27, on a

$$\lambda = D \pm \sqrt{(D^2 + Er)}.$$

Dans cette équation, ſi l'on ſuppoſe $D^2 + Er$ moindre que zéro, les valeurs de λ ſeront imaginaires; la ſuppoſition de $D^2 + Er = 0$, exprime donc la dernière relation poſſible entre les conſtantes propres à donner le *maximum maximorum maximorum* de λ.

Cette ſuppoſition ne donne que des rapports imaginaires entre les conſtantes, pour toutes les Planètes qui compoſent notre ſyſtème; elle ne peut avoir lieu que pour des Aſtres qui ſeroient très-proches de la Terre; il faudroit que l'on pût avoir l'équation ſuivante,

$$\left(\frac{p^2+t^2}{\rho^2}\right)\times\left(\frac{\varphi\gamma\zeta\xi}{\pi r^2}-\frac{\psi\iota\rho}{r^2}\right)^2+\left(\frac{\gamma\iota\psi\iota}{r^3}+\frac{\varphi\zeta\xi\times(p^2+t^2)}{\pi r^3}\right)^2-\frac{p^2\zeta^2}{\varphi^2}=0,$$

qui n'eſt autre choſe que l'équation $D^2 + Er = 0$, dans laquelle on a ſubſtitué à D, E, leurs valeurs tirées du §. 27.

On voit donc que dans notre ſyſtème planétaire la limite des plus grandes phaſes viſibles ſur notre globe, n'eſt pas ſuſceptible d'un véritable *maximum* géométrique. Au reſte, la ſolution n'en eſt pas moins remarquable; c'eſt un réſultat analytique qui ne ſe trouve exclus que par des conſidérations aſtronomiques particulières: imaginons d'autres Aſtres, & le Problème pourra avoir lieu.

SECTION TROISIÈME.

Quelle doit être la relation entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, & la déclinaiſon du Soleil, pour que l'on puiſſe obſerver une Éclipſe de Soleil ſur la Terre!

(31.) Perſonne n'ignore que le Soleil n'eſt point éclipſé à chaque nouvelle Lune. Lorſqu'à l'inſtant de la conjonction, la

Lune, à raiſon de ſa trop grande latitude, ſe projette au-delà du diſque du Soleil, cet aſtre n'eſt éclipſé pour aucun point de la Terre; il y a donc une relation néceſſaire entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée & la déclinaiſon du Soleil, pour que le Soleil puiſſe être éclipſé par la Lune; je vais déterminer cette relation.

Le Problème réſolu dans la ſeconde ſection de ce Mémoire, conduit naturellement à la ſolution de la queſtion préſente; en effet, il eſt ſenſible que la détermination de la dernière relation poſſible entre la déclinaiſon du Soleil, la latitude de la Lune & les autres élemens lunaires qui donnent une éclipſe de Soleil ſur notre globe, ſe réduit à l'énoncé ſuivant.

Étant données la parallaxe horizontale polaire de la Lune, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée & la déclinaiſon du Soleil; déterminer quelle doit être la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, pour que l'on ne puiſſe obſerver l'attouchement du limbe boréal de la Lune & du limbe auſtral du Soleil, ou du limbe auſtral de la Lune & du limbe boréal du Soleil, que dans un ſeul point de la Terre!

Or il eſt évident, par la nature de la queſtion, que cet attouchement eſt une plus grande phaſe du genre de celles déterminées dans la ſeconde ſection de ce Mémoire, c'eſt-à-dire, du genre de *maximis maximorum maximorum* de phaſes; ſi donc on donne à G, H, K des valeurs convenables, on aura *(§. 26)*

$$G^2 - H^2 - K^2 = 0,$$

ou (ce qui revient au même)

$$G \pm \sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

(32.) Pour déterminer les valeurs de G, H, K, j'obſerve que je dois réſoudre deux queſtions: en effet, il y a également éclipſe lorſque l'attouchement du limbe boréal de la Lune & du limbe auſtral du Soleil, ou du limbe auſtral de la Lune & du limbe boréal du Soleil eſt la dernière phaſe viſible ſur la

Terre; les valeurs de G, H, K ſont cependant un peu différentes dans les deux hypothèſes.

(33.) Soit

ſin. (demi-diam. horiz. de la ☾) $= \frac{d'}{b'}$ × ſinus (parallaxe horiz. polaire).

∂ = coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾).

σ = ſinus, τ = coſin. } demi-diamètre du Soleil.

τ' = coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\mathfrak{H} = \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

$\mathfrak{s}$ = le nombre de ſecondes de degré dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune.

g' = ſinus, h' = coſin. } de l'angle horaire particulier déterminé par l'équation du §. 9.

J'ai fait voir (§. 13) que l'on a les équations ſuivantes.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$G = + \frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} + \frac{\mathfrak{H}\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi lr}{\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{\sigma\tau' pr}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = + \frac{\sigma\tau' qh'}{\partial\zeta r} + \frac{p\varphi h'}{r^2} + \frac{\omega g'}{r};$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$G = - \frac{\sigma\tau'\xi r^2}{\partial\pi\zeta\rho} - \frac{\mathfrak{H}\tau r^2}{\pi\zeta\rho} - \frac{\psi lr}{\zeta\rho}.$$

$$H = - \frac{\sigma\tau' pr}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = - \frac{\sigma\tau' qh'}{\partial\zeta r} + \frac{p\varphi h'}{r^2} + \frac{\omega g'}{r};$$

On ne doit point oublier que ſi l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires, il faut ſuppoſer

σ = ſinus (demi-diamètre du Soleil $- \mathfrak{s}$).

Je remarque que dans les équations précédentes, l & ξ dépendent de la latitude de la Lune *(§. 1.er)*, ξ eſt le coſinus de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, &

$$l = r \times \frac{\text{ſinus de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction}}{\pi};$$

ſi donc l'on ſuppoſe

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)},$$

que l'on élimine g' & h' par le moyen des équations

$$th' - pg' = 0, \quad g'^2 + h'^2 - r^2 = 0,$$

& que l'on ſubſtitue à ξ & à l leurs valeurs,

On aura *(§. 31 & 33)*

Pour déterminer la latitude de la Lune correſpondante au dernier attouchement poſſible du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune,

$$G = \frac{\sigma\tau' r^2}{\partial\pi\zeta\rho} \times \text{cof. (lat. de la } \mathfrak{C}) - \frac{\downarrow r^2}{\pi\zeta\rho} \times \text{ſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) + \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}.$$

$$H = + \frac{\sigma\tau' pr}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' pq}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$\frac{\downarrow}{\pi'} \times \text{ſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) - \frac{\sigma}{\partial} \times \text{coſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) - \frac{\delta\tau}{\tau'} \pm \frac{\pi\zeta\rho}{\tau' r^2}\sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

Pour déterminer la latitude de la Lune correſpondante au dernier attouchement poſſible du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune,

$$G = -\frac{\sigma\tau' r^2}{\partial\pi\zeta\rho} \times \text{cof. (lat. de la } \mathfrak{C}) - \frac{\downarrow r^2}{\pi\zeta\rho} \times \text{ſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) - \frac{\delta\tau r^2}{\pi\zeta\rho}.$$

$$H = -\frac{\sigma\tau' pr}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \mp \frac{\sigma\tau' pq}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$\frac{\downarrow}{\tau'} \times \text{ſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) + \frac{\sigma}{\partial} \times \text{coſin. (lat. de la } \mathfrak{C}) + \frac{\delta\tau}{\tau'} \pm \frac{\pi\zeta\rho}{\tau' r^2}\sqrt{(H^2 + K^2)} = 0.$$

(34.) Rien de plus ſimple que la ſolution de ces deux équations ; ſoit en effet

$$M = \frac{\delta\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

$$M' = \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

P = ſinus, Q = coſin. d'un angle aigu & poſitif N, tel que $\frac{P}{Q} = \frac{\sigma\tau' r}{\downarrow\partial}$; c'eſt-à-dire dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\downarrow\partial}$.

Dans les équations précédentes, ſubſtituons à $\frac{\sigma}{\partial}$ ſa valeur $\frac{P\downarrow}{Q\tau'}$, ces équations deviendront

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la } \mathbb{C}) - P \times \text{coſin. (lat. de la } \mathbb{C})}{r} = \frac{M}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la } \mathbb{C}) - P \times \text{coſin. (lat. de la } \mathbb{C})}{r} = \frac{M'}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la } \mathbb{C}) + P \times \text{coſin. (lat. de la } \mathbb{C})}{r} = -\frac{M}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

$$\frac{Q \times \text{ſin. (lat. de la } \mathbb{C}) + P \times \text{coſin. (lat. de la } \mathbb{C})}{r} = -\frac{M'}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

Donc

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M'}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} + \text{angle } N) = -\frac{M}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} + \text{angle } N) = -\frac{M'}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

(35.) Puiſque le même ſinus appartient à deux angles différens, ſupplément l'un de l'autre, chacune des équations donne deux latitudes lunaires; il y a donc quatre latitudes pour chaque attouchement des limbes.

Dans l'uſage de ces formules, on peut trouver des latitudes lunaires de quatre eſpèces. Je ſuppoſe que l'on n'emploie dans les calculs que des angles poſitifs ou négatifs moindres que 180^d. Car ſi l'on avoit, par exemple, une latitude poſitive ou négative plus grande que 180 degrés, on la réduiroit à une latitude de l'eſpèce précédente, en prenant avec un ſigne contraire, ſon ſupplément à 360 degrés. Les latitudes peuvent donc être compriſes entre 0^d & 90^d, entre 90^d & 180^d; & chacune de ces quantités peut être poſitive ou négative.

Les latitudes poſitives ou négatives entre 0^d & 90^d appartiennent au Problème; elles indiquent les plus grandes ou les plus petites latitudes de la Lune qui donnent un attouchement des limbes. Quant aux latitudes poſitives ou négatives entre 90^d & 180^d, elles apprennent que la Terre eſt ſituée entre le Soleil & la Lune; elles n'appartiennent donc pas proprement aux Éclipſes de Soleil: leur ſupplément indique quelle devroit être la latitude de la Lune lors de l'oppoſition, pour que la droite menée, du limbe boréal du Soleil au limbe auſtral de la Lune, ou du limbe auſtral du Soleil au limbe boréal de la Lune, paſſât par l'œil de l'Obſervateur.

(36.) Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit, en ſuppoſant une inflexion de $4''{,}5$ dans les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune,

$$\text{Angle } \begin{cases} N = 0^d\ 16'\ 1'' \\ f = +\ 55481. \end{cases} \qquad \text{Logarithme} \begin{cases} \text{cof. } N = 9{,}9999953. \\ f = 9{,}7441413. \end{cases}$$

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$\begin{cases} M = +\ 1998{,}7. \\ M' = -\ 1138{,}7. \end{cases} \qquad \text{Logarithme} \begin{cases} M = 8{,}3007436. \\ M' = 8{,}0564053. \end{cases}$$

$$\frac{M \times \text{cof. } N}{\downarrow} = \text{ſin.} \begin{cases} +\ 1^d\ 9'\ 4'' \\ +178.\ 50.\ 56. \end{cases} \qquad \frac{M' \times \text{cof. } N}{\downarrow} = \text{ſin.} \begin{cases} -\ 0.\ 39.\ 20. \\ -179.\ 20.\ 40. \end{cases}$$

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$M = +1999{,}8$. $M' = -1139{,}8$. Logarithme $M = 8{,}3009816$. $M' = 8{,}0568247$.

$-\frac{M \times \text{cosin. } N}{\downarrow} = \text{ſin.} \begin{cases} - & 1^d & 9' & 5'' \\ - & 178. & 50. & 55. \end{cases}$ $-\frac{M' \times \text{cosin. } N'}{\downarrow} = \text{ſin.} \begin{cases} + & 0^d & 39' & 21'' \\ + & 179. & 20. & 39. \end{cases}$

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit donc les réſultats ſuivants.

Attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

Latitude de la Lune $= \begin{cases} + & 1^d & 9' & 4'' \\ + & 0. & 16. & 1. \\ \hline + & 1. & 25. & 5. \end{cases}$ Latitude de la Lune $= \begin{cases} - & 0^d & 39' & 20'' \\ + & 0. & 16. & 1. \\ \hline - & 0. & 23. & 19. \end{cases}$

Latitude de la Lune $= \begin{cases} + & 178^d & 50' & 56'' \\ + & 0. & 16. & 1. \\ \hline + & 179. & 6. & 57. \end{cases}$ Latitude de la Lune $= \begin{cases} - & 179^d & 20' & 40'' \\ + & 0. & 16. & 1. \\ \hline - & 179. & 4. & 39. \end{cases}$

Ces deux dernières valeurs *(§. 35)* n'appartiennent pas proprement aux éclipſes de Soleil.

Attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

Latitude de la Lune $= \begin{cases} - & 1^d & 9' & 5'' \\ - & 0. & 16. & 1. \\ \hline - & 1. & 25. & 6. \end{cases}$ Latitude de la Lune $= \begin{cases} + & 0^d & 39' & 21'' \\ - & 0. & 16. & 1. \\ \hline + & 0. & 23. & 20. \end{cases}$

Latitude de la Lune $= \begin{cases} - & 178^d & 50' & 55'' \\ - & 0. & 16. & 1. \\ \hline - & 179. & 6. & 56. \end{cases}$ Latitude de la Lune $= \begin{cases} + & 179^d & 20' & 39'' \\ - & 0. & 16. & 1. \\ \hline + & 179. & 4. & 38. \end{cases}$

Ces deux dernières valeurs *(§. 35)* n'appartiennent pas proprement aux éclipſes de Soleil.

(37.) On voit donc que l'on auroit pu obſerver ſur notre globe, l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe

auſtral de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^{d}\ 25'\ \ 5'' \text{ Boréale.} \\ 0.\ 23.\ 19 \text{ Auſtrale.} \end{cases}$$

On auroit pu également obſerver l'attouchement du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^{d}\ 25'\ \ 6'' \text{ Auſtrale.} \\ 0.\ 23.\ 20 \text{ Boréale.} \end{cases}$$

On doit donc conclure qu'avec les données du 1.er Avril 1764, on auroit obſervé l'éclipſe de Soleil ſur quelques points de notre globe, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^{d}\ 25'\ \ 5'' \text{ Boréale.} \\ 1.\ 25.\ \ 6 \text{ Auſtrale.} \end{cases}$$

(38.) Quoique je n'aie parlé, dans les §. *précédens*, que des contacts extérieurs des limbes du Soleil & de la Lune, attendu que cette phaſe m'a paru la plus remarquable, il eſt ſenſible que le Problème n'en eſt pas moins réſolu par une phaſe quelconque; il ne s'agit que d'évaluer convenablement les quantités G, H, K, M, M' & l'angle N, en y appliquant les remarques
Année 1767. du §. 14 *du préſent Mémoire*, & celles des §. 49 & 50 *de mon 5.e Mémoire.*

SECTION QUATRIÈME.

Quelle doit être la relation entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, & la déclinaiſon du Soleil, pour que l'on puiſſe obſerver une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre aſſigné?

(39.) Quoique l'Éclipſe puiſſe être obſervée dans quelques points de notre globe, il eſt cependant un grand nombre de parallèles

parallèles terreſtres pour leſquels ce phénomène n'eſt pas viſible; j'ai fait voir, par exemple, que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, ce phénomène n'avoit pas été obſervé par-delà le parallèle auſtral de $20^d\ 7'\ 47''$: il y a donc une relation néceſſaire entre la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, & la déclinaiſon du Soleil, pour que l'on puiſſe obſerver une Éclipſe ſous un parallèle terreſtre aſſigné. Je vais déterminer cette relation.

(40.) Le Problème réſolu dans la première ſection de ce Mémoire, nous conduit naturellement à la ſolution de la queſtion préſente: en effet, il eſt ſenſible que la détermination de la dernière relation poſſible entre la déclinaiſon du Soleil, la latitude de la Lune & les autres élémens lunaires, qui donne une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre aſſigné, ſe réduit à l'énoncé ſuivant.

Étant données la parallaxe horizontale polaire de la Lune, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée & la déclinaiſon du Soleil; déterminer quelle doit être la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, pour que l'on ne puiſſe obſerver l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ou du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune que dans un ſeul point du parallèle terreſtre aſſigné!

Il eſt évident par la nature de la queſtion, que le parallèle aſſigné a la propriété d'être un *maximum* ou un *minimum* de latitude terreſtre, relativement au contact des limbes que l'on conſidère; ce contact eſt donc une plus grande phaſe du genre de celles déterminées dans la première ſection de ce Mémoire; ſi donc on donne à G, H, K des valeurs convenables, on aura *(§. 11)*

$$Hs + Kc - Gr = 0.$$

(41.) Pour réſoudre cette dernière équation, j'emploierai une analyſe entièrement ſemblable à celle dont j'ai déjà fait uſage *(§. 33)* du préſent Mémoire; ou plutôt, pour éviter des répétitions inutiles, je me contenterai de donner le réſultat. Je ſuppoſe que l'on ſe rappelle les définitions du *§. 13*.

Soit donc, comme dans les §. 33 & 34,

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)};$$

N un angle aigu & positif dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\downarrow\partial}$;

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune.

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho};$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r};$$

$$M = + \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \frac{(Hs + Kc)}{r};$$

Contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$H = - \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho};$$

$$K = \mp \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r};$$

$$M = + \frac{\delta\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \frac{(Hs + Kc)}{r};$$

on aura,

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier contact possible du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune sous un parallèle terrestre assigné,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\downarrow} \times \text{cosinus } N.$$

Pour déterminer la latitude de la Lune correspondante au dernier contact possible du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune sous un parallèle terrestre assigné,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} + \text{angle } N) = - \frac{M}{\downarrow} \times \text{cosinus } N.$$

(42.) Puisque le même sinus appartient à deux angles différens, supplément l'un de l'autre, chacune des équations donne deux latitudes lunaires; de plus, chaque valeur de M est double pour chaque parallèle terrestre, puisque la quantité K a deux valeurs: il y a donc pour chaque parallèle quatre latitudes lunaires correspondantes à chaque contact des limbes. On observera, conformément au §. 35, que les latitudes lunaires données sous la forme d'un angle positif ou négatif plus grand que 90 degrés, n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

(43.) *TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la recherche préſente.*

Angle $N = 0^d\ 16'\ 1''$.....log. coſin. $N = 9{,}9999953$.

$$\frac{\delta\tau}{r} = 430{,}09.$$

Logarithme $\begin{cases} \dfrac{\text{coſinus } N}{\psi} = +\ 0{,}0021788. \\ \dfrac{\pi\zeta\rho}{r^3} = -\ 1{,}8025900. \end{cases}$

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.		*Contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.*	
$H = -\ 86840.$	Log. $H = 9{,}9387198.$	$H = -\ 86918.$	Log. $H = 9{,}9391097.$
$K = \pm\ 48716.$	Log. $K = 9{,}6876715.$	$K = \pm\ 48576.$	Log. $K = 9{,}6864217.$

J'ai ſuppoſé que les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune éprouvent une inflexion de $4'',5$.

EXEMPLE.

(44.) *On demande entre quelles limites la latitude de la Lune a dû être compriſe le 1.er Avril 1764, pour que l'on ait pu obſerver un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$!*

SOLUTION. Puiſque la latitude vraie eſt de $48^d\ 51'$, la latitude corrigée *(5.7)* eſt de $48^d\ 41'\ 25''$; on a donc

$s = +$ ſinus $48^d\ 41'\ 25''$ } Logarithme $\begin{cases} s = 9{,}8757280. \\ c = 9{,}8196289. \end{cases}$
$c = +$ coſin. 48. 41. 25 }

Donc

$$\frac{Hs}{r} = -\ 65230.$$

$$\frac{Kc}{r} = \pm\ 32159.$$

$$\frac{Hs + Kc}{r} = \begin{cases} -\ 33071. \\ -\ 97389. \end{cases}$$

$$\frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \left(\frac{Hs + Kc}{r}\right) = \begin{cases} -\ 521{,}02 \\ -\ 1534{,}3 \end{cases}$$

Premières valeurs.

$$M = +\ 951{,}12\ldots \quad \frac{M \times \text{cosin. } N}{+} = \text{sin.} \begin{cases} +\ 0^{d}\ 32'\ 51'' \\ +179.\ 27.\ 9. \end{cases}$$

Secondes valeurs.

$$M = +\ 1964{,}4\ldots \quad \frac{M \times \text{cosin. } N}{+} = \text{sin.} \begin{cases} +\ 1.\ 7.\ 52. \\ +178.\ 52.\ 8. \end{cases}$$

Donc

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +\ 0^{d}\ 32'\ 51''. \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +\ 0.\ 48.\ 52. \end{cases} \qquad \text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +\ 1^{d}\ 7'\ 52''. \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +\ 1.\ 23.\ 53. \end{cases}$$

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +179.\ 27.\ 9. \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +179.\ 43.\ 10. \end{cases} \qquad \text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} +178.\ 52.\ 8. \\ +\ 0.\ 16.\ 1. \\ \hline +179.\ 8.\ 9. \end{cases}$$

Ces deux dernières valeurs *(5. 35 & 42)* n'appartiennent pas proprement aux éclipses de Soleil.

On voit donc que le 1.er Avril 1764, on auroit pu observer sous le parallèle boréal de $48^{d}\ 51'$ un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été comprise entre les limites suivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^{d}\ 23'\ 53'' \text{ Boréale.} \\ 0.\ 48.\ 52 \text{ Boréale.} \end{cases}$$

(45.) On trouveroit par les mêmes méthodes que l'on auroit pu observer un contact du limbe austral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, tant que la latitude de la Lune auroit été comprise entre les limites suivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 0^{d}\ 22'\ 7'' \text{ Boréale.} \\ 0.\ 12.\ 47 \text{ Australe.} \end{cases}$$

On doit donc conclure qu'avec les données du 1.er Avril 1764, on auroit pu obſerver l'éclipſe de Soleil dans quelques points du parallèle boréal de 48d 51′, tant que la latitude de la Lune auroit été compriſe entre les limites ſuivantes.

$$\text{Latitude de la Lune} = \begin{cases} 1^{d}\ 23'\ 53'' \text{ Boréale.} \\ 0.\ 1\text{e}.\ 47 \text{ Auſtrale.} \end{cases}$$

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de la plus grande latitude de la Lune qui puiſſe donner une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre aſſigné.

(46.) Si l'on ſuppoſe donnés la latitude de la Lune, ſa parallaxe horizontale polaire, l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, le demi-diamètre du Soleil, & que ſous un certain parallèle terreſtre aſſigné l'on ait obſervé une éclipſe de Soleil avec ces élémens, ce ſeroit une concluſion précipitée d'affirmer qu'avec les mêmes élémens on obſervera une Éclipſe un jour quelconque de l'année; la déclinaiſon du Soleil influe beaucoup ſur le réſultat: on peut donc (toutes choſes d'ailleurs connues) ſuppoſer variable la déclinaiſon du Soleil, & demander pour un parallèle terreſtre quelconque, *quel jour de l'année la Lune peut avoir la plus grande ou la plus petite latitude, avec la condition que l'éclipſe de Soleil ne ſoit viſible que dans un ſeul point du parallèle!* Je vais m'occuper de cette recherche.

Pour ne pas compliquer la queſtion, je me contenterai de réſoudre le Problème pour l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune: bien entendu que l'analyſe s'applique au contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, & en général à une phaſe quelconque; il ne s'agit que d'évaluer un peu différemment les connues du Problème, ainſi que je l'ai déjà remarqué *(§. 38)* relativement à une queſtion analogue.

(47.) Les équations de la ſection précédente fourniſſent une méthode facile pour réſoudre la queſtion propoſée.

Soit en effet

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)}.$$

N un angle connu dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\downarrow \partial}$;

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$M = + \frac{\delta\tau}{r} - \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \left(\frac{Hs + Kc}{r}\right).$$

J'ai démontré (*§. 41*) que pour déterminer la latitude de la Lune correſpondante au dernier contact poſſible du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous un parallèle terreſtre aſſigné, on a l'équation ſuivante,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\downarrow} \times \text{coſinus } N.$$

Puiſque l'angle N, $\downarrow$ & coſinus N ſont des quantités connues, la méthode *de maximis & minimis* apprend que l'on a pour condition du Problème propoſé dans la préſente ſection,

$$dM = 0,$$

ou (attendu que δ, τ, r, π, ζ, ρ, s & c ſont donnés)

$$s\,dH + c\,dK = 0.$$

(48.) Puiſque

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}, \quad K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\partial\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r},$$

on a

$$dH = + \frac{\sigma\tau' r\,dp}{\partial\zeta\rho} - d\left(\frac{q\varphi}{\rho}\right).$$

$$dK = \pm \frac{\sigma\tau' q\,dp}{\partial\zeta f} \pm \frac{\sigma\tau' p\,dq}{\partial\zeta f} \mp \frac{\sigma\tau' pq\,df}{\partial\zeta f^2} \pm d\left(\frac{\varphi f}{r}\right).$$

Soit

θ le ſinus
$\downarrow$ le coſinus
} de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.

ω le ſinus
φ le coſinus
ι la tangente
} de l'angle de l'orbite relative avec le fil parallèle ou équatorial de l'Obſervateur, ſuppoſé au centre de la Terre.

Ω le coſinus de l'obliquité de l'écliptique.

$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}$.

Et conſervons d'ailleurs toutes les autres dénominations du préſent Mémoire.

J'ai démontré dans le cours de cet Ouvrage, que l'on a les équations ſuivantes:

$$t = r \times \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{\psi\Omega - \theta\chi},$$
$$\varphi^2 t^2 = r^4 - \varphi^2 r^2,$$
$$\varphi q = \psi\Omega - \theta\chi,$$
$$q\omega = \theta\Omega + \psi\chi,$$
$$\theta q = \omega\Omega - \varphi\chi,$$
$$\varphi f = \sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}.$$

Donc puiſque Ω, θ & ψ ſont des quantités connues,

$$d(\varphi q) = -\theta d\chi = -\frac{\theta q dq}{\chi};$$
$$d(\varphi f) = -\frac{q\varphi \times (\varphi dq + q d\varphi)}{\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}} = +\frac{\theta q^2 \varphi dq}{\chi\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}};$$
$$d\varphi = -\frac{\omega\Omega dq}{q\chi} = -\frac{(\theta q + \varphi\chi) dq}{q\chi};$$
$$\frac{df}{f} = \frac{d(\varphi f)}{\varphi f} - \frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{\theta r^4 dq}{\varphi\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)} + \frac{dq}{q};$$

d'ailleurs $p dp + q dq = 0$.

Donc

$$dH = -\frac{\sigma\tau' r q dq}{\partial\zeta\rho p} + \frac{\theta q dq}{\rho\chi};$$

$$dK = +\frac{\sigma\tau' dq}{\partial\zeta\sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}} \times \left(\mp\frac{q^2\varphi}{p} \mp \frac{\theta r^4 pq}{\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)}\right) \pm \frac{\theta q^2 \varphi dq}{r\chi \times \sqrt{(r^4 - q^2\varphi^2)}};$$

on a donc pour équation du Problème,

$$q \times [(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi) \times rs \pm q\varphi\rho c \times (r^4 - q^2\varphi^2) \times (\partial\zeta\rho\theta - \sigma\tau' r\chi) \mp \sigma\tau'\theta\rho^2 r^5 \rho c] = 0.$$

(49.) Puiſque l'équation du §. *précédent* eſt diviſible par la quantité q, on voit que ſi la déclinaiſon du Soleil pouvoit être de 90^d, cette déclinaiſon donneroit un *maximum* de latitude lunaire pour un parallèle terreſtre quelconque, quelle que fût d'ailleurs l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.

(50.) L'équation du §. 48 peut être miſe ſous la forme ſuivante,

$$\frac{rs}{c} = \pm \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} \mp \frac{q\varphi\rho}{(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}};$$

La déclinaiſon du Soleil ne pouvant ſurpaſſer l'obliquité de l'écliptique, toutes les valeurs que l'on peut ſuppoſer à p & à q ſont compriſes dans les limites ſuivantes,

$$q = r, \quad p = 0,$$
$$q = \Omega, \quad p = \pm \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}.$$

Soit $p = 0$ & $q = r$, on aura

$$\frac{rs}{c} = \mp \frac{\rho}{r} \times \frac{\varphi r}{\omega}.$$

Il eſt aiſé de voir que $\frac{\varphi r}{\omega}$ eſt l'expreſſion de la cotangente de l'angle de l'orbite relative avec le *fil parallèle ou équatorial* de l'Obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre. Lors des équinoxes, cet angle peut avoir deux valeurs: en effet, il peut être égal à la ſomme ou à la différence de l'obliquité de l'écliptique & de l'inclinaiſon de l'orbite relative.

Ainſi donc dans notre ſyſtème planétaire, ſi l'on ſuppoſe l'obliquité de l'écliptique de $23^d\ 28'\ 21''$, & l'inclinaiſon moyenne de l'orbite relative de la Lune de $5^d\ 44'\ 26''$, les parallèles terreſtres de $\left\{\begin{matrix} 61^d\ 3'\ 40'' \\ 72.\ 27.\ 16 \end{matrix}\right\}$ ont la propriété d'avoir le jour de l'équinoxe pour l'inſtant correſpondant au *maximum* ou au *minimum* de latitude lunaire qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous ces parallèles.

(51).

(51.) Soit $q = \Omega$, $p = \pm\sqrt{(r^2 - \Omega^2)}$,
& par conſéquent $\chi = 0$, $\varphi = \psi$,
on aura pour racines de l'équation du §. 50,

$$\frac{rs}{c} = \begin{cases} \pm \dfrac{\sigma\tau' r^5 \rho \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\partial\zeta(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{\psi\Omega\rho}{(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}}; \\ \mp \dfrac{\sigma\tau' r^5 \rho \sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\partial\zeta(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{\psi\Omega\rho}{(r^4 - \psi^2\Omega^2)^{\frac{1}{2}}}. \end{cases}$$

Les parallèles terreſtres de $\begin{Bmatrix} 65^d\ 51'\ 14'' \\ 66.\ 22.\ 10 \end{Bmatrix}$ ont donc la propriété d'avoir le jour des ſolſtices pour l'inſtant correſpondant au *maximum maximorum* ou au *minimum minimorum* de latitude lunaire qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous ces parallèles.

(52.) Soit $c = 0$, & $s = r$, l'équation du §. 48 deviendra

$$\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi = 0;$$

d'où l'on tire, à cauſe de $\chi = \pm\sqrt{(r^2 - p^2 - \Omega^2)}$,

$$p = \pm \frac{\sigma\tau' r\sqrt{(r^2 - \Omega^2)}}{\sqrt{(\sigma^2\tau'^2 r^2 + \partial^2\zeta^2\theta^2)}}.$$

On doit donc conclure que l'inſtant correſpondant au *maximum maximorum* ou au *minimum minimorum* de latitude de la Lune qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous les pôles, eſt celui où le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 35''$ de déclinaiſon auſtrale ou boréale.

(53.) Pour avoir une idée plus diſtincte de ce qui ſe paſſe dans la Nature, je reprends l'équation du §. 48, & je la mets ſous la forme ſuivante, en obſervant que $\chi = \pm\sqrt{(r^2 - p^2 - \Omega^2)}$ ſuivant que le Soleil eſt dans les ſignes aſcendans ou deſcendans.

$$\frac{rs}{c} = + \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} - \frac{\rho(\psi\Omega - \theta\chi)}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \text{I.}^{\text{ere}} \text{ valeur de } \frac{rs}{c}. \right.$$

$$\frac{rs}{c} = - \frac{\sigma\tau'\theta p^2 r^5 \rho}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}} \times (\partial\zeta p\theta - \sigma\tau' r\chi)} + \frac{\rho(\psi\Omega - \theta\chi)}{[r^4 - (\psi\Omega - \theta\chi)^2]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \text{II.}^{\text{me}} \text{ valeur de } \frac{rs}{c}. \right.$$

Je ſuppoſerai dans cette recherche l'angle de l'orbite relative avec le cercle de latitude de la Lune, poſitif & conſtamment de $5^d\ 44'\ 26''$; l'obliquité de l'écliptique de $23^d\ 28'\ 21''$, $\sigma =$ ſinus $15'\ 56''$, $\tau' =$ coſinus $14'\ 47''$, $\partial =$ coſinus $30'\ 43''$; bien entendu que ce qui ſera dit ſur ces quantités particulières pourra s'appliquer à toutes autres quantités quelconques. Je conſidérerai donc l'équation comme une courbe qui a pour ordonnées la tangente de la latitude du parallèle terreſtre, & pour abſciſſes le ſinus de la déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant du *maximum maximorum* ou du *minimum minimorum* de latitude lunaire, qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous le parallèle.

Fig. 1 & 2. Si l'on ſuppoſe le Soleil au ſolſtice d'hiver, p eſt négatif, & χ eſt égal à zéro; $\partial\zeta p\theta$ eſt donc une quantité négative; la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux quantités négatives, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux quantités poſitives : j'ai fait voir *(§. 51)* que ces valeurs répondent aux parallèles terreſtres de $\mp\ 66^d\ 22'\ 10''$.

Lorſque le Soleil, après le ſolſtice d'hiver, regagne l'Équateur, la première des deux fonctions qui compoſent l'expreſſion de $\frac{rs}{c}$, diminue de plus en plus, & elle devient nulle le jour de l'équinoxe; les valeurs de $\frac{rs}{c}$, ainſi que je l'ai fait voir *(§. 50)*, répondent à cet inſtant aux parallèles terreſtres de $\mp\ 61^d\ 3'\ 40''$, de ſorte que depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'à l'équinoxe du printemps, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, ſont compris entre $\mp\ 66^d\ 22'\ 10''$ & $\mp\ 61^d\ 3'\ 40''$.

Lorſqu'après l'équinoxe du printemps, le Soleil s'avance vers le ſolſtice d'été, la quantité p devient poſitive; d'abord $\partial\zeta p\theta$ eſt moindre que $\sigma\tau' r\chi$, ces deux quantités ſont enſuite égales

lorſque le Soleil a une déclinaiſon boréale de $1^d\ 3'\ 35''$, enfin $\partial\zeta p\theta$ ſurpaſſe $\sigma\tau' r\chi$. Fig. 1 & 2.

Dans le premier cas, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux fonctions négatives, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la ſomme de deux fonctions poſitives; ces valeurs croiſſent avec une très-grande rapidité, de ſorte que depuis l'inſtant de l'équinoxe juſqu'au moment où le Soleil a une déclinaiſon boréale de $1^d\ 3'\ 35''$, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la queſtion propoſée, ſont compris entre $\mp\ 61^d\ 3'\ 40''$ & $\mp\ 90^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance toujours vers le tropique du Cancer, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ eſt égale à la différence de deux fonctions, l'une poſitive & l'autre négative; & comme la fonction poſitive eſt d'abord plus grande, le réſultat eſt d'abord poſitif; on voit donc que la première valeur de $\frac{rs}{c}$ a paſſé du négatif au poſitif par l'infini; la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ paſſe également du poſitif au négatif par l'infini.

Lorſque le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaiſon boréale, les deux valeurs de $\frac{rs}{c}$ ſont nulles, de ſorte que depuis l'inſtant où le Soleil a atteint une déclinaiſon boréale d'environ $1^d\ 3'\ 35''$ juſqu'au moment où il a environ $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaiſon pareillement boréale, les parallèles terreſtres qui peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la queſtion propoſée, ſont compris entre $\mp\ 90^d\ 0'\ 0''$ & $\mp\ 0^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil s'avance de plus en plus vers le tropique du Cancer, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient négative, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient poſitive, de ſorte que

Fig. 1 & 2. depuis l'instant où le Soleil a $1^d\ 3'\ 38''$ de déclinaison boréale jusqu'au solstice d'été, les parallèles terrestres qui peuvent observer un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, sont compris entre $\mp 0^d\ 0'\ 0''$ & $\mp 65^d\ 51'\ 14''$.

Au solstice d'été, le Soleil entre dans les signes descendans; la quantité χ devient négative: depuis le solstice d'été jusqu'à l'équinoxe d'automne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ est égale à la différence de deux fonctions, l'une positive & l'autre négative: & comme la fonction négative est plus grande, le résultat est négatif: par une raison analogue, la seconde valeur de $\frac{rs}{u}$ est positive. Dans cet intervalle, les parallèles terrestres qui peuvent observer un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, sont compris entre $\mp 65^d\ 51'\ 14''$ & $\mp 72^d\ 27'\ 16''$.

Lorsque le Soleil a environ $1^d\ 3'\ 32''$ de déclinaison australe, les valeurs de $\frac{rs}{c}$ deviennent nulles, de sorte que depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à cet instant, les parallèles terrestres sont compris entre $\mp 72^d\ 27'\ 16''$ & $\mp 0^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on suppose que le Soleil s'avance vers le tropique du Capricorne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ passe du négatif au positif, & la seconde valeur passe du positif au négatif; ces valeurs croissent avec une très-grande rapidité, de sorte qu'elles sont infinies lorsque le Soleil a atteint une déclinaison australe de $1^d\ 3'\ 35''$; les parallèles terrestres qui, pendant ce court intervalle de temps, peuvent observer un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, sont compris entre $\mp 0^d\ 0'\ 0''$ & $\mp 90^d\ 0'\ 0''$.

Si l'on suppose que le Soleil s'avance de plus en plus vers le

tropique du Capricorne, la première valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient négative, & la ſeconde valeur de $\frac{rs}{c}$ redevient poſitive; les parallèles terreſtres qui, depuis l'inſtant où le Soleil a une déclinaiſon auſtrale de $1^d\ 3'\ 35''$ juſqu'au ſolſtice d'hiver, peuvent obſerver un *maximum maximorum* ou un *minimum minimorum* de latitude lunaire relatif à la queſtion propoſée, ſont compris entre $\mp\ 90^d\ 0'\ 0''$ & $\mp\ 66^d\ 22'\ 10''$. Fig. 1 & 2.

Lorſque l'on aura déterminé la déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant du *maximum maximorum* ou du *minimum minimorum* de latitude lunaire qui puiſſe donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſous un parallèle terreſtre, on déterminera cette plus grande ou cette plus petite latitude en ſubſtituant dans les équations de la ſection précédente les ſinus & coſinus de latitude terreſtre & de déclinaiſon du Soleil correſpondantes.

(54.) Si l'on trace la ſuite de points repréſentée par l'équation du *§. 53*, on aura une courbe dont toutes les branches ſeront ſymétriquement poſées relativement à la ligne des abſciſſes; elle ſera telle qu'à chaque abſciſſe répondront quatre ordonnées, deux poſitives & deux négatives: on aura donc quatre ſuites différentes de points de la courbe. Une de ces ſuites appartient au *maximum maximorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune lors des éclipſes de Soleil; la ſeconde ſuite appartient au *minimum minimorum* de latitude: quant à la troiſième & à la quatrième ſuites, elles n'appartiennent pas proprement aux éclipſes de Soleil, ainſi que je l'ai remarqué *(§. 35)*, mais elles réſolvent un Problème analogue & relatif aux éclipſes de Lune.

On ne doit point oublier que dans cette recherche, j'ai fait totalement abſtraction à la variation du diamètre du Soleil, que j'ai ſuppoſé conſtant pendant toute l'année. Il eſt aiſé de ſentir combien on compliqueroit la queſtion ſi l'on regardoit cet élément comme variable: en effet, il faudroit avoir l'expreſſion du demi-diamètre du Soleil en ſinus de déclinaiſon de cet Aſtre, ce qui

eſt du reſſort de l'Aſtronomie-phyſique; d'ailleurs la différenciation ſeroit plus embarraſſée: au reſte, le Problème eſt réſolu même dans toute ſa généralité, relativement aux parallèles pour leſquels le *maximum maximorum* ou le *minimum minimorum* de latitude lunaire, propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune, coïncide avec l'inſtant où le Soleil eſt apogée ou périgée. Dans les autres cas, le Problème n'eſt réſolu que par rapport à un Soleil fictif qui auroit toujours le même diamètre.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de la plus grande latitude de la Lune qui puiſſe donner une Éclipſe de Soleil ſur la Terre.

(55.) Après avoir déterminé dans la ſection précédente quel jour de l'année la Lune peut avoir la plus grande latitude poſſible, qui donne une éclipſe de Soleil ſous un parallèle terreſtre quelconque, il reſte à réſoudre la même queſtion relativement à la Terre entière. Pluſieurs auteurs ſe ſont propoſés ce Problème ſous le titre *des limites des Éclipſes*, aucun d'eux n'a conſidéré la Terre comme elliptique; c'eſt ſous ce nouveau point de vue que je vais réſoudre la queſtion.

(56.) Deux queſtions ſe préſentent naturellement à examiner.

Quel jour de l'année la Lune peut-elle avoir la plus grande latitude poſſible qui donne un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune!

Quel jour de l'année la Lune peut-elle avoir la plus grande latitude qui donne un contact des limbes auſtral du Soleil & boréal de la Lune!

Pour ne pas compliquer la difficulté, je me contenterai de réſoudre le Problème pour l'attouchement du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune; bien entendu que l'analyſe s'applique au contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune, & en général à une phaſe quelconque. Il ne s'agit que d'évaluer un peu différemment les connues du Problème, ainſi que je l'ai déjà remarqué *(5. 38.)*

(57.) Soit, comme dans les §. 33, 34 & 48,

$$f = \sqrt{(p^2 + t^2)}.$$

N un angle connu dont la tangente $= \frac{\sigma\tau' r}{\psi\mathfrak{D}}$.

$$H = + \frac{\sigma\tau' p r}{\mathfrak{d}\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}.$$

$$K = \pm \frac{\sigma\tau' p q}{\mathfrak{d}\zeta f} \pm \frac{\varphi f}{r}.$$

$$dH = - \frac{\sigma\tau' r q\, dq}{\mathfrak{d}\zeta\rho p} + \frac{\theta q\, dq}{\rho\chi}.$$

$$dK = + \frac{\sigma\tau' dq}{\mathfrak{d}\zeta(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\mp \frac{q^2\varphi}{p} \mp \frac{\theta r^4 p q}{\chi(r^4 - q^2\varphi^2)} \right) \pm \frac{\theta q^2 \varphi\, dq}{r\chi \times (r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

$$M = \frac{\mathfrak{d}\tau}{r} + \frac{\pi\zeta\rho}{r^3} \times \sqrt{(H^2 + K^2)}.$$

On a vu (§. 34) que la latitude de la Lune correſpondante au dernier contact poſſible du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune eſt donnée par l'équation ſuivante,

$$\text{Sinus (latitude de la Lune} - \text{angle } N) = \frac{M}{\psi} \times \text{cosinus } N.$$

Puiſque l'angle N, ψ & cosinus N ſont des quantités connues, la méthode de *maximis* & *minimis* apprend que l'on a pour condition du Problème propoſé dans la préſente ſection,

$$dM = 0,$$

Ou (attendu que $\mathfrak{d}$, τ, r, π, ζ, ρ ſont donnés)

$$H\,dH + K\,dK = 0.$$

Si, dans cette dernière équation, l'on élimine les quantités H, dH, K, dK, on aura,

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{\sigma\tau' p r}{\mathfrak{d}\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}\right) \times \left(\frac{\theta q}{\rho\chi} - \frac{\sigma\tau' r q}{\mathfrak{d}\zeta p \rho}\right) + \left(\frac{\sigma\tau' p q}{\mathfrak{d}\zeta f} + \frac{\varphi f}{r}\right) \times \left(\frac{\theta q^2 \varphi}{r\chi(r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}\right. \\ &\left. - \frac{\sigma\tau' q^2 \varphi}{\mathfrak{d}\zeta p (r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\sigma\tau' \theta r^4 p q}{\mathfrak{d}\zeta\chi (r^4 - q^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \end{aligned}\right\} = 0,$$

ou (en multipliant l'équation par la quantité χ, & en ſubſtituant à $V(r^4 - q^2\varphi^2)$ la quantité φf qui lui eſt égale)

$$\left(\frac{\sigma\tau' pr}{\partial\zeta\rho} - \frac{q\varphi}{\rho}\right)\times\left(\frac{\theta q}{\rho} - \frac{\sigma\tau' rq\chi}{\partial\zeta p\rho}\right) + \left(\frac{\sigma\tau' pq}{\partial\zeta\varphi f^2} + \frac{1}{r}\right)\times\left(\frac{\theta q^2\varphi}{r} - \frac{\sigma\tau' q^2\varphi\chi}{\partial\zeta p} - \frac{\sigma\tau'\theta r^4 pq}{\partial\zeta\varphi^2 f^2}\right) = 0,$$

on a donc pour équation du Problème

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\theta q^2\varphi}{r^2} - \frac{\theta q^2\varphi}{\rho^2} - \frac{\sigma\tau' q^2\varphi r\chi}{\partial\zeta p r^2} + \frac{\sigma\tau' q^2\varphi r\chi}{\partial\zeta p\rho^2} - \frac{\sigma\tau'\theta pqr(r^4 - q^2\varphi^2)}{\partial\zeta\varphi^2 f^2 r^3}\\ &+\frac{\sigma\tau'\theta pqr}{\partial\zeta\rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q^3\chi r^2}{\partial^2\zeta^2 f^2 r^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q\chi r^2 f^2}{\partial^2\zeta^2 f^2\rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2\theta p^2 q^2 r^4}{\partial^2\zeta^2\varphi^2 f^4}\end{aligned}\right\} = 0,$$

Mais (*ſ. 48*) $r^4 - q^2\varphi^2 = \varphi^2 f^2$; & par conſéquent

$$-\frac{\sigma^2\tau'^2 q\chi r^2 f^2}{\partial^2\zeta^2 f^2\rho^2} = +\frac{\sigma^2\tau'^2 q^3\chi r^2}{\partial^2\zeta^2 f^2\rho^2} - \frac{\sigma^2\tau'^2 q\chi r^6}{\partial^2\zeta^2\varphi^2 f^2\rho^2}; \text{ donc}$$

$$\left.\begin{aligned}&q\times[f^2\varphi^2\times(\rho^2 - r^2)\times(\partial^2\zeta^2 f^2\theta\varphi pq - \sigma\tau'\partial\zeta f^2 q\varphi r\chi - \sigma\tau\partial\zeta f^2\theta p^2 r\\ &- \sigma^2\tau'^2 pq^3\chi r^2) - \sigma^2\tau'^2 pr^6\times(\varphi f^2\chi r^2 + p^2 q\theta\rho^2)]\end{aligned}\right\} = 0.$$

(58.) Puiſque l'équation du *paragraphe précédent* eſt diviſible par la quantité q, on voit que ſi la déclinaiſon du Soleil pouvoit être de 90 degrés, cette déclinaiſon correſpondroit au *maximum maximorum* de latitude lunaire propre à donner un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune ſur notre globe, quelle que fût d'ailleurs l'inclinaiſon de l'orbite relative.

(59.) Quoique l'équation précédente ſe préſente ſous une forme compliquée, il eſt cependant poſſible de la réſoudre par des conſidérations particulières: je vois en effet que cette équation eſt compoſée de deux parties, l'une, infiniment petite par rapport à l'autre, eſt multipliée par la différence des quarrés des axes terreſtres; on peut donc, du moins comme méthode d'approximation très-convergente, ſuppoſer égaux les axes de la Terre, on aura par ce moyen une équation ſoluble, qui donnera une valeur très-approchée de la déclinaiſon du Soleil, propre à rendre nulle l'équation complette dans l'hypothèſe de la Terre elliptique; un tâtonnement très-ſimple & très-facile fera enſuite connoître la valeur rigoureuſe de cette déclinaiſon.

Si l'on ſuppoſe $\rho = r$, l'équation du *ſ. 57*, deviendra

$$p\times(\varphi f^2\chi + p^2 q\theta) = 0;$$

d'où

d'où je conclus d'abord que la déclinaiſon du Soleil nulle eſt une des approximations cherchées.

Pour déterminer maintenant ce qu'indique le ſecond facteur

$$\varphi f^2 \chi + p^2 q \theta = 0,$$

je ſubſtitue à f^2 ſa valeur $\frac{r^4}{\varphi^2} - q^2$, & ce facteur devient

$$r^4 \chi - \varphi^2 q^2 \chi + p^2 \theta \varphi q = 0,$$

ou (à cauſe de $\varphi q = \psi\Omega - \theta\chi$, de $\chi^2 = r^2 - \Omega^2 - p^2$, & de $\theta^2 + \psi^2 = r^2$)

$$(p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) \times \theta\Omega - \theta^3\Omega^2\chi + \psi^3\Omega^2\chi - \psi^3 r^2\chi = 0.$$

Cette dernière équation peut être miſe ſous la forme ſuivante,

$$(\theta\Omega + \psi\chi) \times (p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) - p^2\psi^2\chi + \psi^2 r^2\chi - \psi^2\Omega^2\chi - \theta^2\Omega^2\chi = 0$$

ou, à cauſe de $p^2\psi^2 - \psi^2 r^2 + \theta^2\Omega^2 + \psi^2\Omega^2 = (\theta\Omega + \psi\chi) \times (\theta\Omega - \psi\chi)$,

$$(\theta\Omega + \psi\chi) \times (p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2 - \theta\Omega\chi + \psi\chi^2) = 0;$$

$\theta\Omega + \psi\chi$ eſt donc un diviſeur exact de l'équation

$$(p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2) \times \theta\Omega - \theta^3\Omega^2\chi - \psi^3 r^2\chi + \psi^3\Omega^2\chi = 0.$$

(60.) Puiſque (*§. 48*) $\omega = \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{q}$, la ſuppoſition de $\theta\Omega + \psi\chi = 0$ donne $\omega = 0$; mais (*§. 1*) ω eſt le ſinus de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec la perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel; l'équation $\varphi f^2 \chi + p^2 q \theta = 0$, eſt donc nulle par la ſuppoſition de l'orbite relative de la Lune perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel.

Du facteur $p^2\psi - 2\psi r^2 + 2\psi\Omega^2 - \theta\Omega\chi + \psi\chi^2 = 0$, l'on tire $p = r \times \frac{\sqrt{[(r^2 - \Omega^2) \times (\Omega^2 - \psi^2)]}}{\theta\Omega}$, quantité imaginaire dans notre ſyſtème planétaire.

(61.) On peut conclure des paragraphes précédens, que ſi l'on ſuppoſoit conſtans pendant toute l'année le diamètre du Soleil, l'inclinaiſon de l'orbite relative de la Lune, ſa parallaxe horizontale, & qu'on voulut repréſenter dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, les réſultats de l'équation du *§. 34*, par une courbe

dont les abſciſſes ſeroient les ſinus de la déclinaiſon du Soleil ; & les ordonnées les *maxima* correſpondans de latitude lunaire, propre à donner un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, cette courbe ſeroit compoſée de deux eſpèces d'ellipſes ſemblables ſituées de part & d'autre de la ligne des abſciſſes, mais à des diſtances inégales, ainſi qu'on peut le voir dans les
Fig. 3 & 4. *figures 3 & 4;* chacune de ces ellipſes auroit un *maximum* & un *minimum* d'ordonnées correſpondans à des inſtans prochains des équinoxes, & deux inflexions dans la direction de la ligne des abſciſſes, vers les points de la courbe qui répondent aux inſtans où l'orbite relative eſt perpendiculaire à l'interſection du plan de projection & du méridien univerſel.

(62.) On ne doit point oublier que le Problème de la préſente ſection, n'eſt réſolu que par rapport à un Soleil fictif, qui auroit toute l'année le même diamètre. Comme les conſidérations elliptiques auxquelles j'ai eu égard, influent beaucoup moins ſur le réſultat que la variation du diamètre du Soleil, le véritable *maximum maximorum* de latitude de la Lune, propre à donner une Eclipſe ſur notre globe, n'arrive pas préciſément aux inſtans déterminés ci-deſſus, mais il a réellement lieu, lorſqu'à l'inſtant du périgée du Soleil, c'eſt-à-dire quelques jours après le ſolſtice d'hiver, la Lune eſt pareillement périgée. Le *minimum minimorum* de latitude a lieu, lorſqu'à l'inſtant de l'apogée du Soleil, c'eſt-à-dire quelques jours après le ſolſtice d'été, la Lune eſt pareillement apogée. Pour réunir toutes les circonſtances favorables, il faut de plus, que l'inclinaiſon de l'orbite corrigée ſoit poſitive dans les deux cas, c'eſt-à-dire, que l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant.

Je ne dois point paſſer ſous ſilence la remarque ſuivante. Dans notre ſyſtème planétaire, les inſtans du périgée & de l'apogée du Soleil ſont fort éloignés des équinoxes ; ces inſtans arrivent quelques jours après les ſolſtices d'hiver & d'été. On voit donc que dans notre ſyſtème planétaire les conditions phyſiques ne coïncident pas avec les conditions elliptiques.

(63.) La détermination du *maximum maximorum* ou du

minimum minimorum de latitude lunaire propre à donner une Éclipſe de Soleil ſur notre globe dans l'hypothèſe du *paragr. 62*, n'eſt qu'un cas particulier du Problème de la troiſième ſection du préſent Mémoire. Si donc l'on veut connoître ce *maximum maximorum* ou ce *minimum minimorum* de latitude, il faudra ſubſtituer dans les équations de cette ſection les valeurs convenables.

SECTION SEPTIÈME.

D'une queſtion du genre de maximis & minimis, *relative aux lignes des phaſes.*

(64.) J'ai remarqué *(5.e Mem. §. 38)*, que le moyen qu'indique l'analyſe pour tracer rigoureuſement ſur la ſurface de notre globe le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui obſervent une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée, eſt de calculer ſucceſſivement les points de la courbe correſpondans aux différens angles de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de cette plus grande phaſe, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. J'ai fait voir que dans les ſuppoſitions aſtronomiques, qui ont lieu pour la Lune, cet angle ne peut jamais ſurpaſſer un grand nombre de degrés, d'où j'ai conclu que l'on épuiſeroit bientôt toutes les valeurs des angles qui donnent des latitudes réelles. Comme, toutes choſes d'ailleurs égales, les réſultats réels répondent toujours aux plus petits angles, j'ai ajouté que l'on ne devoit jamais être embarraſſé ſur le choix des premières valeurs qu'il falloit employer dans les calculs, & j'ai dit que dans chaque cas particulier, c'étoit à la ſagacité du calculateur de prendre ces angles plus près ou plus éloignés entr'eux, ſuivant qu'il voudra avoir des points de notre globe plus ou moins rapprochés, ou que la phaſe qu'il calcule paſſe plus ou moins près du pôle. *Année 1767.*

Les réflexions précédentes ſuffiſent ſans doute pour la pratique; mais ne ſeroit-il pas poſſible de pouſſer plus loin ces recherches & de déterminer le dernier angle de la ligne des centres, qui, relativement à une plus grande phaſe quelconque, donne des réſultats réels?

On a pu remarquer que les différentes lignes des phaſes s'étendent ſous pluſieurs parallèles. Par exemple, lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, le contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune *(§. 23)* s'eſt étendu entre les parallèles de $20^d\ 7'\ 47''$ auſtral, & de $38^d\ 42'\ 52''$ boreal. Si les lignes des phaſes ne changeoient point de parallèle, rien ne ſeroit plus ſimple que de déterminer le plus grand angle de la ligne des centres qu'il faudroit employer dans les calculs; cet angle coïncideroit avec le plus grand angle correſpondant au parallèle terreſtre que la ligne des phaſes ſuivroit conſtamment: il ſeroit donc déterminé par la formule du *§. 110 du troiſième Mémoire.* Il n'en eſt pas de même ſi l'on ſuppoſe que la même ligne des phaſes change de parallèles; le dernier angle que l'on peut employer dans les calculs, & au-delà duquel les réſultats ſont imaginaires, devient alors beaucoup plus difficile à déterminer, puiſque cet angle varie à raiſon des différens parallèles terreſtres ſous leſquels s'étendent les lignes des phaſes, & à raiſon des heures auxquelles ces lignes coupent les parallèles. Il y a cependant des circonſtances où il peut être curieux de connoître ces derniers angles, relativement à chaque phaſe particulière. Examinons quels ſecours on peut tirer des équations précédentes pour réſoudre cette nouvelle queſtion.

Année 1765.

(65.) Soit

λ la tangente de la plus courte diſtance des centres.

μ la tangente, m le coſinus } de l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$G = \frac{\lambda m \xi r}{\pi \zeta \rho} - \frac{\downarrow l r}{\zeta \rho}, \qquad H = \frac{\lambda m p}{\zeta \rho} - \frac{q \varphi}{\rho}, \quad K = \frac{\lambda m q}{\zeta r} + \frac{p \varphi}{r},$$

$$R = \frac{p \varphi}{r} + \frac{\mu p \omega}{r^2}; \qquad L = \omega - \frac{\mu \varphi}{r}, \quad I = \frac{\mu n r^2}{\zeta \upsilon \rho},$$

$$M = \frac{KR}{r} + \frac{L\omega}{r}; \qquad N = \frac{GL}{r} + \frac{IK}{r}, \quad Q = \frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r};$$

$$T = \frac{H^2 R^2}{r^3} + \frac{H^2 L^2}{r^3} + \frac{M^2}{r}, \quad P = \frac{HQR}{rT} - \frac{HLN}{rT}, \quad V = \frac{N^2}{T} + \frac{Q^2}{T} - \frac{M^2}{T};$$

J'ai fait voir (*5.e Mém. §. 39*), que pour déterminer la latitude des lieux qui obſervent ſucceſſivement la même plus courte diſtance des centres aſſignée, on avoit l'équation ſuivante, Année 1767.

$$S^2 + 2Ps + rV = 0$$

d'où l'on tire

$$S = -P \pm \sqrt{(P^2 - rV)}.$$

J'obſerve que les deux valeurs de s deviennent égales lorſque $P^2 - rV = 0$, d'un autre côté le cas d'égalité eſt le paſſage des valeurs réelles aux valeurs imaginaires; donc $P^2 - rV = 0$, eſt la dernière relation poſſible entre P & V, propre à donner des valeurs de s réelles; elle détermine donc pour chaque plus courte diſtance particulière les derniers angles de la ligne des centres qui donnent des réſultats réels.

(66.) Si dans l'équation $P^2 - rV = 0$, on ſubſtitue à P^2 & à rV leurs valeurs tirées du paragraphe précédent, on aura

$$H^2(RN+QL)^2 - H^2R^2M^2 - H^2L^2M^2 - M^4r^2 + M^2N^2r^2 + M^2Q^2r^2 = 0;$$

mais $RN + QL = R \times \left(\frac{GL}{r} + \frac{IK}{r}\right) + L \times \left(\frac{I\omega}{r} - \frac{GR}{r}\right)$,

donc $RN + QL = I \times \left(\frac{KR}{r} + \frac{L\omega}{r}\right) = IM$;

l'équation $P^2 - rV = 0$ devient donc

$$M^2 \times (H^2I^2 - H^2R^2 - H^2L^2 - M^2r^2 + N^2r^2 + Q^2r^2) = 0.$$

Deux ſuppoſitions rendent nulle l'équation précédente,

$$M^2 = 0,$$

$$H^2 \times (I^2 - R^2 - L^2) + r^2(N^2 + Q^2 - M^2) = 0.$$

La ſuppoſition de $M = 0$ n'appartient pas proprement à la queſtion que j'ai en vue: je vais donc diſcuter uniquement la ſeconde ſuppoſition.

(67.) L'équation du paragraphe précédent peut être mise sous la forme suivante,

$$(GL + IK)^2 + (I\omega - GR)^2 + H^2 \times (I^2 - R^2 - L^2) = (KR + L\omega)^2$$

ou, ce qui revient au même,

$$(H^2 + K^2 + \omega^2 - G^2) \times (I^2 - R^2 - L^2) + K^2L^2 + \omega^2R^2 + G^2I^2 + 2GKLI - 2GRI\omega - 2KLR\omega) = 0.$$

$$(H^2 + K^2 - G^2 + \omega^2) \times (I^2 - R^2 - L^2) + (KL + GI - \omega R)^2 = 0.$$

J'observe que, puisque les quantités G, H, K, sont les seules grandeurs qui renferment λ, l'équation finale ne sera que du second degré par rapport à λ; on peut donc résoudre cette question.

Étant donné un angle quelconque de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant de la plus grande phase; déterminer par rapport à quelle ligne de phases cet angle est un maximum ?

(68.) Si dans l'équation du paragraphe 67, on élimine les quantités G, H, K, par le moyen de leurs valeurs tirées du *paragraphe 65*, & que l'on suppose $M' = \frac{L^2}{r} + \frac{R^2}{r} - \frac{I^2}{r}$, on aura

$$\left.\begin{aligned}
&- \left(\frac{\lambda^2 m^2 p^2}{\zeta^2 \rho^2} + \frac{\lambda^2 m^2 q^2}{\zeta^2 r^2} - \frac{\lambda^2 m^2 \xi^2 r^2}{\pi^2 \zeta^2 \rho^2}\right) \times M' r \\
&- \left(\frac{\lambda m p q \varphi}{\zeta r^2} - \frac{\lambda m p q \varphi}{\zeta \rho^2} + \frac{\lambda m \xi \psi l r^2}{\pi \zeta^2 \rho^2}\right) \times 2 M' r \\
&- \left(\frac{q^2 \varphi^2}{\rho^2} + \frac{p^2 \varphi^2}{r^2} + \omega^2 - \frac{\psi^2 l^2 r^2}{\zeta^2 \rho^2}\right) \times M' r \\
&+ \left(\frac{\lambda m q L}{\zeta r} + \frac{\lambda m \xi r l}{\pi \zeta \rho}\right)^2 \\
&+ \left(\frac{\lambda m q L}{\zeta r} + \frac{\lambda m \xi r l}{\pi \zeta \rho}\right) \times 2 \left(\frac{p \varphi L}{r} - \frac{\psi l r l}{\zeta \rho} - \omega R\right) \\
&+ \left(\frac{p \varphi L}{r} - \frac{\psi l r l}{\zeta \rho} - \omega R\right)^2
\end{aligned}\right\} = 0.$$

Soit donc

la tangente de la distance des centres du Soleil & de la Lune.

μ la tangente } de l'angle donné de la ligne qui joint les centres du Soleil
m le cosinus } & de la Lune avec la perpendiculaire à l'orbite relative.

$$R = \overset{(R\,1)}{\frac{p\varphi}{r}} + \overset{(R\,2)}{\frac{\mu p \omega}{r^2}}, \qquad L = \overset{(L\,1)}{\omega} - \overset{(L\,2)}{\frac{\mu\varphi}{r}}, \qquad I = \overset{(I\,1)}{\frac{\mu n r^2}{\zeta \omega \rho}},$$

$$M' = \overset{(M'\,1)}{\frac{L^2}{r}} + \overset{(M'\,2)}{\frac{R^2}{r}} - \overset{(M'\,3)}{\frac{I^2}{r}}, \qquad N' = \overset{(N'\,1)}{\left(\frac{\xi^2 r^5}{\pi^2 \zeta^2 \rho^2} - \frac{p^2 r}{\zeta^2 \rho^2} - \frac{q^2}{\zeta^2 r}\right)} \times m^2,$$

$$P' = \overset{(P'\,1)}{\left(\frac{pq\varphi}{\zeta r^3} - \frac{pq\varphi}{\zeta \rho^2 r} + \frac{\downarrow I \xi r}{\pi \zeta^2 \rho^3}\right)} \times mr, \qquad Q' = \overset{(Q'\,1)}{\frac{q^2\varphi^2}{\rho^2 r}} + \overset{(Q'\,2)}{\frac{p^2\varphi^2}{r^3}} + \overset{(Q'\,3)}{\frac{\omega^2}{r}} - \overset{(Q'\,4)}{\frac{\downarrow^2 I^2 r}{\zeta^2 \rho^2}},$$

$$R' = \overset{(R'\,1)}{\frac{m\xi r I}{\pi \zeta \rho}} + \overset{(R'\,2)}{\frac{mqL}{\zeta r}}, \qquad S' = \overset{(S'\,1)}{\frac{p\varphi L}{r^2}} - \overset{(S'\,2)}{\frac{\downarrow I I}{\zeta \rho}} - \overset{(S'\,3)}{\frac{\omega R}{r}},$$

$$T' = \overset{(T'\,1)}{\frac{R^2}{r}} + \overset{(T'\,2)}{\frac{M' N'}{r}}, \qquad V' = \overset{(V'\,1)}{\frac{R' S'}{T'}} - \overset{(V'\,2)}{\frac{P' M'}{T'}},$$

$$X' = \overset{(X'\,1)}{+\frac{S'^2}{T'}} - \overset{(X'\,2)}{\frac{Q' M'}{T'}}.$$

On aura pour déterminer la ligne de phase, relativement à laquelle l'angle donné est un *maximum*,

$$\lambda^2 + 2\lambda V' + rX' = 0.$$

(69.) Dans toutes les recherches, on regardera m comme positive; quant aux valeurs λ & μ, elles peuvent être positives & négatives.

Si l'on suppose μ positif, le centre de la Lune paroîtra dans l'angle *austral précédent*, ou dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil; il paroîtra dans l'angle *austral suivant* ou dans l'angle *boréal précédent* si μ est négatif.

Si λ eſt donné ſous une forme poſitive, le centre de la Lune, lors de la plus grande phaſe, ſera vu dans *l'hémiſphère borcal* du diſque du Soleil. Il ſera vu dans *l'hémiſphère auſtral* lorſque λ eſt négatif.

Année 1765. (70.) J'ai fait voir *(3.e Mém. §. 117)*, que le plus grand angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe, avec l'orbite relative de la Lune, eſt celui qui s'obſerve ſous l'équateur à une certaine heure, que j'ai appris à déterminer; on peut donc dans la formule du *paragraphe 68*, ſubſtituer tous les angles poſſibles, poſitifs & négatifs depuis 0^d juſqu'à cette valeur particulière, & on ſera toujours ſûr d'avoir un réſultat réel; par-delà cette valeur les réſultats ſeront imaginaires; ainſi donc, dans l'exemple particulier de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on aura des réſultats réels tant que l'on prendra des angles entre $-24^d\,40'\,22''$ & $+9^d\,55^d\,31''$.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

(71.) Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

R. $\quad$ E. $\quad$ I.

$(R\,1)$ $\quad$ $(L\,1)$

$$\frac{p\varphi}{r} = 7358. \qquad \omega = 48086.$$

$(R\,2)$ $\quad$ $(L\,2)$ $\quad$ $(I\,1)$

$$\text{Log.}\frac{p\omega}{r^2} = -1{,}3941178. \quad \text{Log.}\frac{\varphi}{r} = -0{,}0571011. \quad \text{Log.}\frac{\eta r}{\zeta\rho u} = -9{,}7150909$$

N'. $\quad$ P'.

$(N'\,1)$ $\quad$ $(P'\,1)$

$$\text{Log.}\left(\frac{\xi^2 r^2}{\alpha^2\zeta^2\rho^2} - \frac{p^2 r}{\zeta^2\rho^2} - \frac{q^2}{\zeta^2 r}\right) = -6{,}3949861. \quad \text{Log.}\left(\frac{pq\varphi}{\zeta r^2} - \frac{pq\varphi}{\zeta\rho^2 r} + \frac{\psi l\xi r}{\alpha\zeta^2\rho^2}\right) = -8{,}3356129.$$

Q'.

Q'. R'. S'.

$$Q' = +\,46223.$$
$$\text{Log. } Q' = 9{,}6648581.$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\xi r}{\pi \zeta \rho} = -\,8{,}1974389. & (R'\,1,) \\ \frac{q}{\zeta r} = -\,10{,}0001950. & (R'\,2,) \end{cases}$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{p\varphi}{r^2} = -\,1{,}1332387 & (S'\,1,) \\ \frac{\downarrow l}{\zeta \rho} = -\,0{,}1381818 & (S'\,2,) \\ \frac{\omega}{r} = -\,0{,}3179892 & (S'\,3,) \end{cases}$$

EXEMPLE.

(72.) *Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on demande quels ont été pour les différentes lignes de phaſes les* maxima *d'angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative!*

SOLUTION. Si l'on ſuppoſe $\left\{\begin{matrix}\mu = \pm \text{ tangente} \\ m = +\text{ cosinus}\end{matrix}\right\}$ des différens angles compris *(§. 70)* entre $-\,24^d\,40'\,22''$ & $+\,9^d\,55'\,31''$, on déterminera par rapport à quelles lignes de phaſes ces angles ſont des *maxima*.

Soit l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative de $-\,4^d\,5'\,40''$, on aura

$$\left.\begin{matrix}\mu = -\text{ tangente } 4^d\ 5'\ 40'' \\ m = +\text{ cosinus } 4.\ 5.\ 40\end{matrix}\right\} \text{ Logarithme } \begin{cases} \mu = 8{,}8548125. \\ m = 9{,}9988901. \\ m^2 = 19{,}9977802. \end{cases}$$

TYPE du Calcul.

$$R = +\,(R\,1) - (R\,2) \ldots\ldots\ldots (R\,1) = 7358.$$

$$\begin{matrix} (R\,2) \\ +\,8{,}8548125 \ldots \text{log. } \mu. \\ -\,1{,}3941178. \\ \hline 7{,}4606947 \ldots \text{log. } 289. \end{matrix} \qquad R = +7069 \text{ log.} \begin{cases} R = 8{,}8493580. \\ R^2 = 17{,}6987160. \end{cases}$$

$$\frac{R^2}{r} = 500.$$

$$L = + (L\,1) + (L\,2) \ldots\ldots\ldots (L\,1) = 48086.$$

$$\begin{array}{l} (L\,2) \\ + 8{,}8548125 \ldots \text{log. } \mu. \\ - 0{,}0571011. \\ \hline 8{,}7977114 \ldots \text{log. } 6277. \end{array} \qquad L = +54363 \text{ log.} \begin{cases} L = 9{,}7353034. \\ L^2 = 19{,}4706068. \end{cases} \qquad \frac{L^2}{r} = 29553.$$

$$I = - (I\,1)$$

$$\begin{array}{l} (I\,1) \\ + 18{,}8548125 \ldots \text{log. } \mu r. \\ - 9{,}7150909. \\ \hline 9{,}1397216 \ldots \text{log. } 13795. \end{array} \qquad I = -13795 \text{ log.} \begin{cases} I = 9{,}1397216. \\ I^2 = 18{,}2794432. \end{cases} \qquad \frac{I^2}{r} = 1903.$$

$M' = +(M'\,1) + (M'\,2) - M'\,3) \ldots (M'\,1) = 29553 \ldots (M'\,2) = 500 \ldots (M'\,3) = 1903;$

$M' = + 28150.$ Logarithme $M' = 9{,}4494784.$

$$N' = + (N'\,1)$$

$$\begin{array}{l} (N'\,1) \\ + 19{,}9977802 \ldots \text{log. } m^2. \\ - 6{,}3949861. \\ \hline 13{,}6027941 \ldots \text{log. } N'. \end{array}$$

$$P' = + (P'\,1)$$

$$\begin{array}{l} (P'\,1) \\ + 19{,}9988901 \ldots \text{log. } mr. \\ - 8{,}3356129. \\ \hline 11{,}6632772 \ldots \text{log. } P'. \end{array}$$

$Q' = + 46223.$ Logarithme $Q' = 9{,}6648581.$

$$R' = - (R'\,1) + (R'\,2)$$

$$\begin{array}{l} (R'\,1) \\ + 9{,}9988901 \ldots \text{log. } m. \\ + 9{,}1397216 \ldots \text{log. } I. \\ \hline + 19{,}1386117. \\ - 8{,}1974389. \\ \hline 10{,}9411728 \ldots \text{log. } 873319. \end{array} \qquad \begin{array}{l} (R'\,2) \\ + 9{,}9988901 \ldots \text{log. } m. \\ + 9{,}7353034 \ldots \text{log. } L. \\ \hline + 19{,}7341935. \\ - 10{,}0001950. \\ \hline 9{,}7339985 \ldots \text{log. } 54200. \end{array}$$

$R' = - 819119.$ Log. $\begin{cases} R' = 10{,}9133470. \\ R'^2 = 21{,}8266940. \end{cases}$ $\frac{R'^2}{r} = 6709558.$

$$S' = + (S'\,1) + (S'\,2) - (S'\,3)$$

$(S'\,1)$	$(S'\,2)$	$(S'\,3)$
$+9{,}7353034\ldots$log. L.	$+9{,}1397216\ldots$log l.	$+8{,}8493580\ldots$log. R.
$-1{,}1332387$.	$-0{,}1381818$	$-0{,}3179802$.
$8{,}6020647\ldots$log. 4000.	$9{,}0015398\ldots$log. 10036.	$8{,}5313778\ldots$log. 33990

$S' = + 10637$. Logarithme $\begin{cases} S' = 9{,}0268192 \\ S'^2 = 18{,}0536384. \end{cases}$

$$T' = + (T'\,1) + (T'\,2) \ldots\ldots (T'\,1) = 6709558.$$

$(T'\,2)$

$+ 9{,}4494784\ldots$log. M'.
$+13{,}6027941\ldots$log. N'.
$13{,}0522725\ldots$log. 112790500.

$T' = + 11950058\ldots\ldots$log. $T' = 13{,}0773679$.

$$V' = - (V'\,1) - (V'\,2)$$

$(V'\,1)$	$(V'\,2)$
$+10{,}9133470\ldots$log. R'	$+11{,}6632772\ldots$log. P'.
$+ 9{,}0268192\ldots$log. S'	$+ 9{,}4494784\ldots$log. M'.
$+19{,}9401662$.	$+21{,}1127556$.
$-13{,}0773679\ldots$log. T'.	$-13{,}0773679\ldots$log. T'.
$6{,}8627983\ldots$log. 72,9.	$8{,}0353877\ldots$log. 1084,9.

$V' = - 1157{,}8$. Log. $V' = 8{,}0636335$.

$$X' = + (X'\,1) - (X'\,2)$$

$(X'\,1)$	$(X'\,2)$
$+18{,}0536384\ldots$log. S'^2.	$+ 9{,}6648581\ldots$log. Q'.
$-13{,}0773679\ldots$log. T'.	$+ 9{,}4494784\ldots$log. M'.
$4{,}9762705\ldots$log. 0,947.	$+19{,}1143365$.
	$-13{,}0773679\ldots$log. T'.
	$6{,}0369686\ldots$log. 10,889.

$X' = - 9{,}942$. Log. $\sqrt{(r\,X')} = 7{,}9987369$.

Puiſque T' eſt poſitif, & que V' & X' ſont négatifs, l'équation qui réſout le Problème eſt *(5. 68)* $\lambda^2 - 2\lambda V' - rX' = 0$; on a donc *(4.e Mém. §. 53)*

Année 1766.

$$\text{Tangente} \left\{ \begin{matrix} B \\ B' \end{matrix} \right\} = \frac{r\sqrt{(r\,X')}}{V'};$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{(r\,X')}}{r} \times \text{tang.}\ \frac{B}{2}; \qquad \lambda = \frac{\sqrt{(r\,X')}}{r} \times \text{tang.}\ \frac{B'}{2};$$

L'angle B eſt compris entre 90^d & 180^d; l'angle B' eſt compris entre 270^d & 360^d; la première valeur de λ eſt poſitive & la ſeconde valeur eſt négative.

$$+17,9987369\ldots\text{log. } r\sqrt{(r\,X')}.$$
$$-\ 8,0636335\ldots\text{log. } V'.$$
$$9,9351034\ldots\text{log. tang.}\left\{\begin{matrix}B\\B'\end{matrix}\right\}$$

$B = 139^d\ 15'\ 54''$ $\qquad$ $B' = 319^d\ 15'\ 54''$

$\frac{B}{2} = 69.\ 37.\ 57.$ $\qquad$ $\frac{B'}{2} = 159.\ 37.\ 57.$

$+10,4303336\ldots\text{log. tang.}\frac{B}{2}$ $\qquad$ $+\ 9,5696664\ldots\text{log. tang.}\frac{B'}{2}$

$+\ 7,9987369\ldots\text{log.}\sqrt{(r\,X')}.$ $\qquad$ $+\ 7,9987369\ldots\text{log.}\sqrt{(r\,X')}.$

$8,4290705\ldots\text{log. }\lambda$ $\qquad$ $7,5684033\ldots\text{log. }\lambda.$

$\lambda = +\text{ tang. } 1^d\ 32'\ 20''$ $\qquad$ $\lambda = -\text{ tang. } 0^d\ 12'\ 44''$

On voit donc qu'il y a deux lignes de phaſes, relativement auxquelles l'angle de $-\ 4^d\ 50'\ 40''$, eſt un *maximum* d'angle, ſavoir une plus courte diſtance boréale des centres de $1^d\ 32'\ 20''$, & une plus courte diſtance auſtrale de $0^d\ 12'\ 44''$.

(73.) Il eſt une remarque qui ne doit point échapper, c'eſt que les calculs du *paragraphe précédent*, déterminent directement deux plus grandes phaſes, puiſque l'équation du Problème eſt du ſecond degré; mais indépendamment de ces deux phaſes, les mêmes calculs peuvent, avec quelque légère différence, déterminer deux autres diſtances des centres; en effet, au lieu de ſuppoſer $\mu = -$ tang. $4^d\ 5'\ 40''$, ſi l'on ſuppoſe $\mu = +$ tang. $4^d\ 5'\ 40''$; comme la valeur de m *(§. 69)* ne change point de ſigne, les quantités N', P', Q', ſeront rigoureuſement les mêmes; la quantité I changera de ſigne ſans changer de valeur, & les quantités R, L, R', S', T', V', X', s'évalueront aiſément d'après les premiers calculs.

On voit maintenant comment on peut former une Table qui contiendroit, ſous deux colonnes, les différens angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, & les lignes de phaſes pour leſquelles ces angles ſeroient des *maxima*; cette Table pourroit être utile ſi l'on ſe propoſoit de calculer un grand nombre de lignes de phaſes.

Parmi les différens angles de la ligne des centres que l'on peut choiſir arbitrairement, on remarquera principalement la ſuppoſition particulière de $\mu = 0$ & $m = r$; ce cas eſt remarquable en ce que les lignes de phaſes correſpondantes ſont concentrées en un ſeul point. C'eſt le cas du *maximum* des plus grandes phaſes viſibles ſur la Terre *(§. 24)*.

REMARQUE ſur une propriété de l'angle de la ligne des centres correſpondant à l'inſtant de la plus grande phaſe.

(74.) Je ne dois point paſſer ſous ſilence une propriété de l'angle de la ligne des centres correſpondant à l'inſtant de la plus grande phaſe; pour entendre cette propriété, on ſe rappellera les conſtructions ſuivantes.

Si l'on calcule pour un lieu & pour un inſtant quelconques l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative de la Lune; il eſt aiſé de voir *(3.e Mém. §. 1)* que cet angle que je nomme H eſt variable, & que ſi l'on ſuppoſe *Année 1765.*

$$A = \frac{\downarrow l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\varphi}{r^4},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\omega}{r^4},$$

il a pour expreſſion de ſa tangente

$$\text{Tangente } H = \frac{Ar}{F + b \times \frac{nr}{3600''\zeta}}.$$

(75.) Puiſque cet angle eſt ſuſceptible d'accroiſſemens & de diminutions ſucceſſives, on peut demander ſa plus grande & ſa plus petite valeur pour chaque lieu particulier; la théorie de *maximis* & *minimis* en ſuppoſant

$$C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{c\rho\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3},$$

$$D = \frac{c\rho\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3},$$

donne pour condition du Problème,

$$AC + D \times (F + b \times \frac{nr}{3600''\zeta}) = 0;$$

$$\text{Tangente (Angle } H \text{ parvenu au } \textit{maximum}) = -\frac{Dr}{C}.$$

Année 1765. On a vu *(3.e Mém. §. 58)* que la tangente particulière de l'angle H correſpondant au *minimum* de diſtance des centres pour un lieu quelconque, & que je nomme H' pour le diſtinguer des autres angles, a pour expreſſion

$$\text{Tangente (Angle } H') = \frac{C\gamma}{D}.$$

On doit donc conclure que ſi l'on donne l'heure que l'on compte dans un lieu L à l'inſtant de la plus grande phaſe, par exemple dix heures du matin, & que l'on calcule l'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative de la Lune correſpondant à cette plus grande phaſe, cet angle eſt le complément du plus grand angle que l'on puiſſe obſerver dans un autre lieu L', qui ſitué ſous le même parallèle, compte dix heures du matin à un inſtant phyſique déterminé par l'équation

$$b = -\frac{3600''\zeta}{n\gamma} \times \left(F + \frac{AC}{D}\right).$$

(76.) Nous avons vu *(3.e Mém. §. 58)* que la diſtance de la conjonction à l'inſtant de la plus grande phaſe dans le lieu L, étoit déterminée par l'équation

$$b' = -\frac{3600''\zeta}{n\gamma} \times \left(F - \frac{AD}{C}\right);$$

Donc puiſque l'on compte la même heure dans les lieux L', L; aux inſtans des phénomènes reſpectifs, la différence horaire en *Année 1765.* longitude de ces lieux a pour expreſſion *(3.e Mém. art. VI)*

$$\text{Différence en longitude des lieux } L, L' = \frac{3600''\zeta}{n\gamma} \times \frac{A(C^2 + D^2)}{CD}.$$

Il eſt ſenſible que ſi $\frac{3600''\zeta}{n\gamma} \times \frac{A(C^2 + D^2)}{CD}$ étoit un multiple de $86400''$, c'eſt-à-dire du nombre de ſecondes contenues dans vingt-quatre heures, les lieux L & L' auroient la même longitude. Remarquons pareillement que les tangentes des diſtances des centres correſpondantes au *maximum* d'angle dans le lieu L' & au *minimum* de phaſes dans le lieu L ſont entre elles comme ſinus H' eſt à coſinus H'.

(77.) Je terminerai cette ſection par la remarque ſuivante; j'ai obſervé *(3.e Mém. §. 122)* que ſi le mouvement de la

Planète dans ſon orbite étoit fort lent, relativement au mouvement diurne, le même Obſervateur pourroit voir ſucceſſivement pluſieurs plus grandes phaſes ; quoique ce cas n'ait jamais lieu dans notre ſyſtème planétaire, on peut néanmoins ſe propoſer la queſtion ſuivante.

Quelle doit être la relation entre le mouvement diurne & le mouvement de la Planète dans ſon orbite, pour que l'Obſervateur qui a vu une plus grande phaſe à une certaine heure P′, *obſerve une ſeconde plus grande phaſe à une autre heure* P?

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème. Soit en effet,

Heure P′.

g' le ſinus, h' le coſinus } de l'angle horaire correſpondant à l'heure P'.

$$A' = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{cg' \rho\omega}{r^3} + \frac{ch' \rho\rho\varphi}{r^4}.$$

$$F' = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{cg' \rho\varphi}{r^3} + \frac{ch' \rho\rho\omega}{r^4}.$$

$$C' = \frac{nr^2}{\zeta\upsilon} - \frac{cpp\omega g'}{r^4} - \frac{cp\varphi h'}{r^3};$$

$$D' = \frac{cpp\varphi g'}{r^4} - \frac{cp\omega h'}{r^3};$$

Heure P.

g le ſinus, h le coſinus } de l'angle horaire correſpondant à l'heure P.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{cg \rho\omega}{r^3} + \frac{ch \rho\rho\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{cg \rho\varphi}{r^3} + \frac{ch \rho\rho\omega}{r^4};$$

$$C = \frac{nr^2}{\zeta\upsilon} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{cp\varphi h}{r^3};$$

$$D = \frac{cpp\varphi g}{r^4} - \frac{cp\omega h}{r^3};$$

X la diſtance des heures P' P évaluée en ſecondes horaires.
m un nombre entier quelconque.

Puiſque l'expreſſion de la diſtance à la conjonction correſpondante aux heures P' P (*3.e Mémoire, §. 58*) eſt *Année 1765.*

$$b' = \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{A' D'}{C'} - F'\right),$$

$$b = \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{A D}{C} - F\right),$$

il eſt évident que l'on doit avoir ;

$$\frac{3600'' \zeta}{nr} \times \left(\frac{A D}{C} - \frac{A' D'}{C'} - F + F'\right) - X - m \times 86400'' = 0.$$

SECTION HUITIÈME.

Détermination des points de la Terre qui obſervent une plus grande phaſe aſſignée au lever & au coucher du Soleil.

(78.) Parmi la ſuite de points de notre globe qui obſervent une certaine plus courte diſtance des centres aſſignée; il y en a qui peuvent mériter une attention particulière, ce ſont ceux qui obſervent ce phénomène au léver & au coucher du Soleil: je vais m'occuper de la détermination de ces points.

Soit $L = \frac{\sigma\tau' r\xi}{\pi\zeta\partial'} - \frac{\partial\tau r}{\pi\zeta}$, s'il s'agit d'un contact intérieur.

$L = \frac{\sigma\tau' r\xi}{\pi\zeta\partial} + \frac{\partial\tau r}{\pi\zeta}$, s'il s'agit d'un contact extérieur.

$$f = \frac{\sqrt{(\rho^2 q^2 r^2 - \rho^2 q^2 s^2 - p^2 r^2 s^2)}}{r^2}.$$

$$H = \frac{\rho^2 q^2}{r^3} + \frac{p^2}{r}.$$

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\varphi s}{q} - \frac{f\omega}{q}$.	$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{\varphi s}{q} + \frac{f\omega}{q}$.
$C = \frac{nr^2}{\zeta\psi} + \frac{p\varphi s}{qr} + \frac{fp\omega}{qr}$.	$C = \frac{nr^2}{\zeta\psi} + \frac{p\varphi s}{qr} - \frac{fp\omega}{qr}$.
$D = \frac{p\omega s}{qr} - \frac{fp\varphi}{qr}$.	$D = \frac{p\omega s}{qr} + \frac{fp\varphi}{qr}$.

Chacune des quantités qui entrent dans ces équations ſont définies, ſoit dans le §. 1, ſoit dans le §. 13 de ce Mémoire.

Années 1765 & 1767. On peut conclure de ce que j'ai démontré dans mon 3.e *Mémoire* (§. 51 & 66) & dans mon 5.e *Mém.* (§. 46) que l'on a en général

$$L^2C^2 - A^2C^2 - A^2D^2 = 0;$$

on a donc la relation entre la plus grande phaſe aſſignée & la latitude du lieu qui obſerve cette phaſe au lever & au coucher du

du Soleil. Comme ſous cette forme, l'équation délivrée de ſes radicaux, eſt d'un degré trop élevé pour être d'un uſage facile, je croirois préférable d'employer une méthode indirecte.

La méthode que je propoſe eſt fondée ſur les conſidérations ſuivantes. Si l'on fait attention à la nature du Problème, on verra facilement que le lieu qui obſerve une certaine plus grande phaſe aſſignée au lever ou au coucher du Soleil, ne doit pas différer beaucoup en latitude de celui qui obſerve la même phaſe au lever ou au coucher de cet aſtre lorſque la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative. Il s'agit donc de déterminer d'abord le lieu où l'on peut obſerver ce dernier phénomène; nous verrons enſuite quelle correction l'on doit faire à ce premier réſultat.

Détermination du lieu de la Terre qui obſerve une phaſe aſſignée au lever ou au coucher du Soleil, lorſque d'ailleurs la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative.

(79.) Rien de plus ſimple que de déterminer la latitude du lieu qui obſerve une phaſe aſſignée au lever ou au coucher du Soleil, lorſque d'ailleurs la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, eſt perpendiculaire à l'orbite relative; on a dans ce cas

$$L \mp A = 0.$$

Si l'on ſubſtitue à A ſes valeurs tirées du §. 78, que l'on élimine la quantité f par le moyen de ſa valeur

$$f = \frac{\sqrt{(p^2 q^2 r^2 - p^2 q^2 s^2 - p^2 r^2 s^2)}}{r^2},$$

& que l'on ſuppoſe

$$P = H + \frac{\varphi^2 r}{\omega^2};$$

$$M = + \frac{q}{\omega} \times \left(L - \frac{\downarrow l}{\zeta}\right), \qquad M' = + \frac{q}{\omega} \times \left(L + \frac{\downarrow l}{\zeta}\right),$$

$$N = + \frac{\varphi r}{\omega}; \qquad N' = - \frac{\varphi r}{\omega},$$

$$Q = + \frac{MN}{P}, \qquad Q' = + \frac{M'N'}{P},$$

$$R = + \frac{M^2}{P} - \frac{p^2 q^2}{P r^2}, \qquad R' = + \frac{M'^2}{P} - \frac{p^2 q^2}{P r^2},$$

on aura

Pour déterminer la latitude du lieu qui voit la phaſe aſſignée au lever ou au coucher du Soleil, lorſque d'ailleurs la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative,

$$s^2 + 2Qs + Rr = 0, \quad s^2 + 2Q's + R'r = 0;$$

(80.) On ne doit jamais être embarraſſé pour ſavoir ſi un réſultat appartient au lever ou au coucher du Soleil, à une phaſe auſtrale ou boréale. En effet, on peut conclure de l'équation $L \mp A = 0$, que l'on a en général

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$M + \frac{Ns}{r} + f = 0.$	$M + \frac{Ns}{r} - f = 0.$
$M' + \frac{N's}{r} - f = 0.$	$M' + \frac{N's}{r} + f = 0.$

Les équations $s^2 + 2Qs + Rr = 0$, $s^2 + 2Q's + R'r = 0$, donnent chacune deux latitudes; on peut donc connoître pour chaque latitude les valeurs numériques de f correſpondantes. Je porte dans les équations précédentes, les valeurs de s données par le calcul avec le ſigne qui leur convient, & les valeurs numériques de f; je vois laquelle des équations du lever ou du coucher du Soleil devient nulle, d'où je conclus à quel inſtant appartient la ſolution. Je conclus pareillement ſi la phaſe eſt auſtrale ou boréale, en voyant laquelle des deux expreſſions $L + A$, ou $L - A$ devient nulle.

(81.) Si l'on applique les calculs à l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on aura les réſultats ſuivans, en ſuppoſant une inflexion de $4'',5$ dans les rayons qui raſent le limbe de la Lune.

$H = +\ 101125$ ..... Logarithme $H = 10{,}0048586$.

$M = -\ 33410.$
$N = +\ 182339.$
$P = +\ 433600.$
$Q = -\ 14050.$
$R = -\ 20585.$

Logarithme
$M = 9{,}5238739.$
$N = 10{,}2608791.$
$P = 10{,}6370893.$
$Q = 9{,}1476697.$
$R = 9{,}3135509.$
$\sqrt{(Rr)} = 9{,}6567754.$

Puiſque Q & R ſont négatifs, l'équation qui réſout le Problème eſt

$$s^2 - 2Qs - Rr = 0.$$

Si je compare cette équation avec les équations générales du ſecond degré (*4.e Mém. §. 41 & ſuivans*), je vois que, dans le cas particulier que je diſcute, on a

$$\text{Tang.}\left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\} = \frac{r\sqrt{(Rr)}}{Q}.$$

$$s = \text{tang.}\frac{B}{2} \times \frac{\sqrt{(Rr)}}{r}, \quad s = \text{tang.}\frac{B'}{2} \times \frac{\sqrt{(Rr)}}{r}.$$

L'angle B eſt entre 90^d & 180^d; l'angle $\frac{B}{2}$ eſt moindre que 90 degrés, & ſa tangente eſt poſitive; la valeur de s correſpondante eſt poſitive.

L'angle B' eſt entre 270^d & 360^d; l'angle $\frac{B'}{2}$ eſt entre 90^d & 180^d, ſa tangente eſt négative, ainſi que la valeur de s correſpondante.

$M' = +\ 269803.$
$N' = -\ 182339.$
$P = +\ 433600.$
$Q' = -\ 142836.$
$R' = +\ 144722.$

Logarithme
$M' = 10{,}4310467.$
$N' = 10{,}2608791.$
$P = 10{,}6370893.$
$Q' = 10{,}0548365.$
$R' = 10{,}1605336.$
$\sqrt{(R'r)} = 10{,}0802668.$

Puiſque Q' eſt négatif & R' poſitif, l'équation qui réſout le Problème eſt

$$s^2 - 2Q's + R'r = 0.$$

Si je compare cette équation avec les équations générales du ſecond degré, je vois que, dans le cas particulier que je diſcute, on a

$$\text{Sinus}\left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\} = \frac{r\sqrt{(R'r)}}{Q'}.$$

$$s = \text{tang.}\frac{B}{2} \times \frac{\sqrt{(R'r)}}{r}, \quad s = \text{tang.}\frac{B'}{2} \times \frac{\sqrt{(R'r)}}{r},$$

Comme $\sqrt{(R'r)}$ ſurpaſſe Q', on a une expreſſion du ſinus des angles B, B', plus grande que le rayon; les racines de l'équation ſont donc imaginaires.

$+19{,}6567754\ldots$ log. $r\sqrt{(Rr)}$.
$-\ 9{,}1476697\ldots$ log. Q.
$10{,}5091057\ldots$ log. tang. $\left\{\begin{matrix} B \\ B' \end{matrix}\right\}$

$B = 107^d\ 12'\ 22''.$
$\frac{B}{2} = 53.\ 36.\ 11.$

$+10{,}1324255\ldots$ log. tang. $\frac{B}{2}$.
$+\ 9{,}6567754\ldots$ log. $\sqrt{(Rr)}$.
$9{,}7892009\ldots$ log. s.
s poſitive.
Latitude corrigée $= 37^d\ 59'\ 8''.$

$B' = 287^d\ 12'\ 22''.$
$\frac{B'}{2} = 143.\ 36.\ 11.$

$+9{,}8675743\ldots$ log. tang. $\frac{B'}{2}$.
$+9{,}6567754\ldots$ log. $\sqrt{(Rr)}$.
$9{,}5243497\ldots$ log. s.
s négative.
Latitude corrigée $= 19^d\ 32'\ 23''.$

Si l'on porte ſucceſſivement dans les équations du §. 80, le ſinus de + 37ᵈ 59′ 8″, on verra que cette valeur rend nulles les équations qui répondent au coucher du Soleil & à la phaſe boréale, la ſolution appartient donc au coucher du Soleil & à la phaſe boréale. Par une raiſon ſemblable, la latitude de 19ᵈ 32′ 23″ auſtrale, appartient à la phaſe boréale & au lever du Soleil.

(82.) Si le lieu qui obſerve une plus grande phaſe au lever ou au coucher du Soleil, coïncidoit avec celui qui obſerve cette phaſe au lever ou au coucher de cet aſtre, lorſque d'ailleurs la ligne des centres eſt perpendiculaire à l'orbite relative; le Problème propoſé dans cette ſection ſeroit entièrement réſolu, on auroit en nommant S la latitude déterminée par les précédens calculs,

Latitude corrigée qui ſatisfait au Problème $= S$.

Mais cette expreſſion n'eſt pas exacte, il faut donc ajouter un nouveau terme dS, que l'on déterminera de la manière ſuivante.

Pour trouver l'expreſſion de dS, je remarque que j'aurois facilement cette valeur ſi je connoiſſois; 1.° l'excès de la phaſe obſervée ſous le parallèle S au lever ou au coucher du Soleil, ſur la phaſe que je calcule; 2.° la loi qui règne entre la variation de la latitude du parallèle & la variation correſpondante des plus courtes diſtances viſibles au lever ou au coucher du Soleil. Examinons quel ſecours nos méthodes fourniſſent pour réſoudre ces queſtions.

Détermination de la quantité d S.

(83.) Soit

λ la tangente { des plus courtes diſtances des centres viſibles au lever ou au coucher du Soleil.

& conſervons d'ailleurs toutes les autres définitions du §. 78.

Année 1765. J'ai démontré dans mon 3.ᵉ *Mémoire*, que l'on a en général

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta} \times \lambda = A \times \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C};$$

donc

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta}\, d\lambda = dA\, \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C} + \frac{AD}{C^2} \left(\frac{CdD - DdC}{\sqrt{(C^2 + D^2)}} \right).$$

Soit maintenant K un angle tel que tangente $K = \frac{rC}{D}$, & par conſéquent

$$\frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C} = \frac{r}{\text{ſinus } K}; \qquad \frac{\sqrt{(C^2 + D^2)}}{D} = \frac{r}{\text{coſinus } K};$$

dS' l'accroiſſement de la latitude, exprimé en arc de cercle;

dS l'accroiſſement de la latitude, exprimé en ſecondes de degré;

206265 le nombre de ſecondes de degré que contient le rayon du cercle;

& par conſéquent $rdS - 206265'' \, dS' = 0$.

Lever du Soleil.	*Coucher du Soleil.*
$X = \frac{\varphi c}{q} - \frac{H\omega cs}{fqr}.$	$X = \frac{\varphi c}{q} + \frac{H\omega cs}{fqr}.$
$Y = \frac{\omega c}{q} + \frac{H\varphi cs}{fqr}.$	$Y = \frac{\omega c}{q} - \frac{H\varphi cs}{fqr}.$

Puiſque *(Trigon. rectiligne)* $c\,dS' - rds = 0$, & que d'ailleurs $rfdf + Hsds = 0$;

$$dA = -\frac{X\,dS'}{r} = -\frac{X\,dS}{206265''}; \; dD = \frac{pY}{r} \times \frac{dS}{206265''}; \; dC = \frac{pX}{r} \times \frac{dS}{206265''};$$

les équations précédentes deviendront

$$\frac{r\xi}{\pi\zeta} \times \lambda - \frac{Ar}{\text{ſinus } K} = 0,$$

$$206265'' \times \frac{r\xi}{\pi\zeta}\, d\lambda + dS \left[\frac{rX}{\text{ſinus } K} - \frac{pA \times \text{coſinus } K}{rC^2} \times \left(\frac{CY}{r} - \frac{DX}{r}\right)\right] = 0.$$

Dans l'évaluation des quantités A, C, D, X, Y, ſi l'on emploie les valeurs de c & de s, correſpondantes au parallèle S, & que l'on ſubſtitue à $\frac{r\xi}{\pi\zeta}\, d\lambda$ une quantité Δ égale à l'excès de la valeur numérique de $\frac{Ar}{\text{ſinus } K}$ ſur L, on aura

$$dS = \frac{206265'' \Delta}{\frac{pA \times \text{coſinus } K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) + \frac{rX}{\text{ſinus } K}};$$

& la latitude corrigée qui ſatisfait au Problème propoſé dans la ſection préſente, aura pour expreſſion

$$\text{Latitude corrigée} = S + dS.$$

Lorſque l'on connoît la latitude du lieu qui ſatisfait au Problème;

la détermination, de l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, & conſéquemment de la longitude du lieu, n'eſt qu'une application particulière du cas général: je renvoie à ce cas général, *3.e Mém. articles 5 & 6.*

Année 1765.

(84.) Dans l'uſage des formules précédentes, on aura ſoin de donner à A, C, D, X, Y, le ſigne qui leur convient, relativement aux données pour leſquelles on calcule: je n'ai rien à ajouter à ce que j'ai dit à ce ſujet dans les *premiers paragraphes* de ce Mémoire. Je ne dois parler que des nouvelles grandeurs introduites dans les formules.

S doit être poſitive ſi le lieu déterminé par l'équation du *§. 79*, eſt ſitué dans l'hémiſphère boréal; S doit être négative ſi le lieu eſt ſitué dans l'hémiſphère auſtral.

La tangente de l'angle K eſt déterminée par la fraction $\frac{rC}{D}$.

Si C & D ſont tous deux poſitifs, l'angle doit être pris entre 0^d & 90^d, ſon ſinus & ſon coſinus ſont poſitifs: ſi C eſt poſitif & D négatif, l'angle doit être pris entre 90^d & 180^d, ſon ſinus eſt poſitif & ſon coſinus négatif: ſi C & D ſont tous deux négatifs, l'angle doit être pris entre 180^d & 270^d, ſon ſinus & ſon coſinus ſont négatifs; ſi C eſt négatif & D poſitif, l'angle doit être pris entre 270^d & 360^d, ſon ſinus eſt négatif & ſon coſinus poſitif.

Δ eſt toujours poſitif.

dS doit avoir le ſigne déterminé par l'équation du *§. 83*; qui donne ſa valeur.

(85.) Appliquons le calcul à l'Éclipſe du 1.er Avril 1764. La première des équations du *§. 79* donnoit deux latitudes; l'une de $19^d\ 32'\ 23''$ auſtrale, appartenoit au lever du Soleil; l'autre de $37^d\ 59'\ 8''$ boréale, appartenoit au coucher de cet aſtre: nous avons donc deux valeurs différentes de dS à déterminer. Nous nous contenterons de donner le type du calcul pour la latitude auſtrale de $19^d\ 32'\ 23''$.

$$S = -19^d\ 32'\ 23''.$$

$s = -$ sin. $19^d\ 32'\ 23''$
$c = +$ cosin. 19. 32. 23.
$H = +$ 101125.
$f = +$ 94397.
$A = +$ 57035.
$C = +$ 195154.
$D = -$ 8325.
$X = +$ 99217.
$Y = +$ 15766.
Sin. $K =$ sin. $92^d\ 26'\ 35''$ positif.
Cosin. $K =$ cosin. 92. 26. 35. négatif.
$L = +$ 57037.
$\frac{Ar}{\text{Sin. } K} =$ 57087.
$\Delta = +$ 56.
$\frac{rX}{\text{Sin. } K} = +$ 99307.

Log.
$s = 9{,}5243438.$
$c = 9{,}9742400.$
$H = 10{,}0048586.$
$f = 9{,}9749608.$
$A = 9{,}7561414.$
$C = 10{,}2903772.$
$D = 8{,}9203842.$
$X = 9{,}9965861.$
$Y = 9{,}1977214.$
Sin. $K = 9{,}9996050.$
Cof. $K = 8{,}6296790.$
$\Delta = 6{,}7481880.$
$206265'' \Delta = 12{,}0626136.$

$$\frac{pA \times \text{cosin. } K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = +\ 12.$$

$$\frac{rX}{\text{sinus } K} + \frac{pA \times \text{cosin. } K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = +\ 99319.$$

$$\text{Log. } \frac{rX}{\text{sinus } K} + \frac{pA \times \text{cosin. } K}{rC^2} \times \left(\frac{DX}{r} - \frac{CY}{r}\right) = 9{,}9970323.$$

$$dS = +\ 1'\ 56''.$$

Latitude corrigée qui satisfait au Problème $= \begin{cases} -19^d\ 32'\ 23'' \\ +\ 0.\ 1.\ 56 \\ \hline 19.\ 30.\ 27 \end{cases}$

$\quad\quad\quad

On trouveroit par un ſemblable calcul, que le lieu qui a obſervé au coucher du Soleil un contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, cette phaſe étant d'ailleurs un *minimum* de diſtances des centres, eſt ſitué ſous le parallèle boréal de $38^d\ 10'\ 43''$, avec une longitude orientale de $88^d\ 13'\ 12.''$

ARTICLE II.

Comparaiſon ſommaire des réſultats de mes méthodes, avec les réſultats trouvés par les méthodes ordinaires.

(86.) Je dois prévenir des objections que l'on pourroit faire contre quelques-unes de mes méthodes. Pourquoi, dira-t-on, réſoudre avec beaucoup de calcul des Problèmes réſolus plus ſimplement avec une exactitude ſuffiſante. Cette objection eſt-elle auſſi réelle qu'on pourroit ſe le perſuader? La longueur des calculs ne ſeroit-elle pas au contraire tellement inhérente à la queſtion, qu'il eſt impoſſible de l'éluder & de ſe flatter d'avoir réſolu véritablement le Problème. Pour éclaircir cette difficulté, je vais mettre ſous les yeux quelques réflexions tirées du fond même de la ſolution; je joindrai enſuite, relativement à une queſtion que l'on croyoit réſolue, la comparaiſon des réſultats conclus de mes méthodes avec les réſultats trouvés par les méthodes ordinaires.

(87.) Je n'entreprendrai pas de diſcuter ſi dans les Problèmes d'Aſtronomie, la méthode analytique eſt préférable à la méthode trigonométrique: quelques Auteurs ont cru que ce ſeroit rendre ſervice à l'Aſtronomie de la délivrer du beſoin de la Trigonométrie ſphérique; on ſait ce que M.rs de Louville & de Maupertuis penſoient à ce ſujet. Sans entrer dans cette queſtion, j'oſerois preſqu'affirmer que la plupart des Problèmes que j'ai réſolus, & qui n'avoient pas même encore été propoſés, ſe réſoudroient difficilement par les méthodes trigonométriques. Je ſuis parti d'une équation fondamentale qui exprime à un inſtant & pour un lieu quelconques, la diſtance apparente des centres du Soleil & de la Lune; cette équation n'eſt pas plus compliquée dans l'hypothèſe de la Terre elliptique que dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique; & s'il manquoit un ſeul terme, il ſeroit aiſé de

de démontrer *à priori*, que l'équation ne ſeroit pas complette. Dans chaque cas j'ai employé les transformations les plus ſimples que la nature du Problème m'a paru indiquer ; j'ai donc de la peine à me perſuader que mes formules n'aient pas toute la ſimplicité dont la queſtion ſoit ſuſceptible.

(88.) Comparons maintenant mes méthodes avec les méthodes ordinaires, & pour fixer davantage nos idées, arrêtons-nous au problème fondamental de tout calcul d'Éclipſe, c'eſt-à-dire à la détermination de la diſtance apparente des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconques : je choiſis ce Problème, attendu qu'un petit nombre ſeulement des queſtions que j'examine ayant été réſolues, j'ai peu d'objets de comparaiſon. Suivant les méthodes ordinaires, on commence par réſoudre le Problème dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique ; on a enſuite des équations de correction pour ramener le réſultat à l'hypothèſe de la Terre elliptique. Je rends avec plaiſir hommage aux Auteurs de ces formules ; elles ſont ſenſiblement exactes, vu le peu d'excentricité du globe que nous habitons, & la diſtance de la Lune à la Terre ; mais il faut convenir en même-temps qu'elles ne ſont pas rigoureuſes. Imaginons un autre ſphéroïde, ou une planète qui ſoit plus proche de la Terre que l'Aſtre qui nous ſert de ſatellite ; toutes ces méthodes de correction deviennent inexactes : mes méthodes au contraire ſont rigoureuſes dans une hypothèſe quelconque d'ellipticité & de diſtance de la planète à la Terre ; ce mérite doit ſans doute entrer en ligne de compte aux yeux du Géomètre. J'ajoute que les méthodes de correction ſont abſolument inutiles ; en effet, lorſque ſans compliquer le calcul, on peut parvenir à un réſultat rigoureux, pourquoi chercher un réſultat erroné que l'on eſt enſuite obligé de corriger ? Au reſte, abſtraction faite de tout raiſonnement, ſi l'on vouloit juger de la plus grande ſimplicité des méthodes, & comparer calcul à calcul, la juſtice exigeroit que l'on écartât dans cette comparaiſon l'uſage de ces différentes Tables que l'on trouve dans quelques ouvrages d'Aſtronomie, & qui ne ſont que des réſultats trouvés d'avance ; il faudroit au moins examiner ſi mes formules ne ſont pas ſuſceptibles d'un auſſi grand nombre de ſimplifications analogues.

(89.) Le moyen que j'ai employé pour arriver directement à un réſultat ſimple & exact, a été de déſigner chaque point du globe, non par ſa latitude (cette déſignation, toujours employée juſqu'ici, auroit compliqué les calculs), mais par une certaine fonction de la latitude, qui n'avoit encore été conſidérée par perſonne. Je dois à cette idée abſolument neuve la ſimplification des méthodes analytiques; j'oſerois preſque aſſurer que je ſuis parvenu par-là à la plus grande ſimplicité dont le Problème ſoit ſuſceptible. S'il pouvoit reſter quelque doute ſur cette aſſertion, j'inviterois à ſubſtituer dans les formules, à ce que j'appelle *la latitude corrigée*, une autre quantité quelconque, & à vérifier ſi les méthodes ne ſeroient pas eſſentiellement plus compliquées. Je donnerai dans la ſuite de cet ouvrage la démonſtration rigoureuſe de cette propoſition.

(90.) Ce ſeroit également juger avec précipitation que d'imaginer que l'expreſſion analytique du demi-diamètre de la Lune, que j'emploie dans mes équations, puiſſe ſe déduire des méthodes ordinaires. Comme il étoit indiſpenſable de comparer le demi-diamètre de la Lune avec la diſtance des centres de cet aſtre & du Soleil, qui ſe trouve exprimée en élémens ſolaires; j'ai été obligé de me frayer une route nouvelle, & de déterminer le demi-diamètre de la Lune en élémens du Soleil & en diſtances des centres du Soleil & de la Lune: j'ai cru cette remarque néceſſaire pour faire juger des idées nouvelles qui ſe trouvent dans cette partie de mon ouvrage.

(91.) Je ne diſſimulerai pas qu'il ſe rencontre dans quelques-unes de mes formules des termes d'une petiteſſe ſi infinie, que l'on doit les négliger dans les calculs numériques, & l'on pourroit peut-être ſous ce point de vue trouver mes méthodes trop compliquées. Je réponds que quelque petits que ſoient ces termes, ils appartiennent géométriquement à la queſtion propoſée. On n'a donc pas dû les négliger pour avoir une ſolution applicable à tous les cas poſſibles; c'eſt au calculateur à examiner dans chaque circonſtance particulière quels termes il peut négliger ſans préjudicier à l'exactitude qu'il ſe propoſe d'atteindre; ce choix dépend & de la Planète que l'on conſidère & des circonſtances de ſon

mouvement. C'eſt par un ſemblable artifice que dans les paſſages de Vénus ou de Mercure, ſur le diſque du Soleil, on peut donner à de certaines ſolutions une ſimplicité que la nature du Problème, conſidéré en général, ſemble refuſer.

(92.) On doit encore remarquer une propriété de ma méthode & qui en fait bien ſentir toute la généralité. Mes conſtructions ne ſuppoſent pas eſſentiellement que les méridiens terreſtres ſoient elliptiques. Imaginons que ces méridiens aient une figure quelconque, pourvu que cette figure ſoit ſymétrique, & que l'on puiſſe aſſigner la relation entre l'ordonnée de la courbe & l'angle du rayon oſculateur avec le grand axe, on parviendra toujours à des réſultats. S'il m'étoit permis de haſarder une comparaiſon, je dirois que le problème des Éclipſes conſidéré dans cette généralité, eſt le *Problème des trois corps* de l'Aſtronomie ſphérique.

(93.) On pourroit peut-être ſubſtituer des méthodes indirectes à quelques-unes de mes ſolutions. Ces méthodes doivent en général être plus ſimples, autrement on n'auroit aucun avantage à les employer : mais ſans parler de l'eſpèce de peine que ſent tout Géomètre, à ſe ſervir d'une méthode indirecte & inexacte, lorſqu'il peut avoir une ſolution directe & rigoureuſe, il faudroit, ce me ſemble, examiner avant tout, ſi l'uſage néceſſairement multiplié de la méthode que l'on voudroit ſubſtituer, n'entraîne pas plus de calcul que l'uſage non répété de la formule plus compliquée, mais directe & rigoureuſe.

(94.) On pourroit ſous un autre point de vue regarder mes méthodes comme trop compliquées. Soit propoſé, par exemple, une queſtion du genre *de maximis & minimis ;* il eſt ſenſible que l'on parviendroit à un réſultat beaucoup plus ſimple ſi l'on conſidéroit comme conſtantes quelques-unes des variables du Problème, ou du moins ſi l'on ſuppoſoit la loi de leur variation plus ſimple qu'elle ne l'eſt en effet. Mais n'eſt-ce pas éluder la queſtion au lieu de la réſoudre? Eſt-on toujours ſûr que cette ſimplification, que la difficulté ſeule a peut-être ſuggérée, n'influe pas ſenſiblement ſur l'exactitude des réſultats? Pour mettre à portée de prononcer ſur cette matière, je vais donner, relativement à

une queſtion que l'on croyoit réſolue en Aſtronomie, la comparaiſon des réſultats de mes méthodes pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, avec les réſultats trouvés par les méthodes ordinaires. Je continuerai cette comparaiſon dans quelques autres Mémoires.

(95.) *Comparaiſon des Contacts des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, déterminés par la formule rigoureuſe de l'*Article III de mon 5.e Mémoire, *& par les méthodes des Projections.*

Heures correſpondantes ſous les différens parallèles.

Angles de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative.	Latitudes.	Heures déterminées par les Formules rigoureuſes de l'*Article III* du 5.*me Mémoire*.	Méthodes des Projections.	Différences.
— 0d 0′ 0″	20d 5′ 47″ A.	5h 25′ 12″	5h 25′ 12″	0′ 0″
Lever du ⊙.	19. 36. 33	6. 6. 48 du matin.	du matin.	
— 4. 0. 0	18. 51. 52	6. 30. 36	6. 32. 36	2. 0
— 8. 0. 0	16. 0. 3	7. 24. 45	7. 30. 0	5. 15
— 12. 0. 0	12. 0. 38	8. 12. 21	8. 20. 59	8. 38
— 16. 0. 0	6. 57. 15	8. 57. 36	9. 10. 10	12. 34
— 20. 0. 0	0. 15. 25	9. 47. 3	10. 4. 0	16. 57
— 22. 0. 0	4. 36. 49 B.	10. 20. 2	10. 39. 56	19. 54
— 23. 0. 0	8. 32. 30	10. 46. 22	11. 7. 48	21. 26
— 23. 0. 0	16. 56. 53	11. 46. 6	0. 8. 20 du soir.	22. 14
— 22. 0. 0	20. 24. 48	0. 13. 40 du soir.	0. 34. 57	21. 17
— 20. 0. 0	24. 22. 34	0. 48. 53	1. 8. 2	19. 9
— 16. 0. 0	29. 25. 44	1. 42. 24	1. 57. 30	15. 6
— 12. 0. 0	33. 2. 50	2. 30. 57	2. 41. 20	10. 23
— 8. 0. 0	35. 51. 40	3. 21. 21	3. 27. 42	6. 21
— 4. 0. 0	37. 52. 24	4. 17. 46	4. 20. 7	2. 21
— 0. 0. 0	38. 42. 52	5. 25. 12	5. 25. 12	0. 0
Coucher du ⊙.	38. 10. 43	6. 15. 0		

Longitudes correſpondantes ſous les différens paralléles.

LATITUDES.	LONGITUDES DÉTERMINÉES par mes Méthodes.	par les Méthodes des Projections.	DIFFÉRENCES.
20d 5′ 47″ A.	45d 29′ 0″ *occid.*	45d 29′ 0″ *occid.*	0d 0′ 0″
19. 36. 33	33. 56. 11	Lever du Soleil.	
18. 51. 52	27. 20. 35	28. 10. 43	0. 50. 8
16. 0. 3	14. 28. 0	15. 40. 55	1. 12. 55
12. 0. 38	4. 9. 7	5. 59. 16	1. 50. 9
6. 57. 15	4. 20. 15 *orient.*	1. 52. 22 *orient.*	2. 27. 53
0. 15. 25	12. 10. 30	9. 7. 10	3. 3. 20
4. 36. 49 B.	16. 32. 16	13. 21. 25	3. 10. 51
8. 32. 30	19. 38. 2	16. 21. 25	3. 16. 37
16. 56. 53	25. 56. 10	22. 22. 33.	3. 33. 37
20. 24. 48	28. 47. 37	25. 32. 57	3. 14. 40
24. 22. 34	32. 29. 30	29. 36. 13	2. 53. 17
29. 25. 44	38. 44. 2	36. 31. 42	2. 12. 20
33. 2. 50	45. 17. 20	43. 34 3	1. 43. 17
35. 51. 40	53. 4. 27	51. 55. 35	1. 8. 52
37. 52. 24	62. 40. 7	62. 23. 43	0. 16. 24
38. 42. 52	76. 47. 30	76. 47. 30	0. 0. 0
38. 10. 43	88. 13. 12	Coucher du Soleil.	

Diſtances à la conjonction ſous les différens paralléles.

LATITUDES.	DISTANCES À LA CONJONCTION déterminées par mes Méthodes.	par les Méthodes des Projections.	DIFFÉR.
20d 5′ 47″ A.	— 2h 4′ 16″	— 2h 4′ 16″	0′ 0″
16. 0. 3	— 2. 8. 46	— 1. 58. 39	10. 7
12. 0. 38	— 2. 2. 26	— 1. 46. 26	16. 0
6. 57. 15	— 1. 51. 18	— 1. 28. 42	22. 36
0. 15. 25	— 1. 33. 2	— 1. 3. 36	29. 26
4. 36. 49 B.	— 1. 17. 30	— 0. 44. 14	33. 16
8. 32. 30	— 1. 3. 33	— 0. 28. 21	35. 12
16. 56. 53	— 0. 29. 2	+ 0. 6. 47	35. 49
20. 24. 48	— 0. 12. 45	+ 0. 21. 22	34. 7
24. 22. 34	+ 0. 7. 32	+ 0. 38. 14	30. 42
29. 25. 44	+ 0. 36. 5	+ 1. 0. 0	23. 55
33. 2. 50	+ 0. 58. 33	+ 1. 15. 41	17. 8
35. 51. 40	+ 1. 17. 42	+ 1. 28. 37	10. 55
38. 42. 52	+ 1. 46. 39	+ 1. 46. 39	0. 0

(96.) On voit par ces calculs que la véritable courbe du contact des limbes boréal du Soleil & auſtral de la Lune, s'eſt étendue depuis les côtes du Breſil juſqu'aux déſerts de la Tartarie: elle a traverſé l'Océan atlantique entre le tropique du Capricorne & l'Équateur, a rencontré l'Afrique vers le nord de la baſſe Guinée, a traverſé l'intérieur de l'Afrique, les déſerts de Geth, la Nubie, la haute Égypte, la partie boréale de la mer rouge & de l'Arabie heureuſe, l'Arabie déſerte, la Perſe, la Tartarie.

(97.) Il eſt aiſé de remarquer que les courbes des contacts, déterminées par mes méthodes & par les méthodes des projections, diffèrent ſenſiblement entr'elles. La véritable courbe eſt extérieure à celle donnée par la méthode des projections, de ſorte que la ſomme des Pays qui peuvent voir l'Éclipſe, eſt plus grande que ne l'indiquent les méthodes ordinaires; l'heure que l'on compte dans le lieu, l'inſtant phyſique du phénomène, la longitude ſous les divers parallèles terreſtres, tout eſt différent. Sous le dix-ſeptième parallèle boréal, par exemple, les points correſpondans des deux courbes ſont éloignés entr'eux d'environ $3^{d}\ 30'$, c'eſt-à-dire de plus de 80 lieues. Cette remarque démontre combien on pourroit être induit en erreur par les méthodes des projections.

(98.) La Table du §. 95 peut encore ſervir à un autre uſage. Rien de plus ſimple en effet que d'avoir tant de points intermédiaires que l'on voudra de la véritable courbe des contacts, au moyen de cette Table.

Soit $\frac{d'}{b'} = \frac{\text{ſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune)}}{\text{ſinus (parallaxe horizontale polaire)}}$.

$\mathfrak{d} =$ coſinus (ſomme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☾),

$\left.\begin{matrix} \epsilon = \text{ſinus} \\ \pi = \text{coſin.} \end{matrix}\right\}$ demi-diamètre du Soleil.

$\pi' =$ coſinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

$\mathfrak{d} = \frac{d'}{b'} \times \frac{\pi}{r} \times$ coſinus (parallaxe horizontale polaire).

Si l'on veut avoir égard à l'inflexion des rayons ſolaires,

Soit ϑ, la quantité dont on ſuppoſe infléchis les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, on fera

$$\sigma = \text{ſinus (demi-diamètre du Soleil} - \vartheta\text{)}.$$

J'ai fait voir (*5e Mém. §. 46 & 48*), que l'on a pour déterminer l'heure que l'on compte dans les différens points de la Terre qui obſervent un contact extérieur des limbes, lorſque le centre de la Lune & la projection de l'obſervateur ſe trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite *Année 1767.*

$$\pm\frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta} \pm \frac{\sigma\tau' ps}{\partial\zeta r} \pm \frac{\sigma\tau' cpqh}{\partial\zeta r^3} \pm \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} - \frac{\downarrow l}{\zeta} + \frac{gs\varphi}{r^2} - \frac{cgp\omega}{r^3} - \frac{chp\varphi}{r^2} = 0;$$

Si l'on ſuppoſe

Contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune.

$$P = \overset{(P\,1,)}{\frac{p\omega}{r}} \times \frac{e}{r}$$

$$Q = \pm\left(\overset{(Q\,1,)}{\frac{pp\varphi}{r^2}} \pm \frac{\sigma\tau' pq}{\partial\zeta r}\right) \times \frac{e}{r}$$

$$R = \pm \overset{(R\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta}} \pm \overset{(R\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} - \overset{(R\,3)}{\frac{\downarrow l}{\zeta}} \pm \left(\overset{(R\,4,)}{\frac{qp}{r}} - \frac{\sigma\tau' p}{\partial\zeta}\right) \times \frac{s}{r};$$

Contact du limbe auſtral du Soleil & du limbe boréal de la Lune.

$$P = \overset{(P\,1,)}{\frac{p\omega}{r}} \times \frac{e}{r}$$

$$Q = +\left(\overset{(Q\,1,)}{\frac{pp\varphi}{r^2}} - \frac{\sigma\tau' pq}{\partial\zeta r}\right) \times \frac{e}{r}$$

$$R = -\overset{(R\,1)}{\frac{\sigma\tau'\xi r}{\partial\pi\zeta}} - \overset{(R\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}} - \overset{(R\,3)}{\frac{\downarrow l}{\zeta}} \pm \left(\overset{(R\,4,)}{\frac{qp}{r}} + \frac{\sigma\tau' p}{\partial\zeta}\right) \times \frac{s}{r};$$

L'équation précédente deviendra

$$Pg \pm Qh - Rr = 0;$$

d'où l'on tire, en nommant H un angle aigu & positif dont la tangente égale $\frac{Qr}{P}$,

$$\text{Sinus (angle horaire demandé} + \text{angle } H) = \frac{R \times \text{cosinus } H}{P}.$$

Je ne m'étendrai point sur l'usage de cette formule, sur les attentions qu'il faut avoir en calculant, & sur les facilités de calcul que l'on peut se procurer; je renvoie à ce qui a été dit à ce sujet dans mon *5.e Mém. §. 55 & suivans.*

Année 1767.

(99.) Soit proposé, par exemple, de déterminer sous l'Équateur le lieu particulier qui a observé le contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune. Je remarque que tout se réduit à déterminer l'heure que l'on comptoit dans le lieu qui a observé le phénomène sous l'Équateur, puisque *(5.e Mém. §. 67)*, lorsque l'on connoît la latitude & l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène, rien de plus simple que de déterminer la longitude correspondante. Je cherche en conséquence dans la Table du *§. 95* les heures déterminées par la formule rigoureuse pour les deux latitudes, entre lesquelles est compris l'Équateur; je calcule pour les mêmes latitudes les heures données par la formule du *paragraphe précédent*; je détermine les différences de chacun de ces résultats, & les différences de ces différences; je calcule ensuite par la même formule l'heure sous l'Équateur, & je conclus l'heure qui seroit donnée par la formule rigoureuse; un exemple rendra ces procédés sensibles.

RÉSULTAT de la Table du §. 95.

LATITUDES.	HEURES DÉTERMINÉES par la FORMULE rigoureuse.	HEURES DÉTERMINÉES par la FORMULE du §. 97.	DIFFÉR.	DIFFÉR. seconde.
0d 15′ 25″ Austr.	9h 47′ 3″	10h 4′ 0″	16′ 57″	2′ 57″.
4. 36. 49 Bor.	10. 20. 2	10. 39 56	19. 54	

Je

Je vois que ſous le parallèle auſtral de $0^d\ 15'\ 25''$, la formule du §. 98, donne pour l'heure un réſultat trop grand de $16'\ 57''$; que ſous le parallèle boréal de $4^d\ 36'\ 49''$, le réſultat eſt trop grand de $19'\ 54''$; d'où je conclus que ſous l'Équateur, l'heure donnée par la méthode du §. 98 ſurpaſſe de $17'\ 4''$ celle donnée par la formule rigoureuſe; donc, puiſque la méthode du §. 98 donne $10^h\ 6'\ 12''$ ſous l'Équateur, l'on comptoit réellement $9^h\ 49'\ 8''$ du matin dans le lieu, qui ſous ce parallèle a obſervé, lors de ſa plus grande phaſe, un contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune; la longitude de ce lieu eſt une longitude orientale de $12^d\ 0'\ 0''$.

Détermination du maximum maximorum *d'erreur de la méthode des projections.*

(100.) Dans les §. 95 & 97 j'ai développé d'une manière bien ſenſible l'erreur de la méthode des projections, relativement au contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune. Il me reſte à faire voir qu'il eſt encore des circonſtances plus défavorables à cette méthode que celles de l'éclipſe de Soleil du 1.er Avril 1764.

Pour le démontrer, je remarque que toutes choſes d'ailleurs égales, la méthode des projections eſt d'autant plus défectueuſe que la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de la plus grande phaſe, fait un plus grand angle avec la perpendiculaire à l'orbite relative de la Lune; il faut donc déterminer les circonſtances où cet angle eſt le plus grand poſſible.

(101.) Soit μ la tangente de cet angle

J'ai fait voir (3.e *Mémoire*, §. 110 & 117) que l'on a en général *Année 1765.*

$$\mu = \frac{\frac{cp\varrho\phi g}{r^3} - \frac{c\varrho\omega h}{r^4}}{\frac{nr^2}{\zeta\upsilon} - \frac{cp\varrho\omega g}{r^4} - \frac{cp\phi h}{r^3}};$$

Que de plus l'heure correſpondante au *maximum* de cet angle ſous chaque parallèle, eſt déterminée par l'équation

$$(\omega rg + p\phi h) \times nr = cp\varrho\zeta\upsilon = 0:$$

Qu'enfin dans notre ſyſtème planétaire, quelle que ſoit la déclinaiſon du Soleil, le *maximum maximorum* de l'angle a toujours lieu ſous l'Équateur.

Il ne s'agit donc que de déterminer la déclinaiſon du Soleil correſpondante au plus grand angle poſſible ſous l'Équateur.

(102.) Si l'on ſuppoſe $c = r$, que l'on différentie l'expreſſion de μ du *paragraphe précédent*, en regardant comme variables p, φ, ω, g, h, & que l'on faſſe $d\mu = 0$, on aura (à cauſe de $g\,dg + h\,dh = 0$, $\varphi\,d\varphi + \omega\,d\omega = 0$, $p\,dp + q\,dq = 0$ $d\varphi = -\frac{\omega\,\Omega\,dq}{q\,\chi}$).

$$\left[\frac{\rho q g h}{r^2} - \frac{n\varphi g q}{\zeta\upsilon} - \frac{p\omega\Omega}{q\chi}\times\left(\frac{npg}{\zeta\upsilon} + \frac{n\varphi rh}{\zeta\upsilon\omega} - \frac{p^2\rho g^2}{r^3\omega} - \frac{\rho h^2}{r\omega}\right)\right]\frac{dq}{p} + \left[(\omega rg + p\varphi h)n - p\rho\zeta\upsilon\right]\frac{dg}{\zeta\upsilon h} = 0.$$

Mais l'angle de la ligne des centres ne peut être un *maximum maximorum* ſans être un *maximum*, on a donc *(ſ. 101)*

$$(\omega rg + p\varphi h)n - p\rho\zeta\upsilon = 0;$$

les équations qui ſatisfont à la fois à la queſtion propoſée, ſont donc

$$(\omega rg + p\varphi h)\times n - p\rho\zeta\upsilon = 0,$$

$$\frac{\rho q g h}{r^2} - \frac{n\varphi q g}{\zeta\upsilon} - \frac{p\omega\Omega}{q\chi}\times\left(\frac{npg}{\zeta\upsilon} + \frac{n\varphi rh}{\zeta\upsilon\omega} - \frac{p^2\rho g^2}{r^3\omega} - \frac{\rho h^2}{r\omega}\right) = 0.$$

(103.) De la première des deux équations, on tire

$$g = \frac{p\rho\zeta\upsilon - np\varphi h}{n\omega r}.$$

Si l'on porte cette valeur de g dans la ſeconde équation, on aura une troiſième équation qui ſera diviſible par la quantité p; on peut donc conclure que, toutes choſes égales, l'équinoxe eſt l'inſtant le plus défavorable à la méthode des projections.

On doit donc conclure que les erreurs de la méthode peuvent être encore plus grandes que celles déterminées dans mon *troiſième Mémoire*, *ſ. 119*, & dans le *préſent Mémoire*, *ſ. 95*. Si l'on vouloit calculer cette plus grande erreur, il faudroit ſuppoſer des élémens lunaires qui, le jour de l'équinoxe, donneroient un contact extérieur des limbes à midi ſous l'Équateur.

Année 1765.

ARTICLE III.

Sur le Paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil.

La célébrité du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, que l'on attend le 3 Juin 1769, l'utilité dont il doit être pour fixer un des élémens les plus importans de l'Aſtronomie, *la diſtance du Soleil à la Terre*, l'intérêt général que toutes les Nations ſavantes ont pris à ce phénomène, le dernier de cette eſpèce que la génération préſente pourra obſerver, m'ont fait croire qu'il me ſeroit permis d'offrir à l'Académie l'analyſe de mes recherches ſur ce paſſage. La comparaiſon des réſultats que donne le calcul aſtronomique, avec ceux que trouveront les Obſervateurs dans les différens lieux où ils doivent ſe tranſporter, ne peut manquer d'être agréable au Public; il verra quelle utilité l'Aſtronomie peut retirer de ces ſavantes expéditions.

Je n'ignore pas que pluſieurs Aſtronomes célèbres de France, d'Angleterre, de Ruſſie & généralement de toutes les Nations ſavantes, ſe ſont occupés de recherches analogues aux miennes*; je ſaiſis avec empreſſement l'occaſion de rendre hommage à leurs travaux. J'ai vu avec plaiſir que mes principaux réſultats différoient peu de ceux qu'ils ont donnés. Il ne faut pas croire cependant que mon ouvrage ne ſoit qu'une compilation de leurs recherches. Si l'on compare leurs ſolutions à celles que je donnerai, il ſera aiſé de voir que l'énoncé de la plupart des queſtions, les principes & la forme des ſolutions ſont abſolument différens: leurs méthodes ſont pour l'ordinaire des méthodes graphiques, indirectes & non cohérentes entr'elles; mes méthodes au contraire ſont directes, analytiques, toutes dépendantes d'une ſeule & même équation fondamentale, & elles feront ſuite à ce que j'ai déjà publié ſur les Éclipſes.

Je réſerve pour d'autres Mémoires les détails géométriques de cette partie de mon ouvrage, que l'on peut regarder comme véritablement neuf. Il me ſuffit de dire en général que j'ai cherché à délivrer cette partie de l'Aſtronomie du beſoin de la Trigo-

* M.rs de la Lande, Pingré, Hornſby, Æpinus, Maſkelyne, la Grange, &c.

nométrie ſphérique, & à la faire dépendre immédiatement de l'analyſe. J'ajouterai que mes méthodes ſont les ſeules qui réuniſſent l'avantage d'être à la fois directes & rigoureuſes, quelles que ſoient la diſtance de la Planète à la Terre & l'ellipticité de notre globe.

Conſtructions fondamentales.

Pour déterminer les circonſtances du paſſage de Vénus ou de Mercure ſur le diſque du Soleil, j'imagine, comme dans les éclipſes de Soleil, que par le centre de la Planète on faſſe paſſer un plan mobile perpendiculaire à l'écliptique, & dont l'interſection avec l'écliptique ſoit perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre; que par le Soleil on faſſe paſſer un cône dont le ſommet ſoit au centre de cet aſtre, & dont la baſe ſoit les différens plans des parallèles terreſtres. Comme chaque Obſervateur attribue au Soleil le mouvement qui lui eſt propre, cet aſtre paroîtra ſe mouvoir dans l'interſection du plan de projection & du cône lumineux, tandis que le mouvement de la Planète paroîtra ſe faire dans la ligne droite, projection de la petite portion de l'orbite relative parcourue par l'aſtre pendant la durée du paſſage.

Sans entrer dans un plus grand détail ſur les conſtructions fondamentales, il eſt aiſé de voir que la ſeule différence qui ſe trouve entre les éclipſes de Soleil & les paſſages de Vénus ou de Mercure ſur le diſque de cet aſtre, conſiſte en ce que dans les éclipſes de Soleil la Planète dont on cherche à déterminer les mouvemens relatifs, a pour centre de ſes mouvemens le centre de la Terre; dans les paſſages de Vénus & de Mercure au contraire, le Soleil eſt le centre des mouvemens de ces Planètes; leurs trajectoires, ainſi que la projection de ces trajectoires ſur le plan de l'écliptique, ſont convexes vers la Terre. Les réflexions précédentes conduiſent naturellement à déterminer les changemens qu'il faut faire aux équations déjà démontrées pour les appliquer aux paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil.

On ſait que l'orbite de Mercure eſt fort excentrique. Quelques Aſtronomes ont remarqué que dans de certaines poſitions de cet aſtre, lorſque ſur-tout le paſſage ſur le diſque du Soleil dure un

temps considérable, les mouvemens héliocentriques de la Planète & les rapports des distances, de la Terre & de la Planète au Soleil, varient d'une manière assez sensible pour entrer en ligne de compte. Je n'ai eu garde de négliger une semblable attention qui n'apporte aucune complication dans les formules. Je fais voir d'après le principe de la *proportionnalité des aires au temps*, qu'il ne s'agit que de changer le coëfficient d'un terme de l'équation; je parviens donc à démontrer l'équation fondamentale de l'ouvrage, ou plutôt je reprends celle des éclipses de Soleil, en y faisant les changemens indiqués par la théorie.

Équation aux lignes des Phases simultanées.

Je commence d'abord par déterminer l'équation aux courbes que j'appelle *lignes des phases simultanées*. J'entends par ces lignes le lieu géométrique qui détermine les différens points de la Terre pour lesquels la distance des centres du Soleil & de la Planète est d'une certaine quantité assignée au même instant physique. La détermination de ces points peut mériter quelqu'attention, sur-tout dans les éclipses de Soleil. Supposons en effet une éclipse avec demeure dans l'ombre; c'est sans doute un objet de curiosité intéressant de connoître à un instant quelconque quels lieux de la Terre sont dans les ténèbres, & de déterminer l'intersection du conoïde variable d'ombre avec notre globe.

La solution du Problème présente des difficultés de plusieurs espèces. En effet, si l'on envisage la question géométriquement, il s'agit d'avoir l'équation à l'intersection d'un conoïde mobile avec notre globe supposé elliptique. La question exige de plus que l'on ait égard à la variation du diamètre de la Lune, relativement à sa hauteur sur les différens horizons: on peut imaginer outre cela que les rayons solaires s'infléchissent en passant près de la Lune. Mais si les difficultés sont grandes, les objets de curiosité sont intéressans, supposons en effet la distance des centres égale à la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, la ligne indiquera les différens points de notre globe qui observeront en même temps le contact extérieur des limbes; si l'on

ſuppoſe au contraire la diſtance des centres égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, on déterminera rigoureuſement les limites qui comprennent tous les lieux de la terre où l'Éclipſe ſera totale, ou annulaire dans le même inſtant. Quels ſecours de pareilles méthodes, qui réuniſſent l'avantage d'être directes & rigoureuſes, n'offrent-elles pas pour éclaircir les différentes queſtions phyſiques que l'Aſtronomie moderne s'eſt propoſée, relativement à la propagation de la lumière, ſa décompoſition dans l'atmoſphère, ſon inflexion en paſſant près de la Lune?

Si lors des éclipſes de Soleil, il peut être utile d'avoir l'équation aux lignes des *phaſes ſimultanées*, il eſt ſenſible que cette équation n'eſt pas moins intéreſſante pour les paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil. C'eſt avec cette formule que l'on peut tracer rigoureuſement, quelle que ſoit l'ellipticité de la Terre & la diſtance de la Planète, une carte ſemblable à celle que M. de la Lande a publiée ſur le paſſage de Vénus.

L'équation aux lignes des *phaſes ſimultanées* préſente encore un autre objet d'utilité. Pluſieurs Aſtronomes ont remarqué que les éclipſes de Soleil, les paſſages de Vénus & de Mercure, peuvent jeter un grand jour ſur les queſtions phyſiques relatives à la lumière. Les méthodes qu'ils recommandent conſiſtent à comparer la poſition apparente du point du diſque du Soleil qui commence à être entamé par la Lune, Vénus ou Mercure, ou qui ſe dégage le dernier de deſſous ces Planètes, avec la poſition donnée par le calcul. Il eſt donc utile d'avoir une méthode qui donne directement & rigoureuſement tous les lieux de la Terre relativement auxquels l'aſtre doit paroître entamer le Soleil par le même point du diſque, ſoit pour choiſir les lieux les plus favorables aux obſervations, ſoit pour déterminer combien les cauſes phyſiques ont altéré des réſultats qui euſſent été ſemblables. Rien de plus facile que la ſolution de ces problèmes; ce n'eſt qu'un cas particulier des *phaſes ſimultanées*.

Je ne puis paſſer ſous ſilence une attention que la forme des équations aux *phaſes ſimultanées* rend indiſpenſable, ſur-tout lors des paſſages de Vénus & de Mercure ſur le diſque du Soleil.

Ces équations ſont compoſées de deux parties, l'une renferme l'expreſſion de la latitude du lieu, l'autre contient l'expreſſion de la longitude. La donnée du problème (& l'équation me paroît inſoluble ſous toute autre forme), la donnée, dis-je, eſt l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Planète, avec la perpendiculaire à l'orbite relative. Lors des éclipſes de Soleil, cet angle peut, généralement parlant, avoir toutes ſortes de valeurs, de manière qu'en ſuppoſant arbitrairement un angle quelconque, il eſt probable que l'on aura une expreſſion réelle de la latitude. Lors des paſſages de Vénus & de Mercure il n'y a au contraire qu'un petit nombre d'angles qui donne des latitudes réelles; il eſt donc néceſſaire, pour éviter des calculs inutiles, de déterminer à chaque inſtant phyſique la limite de ces angles. Tel eſt l'objet d'un Problème que je réſous.

Si l'on détermine les différentes lignes des *phaſes ſimultanées* correſpondantes aux différens inſtans phyſiques, il eſt aiſé de voir que ces courbes ſont d'abord imaginaires, puis réelles pendant quelque temps, qu'elles redeviennent enſuite imaginaires, & que lors du paſſage de l'état imaginaire à l'état réel, elles ſont concentrées dans un ſeul point. Ces points ſinguliers ſont intéreſſans à connoître, puiſque par la nature de la queſtion, ce ſont les lieux de la Terre qui obſervent les premiers & les derniers le phénomène que l'on calcule. La ſolution du Problème préſente des difficultés dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, qui diſparoiſſent ſi l'on ſuppoſe la Terre ſphérique: ces difficultés naiſſent de deux cauſes différentes; les rayons terreſtres ne ſont plus égaux entr'eux, les lignes qui joignent les centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant du phénomène, ne ſont plus dirigées vers la projection du centre de la Terre. Pour éviter la longueur des calculs, ſans rien perdre de l'exactitude des réſultats, je commence par réſoudre le Problème dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique; je regarde ce premier calcul comme une ſimple approximation, propre cependant à déterminer avec une exactitude ſuffiſante, des quantités qui permettent d'employer les formules rigoureuſes dans l'hypothèſe elliptique.

*Premiers & derniers contacts des limbes lors du passage de Vénus, du 3 Juin 1769 *.*

Le lieu qui verra le premier contact extérieur des limbes du Soleil & de Vénus, est un lieu plus oriental que Paris de $6^d\ 31'\ 59''$, avec une latitude boréale de $46^d\ 21'\ 41''$; le phénomène arrivera au coucher du Soleil, $2^h\ 55'\ 38''$ avant la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $7^h\ 14'\ 15''$ du soir; ce lieu est situé dans le pays des Grisons vers le mont S.t-Gothard.

Le lieu qui verra le dernier, Vénus entrer sur le Soleil, est un lieu plus occidental que Paris de $171^d\ 46'\ 33''$, avec une latitude australe de $51^d\ 3'\ 39''$; le phénomène arrivera au lever du Soleil, $2^h\ 41'\ 8''$ avant la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $7^h\ 28'\ 45''$ du soir: ce lieu est situé vers les Terres australes de la mer du Sud.

Le lieu qui verra le premier, Vénus sortir du Soleil, est un lieu plus occidental que Paris de $123^d\ 4'\ 4''$, avec une latitude australe de $21^d\ 3'\ 3''$; le phénomène arrivera au coucher du Soleil, $3^h\ 26'\ 1''$ après la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $1^h\ 35'\ 54''$ du matin le 4 Juin: ce lieu est situé dans la mer du sud vers les îles de Quiros.

Le lieu qui verra le dernier contact extérieur des limbes, est un lieu plus oriental que Paris de $53^d\ 2'\ 15''$, avec une latitude boréale de $21^d\ 45'\ 42''$; le phénomène arrivera au lever du Soleil, $3^h\ 40'\ 53''$ après la conjonction, c'est-à-dire lorsqu'il sera à Paris $1^h\ 50'\ 46''$ du matin le 4 Juin: ce lieu est situé sur les côtes orientales de l'Arabie.

Comme Paris n'est pas éloigné du point de la Terre, qui verra le premier, Vénus entrer sur le Soleil; cette ville, sans être le mieux située qu'il est possible pour l'observation du passage, l'est très-avantageusement pour observer les premiers contacts extérieurs & intérieurs des limbes. Je fais abstraction de la proximité de l'horizon qui pourra jeter quelqu'incertitude sur cette observation.

* Dans ces calculs j'ai fait usage des données qui se trouvent dans la Connoissance des Temps de 1769.

De

De la durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre; du rapport de cette durée avec l'ellipticité de notre globe; & de l'heure du commencement & de la fin de l'Éclipſe, vus du centre de la Terre.

Puiſque j'ai déterminé le lieu qui verra le premier & le dernier contact extérieur des limbes, & l'inſtant phyſique de chacun de ces phénomènes, il eſt ſenſible que l'on connoîtra le temps total pendant lequel le Soleil paroîtra éclipſé dans quelques points de notre globe. C'eſt ce temps total que j'appelle *durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre*. Il eſt également évident que l'ellipticité de la Terre doit influer ſur cette durée; elle doit être plus grande, toutes choſes égales, dans l'hypothèſe de la Terre elliptique, que dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique; on peut donc demander combien l'ellipticité du globe augmente cette durée. Quoique dans le cas particulier du 3 Juin 1769, l'ellipticité de la Terre n'ait donné que 5 ſecondes d'augmentation par la durée abſolue du paſſage de Vénus, il n'en eſt pas de même lors des Eclipſes de Soleil. Il eſt des circonſtances où cette durée peut être notablement altérée par la différence des axes terreſtres. J'ai cru qu'il n'étoit pas inutile d'entrer dans quelque détail ſur cet objet, & de donner l'expreſſion du rapport des axes en durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre.

Les diſcuſſions auxquelles je me ſuis livré, me porteroient à croire, ſans toutefois oſer rien affirmer ſur une matière auſſi délicate, qu'il ne ſeroit peut-être pas impoſſible, en choiſiſſant les circonſtances favorables, de parvenir par le moyen d'une éclipſe de Soleil, à une détermination du rapport des axes terreſtres, auſſi exacte que la peuvent donner les opérations géodéſiques. Je ne diſſimulerai point cependant que cette détermination demande que l'on connoiſſe avec préciſion les élémens de la Lune. Au reſte, on regardera, ſi l'on veut, cette partie de mon Ouvrage, comme purement théorique. Il me ſuffit de démontrer la poſſibilité de la méthode, les limites de ſon exactitude, & les circonſtances qu'il faudroit choiſir de préférence,

s'il étoit queſtion de l'employer. C'eſt aux Aſtronomes à prononcer ſur ſon uſage.

Après avoir déterminé la durée abſolue de l'Éclipſe ſur la Terre relativement à des élémens aſſignés, je remarque que l'on peut ſuppoſer ces élémens variables, & demander dans cette nouvelle hypothèſe, quelles ſont les circonſtances particulières qui donnent le *maximum maximorum* de cette durée. L'analyſe apprend que l'orbite relative doit être perpendiculaire au cercle de déclinaiſon du Soleil, & que la latitude de la Lune doit être nulle à l'inſtant de la conjonction. L'entrée & la ſortie de l'ombre ſur la Terre, ont alors lieu par deux points de l'Équateur dont j'aſſigne la longitude: la trace du phénomène traverſe le globe dans le ſens de ſon plus grand diamètre.

Cette dernière analyſe conduit naturellement à la ſolution d'un Problème plus difficile, quoique plus reſtreint en apparence; je parle de la détermination du *maximum maximorum* de durée abſolue de l'Éclipſe pour un parallèle aſſigné. L'analyſe me fait voir que ce Problème a une condition commune avec la dernière queſtion; celle de la perpendicularité de l'orbite relative de la Lune ſur le cercle de déclinaiſon du Soleil; quant à la latitude correſpondante à ce *maximum*, je donne une équation qui la détermine pour chaque parallèle.

Je paſſe enſuite à la détermination de l'inſtant où un obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre, verroit une phaſe donnée. Il eſt ſenſible que ce Problème n'eſt qu'un cas particulier des formules démontrées dans cet ouvrage. En effet, puiſque le centre de la Terre coïncide avec le centre de l'Équateur, on peut appliquer à ce point particulier, ce que l'on a démontré en général pour un point quelconque, pris à la ſurface de la Terre, en ſuppoſant nuls dans les formules, la latitude du lieu & le rayon du parallèle.

L'entrée de Vénus ſur le diſque du Soleil, vue du centre de la Terre, arrivera $2^h\ 48'\ 26''$ avant la conjonction, c'eſt-à-dire lorſqu'il ſera à Paris $7^h\ 21'\ 27''$ du ſoir; la ſortie arrivera $3^h\ 33'\ 40''$ après la conjonction, & la plus courte diſtance des centres ſera de $10'\ 7''$, $0^h\ 22'\ 37''$ de temps après la conjonction, c'eſt-à-dire lorſqu'il ſera à Paris $10^h\ 32'\ 30''$ du ſoir le 3 Juin.

L'entrée ſur le diſque, vue à Paris, arrivera à $7^h\ 14'\ 18''$ du ſoir; le milieu & la fin du paſſage ne pourront être obſervés, parce que le Soleil ſera alors ſous l'horizon. Je pars toujours des données de la Connoiſſance des Temps de 1769.

Des Courbes d'illumination.

On connoît en Aſtronomie cette eſpèce de courbes irrégulières, lieux géométriques de tous les points de notre globe, qui voient le commencement ou la fin de l'Éclipſe au lever & au coucher du Soleil, & que l'on nomme indiſtinctement *courbes d'illumination, courbes d'entrée & de ſortie au lever & au coucher du Soleil.* Ces courbes préſentent un objet de curioſité intéreſſant. Suppoſons, par exemple, qu'il ſoit queſtion de la *courbe d'entrée* au coucher du Soleil; tous les lieux ſitués à l'eſt de cette courbe ne verront pas le phénomène, le Soleil ſera couché pour eux lorſqu'il arrivera. Tous les lieux ſitués à l'oueſt au contraire verront le phénomène d'autant plus long-temps avant le coucher du Soleil, qu'ils ſeront plus éloignés de la courbe; cette explication ſuffit pour faire ſentir combien ces courbes ſont importantes à connoître. Pluſieurs Aſtronomes ſe ſont occupés de leur deſcription mécanique; aucun d'eux ne s'eſt propoſé d'en donner l'équation exacte & rigoureuſe; l'irrégularité apparente de leurs contours, la diverſité de leurs formes, qui tantôt reſſemblent à une eſpèce de *huit de chiffre*, tantôt à deux ovales ſéparés, tantôt à deux cercles qui ſe coupent, quelquefois même à un ſeul ovale, pouvoient faire douter avec raiſon qu'elles fuſſent ſuſceptibles d'analyſe. Je donne la ſolution rigoureuſe du Problème: la queſtion eſt réſolue, quelles que ſoient l'ellipticité de la Terre, & la diſtance de notre globe à la Planète qui éclipſe le Soleil. On peut dire ſous ce point de vue, que le Problème n'a pas même encore été tenté.

Les courbes d'*illumination* ne ſont qu'un cas particulier du Problème plus général, par lequel on détermine les lieux de la Terre qui obſervent une certaine phaſe aſſignée lorſque l'on compte dans ces lieux une certaine heure donnée: je commence par le cas général, je donne enſuite l'équation aux courbes d'*illumination*

proprement dites, c'eſt-à-dire, aux courbes qui répondent au lever & au coucher du Soleil. Je fais même voir qu'il eſt facile de faire entrer dans la ſolution, la conſidération des réfractions horizontales.

Propriétés des courbes d'illumination.

Si les *courbes d'illumination* ſont ſuſceptibles d'une infinité de formes, elles ſont également ſuſceptibles d'une infinité de propriétés. Elles peuvent avoir des points doubles de pluſieurs eſpèces; des points de *croix,* de *rebrouſſement,* d'*inflexion;* des *points iſolés.* Leurs ſommets préſentent des objets de curioſité intéreſſans, les interſections de leurs branches donnent la ſolution d'une queſtion importante. Je n'ai eu garde de négliger de pareilles recherches, auſſi curieuſes aux yeux du Géomètre qu'à ceux de l'Aſtronome. Je commence par déterminer les ſommets de ces courbes.

Sommets des courbes d'illumination.

Si l'on trace la *courbe d'illumination* pour une éclipſe quelconque, on verra aiſément que cette courbe ne s'étend pas indiſtinctement ſous toutes les latitudes. Il eſt une infinité de parallèles terreſtres où l'on ne peut obſerver de contacts des limbes au lever ou au coucher du Soleil. Il eſt donc important de connoître les dernières latitudes qui obſervent ce phénomène.

Deux cauſes peuvent empêcher les *courbes d'illumination* de s'étendre ſous une latitude donnée. La première, lorſque les diſtances des centres correſpondantes au lever & au coucher du Soleil pour les différens points du parallèle, ſurpaſſent toutes la diſtance, qui ſeule pourroit faire obſerver le phénomène: la ſeconde, lorſque le Soleil ne ſe lève & ne ſe couche point ſous le parallèle aſſigné. En effet, vainement demanderoit-on quel point du parallèle obſerve le commencement ou la fin de l'Éclipſe lorſque le Soleil eſt à l'horizon, ſi cette dernière condition eſt impoſſible.

Cette double analyſe conduit à quatre équations, chacune du ſecond degré. On pourroit donc croire au premier coup d'œil, que les *courbes d'illumination* ont huit ſommets; mais cette

conclusion seroit précipitée. Une légère attention sur la nature des racines, fait voir que quatre de ces valeurs sont essentiellement imaginaires. Les *courbes d'illumination* ne peuvent avoir tout au plus que quatre sommets réels.

Je remarque ensuite que l'inspection de ces racines jette un très-grand jour sur la figure particulière de la *courbe d'illumination*. Elle est totalement différente, suivant que l'une ou l'autre de ces équations a des valeurs réelles ou imaginaires, égales ou inégales. J'entre dans un grand détail sur tous les cas qui peuvent arriver, & je détermine la figure que l'on en doit conclure.

Application de la théorie précédente au passage de Vénus du 3 Juin 1769.

La *courbe d'entrée* sur le disque du Soleil au coucher de cet astre, s'étend depuis $67^{d}\ 47'\ 8''$ de latitude australe, & $111^{d}\ 51'\ 30''$ de longitude occidentale, jusqu'à $67^{d}\ 47'\ 8''$ de latitude boréale, & $71^{d}\ 3'\ 45''$ de longitude orientale, c'est-à-dire depuis les Terres australes de l'Amérique jusqu'au nord de la Tartarie. Elle traverse la mer qui sépare l'Afrique de l'Amérique, rencontre l'extrémité occidentale de l'Afrique, vient raser les côtes orientales de l'Espagne, & les frontières orientales de la France, traverse l'Allemagne du sud-oueſt au nord-est, passe au milieu de la mer Baltique & de la Finlande, & va se terminer au nord de la Tartarie.

La *courbe d'entrée* sur le disque du Soleil au lever de cet astre, s'étend depuis $67^{d}\ 47'\ 8''$ de latitude boréale, & $71^{d}\ 3'\ 45''$ de longitude orientale, jusqu'à $67^{d}\ 47'\ 8''$ de latitude australe, & $111^{d}\ 51'\ 30''$ de longitude occidentale, c'est-à-dire depuis le nord de la Tartarie jusqu'aux Terres australes de l'Amérique. Elle traverse la Tartarie Russienne, la partie orientale de la Tartarie Chinoise, l'île d'Yedo, passe à l'est des îles Marianes, coupe l'équateur vers 169^{d} de longitude occidentale, rencontre la nouvelle Zélande, & va se terminer vers les Terres australes de l'Amérique.

La *courbe de sortie* au coucher du Soleil, s'étend depuis

67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 27^d 1′ 20″ de longitude occidentale, juſqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude auſtrale, & 154^d 51′ 0″ de longitude orientale, c'eſt-à-dire depuis le nord de l'Iſlande juſqu'aux Terres auſtrales qui ſont au ſud de la nouvelle Hollande. Elle traverſe l'extrémité boréale de la terre de Labrador, la baie d'Hudſon du nord-eſt au ſud-oueſt, le Canada vers le lac ſupérieur, la Louiſiane du nord-eſt au ſud-oueſt, la nouvelle Eſpagne, la mer pacifique, & va ſe terminer vers les Terres auſtrales qui ſont au ſud de l'Aſie.

La *courbe de ſortie* au lever du Soleil, s'étend depuis 67^d 47′ 8″ de latitude auſtrale, & 154^d 51′ 0″ de longitude orientale, juſqu'à 67^d 47′ 8″ de latitude boréale, & 27^d 1′ 0″ de longitude occidentale, c'eſt-à-dire depuis les Terres auſtrales qui ſont au ſud de la nouvelle Hollande, juſqu'au nord de l'Iſlande. Elle traverſe la mer des Indes, vient raſer les côtes orientales de l'Arabie, paſſe dans la Perſe, rencontre l'extrémité orientale de la mer Caſpienne, paſſe à l'eſt de la Pologne, traverſe la Livonie & la mer Baltique du ſud-eſt au nord-oueſt, & va ſe terminer au nord de l'Iſlande.

La totalité du paſſage pourra être obſervée dans la plus grande partie de la mer du ſud, le nord-oueſt de l'Amérique ſeptentrionale, & la partie d'Europe & d'Aſie ſituée par de-là le Cercle polaire.

Le paſſage pourra être obſervé en partie dans toute l'Amérique méridionale, le nord-eſt de l'Amérique ſeptentrionale, les colonies Angloiſes, les Antilles, la mer du Nord, les Açores, les Canaries, les îles du cap Verd, une partie de la mer Atlantique, les côtes d'Afrique, depuis le détroit de Gibraltar juſqu'à la Guinée, la France, l'Eſpagne, le Portugal, les îles Britanniques, les Pays-bas, les provinces-unies, le Danemarck, la Suède, la Norvège; dans preſque toute l'Aſie & la partie orientale de la mer des Indes.

Le paſſage ne ſera point du tout viſible dans les pays ſitués par-delà le Cercle polaire antarctique, la totalité preſqu'entière de l'Afrique & des mers qui l'environnent; l'Arabie, la Turquie d'Europe & d'Aſie, la Méditerranée, la mer Noire, l'Italie, la Hongrie, la Pologne, & la partie orientale & méridionale de l'Allemagne.

Lieux où la durée de l'Éclipſe eſt égale à la durée du jour ou de la nuit.

S'il eſt intéreſſant de connoître les ſommets des courbes d'illumination, il n'eſt pas moins curieux de déterminer les interſections de ces courbes ſur notre globe; il eſt ſenſible que ce ſont les lieux de la Terre pour leſquels la durée de l'Éclipſe eſt égale à la durée du jour ou de la nuit.

L'analyſe me fait voir d'abord, que pour réduire le Problème à une ſeule variable, il faudroit avoir la quadrature indéfinie du cercle, ce que la Géométrie n'a encore pu donner. Au défaut d'une méthode directe poſſible, j'ai recours à une approximation très-convergente. Pour y parvenir, je remarque que ſi l'on ſavoit à peu près la latitude du parallèle ſous lequel les *courbes d'illumination* ſe coupent réciproquement, & que l'on connût d'ailleurs ſous chaque parallèle la différence en longitude des lieux qui obſervent le commencement de l'Éclipſe au lever du Soleil, & la fin au coucher de cet aſtre, avec la loi qui règne entre la variation de cette différence en longitude & la variation de la latitude; il ſeroit aiſé d'avoir très-promptement la correction qu'il faudroit faire au premier réſultat, pour tomber rigoureuſement ſur le parallèle qui ſatisfait à la queſtion. Je commence donc par réſoudre généralement ces deux derniers Problèmes. Quant à la première latitude approchée qu'il faut employer dans le calcul; pour la déterminer, j'obſerve qu'il eſt impoſſible que les *courbes d'illumination* aient une interſection dans l'hémiſphère auſtral ou boréal, ſi les ſommets de ces courbes donnés par une certaine équation particulière que j'aſſigne, ſont imaginaires. Ces réflexions jointes à quelques autres remarques ſur le rapport de la rotation de la Terre, avec le mouvement de la Lune dans ſon orbite, ſur la rapidité de la variation des arcs ſémi-diurnes dans les latitudes voiſines des ſommets des *courbes d'illumination*, me donnent le moyen de déterminer facilement la première approximation que je dois employer.

Je trouve par cette méthode que le lieu qui obſervera l'entrée

de Vénus au lever du Soleil, & la sortie au coucher de cet astre, est situé sous le parallèle austral de $59^d\ 17'\ 31''$, avec une longitude occidentale de $158^d\ 22'\ 30''$. On ne connoît point de terres dans ces parages.

Le lieu qui observera l'entrée de Vénus au coucher du Soleil, & la sortie au lever de cet astre, est un lieu plus oriental que Paris de $22^d\ 7'\ 25''$, avec une latitude boréale de $58^d\ 7'\ 19''$. Ce lieu est situé près de Riga en Livonie.

De la plus grande largeur des Courbes d'illumination, & des points où leurs branches s'infléchissent.

Je passe ensuite à la solution d'un nouveau Problème. Si l'on calcule les différens points des *courbes d'illumination*, on verra facilement que la distance des branches varie d'une manière très-sensible sous les différentes latitudes; cette distance n'est pas la même sous l'Équateur que sous le parallèle de 45 degrés; on peut donc demander sous quelle latitude cette distance est un *maximum* ou un *minimum*. Telle est la question que je résous d'abord. Je remarque ensuite qu'il est possible de s'élever à une question plus difficile. Personne n'ignore que les degrés de longitude vont en diminuant, en remontant de l'équateur vers le pôle; ces degrés rectifiés sont entr'eux comme les rayons des parallèles correspondans. Le *maximum* & le *minimum* déterminés dans le premier Problème sont à la vérité le *maximum* ou le *minimum* du nombre de degrés compris entre les branches de la courbe, mais ils ne donnent aucune lumière sur la distance absolue prise sur le parallèle rectifié. Il faut donc une solution particulière pour ce Problème, & tel est l'objet d'une nouvelle question que je me propose.

Il est également facile de voir par la seule inspection des *courbes d'illumination*, qu'elles sont susceptibles d'une espèce d'inflexion: je m'explique. Si l'on jette les yeux sur les différentes longitudes correspondantes aux différens points de ces courbes, on verra aisément que les longitudes, après avoir décru jusqu'à une certaine latitude,

latitude, recommencent à croître, & réciproquement. Le point de la courbe où se fait le passage de l'accroissement au décroissement de la longitude, est donc une véritable inflexion géométrique que j'apprends à déterminer.

Relation entre l'accroissement des distances des centres & l'accroissement du temps.

Il est utile dans beaucoup de circonstances, de connoître le rapport entre l'accroissement de la distance apparente des centres du Soleil & de la Planète, & le temps écoulé pendant cet accroissement. Je n'ai eu garde de négliger une semblable question, aussi curieuse qu'intéressante. Je compare l'accroissement de la distance des centres à l'arc de l'Équateur qui mesure le temps correspondant. Je parviens à deux équations différentes; l'une plus simple, mais moins exacte, suppose que le mouvement apparent du centre de la Planète est uniforme; l'autre plus compliquée, mais plus rigoureuse, exige uniquement pour être absolument exacte, que la vitesse soit uniformément accélérée : cette dernière supposition est sensiblement vraie lorsque l'intervalle de temps que l'on considère n'est pas fort long. J'ai trouvé, par cette méthode, que, le 3 Juin 1769, la quantité moyenne de l'accroissement de la distance des centres du Soleil & de Vénus vers les instans des contacts, est d'environ une seconde de degré en 19″,05 de temps.

On peut employer cette dernière équation à un autre usage également utile; elle peut servir à faire connoître avec beaucoup de précision le diamètre de Vénus ou de Mercure, par la durée de leur entrée sur le Soleil, ou de leur sortie du disque de cet astre. En effet, il est sensible que le diamètre de ces Planètes est égal à la quantité dont les distances des centres varient pendant le temps de leur entrée ou de leur sortie; ce que ma méthode apprend à connoître par la résolution d'une simple équation du premier degré. Il est superflu d'avertir que l'observation doit être exacte, & qu'il faut d'ailleurs avoir égard aux altérations que les causes physiques peuvent apporter. Supposons en effet que les rayons solaires s'infléchissent en passant dans l'atmosphère de

Vénus; comme dans cette hypothèſe le premier contact eſt obſervé plus tard, & le ſecond contact eſt obſervé plus tôt qu'ils n'arrivent véritablement, il eſt bien évident que les durées totales de l'entrée ou de la ſortie ſont diminuées d'une manière quelconque. On conclura donc par cette méthode un diamètre plus petit que ne l'eſt réellement celui de la Planète. Quoique je ſois éloigné de rien affirmer ſur cette hypothèſe, cette remarque eſt importante pour juger ſainement du degré d'incertitude de ces déterminations délicates.

Accroiſſement de la durée de l'Éclipſe, dû au mouvement de rotation de la Terre.

Je réſous enſuite un Problème qui peut être regardé comme une queſtion de pure curioſité. Pour chaque Obſervateur, la durée de l'Éclipſe eſt d'un certain nombre de ſecondes horaires; cette durée eſt le réſultat du mouvement de la Planète dans ſon orbite, combiné avec le mouvement diurne de l'Obſervateur. Suppoſons qu'au commencement de l'Éclipſe, le mouvement de rotation de la Terre ſoit ſuſpendu, la durée ſera alors différente de celle que l'on obſervera dans la ſuppoſition de la Terre en mouvement. Je me propoſe de déterminer quelle ſeroit cette durée; je trouve, par exemple, que lors du paſſage de Vénus, du 3 Juin 1769, ſi l'on ſuppoſoit que lors de l'entrée ſur le diſque du Soleil le mouvement diurne ceſſât tout-à-coup, la durée du paſſage pour Paris ſeroit de $6^h\ 27'\ 12''$; cette durée ſera réellement de $6^h\ 33'\ 48''$, le mouvement diurne augmentera donc de $6'\ 36''$ la durée pour Paris.

Lieux où l'on obſerve le commencement ou la fin de l'Éclipſe, lorſque le Soleil eſt au Zénith.

Quelques Aſtronomes ont paru deſirer que l'on obſervât l'entrée ou la ſortie de Vénus, à l'inſtant où le Soleil ſeroit au zénith, afin d'éviter les erreurs occaſionnées par les réfractions. Je n'ai eu garde de négliger cette queſtion, qui n'eſt qu'un cas particulier des *courbes d'illumination* priſes dans un ſens étendu; je détermine l'équation aux points de notre globe qui ont cette propriété,

Je trouve, par exemple, que le lieu qui observera l'entrée de Vénus sur le disque du Soleil, lorsque cet astre sera au zénith, est un lieu plus occidental que Paris de $110^d\ 20'\ 0''$, & dont la latitude boréale est de $22^d\ 26'\ 35''$; le phénomène arrivera $2^h\ 48'\ 33''$ avant la conjonction, c'est-à-dire, lorsqu'il sera à Paris $7^h\ 21'\ 20''$ du soir : ce lieu est situé entre la Californie & les côtes occidentales du Mexique. On verra dans ce lieu, Vénus sortir du Soleil, quelques minutes avant le coucher de cet astre.

Le lieu où l'on observera la sortie de Vénus, lorsque le Soleil sera au zénith de l'observateur, est un lieu plus oriental que Paris de $154^d\ 8'\ 15''$, & dont la latitude boréale est de $22^d\ 26'\ 35''$; le phénomène arrivera $3^h\ 33'\ 33''$ après la conjonction, c'est-à-dire, lorsqu'il sera à Paris $1^h\ 43'\ 26''$ du matin, le 4 Juin: ce lieu est situé en Asie, au nord-est des îles Marianes, l'on observera l'entrée de Vénus quelques minutes après le lever du Soleil.

Courbes des élongations isochrones.

Après avoir donné l'équation aux différentes courbes déjà connues par les Astronomes, je m'élève à la considération d'un nouveau genre de courbes dont ils ne me paroissent pas avoir eu d'idée, & qui déterminent, ce me semble, d'une manière plus directe, les différens lieux de la Terre où l'on peut faire les observations les plus avantageuses. Je veux parler des courbes, que je nomme à cause de leurs propriétés, *courbes des élongations isochrones :* ces courbes déterminent sur notre globe, quels sont les lieux où l'on observe une égale distance des centres, lorsque l'on compte dans ces lieux deux heures également éloignées d'une troisième heure donnée.

Il est aisé de sentir combien ces nouvelles courbes sont préférables à celles que l'on a considérées jusqu'ici. Supposons, en effet, que l'on ait tracé sur un globe, les lignes des *phases simultanées;* on verra bien quels lieux de la Terre observeront, par exemple, l'entrée sur le disque, un certain temps assigné avant la conjonction, mais il est sensible que ce n'est pas là le Problème intéressant à résoudre. Qu'importe, en effet, de savoir que tel lieu en particulier observera l'entrée sur le disque, à tel instant physique

assigné, si la méthode ne jette aucun jour sur la durée totale du phénomène. Il est vrai que si l'on multiplie les lignes des *phases simultanées*, on pourra se former quelqu'idée de la durée de l'Éclipse, par l'inspection des points d'intersection de ces courbes; mais plus ces lignes seront multipliées, plus il y aura de confusion sur la carte où elles seront tracées, & conséquemment plus il y aura de probabilité de confondre les intersections.

La méthode que je propose, n'a pas ces inconvéniens, puisqu'elle donne directement une idée claire & précise de la durée du phénomène pour chaque lieu particulier. Il est aisé d'apercevoir que cette nouvelle question renferme des difficultés d'un genre supérieur aux Problèmes précédens. En effet, dans ces Problèmes, les racines des équations qui les résolvent sont, pour ainsi dire, indépendantes les unes des autres, elles ne sont pas astreintes à appartenir au même point de la Terre: dans la question présente, au contraire, il faut restreindre ces équations à n'avoir que des racines appartenantes au même point de notre globe. Ces difficultés ne m'ont point arrêté; je suis parvenu à la solution rigoureuse du Problème, quelles que soient l'ellipticité de la Terre, & la distance de la Planète qui éclipse le Soleil. Je n'ai eu aucun égard, dans la solution, à la variation de la distance apparente des centres dûe au changement de distances de l'Observateur à l'horizon absolu; mais je n'ai pas cru devoir sacrifier la solution d'une question intéressante à une exactitude chimérique, sur-tout lorsqu'il s'agit des passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil. D'ailleurs, dans le cas même des éclipses de Soleil, quoique les distances des centres de cet astre & de la Lune ne soient pas rigoureusement égales aux deux instans pour lesquels on calcule, elles sont dans un rapport que j'apprends à connoître.

Pour faire sentir d'une manière frappante l'utilité des courbes *des élongations isochrones*, prenons l'exemple du passage du 3 Juin 1769. Je détermine par un résultat préliminaire la durée du passage, vue du centre de la Terre. Soit cette durée de $6^h\,22'\,6''$; je calcule quels lieux de la Terre observeront une égale distance des centres $3^h\,11'\,3''$ avant & après telle ou telle heure assignée; l'accroissement moyen de la distance des centres vers les instans

des contacts ; comparé à la différence, entre la distance trouvée par le calcul, & celle correspondante à l'entrée & à la sortie de la Planète du disque du Soleil, donne une idée nette & précise de la durée du phénomène pour tous les points de la Terre.

Les savantes recherches des Astronomes qui se sont occupés du passage du 3 Juin 1769, me dispensent de donner le calcul des différentes lignes des *élongations isochrones* correspondantes aux différentes heures ; je me contenterai de donner le résultat pour midi & minuit.

De tous les lieux pour lesquels le milieu du passage arrivera à midi ou à minuit, celui où la durée du phénomène sera la plus petite possible, est situé dans la mer Pacifique sous le parallèle austral de $37^{d}\ 50'\ 50''$, avec une longitude occidentale de $158^{d}\ 15'\ 0''$. Pour ce point particulier, la durée sera de $13'\ 13''$. de temps plus petite que pour le centre de la Terre.

Si l'on se rapproche de l'Équateur en conservant une longitude occidentale de 150^{d} comptée de Paris, la durée du passage augmentera assez sensiblement, de sorte que sous l'Équateur la durée ne sera que de $10'\ 28''$ de temps plus petite que pour le centre de la Terre. Vers 53 degrés de latitude boréale, la durée du phénomène sera égale à la durée que l'on observeroit du centre de notre globe : cette durée augmentera ensuite en se rapprochant du pôle boréal, & pour ce point particulier la durée du passage sera de $7'\ 45''$ de temps plus grande que pour le centre de la Terre.

Si l'on s'éloigne du pôle boréal, en suivant la partie de l'hémisphère boréal opposée à la mer du sud, & que l'on conserve une longitude orientale d'environ 22 degrés, la durée du phénomène augmentera jusqu'au parallèle boréal de $37^{d}\ 50'\ 50''$, où l'on observeroit le plus long passage de Vénus, si le Soleil n'étoit pas alors sous l'horizon ; il faudra donc se rapprocher du pôle pour retrouver le Soleil.

En remontant vers le nord, on rencontre la ville de Torneå, que le calcule indique comme un lieu très-favorablement situé ; la durée observée du passage y sera de $11'\ 30''$ de temps plus longue que pour le centre de la Terre. Le zèle qui anime les

Aſtronomes Suédois, ne laiſſe aucun lieu de douter qu'il ne ſe trouve quelqu'obſervateur dans cette ville, déjà célèbre par la meſure de la Terre.

Détermination du lieu qui obſerve le maximum *de durée du paſſage, ſous chaque parallèle terreſtre.*

Après avoir déterminé ce qui regarde en général les courbes des *élongations iſochrones*, j'obſerve qu'il eſt des Problèmes relatifs à ces courbes, qui préſentent des objets de curioſité intéreſſans; on peut en effet ſe propoſer la queſtion ſuivante.

De tous les lieux ſitués ſous le même parallèle, & qui obſervent le milieu du paſſage à des heures différentes, on demande quelle doit être l'heure particulière du milieu du paſſage, pour que la durée totale du phénomène ſoit un maximum *ou un* minimum?

Si l'on veut réſoudre le Problème dans toute la rigueur géométrique, on parvient à une équation, d'où il ne me paroît pas poſſible de tirer l'expreſſion de l'angle horaire cherché. Une légère attention ſur le rapport des coëfficiens de ſes différens termes, me fait voir que lorſque la Planète eſt fort éloignée de la Terre, comme dans le cas de Vénus & de Mercure, il eſt poſſible d'appliquer à ces équations les principes du triangle analytique de Newton. Je forme donc une nouvelle équation, dont les réſultats ne diffèrent pas ſenſiblement de ceux que l'on trouveroit par l'équation rigoureuſe. Je ſuis parvenu à démontrer, que le 3 Juin 1769, quel que ſoit le parallèle terreſtre où l'on ſe propoſe d'obſerver, le lieu qui verra le plus long paſſage, eſt celui pour lequel le milieu du phénomène arrivera à minuit $54' 3''$; le lieu qui verra le plus court paſſage, eſt celui pour lequel le milieu du phénomène arrivera à midi $54' 3''$. On doit donc conclure que pour les Aſtronomes qui ſe propoſent d'aller dans la mer du ſud, les ſtations les plus favorables ſous chaque parallèle, ſont les îles ſituées vers $144^d 30'$ de longitude occidentale; & que pour ceux qui iront vers le nord de l'Europe, les ſtations les plus favorables ſont les lieux ſitués vers $35^d 30'$ de longitude orientale.

Courbes des élongations brachiſtochrones.

Si l'on calcule les différentes courbes des *élongations iſochrones* correſpondantes aux différentes heures, il ſera aiſé de remarquer, que relativement à chacune de ces courbes, la durée du paſſage n'eſt pas la même pour toutes les latitudes. La différence des parallèles occaſionne une différence notable dans ces durées. N'eſt-il donc pas poſſible qu'il y ait une certaine latitude au-delà de laquelle les durées, après avoir décru, recommencent à croître, & réciproquement; ces queſtions méritent ſans doute d'être approfondies. Les mêmes difficultés qui m'avoient arrêté dans la détermination du lieu le plus avantageux ſous chaque latitude, ſe repréſentent dans la ſolution de ce nouveau Problème; les mêmes réflexions ſur le rapport des coëfficiens, me conduiſent à des procédés analogues; je parviens enfin à déterminer pour chaque courbe des *élongations iſochrones*, les lieux particuliers qui obſervent le *maximum* & le *minimum* de durée.

Il eſt évident que ſi l'on trace ſur notre globe les différens réſultats de la méthode précédente, on aura une ſuite de points qui auront tous la propriété d'être un *maximum* ou un *minimum* de durée, relativement aux courbes des *élongations* dont ils ſont partie; ces points formeront un lieu géométrique, que j'appelle, à cauſe de cette propriété diſtinctive, *courbe des élongations brachiſtochrones*; je donne l'équation à cette courbe & je preſcris la manière de la conſtruire.

L'inſpection de l'équation me fait voir qu'il eſt des parallèles terreſtres au-delà deſquels cette courbe ne peut pas s'étendre; il eſt des latitudes où l'on ne peut jamais eſpérer d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée du paſſage, quelle que ſoit l'heure du milieu du phénomène. Il eſt ſans doute intéreſſant de connoître ces latitudes, afin de les éviter, ſi l'on a pour objet d'obſerver un *maximum* ou un *minimum* de durée.

Je n'ai eu garde de ne pas m'occuper d'une queſtion auſſi intéreſſante; je détermine quels ſont les derniers parallèles terreſtres que la *courbe des élongations brachiſtochrones* peut atteindre. Il eſt

aiſé de voir, par exemple, que pour le 3 Juin 1769, la courbe *des élongations brachiſtochrones* eſt compoſée de deux parties diſtinctes & ſéparées ; l'une ſituée dans l'hémiſphère auſtral (c'eſt celle des plus courtes durées) s'étend entre $70^d\ 54'$ de longitude occidentale ; & $109^d\ 6'$ de longitude orientale ; entre $37^d\ 4'\ 15''$ de latitude auſtrale, & le pôle ; l'autre ſituée dans l'hémiſphère boréal (c'eſt celle des plus longues durées) s'étend entre $109^d\ 6'$ de longitude orientale, & $70^d\ 54'$ de longitude occidentale ; entre $37^d\ 4'\ 15''$ de latitude boréale, & le pôle.

Parmi cette ſuite de points qui compoſent la courbe des *élongations brachiſtochrones*, & qui tous ont l'avantage d'être un *maximum* ou un *minimum* de durée, relativement à la courbe des *élongations iſochrones* dont ils ſont partie, il en eſt qui ont une propriété intéreſſante ; ce ſont ceux qui répondent au *maximum maximorum* & au *minimum minimorum* de durée. Rien de plus curieux en effet que de connoître quels lieux obſerveront la plus grande ou la plus petite durée poſſible ſur notre globe. Le calcul fait voir que le lieu qui obſerve ce *maximum* ou ce *minimum* abſolu, a encore l'avantage d'être ſitué ſous la dernière des latitudes que la *courbe brachiſtochrone* puiſſe atteindre. Ce ſont ces points que M. de la Grange * appelle, à cauſe de leur propriété, *pôles de durée*, & qu'il a déterminés par une analyſe abſolument différente de la mienne.

* *Mémoires de l'Académie de Berlin.*

J'ai trouvé par mes formules, que le lieu, qui le 3 Juin 1769 obſervera la plus courte durée abſolue, eſt un lieu plus occidental que Paris de $144^d\ 39'\ 1''$, avec une latitude auſtrale de $37^d\ 4'\ 19''$; le milieu du paſſage arrivera lorſqu'il ſera dans ce lieu, midi $54'\ 3''$; ce lieu eſt ſitué vers les Terres auſtrales de l'Amérique. Il ſeroit à deſirer que l'on put y envoyer des Obſervateurs ; on ne connoît pas de Terres dans ces parages.

Le lieu qui obſerveroit la plus grande durée abſolue, ſi le Soleil n'étoit pas ſous l'horizon, lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus, eſt un lieu plus oriental que Paris de $35^d\ 25'\ 45''$, avec une latitude boréale de $37^d\ 4'\ 15''$; le milieu du paſſage arrivera lorſque l'on comptera dans ce lieu, minuit $54'\ 3''$; ce lieu eſt ſitué dans la Syrie près d'Alexandrette.

Recherche

Recherche ſommaire des points des deux hémiſphères les plus favorables aux Obſervations, pour le 3 Juin 1769.

Il n'eſt pas indiſpenſablement néceſſaire d'aller chercher ſous chaque parallèle le point précis que le calcul indique comme le plus favorablement ſitué. La nature de la queſtion, du genre *de maximis & minimis*, démontre que de part & d'autre de ce point ſingulier, il doit y avoir ſous chaque latitude une certaine zone où la durée du paſſage ne varie pas à raiſon du changement en longitude : cette zone eſt d'environ 12 degrés; dans toute cette étendue à peine trouveroit-on une différence de 6 ſecondes de temps dans les durées.

Dans l'hémiſphère auſtral, tant que l'on n'aura pas atteint le parallèle de $37^{d}\ 4'\ 15''$, on pourra toujours faire une obſervation plus avantageuſe en deſcendant vers cette latitude, ſans changer toutefois de longitude. Au lieu de s'approcher du parallèle auſtral de $37^{d}\ 4'\ 15''$, ainſi que l'indique la théorie, ſi l'on eſt obligé par les circonſtances de remonter vers l'Équateur, & que l'on compare la durée du paſſage ſous chaque latitude avec celle obſervée ſous le parallèle de $37^{d}\ 4'\ 15''$, le calcul apprend que l'on aura une obſervation moins avantageuſe de

0′ 8″ de temps.....	ſous le parallèle auſtral de 30d.
0. 39.....	ſous le parallèle auſtral de 20.
1. 29.....	ſous le parallèle auſtral de 10.
2. 45.....	ſous l'Équateur.
4. 4.....	ſous le parallèle boréal de 10.
5. 55.....	ſous le parallèle boréal de 20.
8. 9.....	ſous le parallèle boréal de 30.

Dans l'hémiſphère boréal, ſi l'on compare la durée du paſſage ſous les différentes latitudes à celle que l'on obſerveroit ſous le parallèle de $37^{d}\ 4'\ 15''$, le calcul apprend que l'on aura une obſervation moins avantageuſe de

0′ 58″ de temps.....	ſous le parallèle boréal de 60d.
2. 7.....	ſous le parallèle boréal de 70.
3. 26.....	ſous le parallèle boréal de 80.

Je ſuppoſe toujours que l'Obſervateur ne s'écarte pas de la zone dont j'ai parlé ci-deſſus.

Appliquons ſommairement ces principes à la détermination géographique des lieux les plus favorables aux obſervations.

A l'oueſt du Chili, vers 34 degrés de latitude auſtrale & 80 degrés de longitude occidentale, on rencontre les îles de Jean Fernandès. On ne pourra pas obſerver dans ces îles la durée totale du paſſage, elles ne ſont pas aſſez occidentales. Il en eſt de même du continent de l'Amérique méridionale, des îles de Saint-Ambroiſe, de Saint-Félix, de Saint-Paul & de Pâque: dans ces deux dernières îles on pourra obſerver le contact intérieur des limbes quelque temps avant le coucher du Soleil.

Au nord-oueſt de l'île de Pâque, entre 140 & 150 degrés de longitude occidentale, on trouve une ſuite d'îles qui s'étendent du nord au ſud; les plus boréales ſont les Marquiſes de Mendoce, elles ſont à environ 10 degrés de l'Équateur; les plus auſtrales ſont les îles de Saint-Jean-Baptiſte & de l'Incarnation, elles ſont à environ 25 degrés de l'Équateur.

Ces îles ſont toutes également bien ſituées relativement à la longitude, elles ſont compriſes dans la zone dont il a été queſtion ci-deſſus; examinons ce qui réſulte de la différence des latitudes.

La Dominique, Saint-Pierre, la Magdeleine, étant ſous 10 degrés de latitude auſtrale, l'obſervation du paſſage y ſera moins avantageuſe de 25 ſecondes de temps que dans l'île des Chiens, ſituée ſous 15 degrés de latitude; de 50 ſecondes que dans les Quatre Couronnés, la Converſion de Saint-Paul & l'île de Saint-Elme, qui ſont ſous 20 degrés de latitude; & d'une minute 6 ſecondes que dans les îles de l'Incarnation & de Saint-Jean-Baptiſte ſous le vingt-cinquième parallèle: ces dernières îles ſont ſans contredit les mieux ſituées de toutes les terres connues de la mer du ſud. L'obſervation du paſſage n'y ſera que de 23 ſecondes de temps moins avantageuſe que dans le lieu le mieux ſitué de notre globe.

A l'oueſt des Marquiſes de Mendoce, on rencontre l'Archipel de Salomon: ces îles ſont à la fois trop occidentales & trop boréales; on a également à perdre, relativement à la longitude & à la latitude; ajoutons qu'étant plus éloignées des côtes du Chili, le trajet pour s'y rendre ſera plus conſidérable.

Dans la nouvelle Zélande la durée totale du paſſage ne ſera pas viſible.

Examinons maintenant dans quels lieux de l'hémiſphère boréal on pourra faire les obſervations les plus concluantes pour les comparer à celles de la mer du ſud. Je me contenterai de diſcuter cinq poſitions principales, Torneå, Cajanebourg, Abo, Archangel, le cap Wardhus.

Ces lieux, ainſi que preſque tout le nord de l'Europe, ſont également bien ſitués relativement à la longitude; examinons ce qui réſulte de la différence des latitudes.

Torneå, Archangel & Cajanebourg, étant par 65 & 66 degrés de latitude, l'obſervation de la durée y ſera plus avantageuſe d'environ 32 ſecondes de temps que pour le cap Wardhus, ſitué ſous le ſoixante-dixième parallèle; mais cette obſervation ſera moins avantageuſe de 30 ſecondes de temps que pour la ville d'Abo, placée ſous 60 degrés 30 minutes de latitude boréale; l'obſervation du paſſage dans cette dernière ville ne ſera que d'une minute 5 ſecondes de temps, moins avantageuſe que celle qui auroit été faite dans le lieu géométriquement le plus favorable de notre hémiſphère, ſi le Soleil n'eût pas été alors ſous l'horizon. Je conſidère uniquement l'effet de la parallaxe. La grande proximité où le Soleil ſera de l'horizon, doit engager à remonter vers le nord le plus qu'il ſera poſſible.

Si l'on compare les durées obſervées à Abo, & dans les îles de Saint-Jean-Baptiſte ou de la Conception, on aura une différence de 25 minutes 12 ſecondes de temps entre ces durées; cette différence a une relation déterminée avec la diſtance du Soleil à la Terre, c'eſt par elle que l'on peut connoître cet important élément. Je vais tâcher de donner en peu de mots une idée des moyens que préſente l'Aſtronomie pour parvenir à ce but.

La théorie des Planètes nous apprend qu'il y a un rapport déterminé entre la diſtance de la Terre au Soleil, & la diſtance de Vénus au Soleil, ou de Vénus à la Terre. Une de ces quantités étant connue, les deux autres le ſont néceſſairement: il ne s'agit donc que de déterminer la diſtance de Vénus à la Terre lorſque cette Planète paſſe entre le Soleil & notre globe. Mais

pour employer cette méthode, il faut que par des circonſtances heureuſes, le mouvement de Vénus, vû de la Terre, ſe projette ſur le Soleil; autrement, cette Planète nous préſentant alors la partie obſcure de ſon diſque, ſe dérobe à nos regards.

Si la diſtance de Vénus n'eſt pas infinie, relativement à la groſſeur de notre globe, il eſt évident que la route apparente de cette Planète ſur le Soleil, la corde du diſque ſolaire qu'elle paroîtra décrire, ſera différente, & par conſéquent d'inégale longueur, ſuivant que l'Obſervateur verra le phénomène d'un lieu de la Terre plutôt que d'un autre; de la même manière à peu près que deux perſonnes éloignées ne voient pas un corps en mouvement, répondre préciſément aux mêmes points de l'horizon ſenſible. De plus, ces cordes inégales ſeront décrites avec une vîteſſe inégale, ſuivant que le mouvement de l'Obſervateur & celui de Vénus ſeront dans le même ſens ou dans un ſens oppoſé; & ces altérations ſeront d'autant plus ſenſibles, que Vénus paſſera plus près de la Terre. Il eſt donc néceſſaire, pour rendre les obſervations concluantes, que les deux Obſervateurs puiſſent voir la totalité du paſſage, & qu'ils obſervent dans des climats où les durées ſoient le plus différentes qu'il eſt poſſible: le nord de l'Europe & les îles de la mer Pacifique nous offrent cet avantage.

Voyages entrepris pour l'obſervation de Vénus.

On ne peut douter que le nord de l'Europe & de l'Aſie ne ſoit le théâtre d'un grand nombre d'obſervations intéreſſantes: la Ruſſie, la Suède & le Danemarck ſe diſputeront l'honneur de contribuer à l'avancement de l'Aſtronomie; & dans le choix des lieux propres aux obſervations, les Aſtronomes préfèreront ſans doute (toutes choſes d'ailleurs égales) ceux qui ſeront ſitués vers 35 degrés de longitude orientale comptée de Paris.

Déjà les nouvelles publiques nous ont appris que les Ruſſes & les Suédois ſont partis pour cette ſavante expédition, & l'on a lieu d'eſpérer que le phénomène ſera obſervé depuis la mer Glaciale juſqu'aux bords de la mer Caſpienne. Le Père Hell, Aſtronome de Leurs Majeſtés Impériales, a quitté Vienne pour prendre part à ces travaux: les Anglois ont envoyé des Obſervateurs dans

leurs colonies ſeptentrionales de l'Amérique *(a)*, & les Aſtronomes Danois ſe ſont rendus à leurs deſtinations reſpectives, par ordre de leur auguſte Monarque. Un jeune Prince qui, à peine ſur le trône, ſe dérobe aux plaiſirs & aux hommages toujours flatteurs d'une Cour brillante, pour comparer les mœurs, les loix, les uſages des différentes nations de l'Europe; un Prince en un mot, qui a voulu connoître les hommes avant de les gouverner, ne pouvoit être inſenſible à des objets d'un genre différent, mais également dignes d'occuper une ame élevée *(b)*.

M. Pingré doit ſe rendre dans les colonies françoiſes de l'Amérique ſeptentrionale, & M. le Gentil obſervera à Pondichery. Comme cette dernière ville n'eſt pas éloignée du point de la Terre où l'obſervation de la ſortie eſt la plus avantageuſe, il ſera très-utile de la comparer avec les obſervations faites à Paris. Cette comparaiſon exige que l'on connoiſſe exactement la différence en longitude des deux villes. Il ſeroit à ſouhaiter que ces obſervations, & ſur-tout celles de Paris, puſſent être faites à une plus grande hauteur du Soleil ſur l'horizon.

La ſituation avantageuſe des îles de la mer du ſud avoit fait deſirer à l'Académie d'envoyer un Obſervateur dans ces parages; elle avoit trouvé, dans la magnificence de notre auguſte Monarque, & dans l'amour éclairé de ſes Miniſtres pour les Sciences, de ſûrs garans de la réuſſite de ce projet. Des raiſons politiques en ont malheureuſement empêché l'exécution; on ne peut donc ſe flatter d'avoir des obſervations faites dans ces îles, à moins que l'Eſpagne ou l'Angleterre, ainſi que l'ont annoncé quelques nouvelles particulières, n'y envoient des Aſtronomes.

Au défaut de la mer du ſud, M. l'abbé Chappe doit ſe rendre dans la Californie. Il faut convenir que de tous les lieux ſitués dans le continent, cette terre eſt celle où l'on pourra faire avec le plus d'avantage, des obſervations correſpondantes à celles du nord de l'Europe, mais il s'en faut beaucoup que la ſituation ſoit auſſi favorable que celle de la mer du ſud.

(a) M.rs Walles & Dymond.

(b) Ce Mémoire a été lû lorſque Sa Majeſté Danoiſe a honoré l'Académie de ſa préſence.

Suppoſons, d'après les nouvelles cartes, que la Californie s'étende entre 20 degrés & 30 degrés de latitude boréale, 115 degrés & 120 degrés de longitude occidentale; le calcul nous fait voir par un réſultat moyen, que ſoit à raiſon de la latitude, ſoit à raiſon de la longitude, on aura une obſervation moins avantageuſe de près de 9 minutes de temps que dans la mer du ſud; ajoutons que cette terre n'étant point ſituée dans la zone où la différence en longitude n'influe pas ſur la durée du paſſage, il ſera néceſſaire de connoître cet élément: on eût été diſpenſé de cette recherche dans les îles de la mer Pacifique. Si l'on conſidère combien la poſition des lieux où l'on obſervera eſt peu connue; combien il faut d'obſervations multipliées pour conclure avec préciſion la longitude d'un point de la Terre, on verra que cette dernière circonſtance n'étoit pas à négliger. J'ajoute que dans la mer du ſud le Soleil eût été fort élevé ſur l'horizon lors de l'entrée & de la ſortie de Vénus; avantage que l'on perdra en partie dans la Californie.

Si l'on compare les obſervations faites dans la Californie; avec celles du nord de l'Europe, & qu'il y ait 15 ſecondes d'erreur ſur le temps pour chacune des durées, on connoîtra la diſtance du Soleil à la Terre à un 30me près: avec les mêmes erreurs, on eût déterminé cette diſtance à un 50me près, par les obſervations de la mer du ſud.

J'ai ſans doute exagéré l'incertitude des obſervations, & l'on a lieu d'attendre une beaucoup plus grande préciſion, de l'habileté des Aſtronomes qui obſerveront le paſſage de Vénus. Puiſſe leur exactitude ne laiſſer aucun regret de n'avoir pas profité de tous les avantages que préſentoit l'Aſtronomie: puiſſent les ſiècles à venir ne jamais reprocher à notre ſiècle, d'avoir laiſſé échapper des circonſtances heureuſes qu'une longue ſuite d'années peut ſeule ramener!

Pla. 1

Cette Figure ainsi que la suivante appartient à l'equation du § 53, Les Abscisses designent les jours de l'année par la Decl. du ⊙ qui leur convient. Les Ordonnées determinent pour chaque jour particulier, le Parallele terrestre correspondant, qui a la propriété de pouvoir observer ce jour là un maximum ou un minimum de Latitude de la Lune propre à donner une Eclipse de Soleil sous ce Parallele.

Fig. 1

...tant ou la Decl. du ⊙ = 1d 3' 32" jusques à l'instant ou elle est de 1d 3' 35"

Ligne	Ligne	des	Ordonnees

Depuis l'instant ou la Déclinaison du ⊙ est de 1d 3' 35" jusques à l'instant ou

1d 3' 35"

Pla. 1

Cette Figure annonce la suivante appartient à l'équation du § 53. Les abscisses désignant les jours de l'année par la Décl. du ⊙ qui leur convient. Les Ordonnées déterminent pour chaque jour particulier, le Parallele terrestre correspondant qui a la propriété de pouvoir observer ce jour là un maximum ou un minimum d'Eclipse de la Lune propre à donner un Eclipse de Soleil pour ce Parallele.

Fig. 1

Ligne des Abscisses

Ligne des Ordonnees

Depuis l'instant ou la Décl. du ⊙ = 1d 3' 32" jusques à l'instant ou elle est de 1d 3' 55"

Depuis l'instant ou la Déclinaison du ⊙ est de 1d 3' 38" jusques à l'instant ou elle est de 1d 3' 38'

Depuis le Solstice d'Hyver jusques à l'Equinoxe de Printems

Depuis l'Equinoxe de Printems jusques à l'instant ou la Décl. du ⊙ = 1d 3' 38"

Depuis le Solstice d'Hyver jusques à l'Equinoxe d'Automne

Depuis l'instant ou la Décl. du ⊙ = 1d 3' 38" jusques à l'instant ou elle est de 1d 3' 32"

Depuis le Solstice d'Eté jusques à l'Equinoxe d'Automne

Pla. II

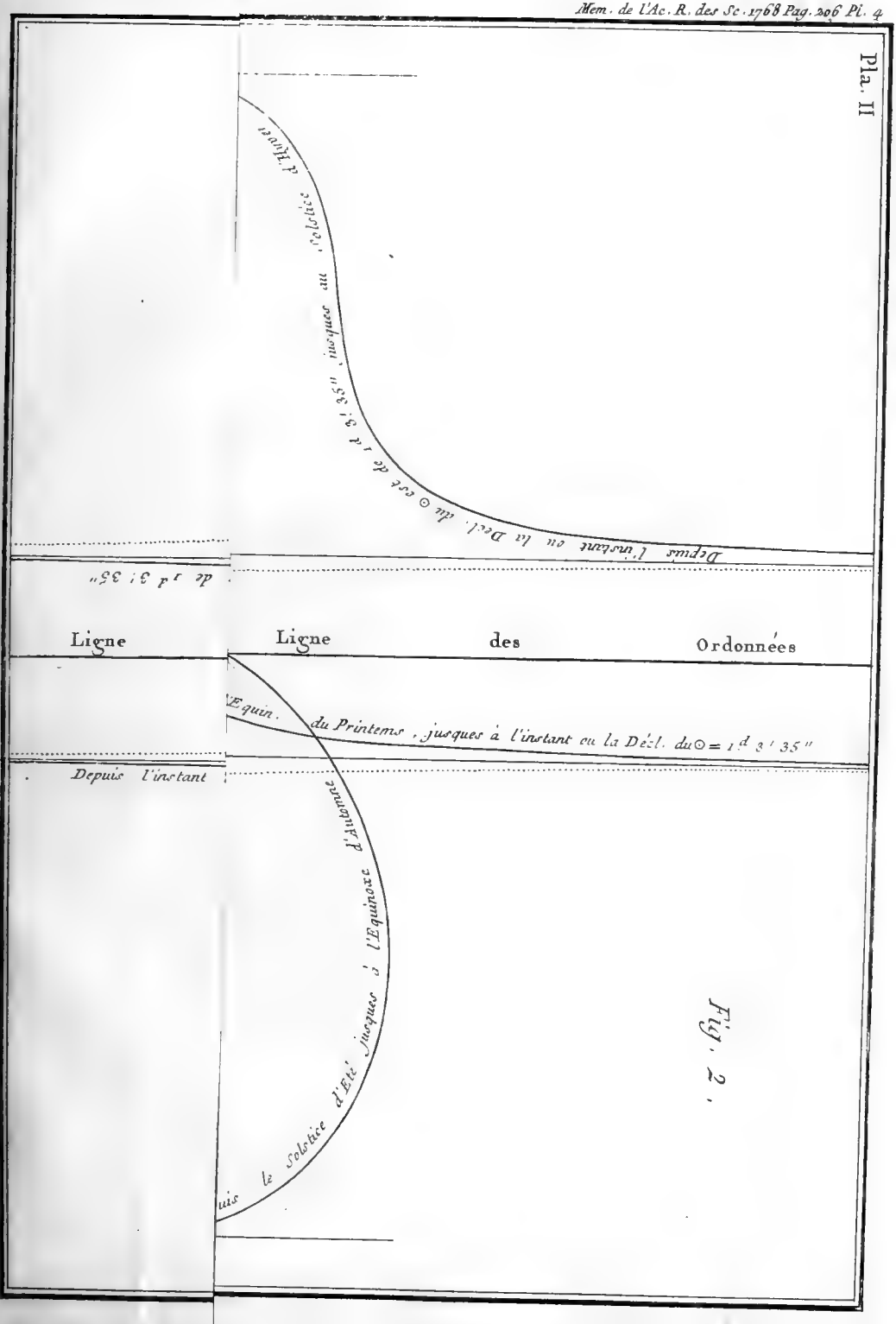

Depuis l'instant où la Décl. du ⊙ est de 1 d 3 ′ 35 ″ jusques au Solstice d'Hiver,
Ligne des Ordonnées
Ligne
Depuis l'instant
Equin.
du Printems, jusques à l'instant où la Décl. du ⊙ = 1 d 3 ′ 35 ″
Depuis le Solstice d'Eté jusques à l'Equinoxe d'Automne

Fig. 2.

Pla. II

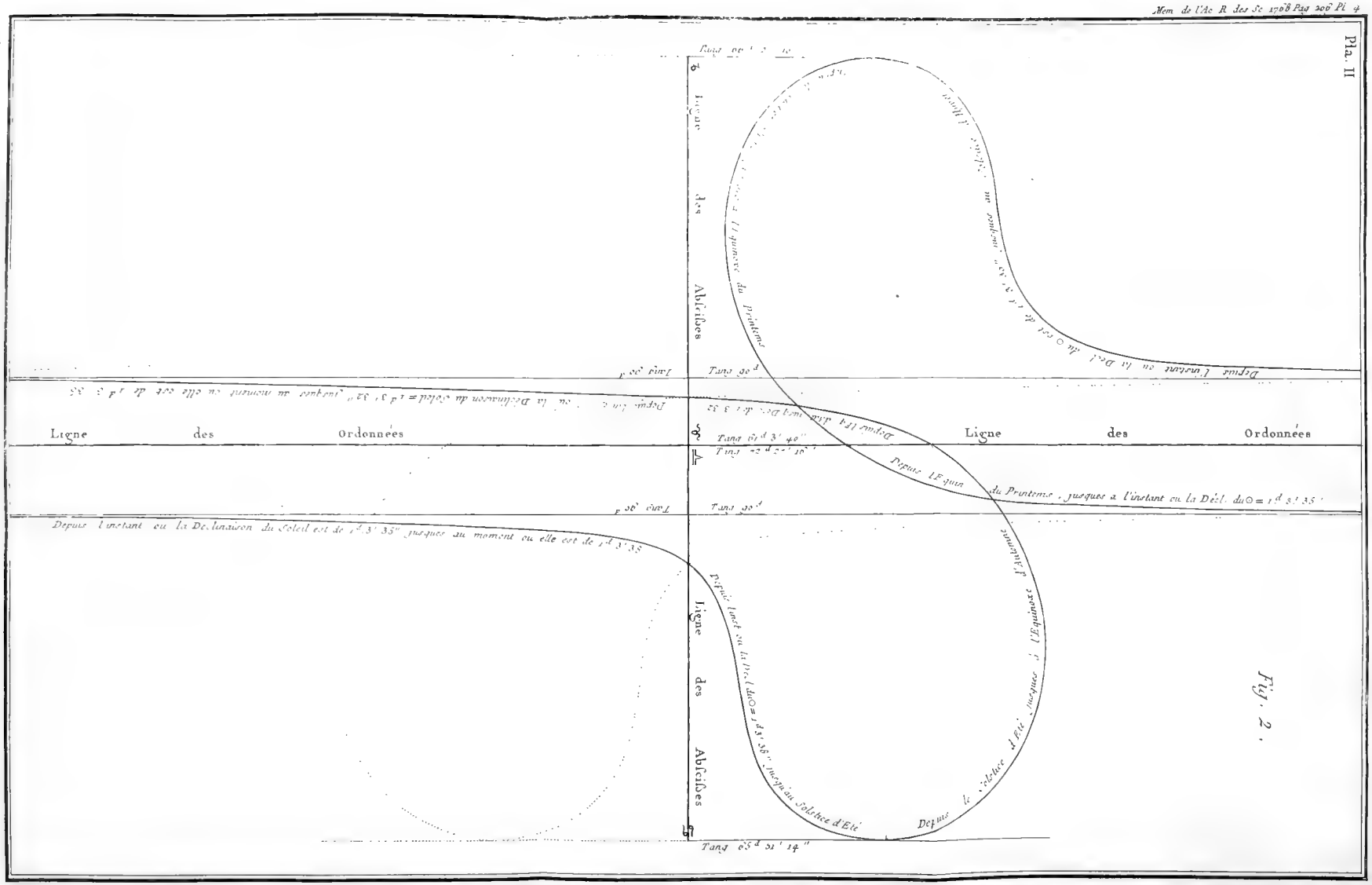
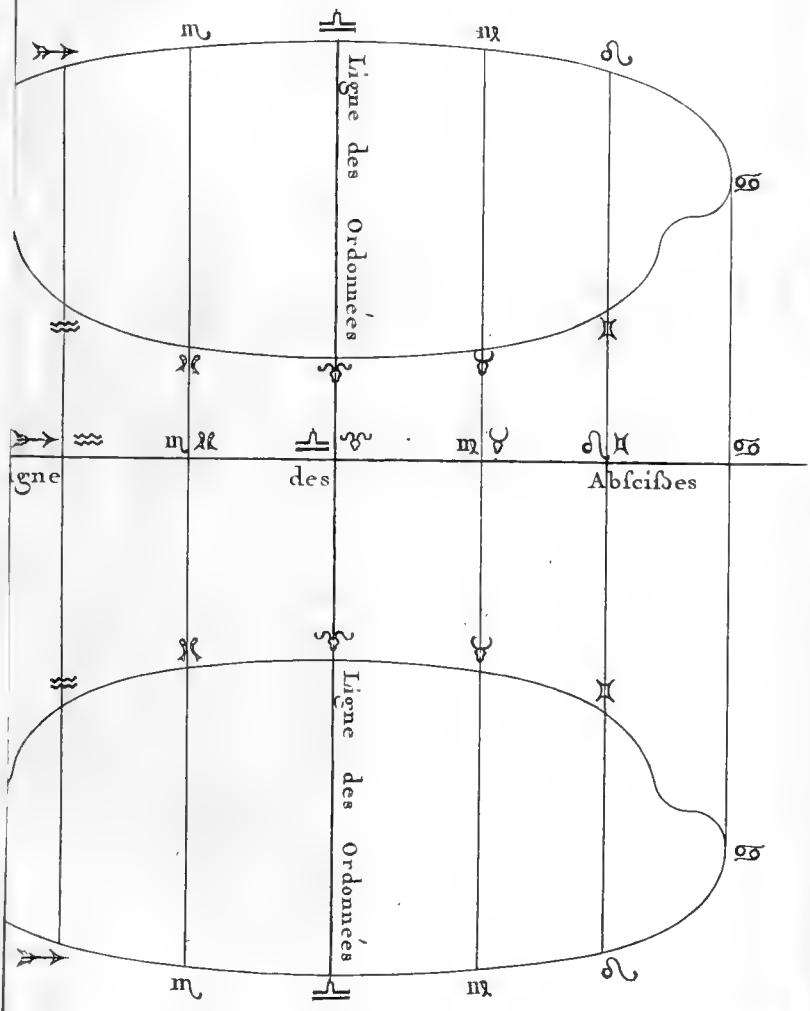

Ligne des Ordonnées
Ligne des Abscisses
Depuis l'instant où la Déclinaison du Soleil est de 1d 3' 35" jusques au moment où elle est de 1d 3' 35"
Depuis le Solstice d'Eté jusques à l'Equinoxe d'Automne
Depuis l'Equinoxe du Printemps jusques au Solstice d'Eté
Depuis l'instant où la Déclinaison du Soleil = 1d 3' 32" jusques au moment où elle est de 1d 3' 35"
Depuis l'Equinoxe du Printemps, jusques à l'instant où la Décl. du ☉ = 1d 3' 35"

Fig. 2.

l'Eclipse arrive dans le Nœud descendant

aison du Soleil qui
s et des plus petites
e de Soleil sur notre

Fig. 4



Pla. III

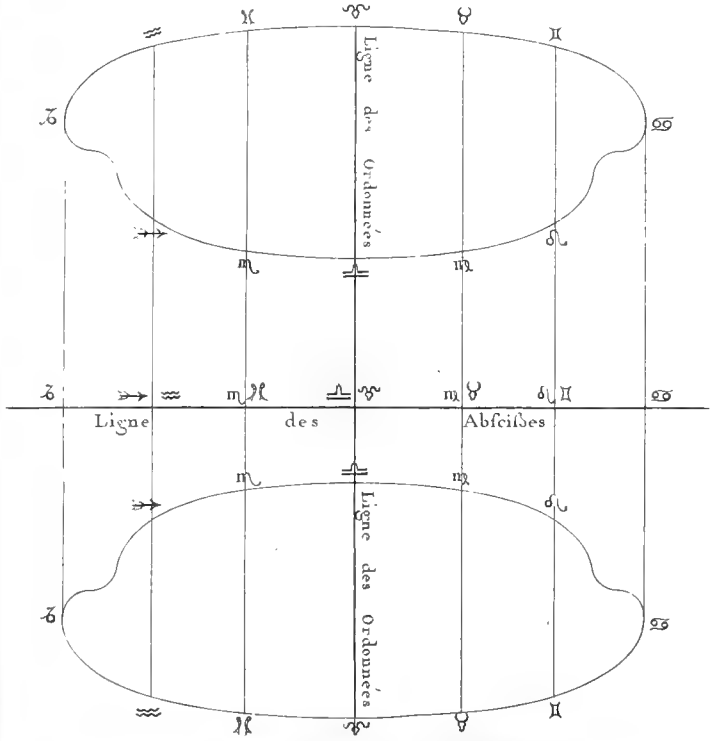
Lorsque l'Eclipse arrive dans le Noeud ascendant

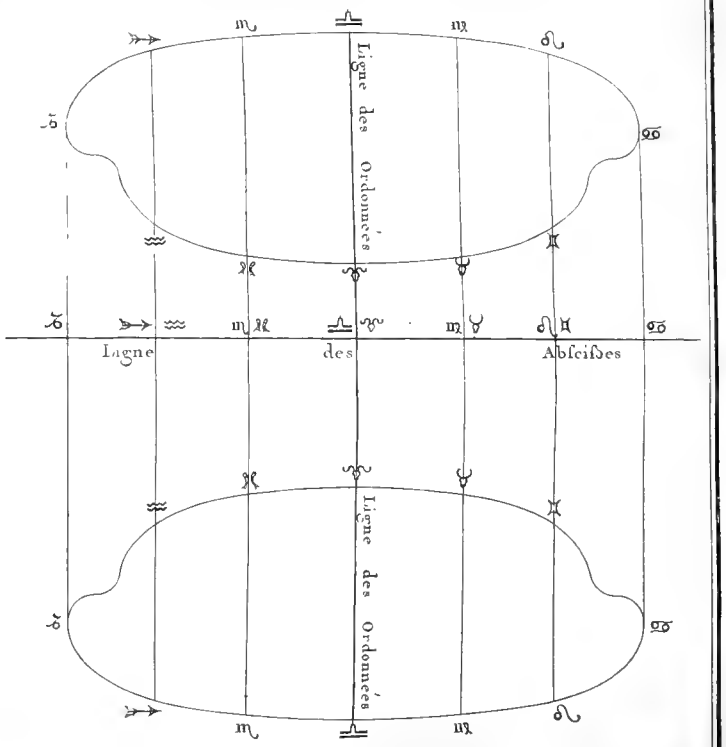
Fig. 3

Lorsque l'Eclipse arrive dans le Noeud descendant

Fig. 4

Les Abscisses de ces Courbes désignent les jours de l'année, par la Déclinaison du Soleil qui leur convient. Les Ordonnées déterminent le rapport des plus grandes et des plus petites Latitudes de la Lune qui, chaque jour particulier puissent donner une Eclipse de Soleil sur notre Globe, eu égard à l'Ellipticité seule de la Terre.





MÉMOIRE
SUR LE CAS IRRÉDUCTIBLE.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR bien établir l'objet de ce Mémoire,

Soit $x^3 - px + q = 0$, l'équation générale du troisième degré.

Je démontre que dans le cas irréductible, c'eſt-à-dire, lorſque $4p^3$ ſurpaſſe $27q^2$; aucun facteur de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$, ne peut diviſer l'équation, a & b étant des quantités réelles.

Soit $x^3 - px + q = 0$ l'équation propoſée, & $x + a + b\sqrt{(-1)}$ une des racines de cette équation; on aura

$$x = -a - b\sqrt{(-1)},$$
$$x^2 = +a^2 + 2ab\sqrt{(-1)} - b^2,$$
$$x^3 = -a^3 - 3a^2b\sqrt{(-1)} + 3ab^2 + b^3\sqrt{(-1)}.$$

Subſtituant ces valeurs dans l'équation $x^3 - px + q = 0$, on aura

$$a^3 + 3a^2b\sqrt{(-1)} - 3ab^2 - b^3\sqrt{(-1)} - ap - bp\sqrt{(-1)} - q = 0.$$

Donc (puiſque les termes réels doivent être égaux entr'eux, auſſi-bien que les termes affectés d'imaginaires)

$$a^3 - 3ab^2 - ap - q = 0,$$
$$3a^2 - b^2 - p = 0;$$

d'où l'on tire

$$p = 3a^2 - b^2,$$
$$q = -2 \times (a^3 + ab^2),$$
$$p^3 = 27a^6 - 27a^4b^2 + 9a^2b^4 - b^6,$$
$$q^2 = 4a^6 + 8a^4b^2 + 4a^2b^4.$$

Mais $4p^3$ surpasse $27q^2$; donc $4p^3 - 27q^2$ surpasse zéro; donc $4p^3 - 27q^2 - 4y = 0$ (y étant essentiellement une quantité positive);

donc

$$\left.\begin{array}{l} +108a^6 - 108a^4b^2 + 36a^2b^4 - 4b^6 - 4y \\ -108a^6 - 216a^4b^2 - 108a^2b^4 \end{array}\right\} = 0;$$

$$81a^4 + 18a^2b^2 + b^4 + \frac{y}{b^2} = 0;$$

$$\text{donc } a^2 = -\frac{b^2}{9} \pm \frac{\sqrt{(-y)}}{9b};$$

Donc si b est une quantité réelle, a est une quantité essentiellement imaginaire; donc a & b ne peuvent être réels à la fois.

Donc dans le cas irréductible du troisième degré, aucun facteur de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$, ne peut diviser l'équation, a & b étant des quantités réelles.

Lorsque $4p^3$ est moindre que $27q^2$, y est une quantité négative; a & b peuvent être réels à la fois: l'équation peut donc être divisible par des facteurs de la forme $a + b\sqrt{(-1)}$.

Si l'on rapproche cette proposition, du théorème démontré par M. d'Alembert, que toute racine imaginaire peut se représenter par $a + b\sqrt{(-1)}$, a & b étant essentiellement des quantités réelles; on aura une démonstration purement analytique, que dans le cas irréductible les trois racines de l'équation sont réelles.

MÉMOIRE

MÉMOIRE

Sur un Moyen de diſſoudre la Réſine Caoutchouc, *connue préſentement ſous le nom de* Réſine élaſtique de Cayenne, *& de la faire reparoître avec toutes ſes qualités.*

Par M. MACQUER.

LES propriétés de cette Réſine, qui ſe trouve en divers lieux de l'Amérique méridionale & de l'Aſie, la rendent une des plus ſingulières productions du règne végétal. Ceux qui, émerveillés de ſa grande élaſticité, ont avancé qu'un anneau de cette matière pouvoit s'élargir aſſez pour devenir une ceinture & enſuite reprendre ſes premières dimenſions d'anneau, ou qu'une boule de cette réſine rebondiſſoit plus haut que le point dont on la laiſſoit tomber *(a)*, ont fait ſans doute en cela une exagération ridicule ou avancé une choſe impoſſible. Mais en s'en tenant à l'exacte vérité, on trouve ſes propriétés encore bien capables d'intéreſſer les Phyſiciens. Nous ne connoiſſons aucune matière qui réuniſſe autant de ſoupleſſe avec une ſi grande élaſticité; & d'ailleurs la manière dont elle réſiſte aux agens les plus puiſſans de la Chimie, la rend un objet tout-à-fait digne d'attention. 13 Avril 1768.

Nous n'avions ſur cette ſingulière réſine que des notions fort vagues & aſſez imparfaites avant le voyage des Académiciens au Pérou. On en voyoit ſeulement quelques ouvrages dans les cabinets des Curieux. M. de la Condamine, dont le zèle eſt connu & qui ne laiſſe rien échapper de ce qui peut intéreſſer les Sciences ou l'utilité publique, en a décrit quelques propriétés dans ſa *Relation de la rivière des Amazones (b)*; mais il eſt le premier qui nous ait donné dans les Mémoires de l'Académie, *année 1751*, des détails ſur ſon origine & ſur la manière dont on la recueille & dont

(a) Voyez Hiſtoire de Saint-Domingue du P. Charlevoix.
(b) Réimprimée dans les Mémoires de l'Académie, *année 1745*.

on la travaille dans le pays. Ce Mémoire contient auſſi les obſervations & les recherches qu'a faites ſur cette même matière M. Freſneau, Chevalier de Saint-Louis, & ci-devant Ingénieur à Cayenne, à qui nous avons l'obligation d'avoir découvert dans cette colonie même l'arbre qui produit cette matière, qui n'y étoit connue que par les petits ouvrages qu'y apportoient quelquefois les Indiens de la colonie Portugaiſe du Para, & de l'avoir miſe lui-même en œuvre avec ſuccès.

Les recherches de ces Savans nous ont appris que la ſubſtance dont il s'agit, découle d'un arbre de ces contrées par des inciſions qu'on fait exprès, & (ce qui étoit bien eſſentiel à ſavoir) qu'elle n'eſt point alors en liqueur tranſparente, comme la térébenthine & les autres baumes ou matières purement réſineuſes; mais qu'elle ſe préſente ſous la forme d'un lait végétal ou d'une liqueur émulſive. Cette liqueur ſe deſſéche enſuite d'elle-même, prend du corps & ſe change en une ſubſtance qui a l'apparence d'un cuir, & qui conſerve une ſoupleſſe & une élaſticité très-remarquables.

Comme les propriétés de cette réſine donnent la facilité d'en faire, lorſqu'elle eſt encore liquide, des uſtenſiles très-commodes, & même d'une utilité unique dans bien des cas; pluſieurs Phyſiciens ont cherché à la diſſoudre, de manière qu'on pût en former les mêmes uſtenſiles que lorſqu'elle a ſa liquidité primitive. M. Freſneau ſur-tout a fait bien des épreuves pour diſſoudre cette matière; mais elles n'ont ſervi qu'à lui faire connoître qu'elle eſt abſolument indiſſoluble, ſoit par l'eau, ſoit par l'eſprit de vin; que les huiles, & en particulier celles de lin & de térébenthine la diſſolvent à la vérité; mais que quand elle a été une fois diſſoute par ces huiles, elle reſte molle & viſqueuſe, ſans pouvoir jamais reprendre ni ſa conſiſtance ni ſon élaſticité.

Lorſque j'ai entrepris d'eſſayer à mon tour de diſſoudre cette réſine ſingulière, j'ai cru devoir commencer par reconnoître ſa nature, autant qu'il ſeroit poſſible, en la comparant avec les autres matières huileuſes concrètes que nous connoiſſons. J'ai remarqué d'abord, que la réſine élaſtique étant originairement ſous la forme d'une émulſion, elle ne pouvoit être une matière purement huileuſe; mais qu'elle devoit néceſſairement être un

mélange d'huile avec quelqu'autre ſubſtance de nature plus aqueuſe.

En ſecond lieu, le défaut d'odeur aromatique, la privation de tout principe volatil qui puiſſe s'élever au degré de chaleur de l'eau bouillante, & l'indiſſolubilité abſolue dans l'eſprit de vin, qui ſont propres à cette réſine, m'ont démontré que l'huile qu'elle contient, n'eſt point de la nature des huiles eſſentielles, mais de celle des huiles non volatiles qu'on retire de beaucoup de végétaux par la ſeule expreſſion.

Enfin, quoique cette réſine brûle aſſez bien toute ſeule pour qu'on en puiſſe faire des flambeaux qui n'ont pas beſoin de mèche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle s'enflamme avec la même facilité que les huiles volatiles eſſentielles, ou les réſines qui en proviennent; celle-ci, ſemblable à cet égard aux huiles de lin, de noix, à la cire & autres matières de cette nature, ne prend flamme que quand elle commence à être réduite en vapeurs, & il lui faut pour cela un degré de chaleur aſſez conſidérable.

Ces obſervations préliminaires m'ont fait connoître que lorſque la réſine de Cayenne paſſe de ſon état d'émulſion à celui de réſine ou de gomme réſine ſolide, c'eſt principalement par la diſſipation de la partie aqueuſe du mucilage que vraiſemblablement elle contient, & je concevois par-là pourquoi lorſqu'on ne lui applique que des diſſolvans purement huileux, elle reſte molle, ſans pouvoir reprendre enſuite ni ſolidité ni élaſticité; c'eſt que ces diſſolvans n'attaquent que la partie huileuſe qui n'eſt point, ou qui n'eſt que fort peu deſſicative par elle-même, & qui retient d'ailleurs avec beaucoup de force les huiles étrangères auxquelles elle eſt unie.

D'après ces conſidérations, j'avois peu d'eſpérance de toutes les diſſolutions qu'on pourroit faire de cette réſine par des matières purement huileuſes. Néanmoins comme l'expérience dément ſouvent les raiſonnemens les plus ſpécieux, & pour n'avoir pas à me reprocher d'avoir négligé aucune épreuve, je me ſuis aſſuré par moi-même de ce que pourroient faire les différentes huiles & matières purement huileuſes appliquées à cette réſine.

Je l'ai donc fait diſſoudre dans de l'huile de lin, dans l'eſſence de térébenthine, comme avoit fait M. Freſneau, & dans nombre d'autres huiles. Ces huiles l'ont, à la vérité, très-bien diſſoute; mais j'ai remarqué, comme ceux qui avoient fait ces mêmes expériences avant moi, qu'il n'a réſulté de toutes ces diſſolutions que des ſubſtances viſqueuſes, qui n'étoient plus ſuſceptibles de ſe deſſécher convenablement par aucun moyen.

Comme ce défaut de deſſéchement pouvoit venir de ce que les huiles employées à la diſſolution, quoique deſſicatives par elles-mêmes, ne l'étoient cependant pas encore aſſez; j'ai eſſayé l'huile eſſentielle de térébenthine amenée au dernier degré de volatilité par pluſieurs rectifications ſur la chaux vive; mais ç'a été ſans plus de ſuccès. L'huile de lin cuite avec la litharge, que les Peintres emploient pour faire ſécher leurs couleurs, a été auſſi miſe en uſage; cette dernière a fait une diſſolution qui, à la vérité, ſe deſſéchoit mieux que toutes les précédentes; mais ce deſſéchement étoit imparfait & fort lent; & ce qui étoit encore un plus grand inconvénient, c'eſt que lorſque la matière étoit parvenue à ſiccité, elle n'avoit plus aucune liaiſon, & que l'élaſticité de la réſine étoit entièrement perdue. Conſidérant que l'eſſence de térébenthine eſt diſſoluble dans l'eſprit de vin, & que la réſine ſur laquelle je travaillois réſiſte à l'action de ce menſtrue, j'avois conçu l'eſpérance de réſoudre le Problème, en faiſant digérer & même bouillir à pluſieurs repriſes, dans une quantité ſuffiſante d'eſprit de vin bien rectifié, une diſſolution de réſine élaſtique que j'avois faite dans l'eſſence de térébenthine; mais ce moyen n'a pas réuſſi plus que les autres. L'eſprit de vin ne s'eſt chargé que d'une partie de l'huile de térébenthine; le reſte défendu contre l'action de ce diſſolvant par la réſine, eſt demeuré opiniâtrément uni à cette dernière, & l'a empêché de reprendre la conſiſtance & l'élaſticité que je deſirois.

Le camphre, qui eſt la plus volatile de toutes les matières huileuſes concrètes que nous connoiſſions, & la ſeule qui puiſſe s'évaporer entièrement à une douce chaleur, ſans laiſſer aucun réſidu, m'a paru mériter auſſi d'être eſſayé; mais comme il peut à peine ſe fondre ſeul ſans ſe ſublimer, je l'ai liquéfié à l'aide

d'un peu d'eſprit de vin : dans cet état il a agi ſur la réſine, & en a diſſous une partie ; mais quoique je fiſſe enſuite évaporer ce camphre, ou que je l'enlevaſſe par une grande quantité d'eſprit de vin rectifié, la réſine qui en étoit ſéparée, reparoiſſoit toujours ſans élaſticité.

Ces diverſes tentatives qui n'avoient eu aucun ſuccès, me firent perdre tout eſpoir de réuſſir par les diſſolvans de nature purement huileuſe. Ceux de nature ſaline ne furent pas plus efficaces. Les alkalis rendus cauſtiques par la chaux, & les différens acides, ou n'agirent point du tout ſur la réſine, ou l'altérèrent trop conſidérablement.

Quoique je fuſſe bien aſſuré que l'eau pure, ni l'eſprit de vin même le mieux rectifié, ne pourroient diſſoudre cette matière ; comme il auroit ſuffit de la ramollir juſqu'à un certain point pour lui faire prendre enſuite telle forme qu'on auroit voulu, & qu'on parvient, dans le digeſteur de Papin, à réduire en gelée, à l'aide de l'eau & de la chaleur, les os les plus durs ; j'ai traité la réſine dans cette machine, d'abord avec de l'eau pure, enſuite avec l'eſprit de vin très-rectifié. Peut-être dans le temps qu'elle a éprouvé la plus forte chaleur, a-t-elle été en effet ramollie conſidérablement, mais comme on ne peut dans ce temps ouvrir cette machine ſans danger, je ne l'ai vue qu'après qu'elle a été notablement refroidie, & il eſt certain qu'elle étoit alors plus dure & plus racornie qu'elle ne l'étoit avant d'avoir ſubi cette épreuve. Je n'ai pas négligé non plus l'effet que pourroit produire ſur cette réſine une chaleur sèche, incapable de lui faire prendre feu : elle a été aſſez facilement liquéfiée par cette chaleur ; mais une choſe bien remarquable, c'eſt qu'après cela elle paroiſſoit être dans le même état que celle qui avoit été diſſoute par des huiles ; c'eſt-à-dire, qu'elle reſtoit viſqueuſe, ſans pouvoir jamais reprendre ſa fermeté, ſa ſéchereſſe ni ſon élaſticité.

Je ferois ici une trop longue énumération d'épreuves infructueuſes, ſi je voulois ſeulement expoſer toutes celles que j'ai tentées. Je me contente donc de parler de celle que j'ai entrepriſe avec le plus de confiance, parce que je la croyois indiquée par la théorie la plus ſûre. J'avois recueilli une petite quantité

de ſuc laiteux du tytimale; & l'ayant fait deſſécher, il me paroiſſoit avoir quelque reſſemblance avec la réſine de Cayenne, je lui trouvois même un peu d'élaſticité.

D'après cette obſervation, j'eſpérai que parmi les ſucs laiteux des végétaux de ce pays-ci, il pourroit s'en trouver qui, par leur deſsèchement, formeroient une réſine élaſtique; ou du moins qui étant très-analogue à celle de Cayenne, pourroient la diſſoudre en entier & ſans diminuer notablement aucune de ſes propriétés. M. Bertin, Miniſtre & Secrétaire d'État & l'un des Membres de cette Académie, qui m'avoit engagé à cette recherche & qui avoit la réuſſite fort à cœur, eut la bonté de me procurer une quantité aſſez conſidérable de lait de figuier, avec lequel j'ai eſſayé auſſitôt de diſſoudre la réſine; mais mes eſpérances furent encore trompées; car quoique je le lui appliquaſſe à différens degrés de concentration, elle lui a toujours réſiſté, & je n'ai pu obtenir par ce moyen une diſſolution telle qu'il me la falloit.

Il me paroît démontré par toutes ces expériences, que la réſine élaſtique parvenue au degré de deſsèchement où nous l'avons ici, ne peut être diſſoute convenablement ni par l'eau, ni par les ſubſtances ſalines, ni par les eſprits ardens les mieux rectifiés, ni par aucune matière huileuſe pure, ni même par les diſſolvans mixtes, partie huileux, partie aqueux, tels que le ſont les ſucs laiteux de pluſieurs de nos végétaux. Il ne me reſtoit plus qu'un ſeul menſtrue à eſſayer; mais auquel je n'avois recours qu'à regret à cauſe de ſa cherté, c'étoit l'éther. Cette liqueur eſt, ſuivant le ſentiment de la plupart des Chimiſtes d'une nature moyenne entre celle des eſprits ardens & celle des huiles les plus ſubtiles; elle eſt d'ailleurs la plus volatile & la plus évaporable de toutes les liqueurs que la Chimie nous ait fait connoître; elle eſt auſſi la ſeule qui m'ait réuſſi parfaitement. Il eſt très-eſſentiel d'avertir ici que ce ſeroit en vain qu'on eſſayeroit de ſe ſervir de l'éther ordinaire, même de celui qui ayant été rectifié par la méthode uſitée, eſt réputé très-bon. Cet éther ordinaire appliqué à la réſine élaſtique, eſt abſolument hors d'état de la diſſoudre. M. Beaumé a fait remarquer avec grande raiſon, dans ſa Diſſertation & dans ſes Mémoires ſur l'éther, que lorſque cette liqueur n'a pas touché à

de l'eau & qu'elle a été exactement ſéparée par la rectification de toute autre liqueur hétérogène, telle que l'eſprit-de-vin ou l'acide vitriolique ſulfureux, elle eſt totalement différente de celle qui n'a pas été préparée avec toutes ces attentions; & cette différence eſt on ne peut pas plus ſenſible dans la diſſolution de la réſine dont il s'agit. Pour être aſſuré d'avoir un excellent éther tel qu'il eſt abſolument néceſſaire à cette opération, il faut rectifier à une chaleur très-douce huit ou dix livres de bon éther ordinaire, & mettre à part les deux premières livres qui paſſent dans cette rectification; cette première portion eſt l'éther le plus pur qu'on puiſſe avoir, & c'eſt peut-être le ſeul ſur lequel on doive compter, quand il s'agit de reconnoître l'action qu'il a, en tant qu'éther, ſur une infinité de ſubſtances.

Quand donc on a de l'éther d'une qualité parfaite, tel que celui que je viens de déſigner, rien n'eſt plus ſimple & plus facile que la diſſolution de la réſine élaſtique. Il ſuffit de la couper en petits morceaux: de la mettre dans un matras ou autre bouteille: de verſer par-deſſus aſſez d'éther pour qu'il la ſurnage de deux travers de doigt: de bien boucher enſuite la bouteille & de laiſſer agir le diſſolvant ſans le ſecours d'autre chaleur que de celle de l'air, en ſe contentant de remuer de temps en temps le matras. Dans l'eſpace de dix ou douze heures, on voit la réſine ſe gonfler conſidérablement; l'éther de ſon côté prend une très-légère couleur jaunâtre, & alors la diſſolution eſt faite.

Cette diſſolution n'eſt point laiteuſe comme l'eſt la réſine lorſqu'elle a ſa liquidité primitive; elle eſt claire & tranſparente; elle a principalement l'odeur de l'éther, mais cette odeur eſt mêlée de quelque choſe de déſagréable qui eſt particulier à la réſine; elle eſt moins fluide que l'éther pur; la réſine y eſt ſi bien diſſoute, & ſi ſuſceptible de reprendre ſa première conſiſtance avec toute ſon élaſticité, que lorſqu'on verſe de la diſſolution ſur un corps ſolide quelconque, elle y forme en un inſtant un enduit de réſine élaſtique. Lorſqu'on verſe de cette même diſſolution dans de l'eau, elle ne forme point une liqueur d'un blanc mat, comme cela arrive toutes les fois qu'on mêle pareillement dans de l'eau la diſſolution d'une réſine ou d'une huile quelconque faite

par l'eſprit de vin; mais elle s'étend uniformément à la ſurface de l'eau, & l'on ne peut voir, ſans admiration, qu'un moment après on enlève de deſſus la ſurface de cette eau une membrane déliée, mais ſolide, extrêmement flexible & ſi élaſtique, qu'on peut l'étendre conſidérablement ſans qu'elle ſe déchire, & qu'elle reprend ſes premières dimenſions auſſi-tôt qu'on ceſſe de la tirer.

Je n'entreprendrai point pour le préſent d'expliquer tous les effets remarquables que j'ai obſervés dans les expériences dont je viens de rendre compte; ces effets peuvent ſans doute nous donner de nouvelles connoiſſances ſur la nature de l'éther & ſur celle des ſucs laiteux des végétaux; mais l'explication de toutes ces choſes exigeroit une trop longue diſcuſſion & demanderoit même de nouvelles expériences.

Je me contenterai donc d'indiquer les uſages qu'on peut faire de la diſſolution de cette réſine & la manière de l'employer. Sa ſolidité, ſon élaſticité, & la propriété qu'elle a de réſiſter à l'action de l'eau, des ſels, de l'eſprit de vin & de beaucoup d'autres diſſolvans, donnent la facilité d'en faire des tuyaux flexibles & élaſtiques qui peuvent être néceſſaires dans pluſieurs ouvrages de mécanique. M. Hériſſant, de cette Académie, qui a diſſout cette même réſine, par l'eſſence de térébenthine, a propoſé d'en faire des ſondes, qui, ſi elles avoient d'ailleurs toutes les qualités convenables, épargneroient des douleurs cuiſantes & de longues ſouffrances à ceux qui ont le malheur d'être obligés de porter de ces ſortes d'inſtrumens, que juſqu'à préſent on n'a pu faire qu'avec des métaux. Les Omaguas, nation nombreuſe qui habite les bords de l'Amazone, emploient cette réſine quand elle eſt encore en lait, pour en faire différens uſtenſiles, comme des goblets, des bouteilles, des ſeringues, des bottes, & autres qui ſont proprement travaillés. Ils y réuſſiſſent en formant d'abord avec de la terre graſſe le moule de la choſe qu'ils veulent fabriquer. Ils enduiſent ce moule ſucceſſivement de pluſieurs couches de réſine liquide, qu'ils font sècher à la fumée, juſqu'à ce qu'ils aient donné à cet enduit l'épaiſſeur convenable, & obſervant de n'appliquer une nouvelle couche qu'après que la précédente eſt aſſez sèche pour ne point s'attacher aux doigts, & lorſque le tout

a la

à la ſolidité convenable, ils retirent la terre avec un outil *. On pourroit par la même méthode faire les mêmes choſes avec la diſſolution de réſine dans l'éther; mais le moule de terre ne réuſſiroit pas pour des uſtenſiles beaucoup plus petits & plus délicats, tels, par exemple, que des tuyaux de la groſſeur d'une plume ou même plus menus. Lorſque j'ai voulu en faire de cette eſpèce, je me ſuis ſervi d'un moule de cire; je trempois un pinceau dans ma diſſolution de réſine, & j'en enduiſois promptement toute la ſurface du moule: mettant ainſi couche ſur couche, juſqu'à ce que l'enduit total eût une épaiſſeur ſuffiſante; alors je jetois le tout dans de l'eau bouillante, au fond de laquelle je l'aſſujettiſſois; la cire ſe fondoit & venoit nager à la ſurface de l'eau; il me reſtoit après cela un tuyau flexible & élaſtique, tel que je le deſirois. Cette opération eſt, comme on le voit, ſimple & facile; on peut par ce moyen faire non-ſeulement des tuyaux droits, mais en faire auſſi de courbes ou de coudés & en ſouder pluſieurs enſemble, ſi l'on en a beſoin. Je ne diſſimulerai cependant point que j'ai trouvé de la difficulté à faire ces tuyaux par-tout d'une égale épaiſſeur & d'une ſurface bien liſſe & bien unie. Cette difficulté vient de ce que la réſine ainſi diſſoute par l'éther, ſe sèche avec une ſi grande promptitude, qu'elle prend corps avant qu'on ait le temps de l'étendre bien uniformément; mais il eſt à préſumer qu'un homme adroit, expéditif, & qui ſe ſeroit exercé à cette ſorte d'ouvrage, parviendroit à faire tout ce qu'on voudroit avec l'exactitude & la proprété convenables.

* M. Freſneau, que nous avons déjà cité, a imité avec ſuccès leurs procédés, & M. de la Condamine a préſenté à l'Académie une paire de bottes molles ornées de deſſins & de fleurs imprimées, de la façon de cet Ingénieur.

OBSERVATIONS

SUR LA

CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES;

Moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir.

PREMIER MÉMOIRE *.

Par M. JARS.

L'EMBARRAS dans lequel j'ai vu plusieurs Entrepreneurs & Directeurs de mines, soit en France, soit en Allemagne, pour introduire de l'air dans les travaux qu'ils dirigeoient, les ouvrages infructueux qu'ils entreprenoient pour y parvenir, m'ont donné envie de connoître comment se faisoit la circulation de l'air dans les souterrains; afin de parvenir à une méthode sûre pour l'y introduire, éviter par-là les ouvrages inutiles qui sont toujours très-dispendieux dans les mines, & chasser le *mauvais air* qui fatigue beaucoup les Mineurs & peut abréger leur vie. Rempli de mon objet, j'en ai parlé à toutes les personnes que je connoissois pour être instruites dans la Géométrie & Physique souterraines; j'ai eu plusieurs entretiens à ce sujet avec des Savans en Saxe. Quelque instructives que fussent ces conversations, elles me laissoient toujours quelque chose à desirer, c'est pourquoi j'ai continué à observer & ai cherché en même-temps à connoître la raison pour laquelle l'air prenoit une route préférablement à une autre; je crois y être parvenu.

Ce Mémoire seroit susceptible d'une très-grande étendue par l'application que l'on pourroit faire des conséquences que j'ai tirées de mes remarques, pour empêcher les appartemens de fumer & pour renouveler l'air dans les Hôpitaux & autres lieux, &c. Mais mes occupations & le voyage que je suis sur le point de

* Ce Mémoire & le suivant ont été lûs par M. Jars les 23 Mai 1764 & 16 Avril 1766, avant qu'il eût été reçu à l'Académie.

faire, ne me permettant d'ici, à quelque temps autre choſe, que des obſervations; je crois devoir faire part à l'Académie des principales que j'ai faites juſqu'à ce jour, & de l'avantage que l'on en peut retirer: il ſuffira à tout Directeur & Inſpecteur de mine intelligent, de connoître les obſervations ſuivantes, & l'application que j'en fais pour lui ſervir de guide dans tous les cas.

J'ai obſervé pendant l'hiver, en viſitant des mines, qu'il y avoit des puits de dix, douze, juſqu'à vingt toiſes de profondeur perpendiculaire, dans leſquels toute l'eau qui ſuintoit à travers le rocher & la charpente, ſe geloit & formoit de la glace dans toute leur hauteur; j'ai obſervé également que le thermomètre de M. de Reaumur, mis dans une mine à quarante-cinq pas de l'embouchure *(a)* d'une de ſes galeries *(b)* ſe tenoit à zéro; dans l'intervalle de cette diſtance, j'ai trouvé de la glace, mais en avançant dans la mine la liqueur du thermomètre eſt montée peu à peu juſqu'à 11 & 12 degrés; c'eſt-à-dire, 1 & 2 degrés au-deſſus de la température des caves de l'Obſervatoire, qui eſt la même dans les mines: j'ai attribué les deux degrés au-deſſus de la température, à l'air échauffé par les ouvriers, & à la flamme de leurs lampes; il y a encore dans de certaines mines des accidens qui occaſionnent ſouvent une chaleur aſſez forte, comme des ouvrages où l'on rencontre une eſpèce de pyrite qui, tombant en efflorescence par le contact de l'air, s'échauffe au point que les ouvriers ſont obligés d'y travailler ſans chemiſe & n'y peuvent réſiſter que très-peu de temps. Les mêmes mines où j'ai obſervé des puits & des galeries dans leſquelles on rencontroit de la glace, avoient d'autres ouvertures où l'on ſentoit un air chaud en y entrant; je voyois ſortir par ces mêmes ouvertures la fumée de la poudre lorſque l'on avoit tiré un ou pluſieurs coups de mines; d'où j'ai conclu que l'air entroit par les ouvrages où j'avois rencontré de la glace & reſſortoit par ceux où l'on reſpiroit un air échauffé.

(a) On nomme *embouchure* d'une galerie ou d'un puits, ſon ouverture extérieure.

(b) On nomme *galeries* les excavations ſouterraines horizontales qui aboutiſſent à d'autres excavations, que l'on fait pour extraire le minéral d'un filon, leſquelles, pour peu que la mine ſoit un peu conſidérable, ont ordinairement pluſieurs iſſues extérieures qui ſont perpendiculaires, horizontales ou obliques.

J'ai remarqué dans le même temps que tous les ouvrages par où l'air entroit dans la mine, étoient inférieurs ou plus bas que ceux par où il ſortoit; ce qui me perſuada que l'on auroit d'autant plus d'air dans une mine, que les ouvrages de communication ſupérieurs ſeroient plus élevés au-deſſus de l'horizontale ou du niveau de ceux pratiqués au pied de la montagne: ces obſervations m'expliquèrent pourquoi l'on conſtruiſoit des tuyaux de cheminées ſur certains puits dans des mines de charbon qui étoient exploitées dans un pays plat; j'en avois demandé pluſieurs fois la raiſon, on m'avoit toujours répondu que c'étoit pour introduire de l'air dans la mine, mais j'ignorois toujours pourquoi l'air entroit plutôt par les ouvrages inférieurs que par les ſupérieurs.

Non-content d'avoir fait pendant l'hiver les obſervations que je viens de rapporter, je voulus examiner ſi la circulation de l'air étoit la même dans toutes les ſaiſons; je ne pus rien conſtater pendant le printemps, on en verra les raiſons ci-après: comme mes premières obſervations avoient été faites lorſqu'il geloit, je choiſis dans l'été des jours chauds pour parcourir les différentes ouvertures de la mine de Cheiſſy en Lyonnois; j'ai fait auſſi les mêmes remarques dans d'autres mines. J'entrai d'abord dans la mine par la même galerie inférieure dans laquelle le thermomètre avoit été en hiver à zéro juſqu'à quarante-cinq pas de ſon embouchure; je ſentis de la fraîcheur en entrant; je poſai mon thermomètre, dont la liqueur étoit à 20 degrés au-deſſus de zéro, à une toiſe intérieurement de l'embouchure de la galerie; après l'y avoir laiſſé une demi-heure, la liqueur deſcendit à 11 degrés; je ſentis la même fraîcheur dans toute la mine; je dirigeai ma marche du côté d'un ouvrage en *échelon-montant* * par lequel on ſort de la mine, c'étoit alors l'ouverture la plus élevée, je remarquai avec ſurpriſe qu'à meſure que j'approchois de l'embouchure, l'air s'échauffoit; je plaçai mon thermomètre à quatre toiſes de ladite embouchure, il monta à 18 degrés: ces obſervations répétées pluſieurs fois & dans pluſieurs mines, m'ont prouvé que l'air qui, dans l'hiver, entroit dans la mine par les ouvrages inférieurs pour

* Ouvrage en *montant* ou *échelon-montant* ſe dit d'une excavation irrégulière qui ſe fait de bas en haut, en ſuivant le filon, pour en extraire le minéral.

reſſortir par les ſupérieurs, prenoit une route contraire pendant l'été. Il ne me ſuffiſoit pas d'être parvenu à connoître parfaitement la façon dont l'air circuloit dans les mines, je voulois encore ſavoir quelle en étoit la raiſon & ce qui déterminoit l'air dans une ſaiſon à prendre une route préférablement à l'autre : voici le raiſonnement que j'en ai tiré, & de quelle façon je le prouve.

Je ſuppoſe AB une galerie à l'extrémité de laquelle il y a un puits CB de dix toiſes de profondeur, ſon embouchure C eſt donc dix toiſes plus élevée que celle A de la galerie; ABC eſt un ouvrage ſouterrain, dont l'air doit être tempéré, c'eſt-à-dire à 10 degrés : mais l'air de l'atmoſphère pendant l'hiver eſt à zéro & même au-deſſous, c'eſt-à-dire de 10 degrés moins dilaté que celui renfermé dans le ſouterrain; je dois donc conſidérer au-deſſus du puits CB une colonne de toute la hauteur de l'atmoſphère, laquelle auroit pour baſe l'ouverture du même puits, & dont le degré de chaleur eſt égal à zéro juſqu'à la ligne horizontale CD, plus la colonne CB qui eſt à 10 degrés. Je conſidère de plus ſur le point A une colonne également de toute la hauteur de l'atmoſphère, par conſéquent égale à celle qui eſt ſur le puits CB, avec la différence que ſon degré de chaleur eſt égal à zéro ſur toute ſa hauteur, tandis que la première a une partie de dix toiſes CB qui eſt à 10 degrés; donc la colonne de l'atmoſphère qui ſuit la ligne DA eſt plus peſante que celle qui ſuit la ligne CB, puiſqu'elle contient beaucoup plus d'air dans un même volume : comme elle preſſe ſur le point A, elle obligera l'air contenu dans le ſouterrain ABC de ſortir par le puits C, ce qui établira le courant d'air dans la mine. Fig. 1.

Si je conſidère actuellement ce qui arrive pendant l'été, en ſuppoſant l'air de l'atmoſphère à 20 degrés de chaleur; je dis, la colonne ſur CB eſt à 20 degrés de chaleur juſqu'à CD, qui eſt la ligne horizontale; mais CB n'eſt qu'à 10 degrés, laquelle fait partie de toute la colonne de la hauteur de l'atmoſphère : donc cette colonne ſur CB eſt plus peſante que celle ſur le point A, puiſque cette dernière eſt dans toute ſa hauteur à 20 degrés de chaleur, tandis que la première a une partie de dix toiſes d'air moins dilaté, & par conſéquent plus peſant; d'où il réſulte que

pendant l'été la colonne d'air ſur le puits *CB*, doit, par ſon
Fig. 1. propre poids, obliger l'air intérieur à ſortir par l'ouverture *A*, & en procurer ainſi la circulation.

J'ai remarqué depuis très-long-temps & je l'ai ouï dire à tous les Mineurs, que l'air circuloit difficilement dans les mines à la pouſſe & à la chute des feuilles, c'eſt-à-dire pendant le printemps & l'automne, il eſt même des ouvrages que l'on ſuſpend alors faute d'air, les chandelles & les lampes ne pouvant brûler qu'avec peine; j'avois toujours cherché inutilement à en connoître la cauſe, mais le problème eſt réſolu actuellement puiſque l'on ſait que dans le printemps & l'automne l'air extérieur approche le plus de la température, par conſéquent il fait, pour ainſi dire, équilibre avec celui qui eſt renfermé dans les mines; on doit même ſentir toute la difficulté que l'air a à s'établir un courant dans ces ſaiſons où il eſt tantôt au-deſſus & tantôt au-deſſous de 10 degrés, ſur-tout dans les ouvrages un peu conſidérables où l'air a beaucoup d'eſpace à parcourir : comme le degré de chaleur varie pluſieurs fois dans la même journée, les colonnes d'air de l'atmoſphère preſſent alternativement ſur les différentes ouvertures des mines, ce qui en rend la circulation fort difficile.

On eſt en uſage dans pluſieurs mines, lorſque l'air y manque, d'y deſcendre des grilles avec du feu; cette méthode eſt très-bonne & doit réuſſir certainement au printemps & vers l'automne, dans les travaux qui ont été faits ſuivant les principes que je viens d'établir; car ſi toutes les ouvertures d'une mine étoient faites à une même hauteur horizontale, le feu que l'on deſcendroit dans le fond de la mine, s'y éteindroit ainſi que le font les lampes & les chandelles, à moins que la grille de feu ne fût ſuſpendue au tiers ou au milieu d'un des puits, elle feroit alors l'effet du fourneau décrit dans le *Traité de l'art des mines de M. Lehmann, traduit en françois, page 50, figures 1 & 2, planche III.* J'ai vu ce fourneau exécuté avec ſuccès dans une mine de plomb aux environs de la ville de Freiberg en Saxe; ceci ſe rapporte toujours à ce qui a été dit plus haut, qui eſt d'avoir un air plus dilaté dans un endroit que dans un autre. Je donnerai plus bas les moyens

les moins diſpendieux pour ſe procurer de l'air dans les cas principaux qui ſe rencontrent dans l'exploitation des mines.

Pluſieurs perſonnes ſont perſuadées que ce n'eſt qu'en multipliant beaucoup les ouvertures des mines que l'on peut y introduire de l'air, c'eſt une erreur dangereuſe pour un Inſpecteur qui eſt à la tête d'une exploitation. L'on doit ſentir que quand même on feroit dix puits ſur un même ouvrage ſouterrain, ſi leur embouchure eſt à la même hauteur horizontale, on n'aura pas beaucoup plus d'air que s'il n'y en avoit qu'un, parce qu'alors toutes les colonnes d'air de l'atmoſphère étant d'un égal poids, elles ſont équilibre entre elles, il eſt impoſſible qu'il puiſſe s'établir un courant d'air: cette multiplicité d'ouvertures eſt très-diſpendieuſe, ſur-tout ſi les ouvrages ſont profonds; en outre, plus l'on fait d'ouvertures dans une montagne, plus on augmente les filtrations d'eau, & par conſéquent les dépenſes de l'exploitation.

Il en eſt de même pour les ouvrages horizontaux; voici un exemple dont j'ai été témoin. Ayant fait une galerie qui avoit vingt toiſes de longueur depuis ſon embouchure, on creuſa ſur le filon un puits d'environ dix à douze toiſes, l'air y manqua, on s'aviſa de faire une ſeconde galerie au même niveau que la première, & qui vint aboutir au même puits, comptant par-là établir un courant d'air, mais lorſqu'elle fut achevée, on n'eut pas plus d'air qu'auparavant, il fallut ſe déterminer à faire un puits extérieur qui vint répondre au puits ſouterrain, ce fut alors que l'on eut de l'air ſuffiſamment pour continuer les ouvrages projetés. Le fait que je viens de citer eſt arrivé en France; en voici un autre d'une plus grande conſéquence que j'ai vu dans les mines de Schemnitz en Hongrie, dans l'année 1758. On continuoit les travaux d'une galerie d'écoulement, qui étant achevée aura deux mille trois cents cinquante-neuf toiſes de longueur, on n'avoit plus alors que ſept cents quatre-vingt-deux toiſes à faire pour l'achever, comme on y travailloit de deux côtés, on eſpéroit que le percement ſe feroit au bout de ſept ans, ainſi ſuivant toute apparence, cette galerie ſera achevée l'année prochaine *: comme la montagne eſt d'une hauteur prodigieuſe,

* Depuis la lecture de ce Mémoire, les nouvelles publiques nous ont

il a été impoſſible d'y pratiquer pluſieurs puits de reſpiration, on en a fait un ſeul dans un vallon; lorſqu'il fut à la profondeur que devoit être la galerie, on mit des ouvriers à droite & à gauche pour accélérer l'ouvrage; dès que l'on eut fait le *percement* avec la partie de la galerie qui venoit du côté de l'embouchure, & que celle qui étoit dirigée du côté de la montagne fut un peu avancée, on y introduiſit de l'air à l'aide d'une machine à peu près ſemblable à celle dont j'ai lû la deſcription à l'Académie, & qui ſert à élever l'eau dans les mêmes mines *, on auroit pu lui ſubſtituer un ſoufflet à trompe qui auroit fait le même effet & n'auroit pas coûté la vingtième partie de la dépenſe de cette machine; mais on pouvoit ſe paſſer de l'un & de l'autre comme on le verra ci-après; indépendamment de cette machine, on imagina de commencer depuis ce puits du vallon, une galerie parallèle & au même niveau que la grande, avec l'attention de faire des *percemens* de diſtance en diſtance avec la galerie principale pour lui communiquer de l'air, ce que l'on a exécuté, & continué vraiſemblablement de faire, c'eſt cependant une dépenſe, tout calcul fait, de plus de deux cents mille livres, & qui eſt fort inutile comme je vais le prouver. Si l'on fait attention que ces galeries ſont au même niveau, il eſt aiſé de conclure que les colonnes d'air ſont équilibre entre elles, par conſéquent l'air ne peut ſe changer, mais afin qu'il puiſſe le faire, on a fait une porte qui ſépare la communication de l'embouchure de la ſeconde galerie avec le puits du vallon; de cette façon, l'air entre pendant l'hiver par la ſeconde galerie, paſſe dans la grande, & vient reſſortir par le puits, le contraire arrive pendant l'été; cette ſeconde galerie ne repréſente donc qu'un tuyau ou conduit que l'on prolongeroit à meſure que la galerie ſeroit avancée, ce que l'on auroit pu faire dans cette galerie principale en lui donnant une capacité ſuffiſante pour le paſſage de l'air néceſſaire; cela étoit fort aiſé, puiſque cette galerie a neuf pieds de haut ſur cinq pieds de large dans le bas.

appris que cette galerie étoit communiquée avec les ouvrages ſouterrains dont on vouloit écouler les eaux.

* Elle eſt décrite dans le *V.e Volume* des Mémoires préſentés à l'Académie.

Il

Il y a des perſonnes auſſi qui penſent que l'on ne peut avoir de l'air dans une galerie commencée au jour, à moins que l'on ne faſſe un puits de reſpiration de cinquante en cinquante toiſes; la multiplicité de ces puits n'eſt utile qu'autant que l'on veut accélérer l'ouvrage de cette galerie en travaillant dans pluſieurs endroits à la fois, ce qui n'eſt encore praticable que lorſque la montagne n'eſt pas trop élevée, & que l'approfondiſſement des puits n'eſt ni trop long ni coûteux.

Cette circulation artificielle de l'air, qui fait le ſujet d'un Mémoire de M. Triewald, inſéré dans les Actes de l'Académie de Suède*, ſe trouvera compriſe dans les exemples que je vais donner ſur l'application que l'on peut faire des principes que je viens d'établir. * *Tome I.*

On a commencé une galerie au point *A*, dirigée ſous une montagne; je dis que cette galerie peut être continuée ſans faire de puits de reſpiration, juſqu'à ce que le montant *FI* de la galerie *AB* qui eſt au-deſſus de la ligne horizontale *AG*, ſoit égal à la hauteur *KL* de la galerie, ou plutôt que le point *F* formant le ſol de la galerie à ſon extrémité, ſoit au même niveau que le point *K* qui en eſt la partie ſupérieure à ſon embouchure *M*; à cet effet, je diviſe la galerie en deux parties par un plancher *EM*, bouché exactement dans toute ſa longueur, afin que l'air n'y ait aucun paſſage: ce plancher, que les Allemands nomment *treppen-werck*, eſt néceſſaire pour pouvoir rouler la brouette par-deſſus & n'être pas incommodé par l'eau qui paſſe par le canal fait ſur le ſol de la galerie; il exige dans ce cas-ci d'être fait avec plus de ſoin que lorſqu'il ne ſert qu'à cet uſage; on le fait à meſure que l'on avance la galerie: à l'aide de cette ſéparation on a deux colonnes d'air, dont le poids eſt différent, puiſqu'elles ſont inégales en hauteur & en denſité; par exemple, en hiver l'air entrera dans la galerie par le canal *AE*, renouvellera l'air au point *E* pour venir reſſortir par l'embouchure *M* de la galerie; le contraire arrivera pendant l'été: ſur ce principe on peut calculer de quelle longueur peut être faite une galerie ſans puits de reſpiration; par exemple, ſuppoſons la galerie *KL* de ſix pieds, & que l'on veuille donner dix-huit pouces de pente par cent toiſes, il eſt évident que ce ne ſeroit qu'à quatre cents toiſes que le ſol Fig. 2.

de la galerie à ſon extrémité, ſeroit au même niveau que ſa partie ſupérieure à ſon embouchure; qu'alors les colonnes d'air ſeroient en équilibre & qu'il n'y auroit plus de circulation; ceci eſt bon pour la théorie, car je doute fort que cela eût lieu dans la pratique juſqu'à ce point-là; on en ſentira aſſez les raiſons ſans avoir beſoin de les détailler: mais il y a un remède qui n'eſt pas coûteux, c'eſt de faire le puits CD & de mettre une porte à l'endroit N de la galerie; pour lors, à l'inſpection ſeule de la figure, on verra que l'on met une différence dans la peſanteur de la colonne d'air de toute la hauteur du puits, ſi la montagne n'eſt pas bien élevée: ce puits ſeroit au moins autant néceſſaire pour faciliter l'extraction des matières, que pour la circulation de l'air; mais ſi au contraire la montagne eſt fort élevée, & que, calcul fait, la dépenſe du puits ne fût point compenſée par l'avantage qui en réſulteroit pour extraire les matières, il ſuffira, pour établir le
Fig. 2. courant d'air, de faire le puits OQ & la porte P proche de l'embouchure de la galerie; pour peu que ce puits ait de la profondeur, on voit qu'il ſera aiſé de pouſſer la galerie fort avant dans la montagne; mais au cas que l'air vînt encore à y manquer par une plus longue continuation de cette galerie, on peut augmenter la hauteur du puits en conſtruiſant ſur le point O une cheminée d'autant plus haute que la galerie ſera prolongée plus avant: ſi dans la même galerie AB, on veut approfondir le puits RS, il ſera facile d'y introduire de l'air en mettant un tuyau ou conduit au canal inférieur de la galerie; il faut qu'il ſoit fermé exactement pour empêcher la communication de l'air, & qu'il ſoit prolongé à meſure que l'on creuſera le puits, comme je l'ai repréſenté par RT; la vue ſeule de la figure en facilitera la démonſtration.

Fig. 3. Je ſuppoſe le puits CD fait dans un pays plat, du point D on pouſſe la galerie DF; arrivé au point F l'air manque de façon à ne pouvoir pas continuer l'ouvrage; je dirai dans l'exemple ſuivant ce que je penſe que l'on doit faire alors; mais le parti que l'on prend ordinairement, eſt d'approfondir un puits EF ſur le point F; il n'eſt pas douteux qu'alors on a un peu d'air, par la même raiſon que l'on en a eu par le puits CD au point D, & dans la galerie DF.

On ſait que dans un puits perpendiculaire on a de l'air juſqu'à une certaine profondeur qui ne peut être déterminée.

Mais ce n'eſt point un renouvellement d'air ſuffiſant que l'on ſe procure par le puits *EF*, puiſque les deux embouchures *C*, *E* des deux puits ſont ſur la même ligne horizontale *AB*, par conſéquent les colonnes d'air ſont équilibre entr'elles: on continue la galerie *FH;* l'air manque de nouveau lorſque l'on eſt au point *H;* dans ce cas il y a des endroits où l'on eſt en uſage de faire une cheminée *EG* ſur l'embouchure *E* du puits *EF;* il n'eſt pas douteux que par-là on rend le poids des colonnes d'air inégal, & l'on établit la circulation; ceux qui ne connoiſſent pas les cheminées font un nouveau puits ſur le point *H;* à l'aide de la cheminée on peut continuer la galerie *FH* juſqu'à une certaine diſtance, mais on peut la pouſſer plus loin en s'y prenant comme il ſuit: je ferois un plancher ſur la galerie *FH*, pareil à celui du premier exemple; je prolongerois le plancher avec la galerie & ferois une porte au point *I*, par-là, l'air qui entreroit par l'embouchure *C*, eſt obligé de paſſer au point *H* pour venir reſſortir par *G;* de même celui qui entreroit par *G*, ſeroit obligé, toujours en paſſant au point *H*, de reſſortir par *C;* en ſuivant cette même méthode, je puis approfondir un puits au point *H* ou ailleurs, & à telle profondeur qu'il ſera néceſſaire, ſans autre ſecours que celui d'un tuyau, que je conduirois à meſure que j'approfondirois le puits, lequel tuyau ne doit avoir de communication qu'avec le canal qui occupe le ſol de la galerie *FH*. Fig. 3.

Je dois obſerver qu'il eſt inutile que la cheminée ſoit faite en cône tronqué; ce ſeroit même un inconvénient ſi l'ouverture en étoit trop petite, ce dont on s'apercevroit aiſément en été, que l'air eſt obligé d'entrer dans la mine par cette ouverture.

Je ſuppoſe un puits *AB*, au fond duquel je ſuis obligé de faire la galerie *BC* pour ſuivre le filon; *B* eſt l'endroit où l'air a commencé à manquer; pour le renouveler, je fais conſtruire à côté de l'embouchure du puits, le fourneau *E*, décrit par le Traducteur de Lehmann, avec une cheminée *EF*, que l'on élève d'autant plus que l'on veut ſe procurer davantage d'air, je place un tuyau ou canal bien fermé le long d'un des angles du puits, Fig. 4.

Fig. 4. lequel par une de ſes extrémités G entre dans le fourneau, l'autre extrémité du tuyau s'alonge à meſure que les ouvrages avancent, comme de G en H & de H en I; on ſe figure aiſément que dans l'hiver & l'été il y aura une circulation d'air naturelle, mais dans le printemps & l'automne il ſera néceſſaire de faire du feu dans le fourneau E, à l'aide duquel on dilatera l'air depuis E juſqu'en F, ce qui rendra la colonne plus légère; alors celle qui eſt ſur le point A preſſera vivement de A en B pour entrer dans le canal IHG, & procurera ainſi un renouvellement d'air à l'extrémité C de la galerie: ſi l'on veut ſuivre le filon de l'autre côté du puits, comme de B en D, il ſera facile de faire un autre tuyau de K en H, qui diviſera le courant d'air en deux branches; il ſeroit néceſſaire alors que le tuyau GH fut un peu plus grand que ſi l'on avoit à faire circuler l'air dans une ſeule galerie.

Après tous les exemples que je viens de citer pour ſe procurer un bon & ſuffiſant changement d'air dans les mines, il me reſte à dire, que dans des ouvrages un peu étendus, il ſuffit ſouvent de ſavoir faire placer à propos des portes dans de certains endroits pour avoir une bonne circulation d'air; quelquefois même elles ſont néceſſaires auſſi pour empêcher un trop grand courant d'air qui éteindroit les chandelles & les lampes. Toute perſonne qui poſſédera bien tout ce qui a été dit ci-deſſus, trouvera aiſément des moyens dans tous les cas qui ſe préſenteront.

Fig. 1

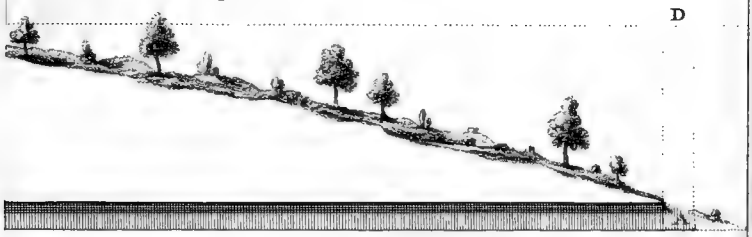
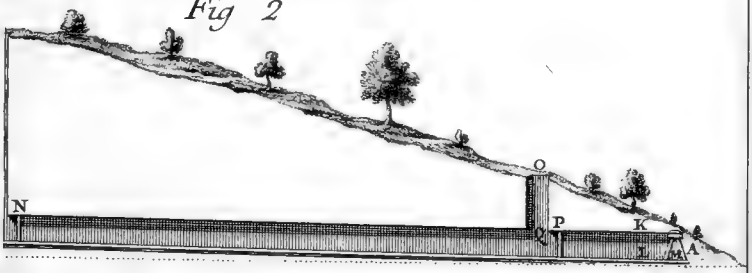


Fig 2



Pla I

Fig. 1

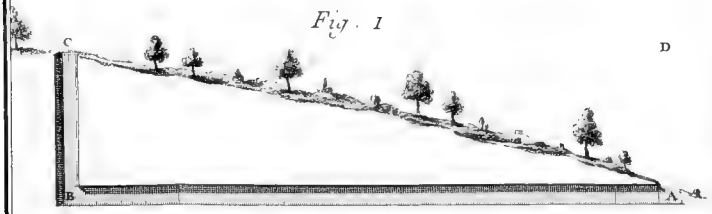
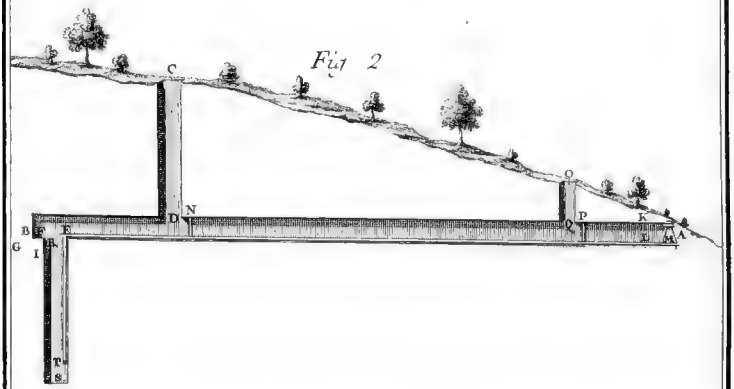


Fig 2



J. Ingram del et sc

Fig. 3

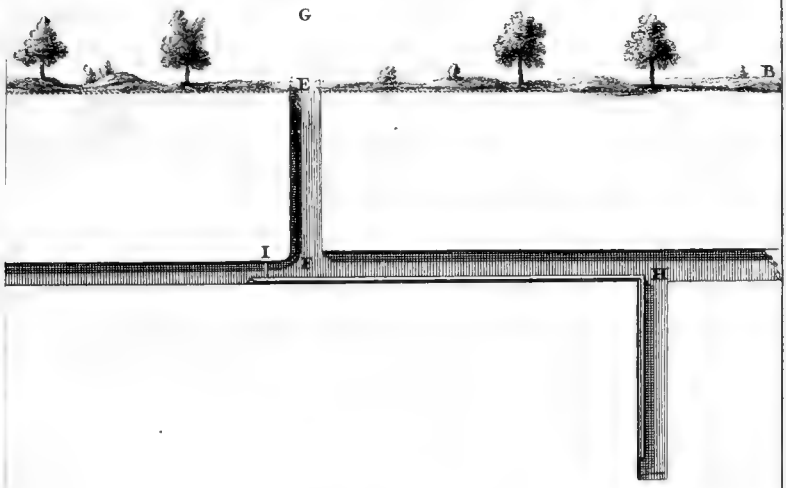
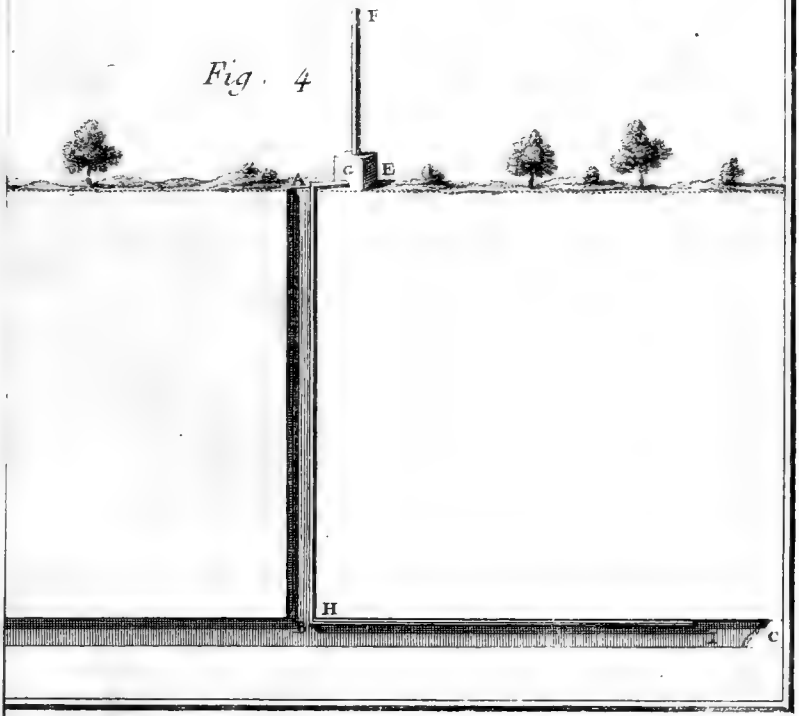
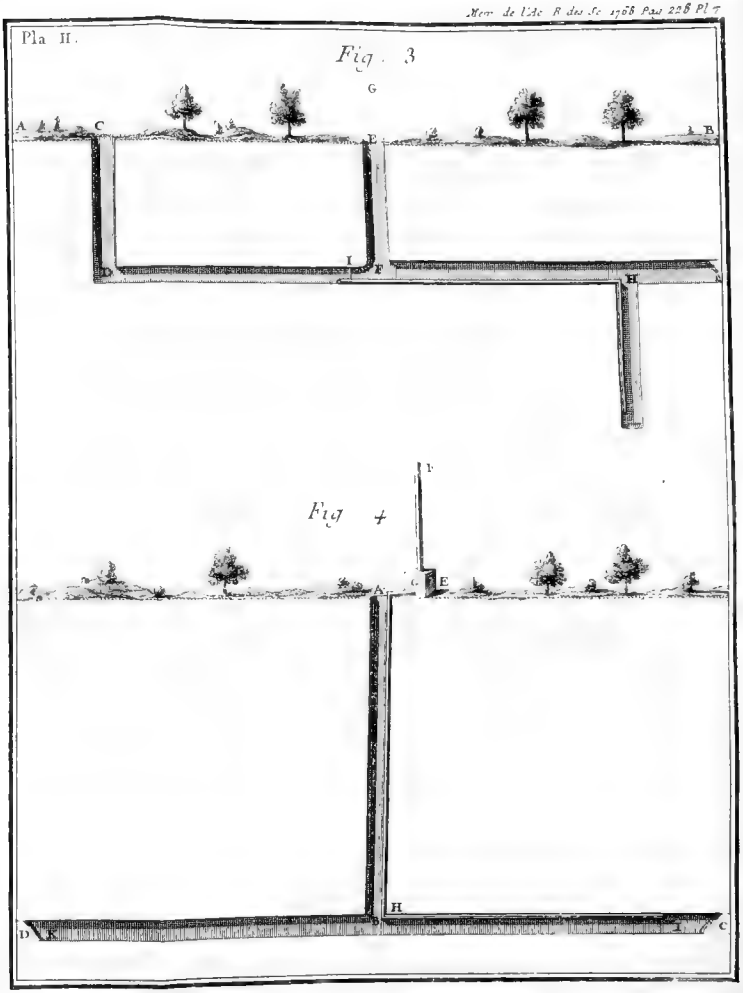


Fig. 4



Pla II.

Fig. 3



J. Ingram del. et sc.

OBSERVATIONS
SUR LA
CIRCULATION DE L'AIR DANS LES MINES;
Moyens qu'il faut employer pour l'y maintenir.
SECOND MÉMOIRE.

Par M. JARS.

DANS le Mémoire précédent, j'ai établi la théorie de la circulation de l'air dans les Mines, & en ai donné l'application dans tous les cas qui peuvent ſe préſenter : on emploie dans pluſieurs endroits de bonnes machines, mais qui ſeroient ſouvent fort inutiles à ceux qui feroient uſage des vrais principes; ce n'eſt qu'après beaucoup d'obſervations, faites en différens temps de l'année dans pluſieurs Mines en Europe, que je ſuis parvenu à trouver ce que je cherchois : quelque perſuadé que je fuſſe alors de leur importance, je n'imaginois pas que la conſervation de la vie des hommes y fut autant intéreſſée, j'en ai été convaincu parfaitement dans le voyage que j'ai fait en Angleterre; on le ſera, ainſi que moi, dès qu'on ſera inſtruit des obſervations que j'y ai faites, & que je vais rapporter.

Mouſette ou mauvais air dans les mines de charbon, nommé foul-air *en Angleterre.*

Dans le comté de Cumberland ſur les côtes occidentales de l'Angleterre, on exploite, joignant la ville de Whithe-haven, une mine de charbon très-étendue; ſes ouvrages ſont actuellement à un quart de lieue en avant ſous la mer : j'en donnerai la deſcription dans un autre Mémoire, avec mes obſervations ſur les mines de

charbon en Angleterre. Les mines des environs de cette ville & celles de Workington qui en ſont éloignées de huit milles, ont été ſujettes de tout temps à une très-grande quantité de *moufettes* ou *mauvais air*, d'autant plus dangereux qu'il en a coûté la vie à un très-grand nombre d'ouvriers; un mois & demi avant mon arrivée à White-haven, il y eut ſix ouvriers de bleſſés dangereuſement; & pendant mon ſéjour, il y en eut deux de tués & pluſieurs brûlés dans la mine de Workington, dont je viens de parler.

Ce *mauvais air* s'enflamme avec beaucoup de facilité, & cela le rend d'autant plus dangereux que l'on ne peut en prévoir l'inſtant; la flamme d'une chandelle ou celle d'une lampe l'allume très-aiſément : pour éviter les accidens, on ſe ſert de pluſieurs machines nommées *flint-mill* ou *moulin à ſilex;* ce moulin eſt compoſé d'un cadre de fer d'environ 15 pouces de long ſur 8 pouces de large, lequel renferme une roue dentée de 7 à 8 pouces de diamètre qui engraine dans un pignon qui en peut avoir un pouce $\frac{1}{2}$ ou 2 pouces, ſur le même axe duquel eſt une petite roue d'acier de 4 à 5 pouces de diamètre, & fort mince: à l'aide d'un de ces moulins, un homme peut éclairer cinq à ſix ouvriers qui ſont au travail, en appuyant cette machine contre ſon ventre d'une part & ſur un endroit fixe de l'autre; d'une main, il tient une pierre à fuſil contre la roue d'acier, & de l'autre, il tourne une manivelle adaptée à l'axe de la grande roue dentée, qui, par ſon engrainement en tournant, fait aller fort vîte la roue d'acier, laquelle donne beaucoup d'étincelles par ſon frottement contre la pierre à fuſil.

Cette machine, quoique moins dangereuſe qu'aucune autre invention connue pour donner de la clarté, n'eſt pourtant pas des plus ſûres, puiſque les étincelles qu'elle produit, ſont capables d'allumer le *mauvais air*, on en a un exemple tout récent, lorſque le feu enflamma la moufette dans le dernier accident cité ci-deſſus, il n'y avoit d'autre feu, lumière ou clarté dans cet endroit que celle que donnoient les pierres à fuſil. Lorſqu'il n'y a point du tout de circulation d'air & que les moufettes ſont trop abondantes, les étincelles ne donnent aucune lueur, les ouvriers abandonnent

promptement cet endroit, ſans quoi ils courroient riſque d'y périr, ils en ſont quelquefois extrêmement malades, & tombent ſans connoiſſance; ils y périroient & ſeroient ſuffoqués indubitablement, s'ils n'étoient ſecourus promptement en les tranſportant dans un air frais; pour prévenir un pareil accident, on met toujours pluſieurs ouvriers enſemble pour travailler dans un même endroit, & ils ont la précaution les uns & les autres de s'appeler toutes les cinq à ſix minutes; il n'y a pas de ſemaine où il n'y en ait quelques-uns que l'on eſt obligé de tranſporter à l'air ſans connoiſſance; l'effet du *mauvais air* dans ces cas-là, reſſemble à celui de l'émétique ou d'une purgation très-irritante qui les rend malades pendant pluſieurs jours.

Lorſque le feu prend au *mauvais air*, le plus ſûr moyen pour éviter d'être tué, eſt, lorſqu'on en a le temps, de ſe coucher à terre ſur le ventre & de mettre la tête en terre le plus avant qu'il eſt poſſible.

Dans le nombre de ceux qui ſont tués, il y en a qui à peine ont des marques de brûlures, d'autres qui ſont entièrement rôtis, d'autres enfin qui n'ont aucune bleſſure extérieure; les effets de ce *mauvais air* ſont fort ſinguliers, je crois pouvoir les comparer à ceux de la poudre qui ſeroit renfermée dans un endroit où il n'y auroit point de circulation d'air & qui prendroit feu tout-à-coup, les perſonnes qui ſe trouvent à portée de la flamme ſont rôties ou ſimplement brûlées, les autres ſouffrent par la prompte & grande dilatation d'air qui ſe fait tout-à-coup, mais ſont ſuffoquées immanquablement ſi elles ne ſe mettent à l'abri de la ſubite condenſation & compreſſion de l'air qui lui ſuccède; elles y parviennent en mettant le viſage dans la boue: on m'a aſſuré que lorſqu'il y a une exploſion du mauvais air, il y a plus d'ouvriers tués par ce que l'on nomme *retour de l'air* & que je nomme condenſation, que par le feu. J'ai parlé à un maître Mineur qui a été brûlé quatre à cinq fois, & qui en porte des marques bien apparentes ſur le viſage & ſur les mains, il m'a dit avoir toujours évité le retour du *mauvais air* en ſe jetant à terre ſur le ventre & le viſage dans la boue; les deux ouvriers qui furent tués les deux jours avant que je fuſſe ſur la mine, & avec

leſquels étoit le maître Mineur dont je viens de parler, ont été tués par le *retour de l'air* & n'étoient pas du tout brûlés, tandis que tous ceux qui étoient avec eux étoient brûlés, mais ſans le moindre danger de perdre la vie.

On m'a dit une choſe fort ſingulière, c'eſt que les ouvriers ſuffoqués par l'air, conſervoient de la chaleur dans toutes les jointures de leur corps, & n'étoient roides qu'au bout de deux ou trois jours. Il eſt étonnant qu'avec des accidens auſſi fréquens, on n'emploie pas tous les moyens imaginables pour ſauver ces malheureux, qui vraiſemblablement ne meurent que long-temps après la ſuffocation.

On exploite pluſieurs couches de charbon dans la mine de Workington, la couche ſupérieure n'eſt point travaillée actuellement, mais elle renferme dans ſes anciens ouvrages une très-grande quantité de *mauvais air;* depuis ces vieux travaux juſqu'au jour, on a conduit un petit tuyau dont l'embouchure n'a pas plus d'un pouce $\frac{1}{2}$ d'ouverture, il en ſort continuellement du *mauvais air*, lequel, lorſqu'on y met le feu, brûle perpétuellement & fait un jet de flamme au-deſſus de l'ouverture du tuyau d'environ un pied de hauteur; on l'éteint aiſément en y donnant un coup de chapeau: en mettant enſuite le doigt dans l'embouchure, on ſent un air frais qui en ſort. J'ai préſenté une chandelle allumée au moins à 6 pouces au-deſſus de l'ouverture, l'air y a pris feu promptement, en donnant une flamme bleuâtre & de la couleur de celle de l'eſprit-de-vin: il paroît extraordinaire que le feu ne communique pas par ce tuyau dans le fond de la mine où répond le tuyau, & où il ſeroit de la plus grande imprudence d'entrer avec une lumière. Il y a peu de temps qu'il y avoit un pareil tuyau au-deſſus des mines de White-haven, mais actuellement tous les ouvrages d'où partoient ces tuyaux ſont ouverts, & il y a pleine circulation d'air; le Directeur propoſa alors aux Magiſtrats de la ville de White-haven de conduire depuis la mine différens tuyaux dans la ville, en montrant que par ce moyen on pourroit éclairer toutes les rues pendant la nuit. Lorſque l'exploſion du *mauvais air* met le feu au charbon (ce qui n'arrive pas communément) le plus ſûr moyen que l'on met en

uſage

uſage eſt d'arrêter la machine à feu & de laiſſer monter les eaux de la mine juſqu'à l'endroit où eſt le feu.

Il y a pluſieurs conduits faits en planches & beaucoup de portes dans les mines de White-haven pour introduire & renouveler l'air dans pluſieurs ouvrages, ils y font un très-bon effet, ce qui ſert de nouvelle preuve à la théorie que j'ai établie dans le Mémoire précédent & à l'application que j'en ai donnée : il ne faut pas être fort habile Phyſicien pour être convaincu qu'au moyen des principes précédemment établis, il ne ſoit fort aiſé de chaſſer le mauvais air des endroits dangereux, il n'arrive des accidens que parce que l'air n'eſt pas renouvelé, & qu'il ſe raréfie par une matière inflammable bitumineuſe & très-ſubtile qui s'évapore continuellement de la couche de charbon ; ce qui en eſt une preuve, c'eſt qu'après une exploſion, on peut travailler pendant pluſieurs jours dans le même endroit ſans aucun danger. J'ai parcouru pluſieurs ſouterrains des mines de White-haven où il y a eu nombre d'ouvriers de tués, mais il n'y a pas le moindre danger, actuellement qu'il y a une entière circulation d'air ; les mines de White-haven ſont très-commodes par leur diſpoſition pour y procurer naturellement un renouvellement d'air, puiſqu'il y a des puits dont les embouchures ſont de beaucoup plus élevées les unes que les autres. Il n'en eſt pas de même pour les mines de Workington, dont les ouvertures ſont preſque au même niveau, mais à l'aide d'un conduit un peu large dont une des extrémités ſe prolongeroit dans la mine à meſure que l'on avanceroit les ouvrages, & l'autre viendroit répondre dans le fourneau de la machine à feu, on établiroit un courant d'air très-ſuffiſant pour mettre les ouvriers en ſûreté.

Il eſt de la dernière importance de faire obſerver ici que lorſque l'on pratiquera ou conſtruira des tuyaux dans les mines pour la circulation de l'air, on aura attention de donner à ces tuyaux le plus de capacité qu'il ſera poſſible ; plus on augmentera la ſurface de ſa baſe, plus on donnera de peſanteur à la colonne d'air de l'atmoſphère, cela eſt d'autant plus néceſſaire que les tuyaux pour la conduite de l'air auront plus de longueur,

& que par conſéquent l'air éprouve un plus grand frottement le long des parois deſdits tuyaux, lequel peut venir au point de détruire ou abſorber totalement l'effort de la colonne de l'atmoſphère ; je dois encore obſerver, pour mieux faire ſentir l'importance de ce que j'avance, qu'il eſt des temps de l'année où l'air extérieur eſt preſque en équilibre avec l'intérieur; que par conſéquent la différence ne peut être ſenſible qu'autant que la colonne de l'atmoſphère eſt plus peſante par ſon volume ou par ſa denſité.

Les mines de charbon ne ſont pas les ſeules qui ſoient ſujettes aux effets du *mauvais air*, j'ai viſité une mine de plomb ſituée dans la partie de Abſtoumorre ſur les limites du Cumberland & du Northumberland, dans laquelle le mauvais air a été funeſte à pluſieurs ouvriers; quoiqu'il ne ſoit point ſujet à s'enflammer comme celui des mines de charbon, il ne laiſſe pas que de ſuffoquer les ouvriers au point que s'ils ne ſont pas ſecourus promptement en les tranſportant dans un air frais, ils en périſſent & avec les mêmes effets que ceux qui ſont ſuffoqués dans les mines de charbon dont j'ai fait mention ci-deſſus ; il ſeroit fort aiſé de chaſſer ce mauvais air par des tuyaux de communication d'un ouvrage à l'autre ſi les Directeurs de cette mine entendoient bien la théorie de la circulation de l'air dans les mines, car les embouchures extérieures de pluſieurs ouvrages, diffèrent très-conſidérablement pour les hauteurs.

Depuis que j'ai quitté le nord de l'Angleterre, il y a eu un exemple bien terrible des effets dangereux du *mauvais air.* Il y a environ un an que le feu prit au mauvais air dans la mine de *Walker,* l'une des plus conſidérables qui ſoient exploitées aux environs de la ville de Newcaſtle dans le comté de Northumberland, ſon exploſion fut ſi violente que neuf ou dix ouvriers & quantité de chevaux en furent tués, en outre les puits en furent très-endommagés: on avoit deux moyens pour prévenir cet accident, puiſqu'il y a une galerie d'écoulement qui eſt à onze toiſes de profondeur depuis la ſurface du puits, cette différence eſt aſſez forte dans la hauteur des colonnes de l'atmoſphère pour en rompre

l'équilibre à l'aide des tuyaux de communication, en outre il y a une machine à feu ſur un des puits de ladite mine.

Par pure humanité, je me ſuis cru obligé de communiquer ma méthode à pluſieurs perſonnes en Angleterre, j'ignore ſi elles en auront fait uſage, mais je ne doute pas qu'elle ne ſoit adoptée généralement auſſi-tôt qu'elle ſera rendue publique, elle eſt d'une trop grande utilité pour tous ceux qui font exploiter des Mines.

REMARQUES SUR LE PASSAGE DE VÉNUS QUI S'OBSERVERA EN 1769.

Par M. DE LA LANDE.

LE projet que M. le Gentil a communiqué à l'Académie, d'aller obſerver le paſſage de 1769, aux îles Mariannes, me paroît préférable à celui de faire cette obſervation à Pondicheri, ou dans la preſqu'île de l'Inde, comme on l'a propoſé dans la dernière aſſemblée.

1.° Le Soleil ſera plus élevé aux îles Mariannes, plus dégagé des vapeurs de l'horizon, & l'obſervation s'y fera par cette raiſon plus exactement.

2.° La ſortie de Vénus devant arriver aux îles Mariannes à $13^h\ 45'$, ſuivant la carte que j'ai donnée de ce paſſage, & à Péterſbourg à $13^h\ 49'$, il y aura dans la comparaiſon de ces obſervations $4'$ de différence pour conclure la parallaxe du Soleil; au lieu qu'à Pondicheri, où elle arrivera à $13^h\ 50'$, il n'y auroit qu'une ſeule minute.

3.° Il y auroit plus d'avantage à Pondicheri, relativement à la mer du ſud, où la ſortie arrivera à $13^h\ 36'$; mais le voyage de la mer du ſud eſt ſi incertain pour nous, que je ne voudrois pas combiner la marche de M. le Gentil ſur ce voyage de la mer du ſud.

4.° Le voyage du Mexique, pour lequel nous avons plus d'eſpérance, aura le même avantage, comparé avec le nord de la Ruſſie & de la Suède, que ſi l'obſervation étoit faite à Pondicheri; ainſi l'on n'y feroit que la répétition des obſervations du nord, que nous ne pouvons manquer d'avoir en aſſez grand nombre, en Ruſſie, en Suède, en Danemarck. Il eſt donc plus naturel de ſe ménager une obſervation plus orientale & plus ſûre aux îles Mariannes.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES
FAITES POUR DÉTERMINER
LA LONGITUDE DE MANILLE.

Par M. LE GENTIL.

PARMI le grand nombre d'Obſervations que j'ai faites depuis mon ſéjour aux Indes, celles que je viens de faire à Manille, me paroiſſent n'être pas les moins utiles : la ſûreté des Vaiſſeaux qui vont aux îles Philippines exige la connoiſſance de ſa ſituation ; & cette ville elle-même peut être pour l'Europe le ſiége d'un commerce immenſe, juſqu'à effacer en quelque ſorte celui de Quanton.

Il n'en eſt pas de l'île de Luçon comme de toute autre terre; une incertitude de dix à douze lieues, ſur la poſition des côtes occidentales de cette île, eſt de la dernière conſéquence ; les Vaiſſeaux y arrivent preſque tous dans la mouſſon des vents d'oueſt, vents furieux & violens qui forment ſouvent pendant un eſpace de trente à quarante lieues à l'oueſt de Manille, le temps le plus formidable qu'on puiſſe eſſuyer à un attérage: on n'y éprouve que des orages, des tempêtes, des grains violens, un temps obſcur; on eſt ſans ſonde, par conſéquent ſans aucun indice ſûr de la terre. Dans une circonſtance auſſi critique, on eſt obligé de règler ſes manœuvres ſur l'éloignement dont on ſe fait de la terre pour ne pas aller à la côte; or quatre à cinq lieues de plus ou de moins, ſont précieuſes en pareil cas.

M. d'Après, dans ſon *Routier* & dans ſon *Neptune oriental*, ouvrage le plus parfait en ce genre qui ait paru juſqu'à préſent, ſuppoſe la différence des méridiens entre Quanton & Manille, de $7^{d}\ 17'$, & celle de Pulo-Condor (ou île Condor) à Manille, de 13 degrés: il diſcute avec ſa ſagacité ordinaire la longitude relative de ces trois points ; cette longitude, très-différente de celle que l'on trouve dans Pietergoos & dans le Pilote Anglois, met Manille

beaucoup plus dans l'eſt que ne la ſuppoſent ces deux Auteurs. Le premier, beaucoup plus exact que l'autre en tout, s'écarte auſſi beaucoup moins de la vraie poſition reſpective de ces trois points importans, Pulo-Condor, Quanton & Manille; cependant il diffère encore du vrai, & Manille eſt même encore plus dans l'eſt que ne la ſuppoſe M. d'Après: on a peine à concevoir qu'il y ait tant de diverſité d'opinions ſur des diſtances auſſi petites que celles de ces trois points, diſtances que les Vaiſſeaux parcourent dans les mêmes ſaiſons & avec les mêmes vents ou mouſſons.

M. d'Après prend pour fondement de la longitude de la ville de Manille, la détermination géographique de Pulo-Condor, par le P. Gaubil, Jéſuite; mais de quelle nature ſont les fondemens qui ont ſervi au P. Gaubil pour cette détermination, & quelle exactitude en réſulte-t-il pour la longitude de l'île Condor? C'eſt ce qu'il m'a paru bon d'examiner ici avant que de rapporter les obſervations que j'ai faites à Manille: il en réſultera quelques lumières ſur la Géographie de cette partie de l'Inde.

Il n'y a perſonne qui ne croie (en liſant la préface du *Routier* de M. d'Après, & ſon *Routier* même) que le P. Gaubil n'ait fait une obſervation aſtronomique à Pulo-Condor: voici en effet comme s'explique M. d'Après, *page LIV* de ſa préface... *La ſeconde (Pulo-Condor) eſt placée en conſéquence de l'obſervation aſtronomique du P. Gaubil, à* 8^d $40'$ *de latitude, par* 105^d *de longitude...* & dans ſon *Routier, page 163... leur ſituation (des îles Condor), ſuivant l'obſervation du P. Gaubil, eſt à* 8^d $40'$ *de latitude ſeptentrionale,* 105^d *à l'orient de l'Obſervatoire Royal de Paris*, à la page 233, *ſuivant les obſervations aſtronomiques faites à Pulo-Condor & à Quanton, ſur leſquelles j'ai déterminé dans mes cartes leur ſituation, &c.* or il y a une équivoque dans ces termes: le P. Gaubil a obſervé à la vérité la latitude de Pulo-Condor, de 8^d $35' \frac{1}{4}$; il auroit dû la conclure de 8^d $34' \frac{1}{2}$ ſeulement.

Quant à la longitude de cette île, loin de l'avoir obſervée, il a choiſi, pour la déterminer, la voie la moins ſûre & la plus ſujette à erreur; on peut voir à ce ſujet la lettre du P. Gaubil au P. Souciet, datée de Pulo-Condor le 22 Février 1722;

cette lettre ſe trouve dans l'extrait des obſervations Mathématiques, Aſtronomiques, Géographiques, &c. faites aux Indes & à la Chine, par les PP. de la Compagnie de Jéſus, publiées par le P. Souciet en 1729. A Paris, chez Rollin.

Je prends (dit le P. Gaubil) *la longitude de Pulo-Condor de 105 degrés à l'oueſt* du méridien de Paris, & voici* (continue-t-il) *mon raiſonnement: ſelon M.rs Manfredi & Deſplaces, Batavia eſt plus orientale que Paris de 104 degrés; nous mouillames à la fin d'Octobre vers la pointe de Bantam, la plus au nord de celles du détroit de la Sonde; ainſi la longitude de cette pointe m'étoit connue.... De cette pointe juſqu'ici, la route eſt preſque toujours nord; tirant un peu vers l'oueſt, chaque jour je pus corriger l'erreur de la route calculée, ou par les lieux connus, ou par la hauteur méridienne, & j'ai trouvé Pulo-Condor plus oriental que Batavia d'un degré..... M. de la Hire, au moins dans la deuxième édition de ſes Tables aſtronomiques, ne diffère point de M. Deſplaces & de M. Manfredi, ſur la longitude de Batavia, ou plutôt M. Deſplaces & M. Manfredi l'ont priſe de M. de la Hire, qui met 6h 56' de différence entre les méridiens de Paris & de Batavia: or 6h 56' réduites en parties de l'Équateur, donnent 104 degrés; ainſi Batavia, ſelon eux, eſt plus oriental que Paris de 104 degrés; ſi donc Pulo-Condor eſt plus orientale que Batavia d'un degré, Pulo-Condor eſt plus orientale que Paris de 105 degrés.*

* L'eſt.

Telle eſt la longitude de Pulo-Condor dont ſe ſert M. d'Après, déterminée par le P. Gaubil: or l'on voit que loin d'avoir fait une obſervation aſtronomique à Pulo-Condor, l'auteur n'a pas même employé une méthode ſuſceptible de quelque préciſion. Partir de Bantam pour aller à l'île Condor, au milieu d'une mer remplie des plus forts courans, & ſe ſervir de la route eſtimée pour trouver la différence des méridiens entre cette île & Bantam, eſt une méthode bien peu ſûre.

En vain le P. Gaubil, pour appuyer ſon raiſonnement, nous dit que la route eſt preſque toujours *nord*, & que chaque jour il a pu corriger l'erreur de la route ou par les lieux connus, ou par la hauteur méridienne du Soleil; la ſuppoſition, quant à la route, eſt tout-à-fait gratuite: en effet, la route a pu paroître nord

au P. Gaubil, quoiqu'elle ne le fût pas réellement; & quant à la hauteur méridienne du Soleil, elle peut avoir ſervi à rectifier la latitude eſtimée; mais cette correction que les Marins font tous les jours, ne dit rien pour la longitude, elle leur indique ſeulement que leur Vaiſſeau a été porté dans le nord ou dans le ſud, mais elle ne dit pas ſi c'eſt vers l'eſt ou vers l'oueſt, en ſorte que la difficulté ſur la longitude eſtimée ſubſiſte toujours en entier.

Je veux bien que le P. Gaubil ait quelquefois eu occaſion de corriger ſa route par les lieux connus, c'eſt-à-dire par la vue des terres que l'on trouve ſur la route de Bantam à Pulo-Condor; croit-il pour cela être parvenu au but? le dernier lieu connu dont on a connoiſſance avant que d'arriver à l'île Condor, eſt l'île Timon, à 3 degrés de latitude ſeptentrionale proche la preſqu'île de Malacca, à l'entrée du golfe de Siam. De Pulo-Timon à Pulo-Condor, il y a environ cent vingt-cinq lieues; ce qui fait, à peu de choſe près, la plus grande largeur du golfe de Siam: or dans ce court trajet, les Vaiſſeaux éprouvent des différences conſidérables qui les portent beaucoup à l'eſt de Pulo-Condor, différences occaſionnées ſans doute, pour la plus grande partie, par le golfe de Siam; & ces différences ſont d'autant plus conſidérables qu'on emploie plus de temps à aller de Pulo-Timon à Pulo-Condor: il n'eſt pas étonnant de voir l'erreur monter à vingt, vingt-cinq & même trente lieues. Il ſuit de-là que pour aller de Pulo-Timon à Pulo-Condor, on ſe tromperoit ſi on dirigeoit la route ſur Pulo-Condor, & qu'on en paſſeroit dans l'eſt à une grande diſtance ſans voir cette île, dont il eſt cependant très-important de prendre connoiſſance; on gouverne ſur l'aire de vent qui conduiroit à l'oueſt de cette île d'une quantité à peu-près égale aux différences ordinaires.

Les Marins qui juſqu'ici ont cru que la poſition de Pulo-Condor, telle qu'elle eſt ſur les Cartes de M. d'Après, réſulte d'une obſervation aſtronomique, ſe ſont donc trompés, & j'ai cru qu'il étoit important de les déſabuſer.

Pulo-Condor eſt donc encore un point de Géographie inconnu; en attendant que quelques circonſtances favorables nous le faſſent mieux

mieux connoître, je ſuppoſerai la différence des méridiens entre cette île & la ville de Manille, de 13 degrés; cette différence eſt celle dont M. d'Après ſe ſert pour déterminer la poſition de Manille, en ſuppoſant celle de Pulo-Condor (comme nous l'avons vu) de 105 degrés.

M. d'Après donne dans ſon Routier, les raiſons qui lui ont fait adopter ce réſultat de 13 degrés, & quoique ce réſultat ſoit fondé ſur des routes de Vaiſſeaux; je crois, avec M. d'Après, qu'il ne s'éloigne pas beaucoup de la vérité.

Qu'on ne me reproche pas ici ce que j'ai reproché au Père Gaubil; les choſes ne ſont pas à beaucoup près égales; je ne fais ici qu'une ſuppoſition que je me garde bien de garantir, ne connoiſſant point d'autres déterminations exactes en Géographie que celles qui proviennent des opérations aſtronomiques & géométriques; & quant à M. d'Après dont j'adopte le réſultat, il ne s'eſt pas contenté du journal d'un ſeul Vaiſſeau de Pulo-Condor à Manille; il en a conſulté pluſieurs, & il a fait la même choſe pour le retour: ce qui donne plus de poids à ſa détermination.

L'obſervatoire dans lequel j'ai fait à Manille les obſervations ſuivantes, eſt un donjon à trois étages, fort ſolidement conſtruit; les murs ont 4 pieds d'épaiſſeur par le bas, & près de 3 pieds par le haut; ils forment en s'élevant à la hauteur de 41 pieds $\frac{1}{2}$, une tour carrée de 5 pieds $\frac{1}{2}$ en dedans: cette maçonnerie eſt de brique & en fort bon état.

Sur cette tour carrée eſt placé un cabinet de charpente, fort ſolidement conſtruit, de 16 pieds $\frac{1}{2}$ en carré & de 8 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur; une partie du cabinet eſt ſaillante en dehors d'environ 3 pieds, ce qui me procuroit l'avantage de placer mon quart-de-cercle immédiatement ſur le mur: ce donjon (dans le pays il s'appelle *Mirador*) appartient à un Seigneur de l'audience royale de Manille, nommé Don Manuel Galban.

J'ai déjà mandé à M. de la Lande ce qui m'étoit arrivé, lorſque deſcendu à Manille, je m'occupai du ſoin de chercher un lieu propre pour y faire mes obſervations aſtronomiques; cet Académicien peut juger par la lettre que je lui ai écrite, des facilités que j'ai trouvées & que je trouve tous les jours auprès de M.

l'Oidor Galban pour tout ce qui peut avoir rapport à mes obſervations, facilités qui ſont telles que j'oſe mettre en doute ſi j'en trouverois de pareilles dans une colonie françoiſe qui ſeroit, comme l'eſt celle-ci, à l'extrémité du monde.

Le 28 de Septembre 1766, ma pendule & mon quart-de-cercle étoient en place, mais les mauvais temps ne me permirent pas de prendre de hauteurs correſpondantes avant le 12 Octobre: les mauvais temps reprirent enſuite & durèrent juſqu'au 22 du même mois, qu'il devoit arriver une immerſion du premier Satellite de Jupiter; je trouvai le midi par des hauteurs correſpondantes, le 12 Octobre à $11^h\ 44'\ 9''\ \frac{1}{2}$, & le 22 Octobre à $11^h\ 43'\ 40''\ \frac{1}{3}$; l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter arriva le 22 à $3^h\ 37'\ 34''$ du matin; cependant cette obſervation eſt très-douteuſe: Jupiter étoit à peine élevé de 10 degrés, & l'horizon étoit occupé par des filets de nuages qui s'étendoient à pluſieurs degrés d'élévation, toutes ces cauſes réunies rendoient Jupiter fort mal terminé; de façon qu'un quart-d'heure environ avant l'immerſion, j'avois aſſez de peine à voir le 1.er Satellite.

Le mauvais temps reprit juſqu'au 12 Novembre que je trouvai midi lorſque la pendule marquoit $11^h\ 46'\ 18''\ 42'''$.

Le 14 Novembre, l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter arriva à $3^h\ 51'\ 35''$ du matin, il faiſoit fort beau, & je voyois bien les bandes de Jupiter; cependant ſon diſque n'étoit pas parfaitement terminé, ce qui venoit de quelques vapeurs imperceptibles qui étoient ſans doute dans l'air, cela n'empêche pas que cette obſervation ne ſoit exacte, ayant vu fort diſtinctement tous les Satellites & ſur-tout le premier.

Le 15 Novembre, midi vrai à $11^h\ 46'\ 50''\ \frac{1}{2}$; le 17 il étoit midi lorſque la pendule marquoit $11^h\ 47'\ 23''\ 15'''$; du 12 au 15, la pendule avoit avancé de 10 ſecondes $\frac{1}{2}$ en vingt-quatre heures, & du 15 au 17 de 16 ſecondes $\frac{1}{2}$: cette inégalité dans la marche de la pendule, du 12 au 15, & du 15 au 17, eſt de peu de conſéquence ici, & ne peut tout au plus influer que de 4 ſecondes ſur le moment de l'heure vraie de l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter, obſervée le 14. Depuis le moment de l'obſervation de cette immerſion, les arcs de la pendule allèrent toujours en dimi-

nuant, ce qui me fit penſer que le mouvement de cette pendule étoit gêné, & j'en attribuai la cauſe à l'huile de cocos dont je me ſervis aſſez imprudemment pour cette pendule ; cette huile, qui, comme je l'ai remarqué depuis, ſe sèche, ôtoit par cette raiſon aux roues, & ſur-tout aux pivots du balancier, peu à peu leur libre mouvement; & enfin cette pendule ſe ſeroit arrêtée d'elle-même ſi je ne l'avois pas moi-même arrêtée après les hauteurs correſpondantes. Par les hauteurs du 12, comparées à celles du 15, la pendule auroit retardé de $13'\ 23''\ \frac{3}{4}$ au moment de l'immerſion du 1.er ſatellite de Jupiter; & de $13'\ 19''\ \frac{1}{2}$ par l'obſervation du 12, comparée à celle du 17, avec une différence de 4 ſecondes ſeulement; mais il m'a paru plus naturel de me ſervir du mouvement du 12 au 15, & j'ai trouvé le temps vrai de l'immerſion $4^h\ 4'\ 58''\ \frac{3}{4}$ du matin.

Il ſuffit d'avoir rapporté cette obſervation pour en faire voir la défectuoſité, & par conſéquent l'inſuffiſance, dans la recherche que nous nous propoſons; mais elle ſervira au moins à faire voir que je n'ai négligé aucune des occaſions qui s'offroient de multiplier ces obſervations, le même jour midi vrai, à $11^h\ 42'\ 51''$. Le 6 Décembre, midi vrai à $11^h\ 46'\ 24''\ 16'''$; la marche de ma pendule fut aſſez uniforme depuis le 30 Novembre juſqu'au 6 Décembre, ainſi j'étois préparé ſuffiſamment pour obſerver l'immerſion qui devoit arriver le 7 au matin.

M.rs de Langara & Mabille, qui aſſiſtoient ordinairement à mes obſervations & qui m'aidoient à les faire, s'étoient rendus le ſoir avec moi, & M. le Fiſcal de Manille, curieux d'y aſſiſter auſſi, étoit venu à $3^h\ \frac{1}{2}$ du matin nous joindre dans l'Oſervatoire.

Juſqu'à minuit le temps nous donna quelqu'eſpérance; mais il s'éleva pour lors un vent de nord frais, qui eut bien-tôt couvert tout le ciel de nuages; il ne ſe montra que trois jours après, à la ſuite d'un tremblement de terre aſſez violent, d'un fort ouragan, & d'un déluge de pluie qui dura pendant vingt-quatre heures.

J'obſerverai à cette occaſion que l'Auteur anonyme des deux lettres qui ſont à la fin du premier volume des Tables aſtronomiques de Halley (édition de M. l'abbé Chappe), ſe trompe certainement beaucoup, quand il prétend que le coup de vent qu'eſſuya

M. Anſon, aux îles Marianes, le 22 Septembre 1742, dut cauſer la rupture de la mouſſon dans les mers de la Chine, & la raiſon qu'il en apporte eſt, que cette tempête fut cauſée par la nouvelle Lune qui ſuivit l'équinoxe : on eſt expoſé ici, & dans les mers de la Chine, à ces coups de vent, depuis le 10 ou 15 Octobre juſqu'à la fin de Novembre, & quelquefois juſqu'au 10 ou 15 de Décembre : des perſonnes dignes de foi m'ont aſſuré, que pour l'ordinaire on éprouve à Manille quatre à cinq ouragans ou coups de vent pendant le mois de Novembre; moi-même depuis le 10 d'Octobre juſqu'au 9 de Décembre, j'en compte quatre ſur mon journal, ſans que la mouſſon fût encore véritablement déclarée, & cependant il y a loin de la nouvelle Lune de l'équinoxe de Septembre au 9 de Décembre: j'analyſerai plus particulièrement ce ſyſtème de l'équinoxe & de ſa nouvelle Lune dans mon Hiſtoire des vents.

Le 7 Décembre, à 9 heures du matin, on ſentit un léger tremblement de terre; je ne m'en aperçus pas : mais il n'en fut pas de même de celui qui arriva une demi-heure après, celui-ci fut très-vif, il arrêta ma pendule lorſqu'elle marquoit $10^h\,31'\,25''$.

Le 30 Décembre, j'obſervai une immerſion du premier Satellite de Jupiter, le matin à $3^h\,40'\,18''$ à la pendule.

Cette obſervation eſt paſſablement exacte, il n'y avoit que quelques nuages déliés, & malgré la hauteur de Jupiter j'ai eu la facilité de m'aſſurer que le Satellite étoit réellement diſparu aux environs de $3^h\,40'\,18''$, ſans crainte de commettre plus de 10 à 12 ſecondes d'erreur dans l'obſervation.

Ce jour-là à midi vrai, la pendule marquoit $11^h\,36'\,9''\,23'''$: le mois de Décembre, qui eſt toujours ſi beau à Manille, qu'on m'avoit annoncé comme tel, ſur lequel j'avois fondé mes eſpérances pour multiplier les obſervations de la longitude, ſoit par les immerſions du premier Satellite de Jupiter, ſoit par des obſervations de la Lune comparée aux étoiles, & pour obſerver la longueur du pendule ſimple à Manille; ce mois de Décembre a été tel, que j'ai eu peine à prendre quelques hauteurs correſpondantes du Soleil; ç'a été un des plus mauvais mois de l'année.

Le 5 Janvier 1767, le midi vrai eſt arrivé à $11^h\ 41'\ 29''\ \frac{1}{4}$; le 6 à $11^h\ 42'\ 15''\ \frac{1}{2}$; & le 7 à $11^h\ 43'\ 1''\ \frac{3}{4}$.

Le 8 Janvier, immerſion du premier Satellite de Jupiter, à $0^h\ 5'\ 35''$ du matin; il faiſoit très-beau, auſſi cette obſervation eſt-elle fort exacte.

En ſuppoſant le mouvement de la pendule, tel que le donnent les hauteurs correſpondantes des jours précédens, on aura pour l'heure vraie de cette immerſion $0^h\ 22'\ 10''$.

On pourra remarquer que le mouvement de ma pendule eſt fort différent ici de ce qu'il a été les premiers jours de Décembre; cependant il n'y a pas eu d'inégalité dans la marche de cette pendule, cela vient uniquement d'un petit accident qui lui eſt arrivé, qui a changé la longueur de la verge, où j'avois été obligé de mettre des fils de pite.

J'obſerverai de plus ici que pendant quelques-unes des hauteurs correſpondantes du 6 & du 7, le Soleil me paroiſſoit dans des momens avoir un tremblement d'autant plus ſingulier que mon quart-de-cercle poſé ſur un mur très-ſolide, & qu'il faiſoit calme, ou preſque calme: ce tremblement qui a dû influer un peu ſur mes hauteurs, quoique d'ailleurs aſſez exactes pour l'objet actuel, ne peut provenir que d'un léger tremblement de terre, trop foible pour ſe faire ſentir autrement.

Le 11 Janvier, le midi vrai fut à $11^h\ 46'\ 1''$, & le 12 à $11^h\ 46'\ 44''\ 18'''$.

Je terminerai ici ce premier extrait de mon Journal, me propoſant de pourſuivre le Journal de ces mêmes obſervations, & d'y ajouter auſſi des obſervations de la Lune; celles que je viens de rapporter ont été faites avec un excellent objectif de 15 pieds de foyer, avec deux oculaires de 5 pouces 3 lignes de foyer placés l'un ſur l'autre. Pour tirer de celles que je viens de rapporter, tout le parti poſſible, il ſeroit néceſſaire d'avoir les obſervations correſpondantes qu'on a pu faire en Europe du même Satellite, ſoit pour les jours qui ont précédé mes obſervations, ſoit pour les jours qui les ont ſuivies.

Au défaut de ces obſervations, nous pouvons, en empruntant le ſecours des Tables Aſtronomiques, tirer un réſultat qui ne

peut pas beaucoup s'écarter de la vérité, vu l'état de perfection où ſont aujourd'hui les Tables du premier ſatellite de Jupiter, & ce réſultat pourra toujours ſervir, en attendant, à l'uſage des Vaiſſeaux qui voudront aller à Manille.

Quoique j'aie fait mention dans cet extrait des obſervations douteuſes, je ne les emploierai pas pour cela, ainſi je rejetterai l'obſervation du 22 Octobre & celle du 30 Novembre, comme ne pouvant concourir avec les autres, mais j'en ajouterai deux autres qui m'ont réuſſi avant que le journal put partir.

Jours des Obſervations.	*Calcul pour Paris.*	*Obſervation à Manille.*	*Différence.*
13 Novemb. 1766, immerſ.	$8^h\ 10'\ 40''$	$16^h\ 4'\ 58''\ \frac{3}{4}$	$7^h\ 54'\ 18''\ \frac{3}{4}$
7 Janvier 1767, immerſ.	4. 28. 13	12. 22. 10	7. 53. 57.
Et en prenant un milieu, on aura.....			$7^h\ 54'\ 8''$,
qui, comptées ſur l'Équateur, valent.....			$118^d\ 32'\ 0''$

Jours des Obſervations.	*Calcul pour Paris.*	*Obſervation à Manille.*	*Différences.*
23 Janvier 1767, immerſion	$2^h\ 38'\ 22''$	$10^h\ 32'\ 22''\ \frac{1}{4}$	$7^h\ 54'\ 0''\ \frac{3}{4}$
30 Janvier 1767, immerſion	4. 30. 50	12. 25. 7	7. 54. 17.
Et en prenant un milieu, on aura.....			7. 54. $8\ \frac{1}{8}$;
qui, comptées ſur l'Équateur, valent.....			$118^d\ 32'\ 9''$
Nous avons trouvé ci-deſſus par deux obſervations...			118. 32. 0.

La différence eſt très-légère, n'étant que d'environ une demi-ſeconde de temps, ou 9 ſecondes de degré *.

Le peu de temps qui me reſtoit avant le départ du vaiſſeau le *Bon-conſeil*, ne m'a pas permis de rapporter en détail la ſuite de mes obſervations.

* Par le moyen de ſept Obſervations, faites à Stockolm & à Paris les 2 & 25 Novembre 1766, les 12 Janvier & 2 Février 1767, M. de la Lande a trouvé que l'erreur des Tables étoit ſenſiblement nulle, & par-conſéquent qu'il n'y avoit, pour ainſi dire, rien à changer à cet égard au réſultat précédent; ainſi la différence des méridiens entre Paris & Manille peut être ſuppoſée de $7^d\ 54'\ 4''\ \frac{1}{2}$. La latitude eſt de $14^d\ 36'\ 8''$ au nord de la ligne, ſuivant une Lettre particulière de M. le Gentil à M. de la Lande.

OBSERVATIONS

Sur le mouvement du Vif-argent dans des Baromètres dont les tubes ſont de différens diamètres & chargés par des méthodes différentes.

Par M. le Cardinal DE LUYNES.

TOUS ceux qui ont quelques connoiſſances de la Phyſique, ſavent combien les obſervations de la hauteur, à laquelle le mercure ſe ſoutient dans les tubes des Baromètres, ſont utiles pour juger de la peſanteur de l'air de l'atmoſphère; on peut dire même que c'eſt à l'invention du Baromètre que nous devons la connoiſſance certaine de la peſanteur de l'air, qui a été la ſource féconde d'un grand nombre de découvertes qui ont pouſſé à un haut degré de perfection les Pompes, machines ſi utiles pour tous les uſages de la vie, pour le ſervice des mines, pour les travaux des manufactures, & pour la décoration & l'embelliſſement des jardins; c'eſt avec cet inſtrument que M.rs Paſcal & Perrier ont banni pour jamais de nos Écoles le préjugé abſurde de l'horreur du vide, préjugé ſi enraciné, qu'à la honte de l'humanité, il a fallu bien des années pour que les lumières du bon ſens & l'évidence des faits en aient triomphé. L'Académie s'eſt toujours occupée à perfectionner cet inſtrument, à en connoître les avantages, les inconvéniens, à en ſuivre les variations, à en découvrir les cauſes, à en ſoumettre la marche à quelque règle certaine. Ce ſont ces mêmes motifs qui m'ont engagé à faire les expériences dont je vais rendre compte.

J'ai d'abord examiné quelle différence pouvoient donner dans les hauteurs du mercure les différens diamètres des tubes.

Secondement, ce qui pouvoit réſulter de la différente manière de les charger.

J'ai pris pour ces expériences trois tubes, dont l'un avoit de

calibre intérieur ou de dedans en dedans, $\frac{2}{3}$ de ligne; un autre dont le calibre étoit de 2 lignes $\frac{1}{3}$; un autre 2 lignes $\frac{1}{2}$; un autre 2 lignes $\frac{1}{2}$, chargé depuis ſix ans; & un autre dont le calibre intérieur étoit de 13 lignes $\frac{1}{4}$, le plus gros tube qui eût été juſqu'ici, du moins à ce que je crois, chargé de mercure, pour en faire un baromètre, ces cinq tubes de baromètre étoient deſtinés pour reſter en expérience de comparaiſon. Comme j'en parlerai ſouvent dans ce Mémoire, pour éviter les répétitions, j'appellerai *A* le baromètre dont le tube a $\frac{2}{3}$ de lignes de diamètre intérieur, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

B, celui dont le calibre eſt de deux lignes un tiers, chargé de même.

C, celui de deux lignes & demie de calibre, chargé avec un entonnoir, dont le tuyau très-fin touchoit preſqu'au fond du tube, & le mercure étant froid.

D, celui de deux lignes & demie de diamètre intérieur, chargé depuis ſix ans, le mercure étant fort chaud, mais ſans le faire bouillir.

E, celui de treize lignes un quart de diamètre intérieur, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

J'avois fait préparer trois autres tubes de deux lignes un quart de calibre, pour des expériences dont je rendrai compte dans la ſuite de ce Mémoire.

Ces tubes étoient ſenſiblement d'un calibre égal dans leur longueur, excepté celui de treize lignes un quart de calibre, qui eſt à peu près d'une ligne deux tiers plus étroit dans le haut, vers la partie du tube où le mercure fait ſon mouvement, que dans le bout du tube qui trempe dans le mercure.

Pour avoir un mercure bien purifié pour charger le gros baromètre, j'avois fait reviviſier du cinabre avec grand ſoin, par M. de la Caſſaigne, Apothicaire du Roi, dix-huit livres de mercure, & c'eſt de ce mercure dont ce gros baromètre a été rempli: je trouvois bien difficile de charger ce tube en faiſant bouillir le mercure exceſſivement ſans le faire caſſer, cela étoit pourtant néceſſaire pour être ſûr qu'une maſſe de mercure auſſi conſidérable ſeroit purgée d'air auſſi parfaitement qu'il étoit poſſible

de

de le faire: je craignois même en y faiſant apporter le plus grand ſoin, que le criſtal ne rompît ou du moins qu'il ne s'y fît quelques fentes ou quelques fêlures: voici ce que j'imaginai pour m'aſſurer du ſuccès autant qu'il m'étoit poſſible.

Je fis préparer un fourneau cylindrique, formé par des mailles de gros fil de fer, ce fourneau étoit double: l'eſpace entre les deux cylindres formés par les mailles de fer, étoit de la largeur néceſſaire pour y placer des charbons allumés, avec leſquels je pouvois gouverner le feu à ma volonté, en augmentant ou diminuant la quantité du charbon, ou en l'animant plus ou moins ainſi que le ſuccès de l'opération l'exigeoit: l'eſpace circulaire qui reſtoit au milieu de ce double fourneau, étoit de huit lignes plus large que le diamètre de mon tube; le cylindre intérieur de ce fourneau étoit ouvert dans ſon milieu par en bas, pour qu'on pût élever ou abaiſſer à volonté le tube pour faire bouillir ſucceſſivement le mercure dans ſes différentes parties; par ce moyen le tube étoit toujours dans une ſituation verticale, & je ne craignois point les riſques qu'il auroit couru s'il avoit été incliné, vu le grand poids de la colonne de mercure dont il devoit être chargé; le bout du tube ſcellé hermétiquement poſoit pendant toute l'opération ſur un couſſinet de cuir, pour empêcher qu'il ne fût détaché par l'effort du poids d'une colonne de mercure auſſi peſante: le ſieur Santinello-Cappy ſoutenoit avec ſa main le couſſinet, & un de mes gens tenoit le bout ſupérieur du tube qui étoit ouvert, & paſſoit dedans le mercure qui bouilloit à gros bouillons, une baguette de fer pour faire dégager pendant l'ébullition les bulles d'air logées dans les interſtices du vif-argent: nous n'avons fait bouillir à la fois que trois ou quatre pouces de mercure dans le tube; on laiſſoit enſuite le mercure ſe refroidir, ainſi que le tuyau, juſqu'à ce que l'un & l'autre ne fuſſent que tièdes: nous avons ainſi continué l'opération de partie en partie, juſqu'à ce que le tube ait été entièrement rempli: le ſieur Cappy a fait cette opération avec beaucoup d'adreſſe & d'intelligence.

Cette difficulté ſurmontée, il en reſtoit une autre, c'étoit de plonger ce tube dans le récipient, ſans qu'il y entrât aucun air: voici ce que j'ai imaginé pour y réuſſir. J'ai fait attacher avec du

maſtic, à la partie d'en bas du tube qui eſt ouverte, une virole forte de buis, dont le diamètre étoit égal à celui du bout ouvert du tube, qui devoit être plongé dans le mercure; j'ai fait tourner un tampon de même bois, qui entroit exactement dans cette virole, & dont la partie qui entroit dans la virole étoit bordée d'un chamois doux, qui comprimoit exactement la virole de toutes parts; j'ai laiſſé pendant quatre ou cinq jours le tube ainſi bouché dans une poſition verticale, juſqu'à ce que la planche deſtinée pour l'attacher fût prête: lorſque j'ai voulu le plonger dans le mercure, j'ai ôté la veſſie mouillée dont il étoit reſté couvert, j'ai fait verſer ſur la colonne du mercure, avec un entonnoir dont le bout étoit très-fin, quelques gouttes de mercure pour faire prendre au ſommet de la colonne, ſur le bord extérieur de la virole, la forme d'une goutte de ſuif; alors j'ai fait enfoncer le tampon bien perpendiculairement dans la virole, pour lui faire toucher immédiatement la ſurface du mercure de la colonne, ſans qu'aucun air pût y entrer; alors on a appuyé fortement la main ſur le tampon, pour empêcher qu'en plongeant le tube, la peſanteur de la colonne de mercure ne le déplaçât trop tôt; lorſque le tube a touché le fond de la boîte du récipient, on a retiré doucement les doigts qui appuyoient ſur le tampon, & un coup de doigt, dont l'effort étoit aidé du poids de la colonne, a ſuffi pour le faire tomber dans le récipient dont on l'a retiré; alors toute la partie du mercure de la colonne qui n'étoit pas en équilibre avec la colonne d'air correſpondante, eſt tombée dans le récipient, & le baromètre a été, à ce que je crois, auſſi bien exécuté qu'il pouvoit l'être: pendant que l'excédant du mercure couloit dans le récipient, d'où il ſortoit de tous côtés, parce que le récipient étoit plein de mercure quand on y a plongé le tube, j'examinai avec attention & le ſommet de la colonne & les parois du tube, je n'y ai aperçu aucune bulle d'air pendant toute l'opération: pour donner une communication facile au vif-argent du tube, avec celui du récipient, j'ai fait creuſer la boîte de bois qui ſert de récipient, de manière que la partie de cette boîte, ſur laquelle la virole qui eſt au bas du tube poſe perpendiculairement, laiſſât quatre lignes au-deſſous de l'ouverture du tube pour le jeu des

mouvemens du mercure : ce récipient eſt creuſé dans le bois plein ; j'ai trouvé par l'expérience qu'il n'y a point de récipiens meilleurs & plus ſolides pour les baromètres, que ceux ainſi creuſés en plein bois : la profondeur moyenne du mercure dans la boîte qui ſert de récipient, eſt de 19 lignes ; elle eſt ovale, le grand diamètre eſt de 3 pouces 6 lignes, le petit diamètre de 2 pouces 11 lignes : j'avois trouvé par le calcul le rapport de l'élévation ou de l'abaiſſement du mercure dans le récipient, avec l'élévation & l'abaiſſement du mercure de ce tube, comme de 1 à 8 ; mais comme l'ovale n'eſt pas parfaitement régulier, l'obſervation me l'a donné comme de 1 à 9 ou d'un neuvième ; pour être toujours ſûr des hauteurs abſolues de la colonne du mercure par une obſervation immédiate, j'ai percé un petit trou dans le couvercle du récipient dans lequel j'ai fait paſſer une petite aiguille de cuivre écroui, qui porte ſur une baſe de liége qui nage librement ſur la ſurface du mercure du récipient, cette aiguille porte à ſon bout un petit index placé à angle droit ſur l'aiguille, & dont le bout eſt très-délié & qui marque les élévations & les abaiſſemens de la baſe du mercure dans le récipient ſur une diviſion en lignes & demi-lignes dans toute la partie du chemin que peut faire le mercure, & j'ai trouvé cette hauteur de 27 pouces 11 lignes. Un thermomètre gradué ſelon M. de Reaumur étant alors à 17 degrés au-deſſus de 0, j'ai fait marquer 0 à côté du point où répondoit l'index de la petite aiguille, & vis-à-vis 27 pouces 11 lignes pour me ſervir de point fixe pour compter les élévations ou les abaiſſemens relatifs des ſurfaces de la colonne du mercure & de ſa baſe ; j'ai fait enſuite charger trois tubes, le tube *A* & le tube *B*, le mercure bouillant exceſſivement, le tube *C* chargé avec un entonnoir de verre, dont la queue alloit juſqu'au bout ſcellé du tube & avoit une ouverture très-déliée, & ſans faire chauffer le mercure.

	pouces.	lignes.	
La colonne de mercure dans le baromètre *A* étoit à	27.	8.	Tous ces tubes ont été nettoyés en dedans, ſeulement avec un linge bien ſec.
dans le baromètre *B* à	27.	10.	
dans le baromètre *C* à	27.	2. $\frac{1}{2}$	
dans le baromètre *D* à	27.	8.	
dans le baromètre *E* à	27.	11.	

Les baromètres *A, B, C* étoient attachés sur une même planche; & plongés dans un récipient commun, dont la boîte creusée en plein bois de chêne, a 5 pouces de large sur 2 pouces 3 lignes de profondeur, ce qui suffit pour que la ligne de niveau ne change point sensiblement; ces baromètres sont restés en expérience : on rend compte dans le Journal, de leurs marches respectives entre eux & par comparaison avec les baromètres *D* & *E*.

J'ai fait nettoyer en dedans, avec de l'esprit de vin, un tube, dont le calibre étoit de 2 lignes & demie; après l'avoir bien essuyé avec des linges chauds, je l'ai fait charger avec l'entonnoir à longue queue, du même mercure que les autres: ayant mesuré la hauteur de la colonne très-exactement, je l'ai trouvée de 26 pouces 7 lignes & demie; ayant fait décharger ce même tube, & l'ayant fait recharger le mercure bouillant excessivement, la colonne de mercure s'est trouvée à la même hauteur que dans le baromètre *B*, ayant son tube de même calibre, & chargé le mercure bouillant excessivement, ce qui a fait élever la colonne du mercure de 14 lignes $\frac{1}{2}$. Quoique le sieur Cappy m'eût assuré que la méthode de charger un baromètre avec un petit entonnoir étoit excellente; cependant, comme je m'en défiois, j'ai pris un tube de même calibre que le tube qui venoit d'être chargé par cette méthode; je l'ai chargé en faisant couler dedans très-doucement, dans chaque portion de mercure que je versois dans le tube, une longue bulle d'air qui entraînoit avec elle presque toutes les autres; j'ai passé ensuite dans chaque partie de la colonne de mercure qui se formoit, un fil de fer que je tournois pour faire sortir les bulles d'air renfermées dans ses interstices: cette opération faite avec du mercure revivifié du cinabre, par M. Rouelle, j'ai trouvé que le mercure se tenoit dans ce tube à la même hauteur que dans celui du tube *B* chargé le mercure bouillant excessivement: j'ai laissé ce tube en expérience 24 heures; l'ayant ensuite déchargé, je l'ai frotté en dedans avec de l'esprit-de-vin, je l'ai bien desséché avec un linge blanc & bien sec, je l'ai rechargé avec le même mercure, avec le plus grand soin, l'ayant ensuite plongé dans le mercure du récipient, j'ai mesuré

avec préciſion pluſieurs fois la hauteur de la colonne, j'ai trouvé qu'elle ſe tenoit un pouce plus bas qu'auparavant.

Cette obſervation me donne lieu de parler d'une autre que j'ai faite il y a pluſieurs années; je chargeai deux tubes de même calibre, de même verrerie avec le même mercure, l'un étoit nettoyé en dedans ſimplement avec un linge neuf bien ſec, j'avois nettoyé l'autre avec de l'eſprit-de vin, je l'avois laiſſé toute la nuit dans le coin de la cheminée à une chaleur douce, le bout ouvert en bas; avant que de le charger je l'avois frotté en dedans le lendemain avec un linge neuf bien ſec & chaud avant que d'y verſer le mercure; après l'avoir chargé avec le plus grand ſoin, je trouvai la colonne du mercure moins élevée dans ce tube d'un pouce que dans l'autre tube qui n'avoit point été frotté d'eſprit-de-vin, je le déchargeai & le rechargeai trois fois, & j'eus toujours le même réſultat.

Résultat des hauteurs reſpectives, prenant le baromètre E *pour terme de comparaiſon.*

	pouces.	lignes.
E plus haut que *A*	0.	3.
E plus haut que *B*	0.	1.
E plus haut que *C*	0.	8. $\frac{5}{6}$
E plus haut que *D*	0.	3.
Colonne en *E* plus haute que dans le tube frotté avec l'eſprit-de-vin	1.	3. $\frac{1}{2}$
Colonne en *C* dans un tube qui n'avoit point été nettoyé en dedans avec l'eſprit-de-vin, & de même calibre que le tube qui en étoit frotté, ſe tenoit 7 lignes plus bas que la colonne du mercure du baromètre *B*, dont le tube étoit de même calibre, mais chargé le mercure bouillant	0.	7.

Dans le tube *A* qui n'étoit que capillaire, mais chargé le mercure bouillant exceſſivement, la colonne de mercure s'eſt donc tenue à la même hauteur que dans le tube du baromètre *D* chargé le mercure étant ſeulement chauffé fortement; j'ai obſervé

auſſi que dans ce tube *D* le mercure ſe tenoit 2 lignes plus bas que dans celui de même calibre, chargé le mercure bouillant exceſſivement.

Il eſt évident par le Journal, que dans le tube capillaire le vif-argent a eu des marches bien ſoutenues & bien régulières; tandis que dans le tube chargé à la manière ordinaire, le mercure froid, il a ſouvent fait ſes marches irrégulièrement.

Il ſuit de ces obſervations faites avec la plus grande exactitude: 1.° Que les baromètres chargés, le mercure bouillant exceſſivement, ſont ceux dans leſquels le mercure ſe tient ordinairement le plus élevé: 2.° Que ce ſont ceux dont les marches ſont les plus régulières: 3.° Que ce ſont ceux qui ſont le plus purgés d'air: 4.° Qu'en chargeant avec ſoin un tube dont le diamètre ait ſeulement $\frac{2}{3}$ de ligne, le mercure bouillant exceſſivement, on peut avoir à bon marché un baromètre très-exact, & qui ſuivra parfaitement un baromètre chargé de même qui aura 1 ligne $\frac{1}{2}$ ou 1 ligne $\frac{2}{3}$ & même 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, diamètre ordinaire des tubes de baromètres qu'on met en expérience; que le petit diamètre de ce tube procurera l'avantage qu'en lui donnant une baſe ſeulement de 2 pouces, le changement de la baſe dans les plus grandes élévations du mercure & dans ſes plus grands abaiſſemens, ſe réduira preſque à zéro: 5.° Que le mercure peut avoir des marches très-régulières dans des tubes capillaires & s'y tenir à la hauteur où il ſe tient ordinairement dans les autres tubes: 6.° Que les baromètres chargés, le mercure étant froid, avec un entonnoir dont la queue très-déliée touche preſqu'au fond du tube, ſe tiennent beaucoup plus bas que ceux chargés le mercure bouillant exceſſivement, & même que ceux chargés le mercure froid ſelon la ſeconde méthode que j'ai ſuivie; & que ſi les tubes des baromètres ont été frottés d'eſprit de vin, ces baromètres ſont ceux de tous qui ſe tiennent plus bas: 7.° Que ceux chargés, le mercure étant ſeulement chauffé fortement, ſans qu'il bouille exceſſivement, ſe tiennent moins hauts que ceux où on a fait bouillir ainſi le mercure: 8.° Que quoique les tubes aient été nettoyés en dedans avec de l'eſprit de vin, quand on les décharge & qu'on les recharge le mercure bouillant

exceſſivement, ils ſe tiennent à la même hauteur que s'ils n'avoient point été frottés avec l'eſprit de vin: 9.° Que dans les tubes d'un très-grand diamètre, le mercure ſe tient plus haut que dans ceux qui n'ont que le diamètre des tubes dont on ſe ſert ordinairement; que ſi l'on n'apporte pas le plus grand ſoin en chargeant les baromètres, tant par rapport à la qualité du mercure dont on ſe ſert & à ſa préparation, que par rapport à la méthode que l'on emploie & à la manière dont on l'exécute, on peut tomber dans de grandes erreurs ſur le poids de la colonne d'air correſpondante à celle du mercure, puiſque par les expériences faites avec le baromètre *C*, on pouvoit croire la colonne d'air en équilibre avec une colonne de mercure moindre de 7 lignes que celle que cette même colonne d'air peut ſoutenir; enfin que de toutes les méthodes pour charger les baromètres, celle de les charger avec un entonnoir dont la queue très-déliée va juſqu'au fond du tube eſt la plus mauvaiſe de toutes.

Je crois devoir, en finiſſant ce Mémoire, avertir ceux qui voudront entreprendre de charger de mercure un tube d'un calibre auſſi conſidérable que celui du baromètre *E*, & de le charger comme il eſt néceſſaire, le mercure bouillant exceſſivement, d'avoir grande attention de choiſir pour faire cette opération un lieu vaſte, où il n'y ait ni or ni argent, & de ne porter ſur eux aucun bijou de ces métaux, même dans leurs poches ou dans des étuits fermés, ni aucun galon d'or ou d'argent ſur leurs habits: la vapeur qui ſort d'une quantité de mercure auſſi conſidérable, quand il bout exceſſivement, feroit blanchir dans un inſtant toutes les dorures des boiſeriès d'un appartement, & ſans remède quand ce ſont des pièces qui ne peuvent être déplacées & miſes à un feu ardent; & ſur-tout, dans un petit appartement, cette vapeur pénétrante pourroit intéreſſer la ſanté, c'eſt par cette raiſon que j'ai fait charger mon gros baromètre dans une très-vaſte orangerie, dont la porte & toutes les fenêtres étoient ouvertes. Il faut auſſi y apporter beaucoup de ſoin, d'adreſſe, d'intelligence & de patience, ſans cela on feroit caſſer les tubes & on riſqueroit de perdre une quantité conſidérable de mercure: j'avois beſoin d'un ouvrier auſſi intelligent dans cette partie que le ſieur Santinello-

Cappy, pour y réuſſir auſſi parfaitement; le tube dont je me ſuis ſervi eſt un tube de criſtal d'Angleterre très-parfait, qui m'avoit ſervi pour des expériences d'électricité.

J'aurois dû m'aſſurer de l'égalité du calibre de ce tube avant que de le charger; mais n'y ayant penſé que quand il l'étoit déjà, & n'oſant recommencer, jugeant que ſon calibre intérieur devoit être à peu près dans le même rapport que celui de ſon diamètre extérieur, j'ai meſuré exactement ce calibre extérieur avec un excellent compas de groſſeur au bas du tube, au milieu, & dans toute la partie où le mercure devoit faire les mouvemens, & j'ai trouvé par une moyenne proportionnelle la différence depuis la partie la plus baſſe du tube juſqu'au point le plus haut où le mercure pouvoit s'élever d'une ligne un quart, dont le gros tube eſt plus étroit dans le haut que dans le bas.

Je joindrai ici le détail d'une expérience ſur le phoſphore des baromètres que le haſard m'a fourni il y a vingt ans; cette expérience a beaucoup de rapport au ſujet que je viens de traiter.

Je chargeai un tube de 2 lignes & demie de diamètre, en faiſant chauffer le mercure par partie ſur les charbons ardens, à la manière du Vitrier Allemand, qui nous a appris le procédé qu'on devoit ſuivre pour rendre certainement tous les baromètres lumineux; auſſi-tôt qu'il fut chargé je meſurai exactement la hauteur de la colonne, enſuite je fis balancer doucement le mercure dans le tube; j'aperçus qu'aux moindres balancemens il rendoit dans l'inſtant la lumière la plus vive; l'ayant fait tranſporter enſuite avec beaucoup de précaution tout chargé au bout d'une grande ſalle où je voulois le mettre en expérience, & ayant meſuré de nouveau la hauteur du mercure, je remarquai qu'elle avoit baiſſé d'une demi-ligne; cela me fit ſoupçonner qu'il y entroit de l'air; je ſuivis avec attention une expérience qui me paroiſſoit intéreſſante & que le haſard offroit à ma curioſité: la colonne de mercure continua à s'abaiſſer inſenſiblement; en plongeant le tube dans le mercure j'avois regardé très-attentivement le ſommet de la colonne, & je n'avois point aperçu qu'aucune bulle d'air eût monté dans le haut du tube; il ne parut même aucunes bulles d'air, même les plus petites, ſur les parois du tube

le

le long de la colonne de mercure; je jugeai par-là que l'air pénétroit inſenſiblement dans le haut du tube, par une fente qui s'étoit faite au criſtal: j'obſervai attentivement le haut du tube avec une loupe très-forte, je ne pus y découvrir aucune fente ſenſible; le mercure cependant baiſſoit toujours quoique très-lentement; je ſuivis ſon mouvement depuis 8 heures du ſoir juſqu'à 2 heures après minuit, temps où le mercure ceſſa de s'abaiſſer dans le tube: la colonne n'ayant plus que quatre pouces au-deſſus du récipient, j'ai obſervé que dans le premier inſtant que j'eus chargé ce baromètre, il rendoit une lumière exquiſe aux moindres balancemens. Ayant continué à lui donner des balancemens de quart d'heure en quart d'heure à peu près, il ne ceſſa de donner de la lumière juſqu'à ce qu'il fût preſqu'à ſon plus bas état; mais à meſure que l'air s'inſinuoit dans le tube la lumière diminuoit de clarté & de vivacité, & il falloit un plus grand nombre de balancemens pour l'exciter; ſur la fin j'en ai compté juſqu'à vingt avant que la lumière parut; elle étoit extrêmement pâle & foible, & il falloit des ſecouſſes fortes & réitérées pour la faire paroître.

Il me ſemble qu'on doit conclure de cette obſervation: 1.° Que quand un baromètre qu'on a chargé au feu, rend une lumière exquiſe aux moindres balancemens qu'on donne au mercure, c'eſt une marque qu'il eſt bien purgé d'air: 2.° Qu'il peut entrer une quantité d'air très-conſidérable dans un tube, ſans que la lumière ceſſe de paroître ſur le haut de la colonne du mercure, & que la preuve qu'il y a de l'air dans le haut du tube chargé au feu, c'eſt lorſqu'il faut pluſieurs balancemens pour produire la lumière, & qu'au lieu d'être vive & brillante elle eſt pâle & foible.

Il eſt auſſi très-important d'employer un mercure bien pur pour charger les baromètres; celui qui eſt revivifié du cinabre, ſon amalgame naturelle, ma paru le meilleur de tous.

Les Tables ſuivantes ſont des Obſervations faites depuis le 3 du mois d'Octobre 1765 juſqu'au 23 Août 1766; elles ſont partagées en ſept colonnes: la première contient les jours du mois; la ſeconde colonne intitulée *Baromètre A*, donne la hauteur du baromètre dont le tube avoit $\frac{2}{3}$ de ligne & qui avoit été chargé

le mercure bouillant : la troiſième montre la hauteur du *Baromètre B*, dont le tube avoit 2 $\frac{1}{3}$ de ligne de diamètre, chargé le mercure bouillant : la quatrième la hauteur du *Baromètre C*, dont le tube avoit 2 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre, chargé avec l'entonnoir, ſans chauffer le mercure : la cinquième, la hauteur du *Baromètre D*, dont le tube avoit le même diamètre, chargé le mercure chaud ſans bouillir : dans la ſixième colonne, *Baromètre E*, on trouve deux nombres ou deux hauteurs différentes, qui répondent à chaque jour ; la première indique la hauteur du mercure, marqué par les diviſions, & la ſeconde la vraie hauteur de la colonne de mercure qui eſt tenue en équilibre par la colonne d'air, parce qu'elle a été corrigée relativement au changement de la ligne de niveau. *Voyez page 251 de ce Mémoire.*

La ſeptième colonne contient les obſervations des degrés du Thermomètre, le ſigne — indique les degrés au-deſſous de la congélation. On a mis en note au bas de chaque mois les variations du temps.

OCTOBRE 1765.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lig.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degrés.
3	27. 0 3/4	27. 2	26. 6 1/2	27. 1	27. 4 1/2 ... 27. 5 6/12	14. 1/2
4	27. 2 1/2	27. 4 1/4	26. 10 3/4	27. 3 1/2	27. 6 ... 27. 6 3/4	14. 0
5	27. 4 3/4	27. 6 1/2	27. 0 1/4	27. 4 1/2	27. 7 1/2 ... 27. 7 3/4	13. 3/4
6	27. 3 1/2	27. 4 3/4	26. 10 2/3	27. 2 3/4	27. 6 1/2 ... 27. 7 1/4	14. 0
7	27. 4 1/3	27. 6 1/4	27. 0 3/4	27. 5 1/3	27. 8 ... 27. 8 1/4	13. 2/3
8	27. 6 1/2	27. 8 1/2	27. 3 1/2	27. 7	27. 10 ... 27. 9 7/8	13. 1/4
10	27. 9	27. 11	27. 6	27. 10	28. 0 1/2 ... 28. 0 1/8	13. 3/4
11	27. 8	27. 10	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 7/8 ... 27. 11 5/8	13. 0
13	27. 8 1/4	27. 10	27. 5	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	12. 0
14	27. 6 1/3	27. 8 1/12	27. 3	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10	12. 1/4
15	27. 8	27. 10	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 ... 27. 10 3/4	12. 0
16	27. 10	28. 0 1/4	27. 7 1/4	27. 11 1/2	28. 1 ... 28. 0 1/2	12. 0
17	27. 10	28. 0	27. 7	27. 11	28. 1 ... 28. 0 1/2	11. 1/3
18	27. 9	27. 11	27. 6	27. 10	28. 1 ... 28. 0 1/2	11. 1/2
20	27. 8	27. 9 1/2	27. 4 1/2	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	12. 0
21	27. 8	27. 10	27. 5	27. 9	28. 0 ... 27. 11 3/4	12. 0
22	27. 6 1/2	27. 8	27. 2	27. 7	27. 10 1/2 ... 27. 10 1/4	13. 0
23	27. 4 1/4	27. 5 1/2	26. 11 1/2	27. 4 3/4	27. 8 ... 27. 8 1/4	14. 1/2
24	27. 2	27. 3 1/2	26. 10	27. 3	27. 6 ... 27. 6 1/2	14. 1/2
25	27. 5	27. 7	27. 2 1/2	27. 6 1/2	27. 9 ... 27. 9 1/8	12. 1/2
27	27. 8 1/2	27. 11	27. 6	27. 10	28. 0 ... 27. 11 3/4	11. 1/3
28	27. 8 1/2	27. 10	27. 5 2/3	27. 9	28. 0 ... 27. 11 3/4	10. 1/2
29	27. 4 1/2	27. 5 1/2	27. 1	27. 5	27. 8 ... 27. 8 1/6	10. 1/2
30	27. 6 1/3	27. 8	27. 4	27. 7	27. 9 ... 27. 9	10. 0
31	27. 3 1/2	27. 5	27. 1	27. 4 1/2	27. 6 1/2 ... 27. 6 11/12	10. 1/3

ÉTAT DU CIEL.

Le 6, temps pluvieux. Le 7, beau temps; il a duré pluſieurs jours. Le 11, quoique les baromètres fuſſent au beau, il plut beaucoup le 12 tout le jour. Le 16, beau temps; il a continué juſqu'au 22. Le 22, beaucoup de pluie. Le 23, temps couvert. Le 24, grande pluie le ſoir. Le 25, beau temps. Le 27, bruine tout le jour. Le 28, temps très-beau. Le 29, temps couvert; bruine. Le 30, beau temps. Le 31, pluie & grand vent.

NOVEMBRE.

Jours du Mois	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE
	pouces lign.	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign. pouc. lign.*	*degrés.*
2	27. 6	27. 8	27. 4	27. 7	27. 9 ½ ... 27. 9 ½	10. ⅓
3	27. 7 ½	27. 9	27. 4 ½	27. 8	27. 11 ... 27. 10 ¾	10. 0
4	27. 3	27. 4 ½	27. 0 ½	27. 4	27. 7 ... 27. 7 ¼	9. ¾
5	27. 5	27. 7	27. 3	27. 6 ½	27. 8 ... 27. 8 ⅛	9. ¼
6	27. 8	27. 10 ¼	27. 6 ⅔	27. 9 ½	27. 11 ½ ... 27. 11 ⅔	9. 0
7	27. 4 ½	27. 5 ½	27. 2	27. 5	27. 8 ... 27. 8	8. ¼
8	27. 6	27. 8	27. 5 ⅓	27. 7	27. 9 ... 27. 8 ⅞	7. ¾
9	27. 5	27. 6	27. 2 ⅓	27. 5 ¾	27. 8 ... 27. 8	8. 0
10	27. 5	27. 7	27. 3 ½	27. 6 ½	27. 8 ½ ... 27. 8 ½	8. ¼
12	27. 8	27. 10	27. 6 ¾	27. 9	27. 11 ... 27. 10 ¾	8. 0
13	27. 8	27. 10	27. 6 ¾	27. 9	27. 11 ... 27. 10 ¾	7. ⅓
14	27. 8	27. 10	27. 7	27. 9 ½	27. 11 ½ ... 27. 11 ¼	7. ½
15	27. 8 ½	27. 10 ¾	27. 7	27. 10 ½	28. 0 ... 27. 11 ⅔	7. ⅔
16	27. 9 ¼	27. 11 ½	27. 8	27. 10 ¾	28. 1 ... 28. 0 ½	7. ½
17	27. 10	28. 0	27. 9	28. 0	28. 2 ... 28. 1 ½	7. ½
18	27. 10 ¼	28. 0 ½	27. 8 ½	27. 11 ¾	28. 2 ... 28. 1 ½	7. ½
19	27. 10	28. 0	27. 8	27. 11	28. 1 ... 28. 0 ½	7. ⅓
20	27. 9	27. 11	27. 8	27. 10 ½	28. 1 ... 28. 0 ½	6. ¾
21	27. 10	28. 0	27. 9	27. 11 ½	28. 1 ... 28. 0 ½	5. ¾
23	27. 8 ¾	27. 10 ½	27. 8	27. 10	28. 1 ... 28. 0 ½	4. ½
25	27. 8	27. 9 ½	27. 7 ½	27. 9	27. 11 ... 27. 10 ⅔	3. ⅓
26	27. 6	27. 7 ½	27. 5 ½	27. 7	27. 10 ... 27. 9 ¾	4. 0
27	27. 5	27. 7	27. 4 ½	27. 6 ½	27. 9 ... 27. 8 ⅞	4. 0
28	27. 7	27. 9	27. 7	27. 9	27. 11 ... 27. 10 ¾	4. ⅓
30	27. 8	27. 9 ½	27. 6 ½	27. 9	27. 11 ... 27. 10 ¾	4. ¼

ÉTAT DU CIEL.

Le 2, temps pluvieux. Le 3, beau temps. Le 4, temps pluvieux. Le 5, temps couvert. Le 6, temps assez beau. Le 7, bruine. Le 8, temps couvert. Le 9, *idem*. Le 10, bruine tout le jour. Le 12, temps couvert. Le 13, *idem*. Le 14, pluie sur le soir. Le 15, beau temps; il a duré jusqu'au 20.

DÉCEMBRE.

Jours du mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degrés
1	27. 6 1/2	27. 8	27. 5	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 9 3/4	4. 0
2	27. 8	27. 10	27. 7 1/2	27. 9	27. 11 ... 27. 10 3/4	4. 0
4	27. 9	27. 11	27. 8 1/2	27. 10 1/2	28. 1 ... 28. 0 1/2	0. 0
5	27. 6 1/2	27. 8	27. 6	27. 8	27. 10 ... 27. 9 3/4	2. 1/2
6	27. 6	27. 7	27. 5 1/2	27. 7	27. 10 ... 27. 9 3/4	2. 0
7	27. 5	37. 6	27. 4	27. 6	27. 8 ... 27. 8	2. 2/3
8	27. 3 1/2	27. 5	27. 3	27. 5	27. 7 ... 27. 7 1/4	3. 1/4
9	27. 4 1/2	27. 6	27. 4	27. 6	27. 8 ... 27. 8	3. 3/4
11 matin.	26. 10 1/2	26. 11 1/2	26. 8 1/2	26. 11	27. 2 ... 27. 2 1/2	4. 1/3
11 soir.	26. 11	27. 1	26. 10	27. 1	27. 3 ... 27. 3 1/2	4. 1/2
12	27. 3 1/2	27. 5 1/2	27. 2 1/2	27. 5	27. 7 ... 27. 7 1/8	4. 1/2
14	27. 7 1/2	27. 9	27. 6 1/2	27. 9	27. 11 ... 27. 10 3/4	4. 1/3
16	27. 10	28. 0 1/2	27. 10	28. 0	28. 1 1/2 ... 28. 1	3. 1/2
17	27. 11	28. 1	27. 10 1/2	28. 0 1/2	28. 2 ... 28. 1 3/8	3. 0
20	27. 6 1/2	27. 8	27. 5 1/2	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 9 3/4	3. 0
21	26. 11	27. 0	26. 9 1/2	27. 0	27. 3 ... 27. 3 1/2	3. 0
22	27. 1	27. 3	27. 0 1/2	27. 3	27. 5 ... 27. 5 1/4	3. 0
30	27. 10	28. 0	27. 9 1/2	27. 11	28. 1 ... 28. 0 1/2	— 7. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 11 au matin, grand vent. Le 11 au soir, *idem.* Le 21, temps humide & très-froid, Le 22, gelée. Le 30. grande gelée jusqu'au 12 Janvier.

JANVIER 1766.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. ... pouc. lign.	degré.
1	27. 8 $\frac{2}{3}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	27. 10	28. 0 ... 27. 11 $\frac{1}{2}$	— 4. 0
2	27. 7	27. 8 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	27. 8	27. 10 ... 27. 9 $\frac{7}{8}$	— 3. 0
3	27. 5 $\frac{1}{2}$	27. 7	27. 5 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{3}$	27. 9 ... 27. 9	— 1. $\frac{1}{2}$
5	27. 8 $\frac{1}{2}$	27. 10	27. 8	27. 9 $\frac{1}{2}$	27. 11 $\frac{1}{2}$... 27. 11	— 1. $\frac{1}{2}$
6	27. 8 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	27. 9	27. 10	28. 0 ... 27. 11 $\frac{1}{2}$	0. 0
9	27. 8 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	27. 9	27. 10	28. 0 ... 27. 11 $\frac{1}{2}$	— 1. $\frac{1}{2}$
10	27. 8	27. 9	27. 8	27. 9	27. 11 ... 27. 10 $\frac{2}{3}$	— 2. 0
12	27. 11 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{3}{4}$	28. 3	28. 0 $\frac{1}{2}$	28. 3 ... 28. 2 $\frac{3}{8}$	— 2. 0
13	27. 11 $\frac{1}{2}$	28. 1 $\frac{3}{4}$	28. 0	28. 0	28. 3 ... 28. 2 $\frac{1}{4}$	— 1. $\frac{1}{2}$
14	27. 11 $\frac{1}{2}$	28. 1	27. 11	27. 11 $\frac{1}{3}$	28. 2 .. 28. 1 $\frac{3}{8}$	— 1. 0
15	27. 11 $\frac{1}{4}$	28. 1	27. 11	27. 11 $\frac{3}{4}$	28. 2 ... 28. 1 $\frac{3}{8}$	— 1. 0
17	27. 11	28. 0 $\frac{1}{2}$	27. 10 $\frac{1}{2}$	28. 0	28. 2 ... 28. 1 $\frac{1}{8}$	— 1. 0
18	27. 10	27. 11 $\frac{3}{4}$	27. 10	27. 11	28. 1 ... 28. 0 $\frac{1}{2}$	— 1. 0
20	27. 10 $\frac{1}{2}$	28. 0 $\frac{1}{2}$	27. 11	28. 0	28. 2 ... 28. 1 $\frac{3}{8}$	— 0. $\frac{3}{4}$
21	27. 11	28. 1 $\frac{1}{4}$	27. 11 $\frac{3}{4}$	28. 1	28. 2 $\frac{1}{2}$... 28. 1 $\frac{7}{8}$	— 0. $\frac{2}{3}$
22	28. 0	28. 2	28. 0	28. 0 $\frac{1}{2}$	28. 3 ... 28. 2 $\frac{1}{4}$	— 0. $\frac{1}{4}$
24	27. 11	28. 1	27. 11 $\frac{1}{3}$	28. 0 $\frac{2}{3}$	28. 2 ... 28. 1 $\frac{3}{4}$	0. 0
26	27. 11	28. 0	27. 11	28. 0 $\frac{1}{2}$	28. 2 $\frac{1}{4}$... 28. 1 $\frac{5}{8}$	0. $\frac{1}{2}$
29	28. 3	28. 5	28. 2 $\frac{1}{2}$	28. 4 $\frac{1}{2}$	28. 6 ... 28. 5	1. 0
30	28. 2	28. 4	28. 1	28. 3	28. 5 ... 28. 4 $\frac{1}{9}$	1. 0
31	27. 10 $\frac{1}{2}$	28. 0 $\frac{1}{3}$	27. 10	27. 11 $\frac{2}{3}$	28. 2 ... 28. 1 $\frac{1}{2}$	1. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 12, petit dégel. Le 13, *idem*. Le 14, dégel; la rivière eſt navigable. Le 21, continuation du dégel. Le 24, grand dégel; cependant le vent eſt toujours au nord depuis Noël. Le 29, gélée; vent au nord juſqu'au 31.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lgn.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lgn. pouc. lign.	degré.
1	27. 7	27. 8 1/2	27. 6 1/2	27. 8	27. 11 ... 27. 10 3/4	1. 0
2	27. 4 1/2	27. 6	27. 4	27. 5 3/4	27. 8 ... 27. 8	1. 1/3
3	27. 4 1/2	27. 6	27. 4	27. 5 3/4	27. 8 ... 27. 8	1. 1/2
4	27. 3	27. 4	27. 3	27. 3 1/2	27. 6 1/2 ... 27. 6 1/4	0. 1/2
6	27. 2 1/2	27. 4 1/2	27. 3	27. 4	27. 6 1/2 ... 27. 6 5/8	— 1. 0
7	27. 3 1/2	27. 5	27. 3 2/3	27. 5	27. 7 ... 27. 7 1/8	— 0. 1/2
8	27. 3 1/2	27. 5 2/3	27. 4	27. 5 1/2	27. 7 2/3 ... 27. 7 2/3	0. 0
9	27. 5	27. 7	27. 5 1/3	27. 6 2/3	27. 9 ... 27. 8 7/8	0. 0
11	27. 8 1/2	27. 10 1/2	27. 8 1/2	27. 10	28. 0 ... 27. 11 1/2	0. 0
12	27. 6	27. 7 2/3	27. 5 1/2	27. 7	27. 9 1/2 ... 27. 9 3/8	0. 1/2
13	27. 6 1/2	27. 8 1/3	27. 6	27. 8	27. 10 ... 27. 9 3/4	1. 0
14	27. 6 1/4	27. 7 3/4	27. 5	27. 7 1/3	27. 10 ... 27. 9 7/8	1. 1/2
15	27. 5 1/2	27. 7	27. 4 1/2	27. 6 1/4	27. 9 ... 27. 8 7/8	2. 0
16	27. 4	27. 5 1/2	27. 3	27. 5	27. 7 1/2 ... 27. 7 1/2	2. 1/4
18	27. 7	27. 9	27. 6	27. 8 1/2	27. 11 ... 27. 10 3/4	4. 0
20	28. 2 1/3	28. 4	27. 11	28. 3	28. 5 1/2 ... 28. 4 5/8	7. 0
24	27. 9 1/2	27. 11	27. 8	27. 10 1/2	28. 0 ... 27. 11 1/2	9. 0
25	27. 9	27. 11	27. 8	27. 10 1/2	28. 0 3/4 ... 28. 0 1/2	7. 0
26	27. 10	28. 0	27. 9 1/2	27. 11	28. 0 1/2 ... 28. 0	6. 1/2
27	27. 10	28. 0	27. 9 1/2	27. 11	28. 1 1/2 ... 28. 1	5. 0
28	27. 7 1/2	27. 9	27. 6 1/2	27. 8 3/4	27. 11 ... 27. 10 3/4	5. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 3, vent changé. Le 4, forte gelée. Le 6, grand froid. Les 7, 8 & 9, neige. Les 11 & 13, dégel.

MARS.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	*pouces. lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign.* *pouc. lign.*	*degré.*
1	27. 5	27. 6 1/2	27. 3 1/2	27. 6	27. 9 ... 27. 9	6. 0
2	27. 1	27. 2	26. 11	27. 0 1/2	27. 5 ... 27. 5 1/2	6. 0
3	27. 0 1/2	27. 2 1/2	27. 0	27. 2 1/2	27. 5 ... 27. 5 1/2	6. 0
4	27. 4	27. 5	27. 3	27. 5 1/2	27. 8 ... 27. 8	6. 1/2
7	27. 11	28. 1	27. 9 1/2	28. 0	28. 2 ... 28. 1 1/2	7. 0
8	27. 10	28. 0	27. 8	27. 11	28. 1 1/2... 28. 1	7. 0
9	27. 9	27. 11	27. 7 1/2	27. 10	28. 0 1/2... 28. 0 1/8	7. 0
10	27. 9	27. 10 1/2	27. 6 1/2	27. 10	28. 0 1/2... 28. 0 1/8	9. 1/2
11	27. 8	27. 9 1/2	27. 6	27. 9	27. 11 1/2... 27. 11 1/8	8. 0
13	27. 8	27. 9 1/2	27. 5	27. 9	27. 11 ... 27. 10 5/8	10. 0
14	27. 7 1/2	27. 9	27. 5	27. 8 1/2	27. 11 ... 27. 10 5/8	9. 1/2
15	27. 7 1/2	27. 9	27. 5	27. 8 1/2	27. 11 ... 27. 10 3/4	9. 0
16	27. 6 1/2	27. 8	27. 4	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 9 7/8	9. 0
18	27. 7 1/3	27. 9	27. 5	27. 8 1/2	27. 10 1/2... 27. 10 1/16	9. 0
19	27. 8	27. 10	27. 7	27. 9 1/2	27. 11 1/2... 27. 11 1/4	8. 0
20	27. 8 1/2	27. 10 1/2	27. 8	27. 10	28. 0 ... 27. 11 5/8	7. 0
21	27. 9	27. 11	27. 8	27. 10	28. 0 ... 27. 11 1/2	6. 0
22	27. 4 1/4	27. 5 1/4	27. 3	27. 4 1/2	27. 7 1/2 .. 27. 7 3/8	7. 0
23	27. 3	27. 5	27. 2	27. 4 1/2	27. 7 ... 27. 6 7/8	5. 1/2
24	27. 2	27. 4	27. 2 1/2	27. 4	27. 6 1/2... 27. 6 3/4	5. 0
25	27. 2 1/3	27. 4 1/3	27. 0 1/3	27. 3 2/3	27. 6 1/2... 27. 6 1/4	8. 0
26	26. 10	27. 0	26. 5	26. 11	27. 2 ... 27. 2 1/4	9. 0
28	27. 3 2/3	27. 5 2/3	26. 11 1/4	27. 4 3/4	26. 7 ... 26. 7 1/4	11. 0
30	27. 0 1/2	27. 2	26. 10	27. 0 1/2	27. 5 ... 27. 5 1/2	13. 0
31	27. 7	27. 9	27. 4 1/2	27. 8	27. 10 1/2... 27. 10 1/2	13. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 23, neige. Le 24, giboulées. Les 25, grand vent. Le 26, *idem.*

AVRIL.

AVRIL.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degrés.
1	27. 5 1/3	27. 6 1/2	27. 2 1/3	27. 5 2/3	27. 8 1/2 ... 27. 8 1/2	10. 0
2	27. 4	27. 5 1/2	27. 1	27. 5	27. 7 1/2 ... 27. 7 1/2	10. 0
3	27. 4	27. 6	27. 1 1/2	27. 5 1/4	27. 7 ... 27. 7 3/8	10. 0
4	27. 6 1/3	27. 8 1/2	27. 1	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10	13. 0
6	28. 0 1/3	28. 2 1/2	27. 7	28. 1	28. 3 ... 28. 2 1/2	14. 0
7	27. 10 1/2	28. 0 1/2	27. 6	27. 11	28. 2 ... 28. 1 1/2	14. 0
8	27. 8 1/2	27. 10 1/2	27. 6 1/2	27. 9 1/2	28. 0 ... 27. 11 5/8	12. 0
9	27. 8 1/2	27. 10	27. 6	27. 9	28. 0 ... 27. 11 5/8	12. 0
10	27. 8	27. 10	27. 5 1/2	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	11. 0
11	27. 8	27. 10	27. 5	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 1/4	12. 0
12	27. 7 1/2	27. 8 3/4	27. 4 1/4	27. 8	27. 11 ... 27. 10 7/8	12. 0
13	27. 6	27. 7 1/4	27. 2 1/2	27. 6 1/2	27. 9 2/3 ... 27. 9 2/3	12. 0
15	27. 5	27. 7	27. 2	27. 6	27. 8 1/2 ... 27. 8 1/2	12. 0
16	27. 4 1/3	27. 7 1/4	27. 2 1/3	27. 6 1/3	27. 8 1/2 ... 27. 8 1/2	12. 0
17	27. 4 1/2	27. 6	27. 1 1/2	27. 5	27. 8 1/4 ... 27. 8 5/8	12. 0
18	27. 5	27. 7	27. 2	27. 6	27. 8 1/2 ... 27. 8 5/8	12. 0
21	27. 4 1/2	27. 7	27. 2 1/2	27. 6	27. 9 ... 27. 9	11. 0
22	27. 4 1/2	27. 5 1/2	27. 1	27. 5	27. 8 ... 27. 8 1/8	11. 0
23	27. 1 3/4	27. 3	26. 10	27. 2	27. 5 1/2 ... 27. 6	11. 0
24	27. 1 3/4	27. 3 1/2	26. 11	27. 3	27. 6 ... 27. 6 1/2	11. 0
26	27. 6	28. 8	27. 3	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10 1/8	13. 0
28	27. 7 1/2	27. 9 1/2	27. 4	27. 8 1/2	27. 11 ... 27. 10 7/8	13. 0
29	27. 7 1/2	27. 9	27. 4	27. 8 1/2	27. 11 ... 27. 10 7/8	13. 0
30	27. 7	27. 9	27. 3	27. 8	27. 10 1/2 ... 27. 10 3/8	14. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er, beau temps. Le 2, temps couvert. Les 4, 6 & 7, temps couvert. Le 8, temps pur & froid. Le 9, grand vent. Le 10 & le 11, beau temps. Les 12, 13 & 15, très-beau. Le 16, temps un peu couvert. Le 17, vent & nuages. Les 18, 21 & 22, beau temps. Le 23, grand vent. Le 24, temps couvert. Le 26, beau temps. Le 28, temps couvert. Le 29, temps nébuleux. Le 30, beau temps.

MAI.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE *A.*	BAROMÈTRE *B.*	BAROMÈTRE *C.*	BAROMÈTRE *D.*	BAROMÈTRE *E.*	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	*pouces. lign.*	*pouces lign.*	*pouces lign.*	*pouc. lign. pouc. lign.*	*degré.*
1	27. 4 1/2	27. 6	27. 0	27. 5	27. 8 ... 27. 7 3/4	14. 0
2	27. 6	27. 8	27. 2 1/4	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10	13. 0
3	27. 5 1/2	27. 7	27. 1	27. 6	27. 9 ... 27. 9	14. 0
4	27. 4	27. 5 1/2	27. 0	27. 5	27. 7 1/4 ... 27. 7 3/4	14. 0
5	27. 6	27. 8	27. 3 1/2	27. 7	27. 9 3/4 ... 27. 9 3/4	13. 1/2
6	27. 9	27. 11 1/2	27. 6	27. 10 1/2	28. 0 3/4 ... 28. 0 1/2	13. 0
7	27. 9	27. 11	27. 5	27. 10	28. 0 ... 27. 11 3/4	14. 0
8	27. 6	27. 7	27. 0 1/2	27. 6 1/2	27. 9 ... 27. 9	15. 0
9	27. 7	27. 9	27. 2 1/3	27. 8	27. 10 ... 27. 10	15. 0
10	27. 4	27. 5 1/2	26. 11 1/2	27. 5	27. 7 1/2 ... 27. 7 3/4	15. 0
12	27. 4 3/4	27. 6	27. 0 1/4	27. 5 1/4	27. 7 1/2 ... 27. 7 3/4	14. 0
13	27. 5 1/2	27. 7 1/2	27. 2	27. 6 3/4	27. 9 ... 27. 9	13. 0
14	27. 8 1/2	27. 10 1/2	27. 5 1/2	27. 9 3/4	28. 0 ... 27. 11 3/4	13. 0
15	27. 11	28. 1	27. 8 1/4	28. 0 1/2	28. 2 1/2 ... 28. 2	13. 0
17	27. 9 1/4	27. 11	27. 5	27. 10	28. 0 1/2 ... 28. 0 1/4	14. 0
18	27. 6 1/2	27. 9	27. 3	27. 8	27. 11 ... 27. 10 15/16	14. 0
19	27. 6 1/2	27. 8	27. 1 1/2	27. 7	27. 10 ... 27. 10	15. 0
20	27. 7	27. 9	27. 3 1/2	27. 8	27. 10 1/2 ... 27. 10 7/16	14. 0
22	27. 7 1/2	27. 9 1/2	27. 3 1/3	27. 8 2/3	27. 11 ... 27. 10 15/16	15. 0
24	27. 6	27. 8	27. 0 2/3	27. 7	27. 10 3/4 ... 27. 10 3/4	16. 0
26	27. 7	27. 9	27. 2 1/3	27. 8 1/2	27. 10 1/2 ... 27. 10 1/2	15. 0
27	27. 6	27. 7 1/3	27. 0 2/3	27. 8 1/2	27. 10 ... 27. 10	16. 0
28	27. 4	27. 5	26. 10 1/2	27. 4	27. 7 1/2 ... 27. 7 2/3	15. 0
29	27. 3	27. 4 3/4	26. 10	27. 4	27. 7 ... 27. 7 1/8	15. 0
30	27. 3	27. 4 1/2	26. 9 1/2	27. 3 2/3	27. 7 ... 27. 7 1/8	15. 0
31	27. 4	27. 6	27. 0	27. 5	27. 7 1/2 ... 27. 7 3/4	15. 0

ÉTAT DU CIEL.

Les 1.er & 2, pluie. Le 3, temps pluvieux. Le 4, pluie. Le 5, grande pluie. Le 6, temps couvert. Le 7, beau temps. Le 8, beau temps; vent. Le 9, beau temps. Le 10, grand vent & pluie. Le 12, temps pluvieux. Le 13, beau temps Le 14, temps couvert. Les 15, 17 & 18, beau temps. Le 19, pluie & tonnerre. Le 20, pluie. Le 22, chaud. Le 24, pluie. Le 26, beau. Le 28, temps pluvieux. Le 29, couvert. Le 30, pluvieux. Le 31, nébuleux.

JUIN.

Jours du mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign. pouc. lign.	degrés
1	27. 7	27. 9	27. 3 2/3	27. 8	27. 10 3/4 ... 27. 10 3/4	14. 0
2	27. 9	27. 11	27. 5	27. 10	28. 0 ... 28. 0 1/4	14. 0
4	27. 7	27. 8 1/2	27. 2	27. 7 3/4	27. 10 1/2 ... 27. 10 2/6	15. 0
5	27. 6 1/2	28. 8 1/2	27. 1 1/3	27. 7 1/2	27. 10 ... 27. 10	16. 0
6	27. 5	27. 7	27. 0	27. 6 1/4	27. 9 ... 27. 9 1/2	16. 0
7	27. 6 2/3	27. 8 1/2	27. 1 2/3	27. 8	27. 10 ... 27. 10	16. 0
8	27. 8	27. 10	27. 3 1/2	27. 9	27. 11 ... 27. 10 5/6	15. 0
9	27. 8	27. 10	27. 3 1/4	27. 9	27. 11 1/3 ... 27. 11 1/12	15. 1/2
10	27. 7 1/2	27. 9	27. 2	27. 8	27. 11 ... 27. 10 7/8	16. 1/2
12	27. 7	27. 8 3/4	27. 2 1/2	27. 8	27. 10 1/2 ... 27. 10 5/12	16. 0
13	27. 8	27. 10 1/4	27. 4	27. 9	28. 0 ... 27. 11 5/6	15. 0
14	27. 8	27. 9 1/2	27. 3	27. 8 3/4	27. 11 1/2 ... 27. 11 3/8	15. 0
15	27. 9 1/2	27. 11 1/2	27. 4	27. 10 1/2	27. 11 3/4 ... 27. 11 1/2	15. 0
16	27. 7	27. 8 1/2	27. 1 1/2	27. 8 3/4	27. 10 1/2 ... 27. 10 1/2	16. 0
18	27. 7	27. 9	27. 2 1/4	27. 8	27. 10 1/2 .. 27. 10 1/2	15. 0
19	27. 8	27. 10	27. 4	27. 9 1/2	27. 11 2/3 ... 27. 11 1/2	15. 0
20	27. 9	27. 11 1/2	27. 5 1/4	27. 10 1/2	28. 0 3/4 ... 28. 0 1/2	15. 0
21	27. 9 1/4	27. 11 1/2	27. 5	27. 10	28. 0 3/4 ... 28. 0 1/2	15. 0
22	27. 10 1/2	28. 0 3/4	27. 6	27. 11 3/4	28. 2 ... 28. 1 1/2	16. 0
23	27. 10 1/2	28. 1	27. 5 1/2	27. 11 3/4	28. 2 ... 28. 1 3/4	17. 0
24	27. 9	27. 10 3/4	27. 3	27. 9 3/4	28. 0 1/2 ... 28. 0 1/4	17. 0
25	27. 6	27. 7 1/3	26. 11 1/2	27. 6 1/2	27. 9 1/2 ... 27. 9 3/8	17. 0
26	27. 7	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0 ... 0. 0	0. 0
27	27. 8	27. 9 2/3	27. 2 1/4	27. 8 3/4	27. 11 ... 27. 11	17. 0
28	27. 7	27. 9	27. 1 1/2	27. 8	27. 10 3/4 ... 27. 10 3/4	18. 0
29	27. 6	27. 7 1/2	27. 0	27. 5 1/2	27. 9 1/2 ... 27. 9 1/2	17. 0
30	27. 4 1/2	27. 6	26. 11	27. 5	27. 8 ... 27. 8 1/4	16. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau temps. Le 2, couvert. Le 4, beau. Le 5, couvert. Le 6, pluie & vent. Le 7, pluvieux. Les 8, 9, 10, 12 & 13, temps couvert. Le 14, couvert & vent. Le 15 & le 16, beau temps. Le 18, grande pluie & vent. Le 19, grande pluie. Le 20, temps couvert. Le 21 & le 22, temps nébuleux. Le 23, grande chaleur. Le 24 & le 25, beau temps. Le 27 & le 28, temps couvert. Le 29, pluie. Le 30, temps couvert.

JUILLET.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.		BAROMÈTRE B.		BAROMÈTRE C.		BAROMÈTRE D.		BAROMÈTRE E.		THERMOMÈTRE.
	pouces	lign.	pouces	lign.	pouces	lign.	pouces	lign.	pouc. lign.	pouc. lign.	degrés.
1	27.	4 2/3	27.	6 1/2	26.	11 2/3	27.	6	27. 8 1/2 ...	27. 8 4/6	16. 0
2	27.	5 1/2	27.	7 1/2	27.	0 3/4	27.	6 3/4	27. 9 ...	27. 9 1/8	16. 0
3	27.	9	27.	11 1/2	27.	4 1/2	27.	10 1/2	28. 0 3/4 ...	28. 0 1/2	16. 0
5	27.	8 3/4	27.	10 1/2	27.	3	27.	9	28. 0 ...	27. 11 5/6	17. 0
7	27.	6 1/2	27.	8 2/3	27.	1	27.	8	27. 10 ...	27. 10	17. 0
8	27.	8	27.	10 1/2	27.	3	27.	9 1/2	27. 11 ...	27. 10 7/8	18. 0
9	27.	8	27.	10	27.	3	27.	9	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	18. 0
10	27.	6	27.	7 1/2	26.	11 1/2	27.	6 1/2	27. 9 3/4 ...	27. 9 7/8	18. 0
11	27.	4 3/4	27.	6	26.	10	27.	5	27. 8 1/2 ...	27. 8 3/4	18. 0
12	27.	4	27.	6	26.	11	27.	5 1/2	27. 8 1/2 ...	27. 8 3/4	17. 0
13	27.	8 1/3	27.	10 1/2	27.	3	27.	9 1/2	28. 0 ...	28. 0	17. 0
15	27.	7	27.	8 1/3	27.	1	27.	7 1/4	27. 10 ...	27. 10	17. 0
16	27.	6 1/2	27.	8 1/2	27.	1	27.	8	27. 10 ...	27. 10	17. 0
17	27.	8 1/3	27.	10 1/2	27.	3	27.	9 1/2	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	16. 1/2
18	27.	8 1/2	27.	10 1/2	27.	3	27.	9 1/2	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 0
19	27.	8 1/2	27.	10 1/2	27.	3	27.	9 1/2	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 1/2
20	27.	8 2/3	27.	11	27.	3	27.	9 3/4	28. 0 ...	27. 11 7/8	18. 0
21	27.	8 1/2	27.	10	27.	3	27.	9	28. 0 ...	27. 11 5/6	18. 1/2
22	27.	6 1/2	27.	8	27.	0	27.	7	27. 10 ...	27. 10	19. 0
24	27.	6	27.	7 1/2	27.	3	27.	8	27. 10 3/4 ...	27. 10 3/4	18. 0
25	27.	6 1/2	27.	8	27.	0	27.	7	27. 10 ...	27. 10	17. 0
26	27.	5	27.	7	26.	11 1/2	27.	6	27. 9 ...	27. 9 1/8	17. 0
27	27.	8	27.	10	27.	2 3/2	27.	9	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 0
28	27.	8 3/4	27.	11	27.	3 1/2	27.	10	28. 0 ...	27. 11 5/6	17. 0
29	27.	6	27.	8	27.	2 3/4	27.	9	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 1/2
30	27.	8	27.	9 1/2	27.	2	27.	9	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 1/2
31	27.	2 1/3	27.	10 1/4	27.	2	27.	9 1/3	27. 11 1/2 ...	27. 11 3/8	17. 1/2

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau temps. Le 2, nébuleux. Le 3, temps couvert. Le 5, nébuleux. Le 7, beau temps. Le 8 & le 9, beau. Le 10, pluie. Le 11, temps couvert. Le 12, grande pluie. Le 13, beau. Les 15, 16 & 17, temps couvert. Le 18 & le 19, beau. Le 20 & le 21, beau temps. Le 22, pluie. Le 24, beau. Le 25, pluvieux. Le 26, pluie. Le 27, couvert. Le 28 & le 29, beau. Le 30, pluvieux & vent. Le 31, temps couvert.

AOUST.

Jours du Mois.	BAROMÈTRE A.	BAROMÈTRE B.	BAROMÈTRE C.	BAROMÈTRE D.	BAROMÈTRE E.	THERMOMÈTRE.
	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouces lign.	pouc. lign ... pouc. lign.	degré.
1	27. 8 1/2	27. 11	27. 2	27. 10 1/2	28. 0 ... 27. 11 5/6	19. 1/2
2	27. 6	27. 8 2/3	26. 10	27. 7	27. 10 ... 27. 10	22. 0
4	27. 9	27. 11 1/2	27. 3	27. 10	28. 0 2/3 ... 28. 0 2/3	19. 0
5	27. 9 1/2	28. 0	27. 3	27. 11 1/2	28. 1 ... 28. 1	20. 0
6	27. 9 1/2	27. 11 1/2	27. 3	27. 10 1/2	28. 1 ... 28. 0 5/6	20. 0
7	27. 9 1/2	27. 11 1/2	27. 2 1/2	27. 10 1/2	28. 1 ... 28. 0 5/6	20. 0
9	27. 9	27. 11	27. 1 1/2	27. 10	28. 1 ... 28. 0 5/6	20. 0
10	27. 8 1/2	27. 10	27. 2	27. 9	28. 0 ... 28. 0	20. 0
12	27. 8	27. 10	27. 2 1/2	27. 9	27. 8 ... 27. 8	19. 0
13	27. 9 1/3	27. 11 1/2	27. 4	27. 10 1/4	28. 0 1/2 ... 28. 0 2/3	18. 0
15	27. 6	27. 8	27. 1	27. 7	27. 10 ... 27. 10 1/8	16. 0
17	27. 8	27. 10	27. 3	27. 9	27. 11 1/2 ... 27. 11 3/8	16. 0
19	27. 10	28. 0	27. 4 1/2	27. 11	28. 1 ... 28. 0 7/8	16. 1/2
20	27. 10	27. 8	27. 5	27. 11	28. 1 ... 28. 0 7/8	16. 0
21	27. 10	28. 0	27. 4	27. 10 1/2	28. 1 ... 28. 0 3/4	17. 1/2
23	27. 9	27. 11	27. 4	27. 10	28. 0 ... 27. 11 3/4	16. 0

ÉTAT DU CIEL.

Le 1.er beau. Le 2, grande chaleur. Le 4, beau. Le 5, grande chaleur. Le 6, chaud. Les 9, 10 & 12, beau. Le 13, vent & temps couvert. Le 15, couvert. Le 17, pluvieux. Les 19, 20 & 21, beau.

VOYAGE

FAIT PAR ORDRE DU ROI

À LA CÔTE D'ESPAGNE;

Pour déterminer par des Obſervations aſtronomiques la poſition des caps Finiſtère & Ortegal, en 1751.

PREMIÈRE SECTION,

Qui comprend la relation hiſtorique du Voyage.

Par M. DE BORY.

CE Mémoire renferme la relation de deux voyages faits par ordre du Roi, l'un à la côte d'Eſpagne & l'autre à celle de Portugal : diverſes circonſtances ont empêché de les publier dans leur temps; mais comme les obſervations faites dans différens endroits de ces côtes ſe ſervent de confirmation réciproque, j'ai cru devoir en former un recueil, & y joindre celles de même eſpèce, faites dans le même deſſein à Funchal, capitale de l'île de Madère.

Cet ouvrage ſe trouve donc naturellement diviſé en deux parties; chacune renferme un voyage particulier, & chacune à ſon tour eſt partagée en deux ſections; dans la première ſection, je donne le Journal hiſtorique des évènemens, les remarques que j'ai pu faire, & la deſcription des lieux où je me ſuis établi.

Perſuadé que la perfection des Routiers & des Ouvrages, que les Marins nomment *flambeau de la mer*, dépend de l'exactitude que les voyageurs apportent dans la deſcription des rades & des ports qu'ils voyent, j'ai cru ne devoir rien négliger à cet égard; j'entre donc dans un grand détail pour les endroits qui ſont de nature à être fréquentés, ou qui peuvent ſervir de retraite dans les cas imprévus, mais je ne rapporte que les circonſtances de navigation qui ſont indiſpenſables.

Je place dans chaque ſeconde ſection tout ce qui a rapport aux Obſervations aſtronomiques, & je la termine par leur comparaiſon.

Le but principal de ce premier voyage étoit d'aller à la côte d'Eſpagne s'aſſurer du véritable point auquel il faut placer le cap Finiſtère, cap célèbre & important pour les Navigateurs & les Géographes.

La latitude du cap Ortegal n'eſt pas moins intéreſſante ; ce cap le plus ſeptentrional de l'Eſpagne, ſert de reconnoiſſance à beaucoup de Vaiſſeaux qui reviennent de long cours; il n'étoit encore exactement placé ſur aucune carte hydrographique ; elles s'accordoient toutes à donner trop peu d'étendue à cette partie de la mer, que nous nommons le *golfe de Gaſcogne.*

L'éclairciſſement de ces deux points de Géographie n'exigeoit qu'un appareil d'inſtrumens aſſez ſimple: j'étois muni d'un ſextant de deux pieds de rayon, fait par le fameux Buterfield, & de quelques lunettes, dont la plus longue étoit de quinze pieds.

Pour remplir ce projet on arma au port de Breſt l'*Amarante*, Corvette de douze canons; j'en eus le commandement; je devois d'abord ſuivre une eſcadre de neuf vaiſſeaux, deſtinés *(a)* à faire des évolutions navales ſous les ordres de M. de Perrier, chef d'Eſcadre: à ces fonctions d'Officier de la Marine devoient ſuccéder celles d'Aſtronome.

ARTICLE PREMIER.

Départ de Breſt.

Il ne doit pas être ici queſtion du premier objet de ma campagne,

(a) Ces vaiſſeaux étoient le *Dragon*, de 64 canons, commandé par M. de Perier, chef d'Eſcadre; le *Protée*, de 64 canons, par M. de Foligny, Capitaine de vaiſſeau, maintenant chef d'Eſcadre; l'*Opiniâtre*, de 64 canons, par M. d'Aché, Capitaine de vaiſſeau; la *Sirène*, de 30 canons, par M. de Morogues, Capitaine de vaiſſeau & d'Artillerie; la *Diane*, de 36 canons, par M. de la Broſſe, Capitaine de vaiſſeau & d'artillerie; le *Zéphyr*, de 28 canons, par M. le Marquis Deſgoutes, Capitaine de vaiſſeau; la *Topaſe*, de 24 canons, par M. Drucourt, Capitaine de vaiſſeau; la *Galatée*, de 24 canons, par M. le Marquis Damfreville, Capitaine de vaiſſeau; la *Mutine*, de 24 canons, par M. le Comte Deſnos, Capitaine de vaiſſeau; l'*Amarante*, de 12 canons, commandée par l'auteur, étoit la Corvette de cette Eſcadre.

il me ſuffira de dire que cette eſcadre appareilla de Breſt le 20 Juillet 1751 ; que notre navigation, loin d'être accompagnée de la tranquillité que l'on pouvoit attendre de la ſaiſon, ſe fit au milieu de pluſieurs coups de vent aſſez forts pour interrompre ſouvent l'ordre de notre marche.

J'avois embarqué une machine que M. Brunkner, Géographe du Roi & Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences, venoit de lui propoſer pour meſurer le ſillage des Vaiſſeaux : cette machine ingénieuſe, déjà décrite dans les Tranſactions Philoſophiques, ſous le nom de M. Saumarés, répondroit parfaitement aux vues de ſon Auteur, ſi on pouvoit la rendre moins ſujette aux dérangemens fréquens & inévitables dans ſon état actuel ; je ne l'ai jamais tirée de l'eau qu'elle ne fût conſidérablement endommagée : ſon principal avantage, ainſi que l'ont remarqué les Commiſſaires de l'Académie nommés pour l'examiner, conſiſte en ce qu'elle donne la meſure du ſillage d'un vaiſſeau d'une façon abſolue, & ſans avoir égard à la vîteſſe plus ou moins grande avec laquelle un navire aura marché.

Le 9 du mois d'Août, je reçus de M. de Perrier, l'ordre d'aller à Bayonna, port de Galice, y porter des dépêches pour la Cour de France & pour le Commandant de deux frégates de ſon eſcadre qui avoient relâché dans ce même port *(b)*.

Le lendemain j'aperçus la terre, mais ſans pouvoir la reconnoître ; le 11 je vis diſtinctement les îles de Bayonna, la montagne Sainte-Rege, montagne fourchue, comme la repréſente très-bien le *petit flambeau de la mer*, & le monaſtère d'Oyo : ce monaſtère eſt blanc & bâti près de l'eau ; il fournit pour cette côte une reconnoiſſance certaine ; c'étoit la ſeule que j'euſſe, & je ne me ſuis point repenti de m'y être fié.

A une heure après midi je fis ſonder, & je trouvai ſoixante-dix braſſes, fond de vaſe claire ; j'étois alors à quatre ou cinq lieues à l'oueſt de la montagne Sainte-Rege, & vis-à-vis l'embouchure du Minho, rivière qui ſépare l'Eſpagne & le Portugal :

(b) La Diane ayant rompu ſon grand mât de hune & ſes barres de hune, le Général permit à M. de la Broſſe de relâcher à Bayonna, & ordonna au *Zéphyr* de l'accompagner.

le 12,

Le 12, j'obſervai la hauteur méridienne du Soleil avec l'octant de M. Hadley, & j'en conclus la latitude de 41d 48′; j'étois à trois lieues de ces îles & plus ſud qu'elles *(c)*.

Je ſondois ſouvent en dehors de ces îles, & je trouvois depuis trente juſqu'à quarante-cinq braſſes fond de roche.

J'étois à l'ouverture de la paſſe du ſud, lorſqu'il me vint un pilote du pays; il m'apprit que les bâtimens que je cherchois n'étoient point à Bayonna, mais à Vigo, trois lieues plus loin dans la Baie.

Cette paſſe, qui n'étoit connue d'aucun de nous, eſt formée du côté du continent par le cap Phaſalis, & de celui des îles de Bayonna, par un gros rocher noir, ſitué fort près & dans le ſud de ces îles: elle auroit une lieue & demie de large s'il n'y avoit pas auprès de ce cap Phaſalis, des briſans appelés les *loups;* ils diminuent la largeur de ce canal de plus d'un quart de lieue; ce ſont les ſeuls dangers.

Il n'en eſt pas de même lorſque ce Cap eſt doublé; on aperçoit à ſtribord, en même-temps que la ville de Bayonna, beaucoup de roches & de briſans; l'entrée de ce port, & toute la côte juſqu'à Bocès, ſont hériſſés d'écueils, entre leſquels il y a pluſieurs paſſages. Si l'on porte à l'eſt nord-eſt, on évite tout, juſqu'aux pierres qui s'étendent à une portée de fuſil au large de Canga, pointe ſur la terre ferme que l'on trouve à bâbord.

Enſuite on gouverne à l'eſt juſqu'au mouillage près de Vigo; il eſt fort bon & de vaſe noire; j'y laiſſai tomber l'ancre par treize braſſes & demie.

ARTICLE II.

Séjour à Vigo.

Vigo eſt une ville de Galice; on ſait que cette partie de l'Eſpagne ne préſente guère à la vue que de hautes montagnes, chargées preſque toutes de rochers & couvertes de fort peu de terre; on ſait auſſi que ſes habitans paſſent pour pareſſeux, &

(c) J'ai déterminé par des obſervations aſtronomiques faites à terre, le milieu de ces îles pour 42d 10′ 30″.

ne prennent pas toujours ſoin de cultiver leur terrein, qui cependant eſt aſſez bon dans quelques endroits. Les légumes y ſont rares & les fruits encore plus; les maiſons de Vigo ſont mal bâties; les rues n'ont aucun alignement, & forment preſque par-tout des eſpèces d'eſcaliers, ce qui vient de ce que la ville eſt ſur le penchant d'une colline qui ſe termine au bord de la mer.

Elle eſt défendue par deux petits forts, l'un à la pointe inférieure; l'autre au haut de la montagne.

La rade de Vigo en fait le port; elle eſt grande, belle, & n'a d'autres dangers que ceux dont j'ai parlé précédemment.

Dans l'eſt de cette rade, on voit la baie de Redondelle; cette baie eſt large & a un grand enfoncement; on n'y craint aucun vent, mais elle eſt plate; on n'y trouve que trois ou trois braſſes & demie, fond de vaſe: on dit qu'autrefois elle étoit plus profonde & qu'elle ſe comble faute d'être nettoyée; elle eſt peu fréquentée, & elle ne reçoit les eaux que de quelques petits ruiſſeaux qui n'y doivent pas charier beaucoup de vaſe.

C'eſt dans cette baie que furent échoués & brûlés le 10 Octobre 1702, les galions venus du Mexique ſous les ordres de M. le Comte de Châteaurenault: quoique l'on eût ſauvé tout l'argent, & qu'il n'y ait eu que les effets de perdus, il paroît cependant que bien des gens n'en ont pas été perſuadés: l'eſpérance de retirer des piaſtres du ſein de la mer, a fait faire depuis ce temps pluſieurs tentatives. Malgré le peu de réuſſite de ceux qui avoient voulu relever ces galions, on a vu de nos jours un habile Ingénieur tenter cette entrepriſe avec ſuccès ſur le Tojo, ſon opération eſt rapportée dans le *tome III des Mémoires des Savans Étrangers.* En 1733, on voyoit encore au fond des eaux des veſtiges des galions; la vaſe a ſans doute achevé de les combler, car je n'en ai point aperçu.

La petite ville de Redondelle donne ſon nom à cette baie; & a un ruiſſeau, ſur le bord duquel elle eſt aſſiſe.

Vis-à-vis l'embouchure de ce ruiſſeau eſt une petite île, dite *l'île Saint-Simon;* elle eſt fort agréablement ſituée; on y voit un couvent de Franciſcains à demi ruiné; les Pères de la terre-ferme les plus voiſins y entretiennent perpétuellement un Prêtre &

deux Frères de leur ordre; ces Religieux ſont deſtinés à garder les corps des Saints dont ils ſont les dépoſitaires; leur principale richeſſe me parut conſiſter dans la poſſeſſion du corps de Saint Pierre d'Alcantara.

Forcé par mes ordres d'entrer à Vigo, & contraint par les vents d'y reſter, je crus ne pouvoir mieux employer mon ſéjour qu'en y faiſant quelques obſervations aſtronomiques; j'étois determiné à prendre ce parti; 1.° pour rendre mon loiſir utile; 2.° je penſois que pluſieurs obſervations exactes dans différens endroits éloignés les uns des autres, concourroient à mieux déterminer leur poſition reſpective; 3.° le port de Vigo eſt une bonne relâche, & il me ſemble que les Navigateurs ſont intéreſſés à le voir bien marqué ſur les cartes, qui ne s'accordent pas toutes à lui donner la même latitude.

Quelqu'envie que j'euſſe de travailler promptement, il ne me fut pas poſſible de monter mes inſtrumens avant le 17; je ne trouvai point dans la ville de lieu commode pour mes opérations; je fis élever deux tentes, une pour moi & une pour les gens de l'équipage chargés de les garder; elles étoient ſur une pointe propre à l'établiſſement d'un Obſervatoire.

Cette pointe s'appelle la *pointe Saint-Jean*, du nom d'une chapelle qui y eſt bâtie & dédiée à ce Saint, elle eſt dans le ſud d'un morne fort haut & preſque inacceſſible, ſur lequel on a cependant placé une autre chapelle ou hermitage ſous le nom de Sainte-Rege.

La pointe Saint-Jean eſt peu élevée au-deſſus du bord de la mer; elle eſt entre deux anſes de ſable, l'une fort petite dans le nord-nord-oueſt, l'autre au midi, aſſez grande, & qui va en s'arrondiſſant juſqu'à la ville de Vigo.

Le morne Sainte-Rege eſt fort proche de la pointe Saint-Jean, & il eſt à l'entrée méridionale du goulet de la baie de Redondelle: à ſon pied eſt un gros rocher détaché de la terre-ferme en forme d'iſlot.

Mon obſervatoire étoit à deux tiers de lieue dans l'eſt nord-eſt de la ville de Vigo, & dans l'eſt quart de nord-eſt du milieu des îles de Bayonna.

Je découvrois clairement la Roche-noire, ſituée dans le ſud de ces îles; elle m'a ſervi à vérifier par le renverſement, la lunette perpendiculaire.

La pendule que j'avois, quoique bonne d'ailleurs, avoit ce défaut que ſes vibrations étoient fort petites; auſſi le moindre ébranlement ſuffiſoit pour l'arrêter : pour éviter ces accidens, je fis planter un pieu iſolé, j'y mis la pendule, & depuis ce temps elle a marché ſans interruption.

Des nuages couvrirent preſque toujours le ciel juſqu'au mardi 24 du mois d'Août; les hauteurs correſpondantes du Soleil que j'eus ce jour-là, me ſervirent à tracer une ligne méridienne & à connoître la variation de la bouſſole, qui ſe trouva de 14 degrés nord-oueſt. J'attendois ces hauteurs avec impatience; il faiſoit beau, & je me préparois à obſerver la nuit ſuivante une immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter; je fus aſſez heureux pour avoir un temps très-favorable.

Le ciel étoit clair & ſerein, il ne faiſoit point de vent; je me ſervois d'une lunette de 15 pieds, ſolidement appuyée ſur un des montans de ma tente, & j'entendois battre la pendule, dont je pouvois aiſément compter les vibrations: cette obſervation de longitude me donne pour différence des méridiens, entre Paris & Vigo, en temps, $43' 11''$, ou $10^d 47' 55''$; le lendemain j'eus des hauteurs correſpondantes du Soleil, & il me fut facile de réduire exactement en temps vrai l'heure de l'immerſion.

Cette obſervation eſt la ſeule de longitude que j'aie pu faire près de Vigo: je deſirois vainement d'en obtenir d'autres, le ciel ne m'en fournit aucune avant mon départ qui ne pouvoit être différé que par les vents contraires.

Il ſe préſentoit un moyen facile de connoître la diſtance à laquelle mon Obſervatoire étoit de l'Amarante; on voit que j'entends parler du moyen qu'offre la vîteſſe du ſon: je profitai des coups de canon, que l'on devoit tirer à bord le 24 Août, pour célébrer la fête de Saint Louis: le vent ſouffloit foiblement de l'oueſt ſud-oueſt; je comptai à la pendule l'intervalle qui ſe trouvoit entre les momens auxquels je voyois le feu, & ceux auxquels j'entendois le bruit; cet intervalle s'eſt toujours trouvé de $4'' \frac{1}{2}$ à $5''$; le

lendemain je répétai la même opération; j'eus le même réſultat; & je conclus la diſtance du bâtiment à ma tente de 922 toiſes $\frac{1}{4}$, en prenant un milieu entre 4″ $\frac{1}{2}$ & 5″, & en ſuppoſant que le ſon parcoure 173 toiſes par ſeconde *.

* *Voy. les Mém. de l'Académie, année 1738, page 126.*

Les jours ſuivans, juſqu'au 29, furent employés à prendre des hauteurs méridiennes du Soleil, de la luiſante de la Lyre, de la claire de l'Aigle & de la queue du Cygne; celles de la Lyre étoient deſtinées à vérifier l'erreur de la lunette centrale du ſextant.

Les Obſervateurs connoiſſent parfaitement les difficultés qui ſe rencontrent lorſqu'on veut obſerver exactement les hauteurs méridiennes des Aſtres qui paſſent proche du zénith; je ne les décrirai point, j'aſſurerai ſeulement que s'il m'avoit été poſſible d'avoir à Vigo, dans une même nuit, des hauteurs méridiennes d'étoiles, les unes vers le nord & les autres vers le ſud, j'aurois préféré cette méthode: à ſon défaut, j'ai été obligé de me borner à la vérification au zénith par la Lyre, parce que le vent qui venoit de changer, preſſoit mon départ; j'ajoute en même-temps que l'obſervation que je rapporte, ne manquant point d'exactitude, on y peut avoir confiance.

De toutes mes hauteurs méridiennes, le réſultat moyen m'a appris que mon Obſervatoire étoit par 42^{d} 14′ 24″; Vigo par 42^{d} 13′ 20″, & le milieu des îles de Bayonna par 42^{d} 10′ 37″.

ARTICLE III.

Départ de Vigo.

L'occaſion pour ſortir de la rade de Vigo devenoit favorable; les vents obſtinés depuis long-temps, de la partie de l'oueſt, s'étoient enfin rangés dans celle du nord-eſt; je voulois m'en ſervir; je regardois comme perdus les momens que je ne paſſois point à la vue du cap Finiſtère.

Je mis à la voile le 1.er Septembre; le calme m'obligea de mouiller le même jour auprès des îles de Bayonna ſous la pointe de *Soubrida* qui eſt en même-temps la plus ſeptentrionale & la plus occidentale de la rade de Vigo; j'étois vis-à-vis d'une belle anſe de ſable par dix-ſept braſſes, le fond étoit de coquillages.

pourris, mêlés de gros ſable, de gravier & de pointes d'alènes *(d)*.

Le vent contraire & le calme me retinrent à ce mouillage, où je ne pus obſerver autre choſe que l'amplitude occaſe du Soleil, qui me donna la déclinaiſon de la bouſſole de 14 degrés $\frac{1}{2}$ nord-oueſt, ce qui ne diffère que de 30 minutes de celle que j'avois obſervée à Vigo.

Le 3, j'appareillai, je comptois ſortir par la paſſe du nord-oueſt, le vent ne me le permit pas; la hauteur des îles lui faiſoit prendre une direction toujours conforme à celle de chaque canal qui les ſépare; contraint de louvoier, je m'aſſurai qu'elles étoient fort *ſaines (e)*; je m'en approchois aſſez pour y pouvoir jeter une pierre; je faiſois ſonder de temps en temps, & particulièrement par le travers d'une anſe qui partage preſque en deux la grande île; j'y trouvai depuis dix-huit juſqu'à vingt braſſes, fond de ſable & de vaſe.

Ces îles qui ſont, à proprement parler, des rochers eſcarpés & preſque nus, n'ont d'autres habitans que des lapins, elles ſont au nombre de deux, ſéparées par une ouverture dont la largeur eſt d'une demi-portée de canon, & la profondeur ſuffiſante pour les plus grands vaiſſeaux: cependant on n'y paſſe jamais, parce que la mer y eſt, dit-on, toujours fort mauvaiſe; je n'ai point remarqué cette circonſtance, les gens du lieu aſſurent néanmoins qu'il y a un *reſacq (f)* conſidérable qui jette à terre; que quand même on donneroit dans la paſſe avec un bon vent, on n'y trouveroit, une fois entré, que du calme, & qu'on ſeroit expoſé à la fureur des flots: pour prouver ce qu'ils avancent, ils citent un Navire marchand anglois, qui pouſſé par un vent d'oueſt avoit riſqué ce paſſage & avoit été peu après porté ſur les rochers;

(d) Ces pointes d'alènes ſont, je penſe, des cornes d'ammon.

(e) Une côte ſaine, en termes de marine, eſt une côte qui n'a point de dangers.

(f) Le *reſacq* eſt l'effet du mouvement des eaux, qui ſont pouſſées vers la terre par une force plus conſidérable que celle qui les renvoie; les eaux ainſi agitées doivent revenir ſouvent ſur elles-mêmes, & après bien des balottemens ſucceſſifs, elles ne manquent pas de jeter à la côte les corps qu'elles portent.

il ne s'en ſauva que peu de perſonnes dans le canot à la ville de Bayonna.

Ce fait dénué de circonſtances paroît bien prouver que cette paſſe eſt fort dangereuſe, mais il n'indique pas les cauſes du danger; ſont-ce des rochers ſous l'eau & aſſez mal connus qui la rétréciſſent conſidérablement? eſt-ce, comme on le prétend ſur les lieux, un retour de marée violent & qui forme ce qu'on appelle un *tournant d'eau!* c'eſt ce que je n'ai pu éclaircir, & ce qu'il eſt indifférent de ſavoir pour la ſeule pratique de la navigation; la théorie exigeroit peut-être quelque choſe de plus.

La grande île de Bayonna, vue du large, doit paroître ſéparée en deux, parce que ſa partie du nord n'eſt jointe à celle du ſud que par une langue de ſable fort étroite & aſſez baſſe pour être inondée dans les gros temps & dans les grandes marées. Voilà ce qui fait croire qu'il y a trois îles: il n'y en a effectivement que deux, car je ne compte pas un gros rocher noir ſéparé de la petite île, qui eſt celle du ſud; s'il forme un iſlot, il eſt trop bas pour être vu de loin.

Le *Pratique* que j'avois, me faiſoit éviter la bande de l'eſt; parce que, diſoit-il, la côte en dehors de Soubrida eſt garnie de rochers; que le fond eſt mauvais, & que ſi l'on étoit obligé d'y mouiller, on courroit riſque de perdre ſes ancres: en conſéquence, je raſois l'île de Bayonna. Il devoit réſulter de cette manœuvre un inconvénient aſſez aiſé à prévoir; c'étoit celui du calme ſous une terre extrêmement élevée, au pied de laquelle je trouvois à la diſtance d'une portée de piſtolet, une profondeur de vingt-deux à vingt-trois braſſes d'eau.

Cependant le vent, quoique foible, me ſortoit toujours; j'étois aidé par le courant: je remarquai qu'il portoit au nord-oueſt; à cet aire de vent, on trouve un banc de roches qui s'avance en mer à deux tiers de lieue de la pointe; ce banc n'eſt point marqué ſur le *Neptune françois:* à cela près, on peut ſe fier à ce recueil pour la poſition de ces îles & pour l'entrée de Vigo; il n'eſt pas ſi exact pour le contour de la rade. Les inſtructions que donne à ce ſujet le *Petit flambeau de la mer,* ſont aſſez bonnes, quoiqu'inſuffiſantes: on remarque, en liſant cet Ouvrage, que l'auteur n'avoit pas vu

par lui-même, tous les lieux dont il fait la description, & que la forme abrégée ſous laquelle il l'a donnée, l'a obligé de ſupprimer beaucoup de détails : malgré ces défauts, il eſt d'un grand ſecours, & ſon imperfection nous engage à deſirer que l'on travaille à le corriger, & à rendre ſon utilité plus générale.

Je n'étois pas encore loin de la pointe ſeptentrionale de la grande île, quand le vent fraîchit du ſud-oueſt, & amena avec lui un brouillard qui me fit perdre toute terre de vue.

J'avois formé le projet d'eſtimer la diſtance qu'il y a en route directe entre ces îles & le cap Finiſtère, je n'ai pu l'exécuter; contrarié par les vents, j'ai été forcé de courir beaucoup de routes différentes & avec une voilure fort inégale.

L'incertitude de la dérive & celle du chemin, combinées enſemble, n'euſſent pu produire que des erreurs.

Je ne fus pas plus heureux pour connoître la direction des courans; le pilote Eſpagnol prétendoit qu'ils n'avoient point de route marquée & qu'ils ſuivoient toujours le vent : ſon ſentiment ne m'a paru ni deſtitué de vraiſemblance ni accompagné de toute la certitude néceſſaire pour l'adopter.

Quoique pendant mon ſéjour à Vigo, j'euſſe tâché de ſavoir quel étoit le port voiſin de Finiſtère, le plus propre à mes opérations, je n'avois pu m'en éclaircir, & j'étois parti incertain ſi j'irois à Camarino, à Corcubion ou à Mouros; les vents me décidèrent, ils m'interdiſoient l'entrée des deux premiers ports, & ils conduiſoient au dernier : je fus déterminé à lui donner la préférence, & j'ai vu depuis que j'avois fait le meilleur choix.

Je luttois contre les vents du nord, preſque depuis le moment que j'avois perdu de vue les îles de Bayonna : le cap Finiſtère ſe préſentoit à moi, mais dans le lointain & ſans pouvoir en approcher; j'apercevois auſſi deux objets fort aiſés à diſtinguer; le premier paroiſſoit comme un iſlot en pain de ſucre, c'eſt le mont Lauro, pointe ſeptentrionale de la baie de Mouros; le ſecond étoit une montagne faite comme une ſcie, c'eſt la montagne de Corcubion, & c'eſt une reconnoiſſance certaine pour le cap Finiſtère, qui, n'ayant pas la hauteur des terres voiſines, n'eſt pas vu d'auſſi loin.

Le

Le 9 Septembre j'étois assez élevé dans le vent pour n'être plus qu'à une lieue du cap ; je crus alors être sûr de gagner Mouros, dont l'entrée étoit sous le vent : mais comme de Finistère à ce port, la côte va en s'arrondissant dans le sud, le vent qui venoit de terre la suivoit & refusoit à mesure que je m'en approchois ; néanmoins à midi j'étois à l'entrée de la baie, & moyennant une douzaine de bords que j'y courus, je me trouvai au mouillage même de Mouros.

ARTICLE IV.

Séjour à Mouros.

Il semble que la Nature qui a rempli la terre-ferme de la Galice, de roches & de pierres, sans en semer au milieu de la mer qui baigne les bords de cette province, se soit ici repentie de ce partage inégal; elle en a fait aux environs de la baie de Mouros une distribution très-considérable, mais elle y a suivi la loi générale, qu'elle paroît s'être prescrite pour toutes les côtes de la mer : on sait que la profondeur de l'eau, auprès d'une côte quelconque, est ordinairement en raison de l'élévation du terrein même de la côte, de façon que quand il est élevé on trouve beaucoup d'eau à son pied, & que quand il est bas, c'est tout le contraire.

On remarque ici la même chose pour les rochers, ceux de la terre sont roides & escarpés, ceux de la mer sont presque tous hors de l'eau; la plupart de ceux qui ne découvrent pas, brisent d'une façon sensible, & je ne doute pas que si tous ces rochers étoient bien connus, on n'y découvrît plusieurs passages profonds.

Quoique cette partie de la Galice soit peu fréquentée, il peut néanmoins arriver des cas auxquels on soit dans la nécessité de s'en approcher ; cette raison me détermine à faire connoître ces écueils aux Navigateurs.

La pointe septentrionale de la baie, dont il est question, s'appelle le *mont Lauro;* de loin elle ressemble, comme il a été dit, à un pain de sucre, & la langue de terre qui la joint au continent, étant fort basse, on la prend pour une île.

A demi-lieue dans l'oueſt nord-oueſt de cette pointe, ſont des briſans, appelés *los mehiris ;* ils ne découvrent jamais : à l'oueſt quart de nord-oueſt, ſont d'autres rochers nommés *los merullos ;* ceux-ci découvrent toujours & s'étendent à trois lieues de terre : entre *los merullos* & *los mehiris*, on aperçoit un autre briſan preſque directement à l'oueſt.

Le paſſage entre ces deux bancs ſemble avoir près d'une lieue de large ; cependant des roches toujours couvertes le rétréciſſent au point que dans certains endroits il n'a que quatre ou cinq longueurs de navire ; j'y ai paſſé & ſondé en même-temps ; la ſonde donna trente braſſes & un fond de ſable ; j'étois à la portée de piſtolet des roches découvertes de *los merullos ;* le pilote que j'avois pris à Vigo, plus hardi ou moins bien inſtruit que celui que j'eus enſuite à Mouros, croyoit ce paſſage bien plus large qu'il n'étoit ſelon le ſentiment du dernier pratique ; celui-ci prétendoit que je n'avois pu y paſſer ſans miracle.

A demi-lieue au nord-oueſt du mont Lauro, eſt une pointe appelée le cap Miñarſo ; ce Cap a des briſans, dont l'étendue en mer eſt d'une demi-lieue.

Le cap Courouvelle, qui forme l'entrée méridionale de la baie, eſt à quatre ou cinq lieues au ſud du mont Lauro ; ce cap eſt fort bas ; il eſt de ſable, il a auſſi ſes briſans, appelés *los baſoñes.*

C'eſt vers Courouvelle & vers le mont Lauro, qu'abordèrent les deux canots qui portoient les trente-quatre hommes échappés du naufrage du vaiſſeau du Roi le *Bourbon ;* ce bâtiment, commandé par feu M. de Boulainvilliers, & faiſant partie de l'eſcadre de feu M. le Marquis d'Antin, périt le 12 Avril 1740, à la vue du cap Finiſtère & des pointes que je décris.

Preſqu'au pied du mont Lauro, dans le ſud, ſont des rochers découverts, nommés *los hilloñes ;* ils forment avec la terre-ferme un paſſage étroit, profond & peu fréquenté.

Voilà à peu près les écueils qui ſont en dehors de la baie de Mouros ; il eſt aiſé de juger, que lorſqu'on vient du nord, il ne faut pas approcher la terre de plus de trois & demie à quatre lieues, ou qu'il faut l'accoſter aſſez pour paſſer entre le mont Lauro & *los mehiris.*

Ces dangers, dont beaucoup briſent, une fois doublés, on entre dans une baie ſpacieuſe qui offre un beau louvoyage; elle eſt ſaine, & n'a qu'une ſeule roche, appèlée *balla*, toujours découverte; on y peut courir juſqu'à ce que l'ouverture du port de Mouros reſte au nord-oueſt; alors l'on trouve des bancs, & il n'y a plus qu'un chenal étroit qui conduit à Noya.

Quand cette ouverture ſe trouve au nord-nord-oueſt, ſi on porte à cet aire de vent, on gagne aiſément un fort bon mouillage de fond de vaſe; le meilleur eſt par dix braſſes vers le milieu de la ville, à portée de la voix du château, dans un petit port rond & à l'abri de tout vent.

La ville eſt ſituée au pied d'une montagne qui la garantit des vents de ſud & d'oueſt; elle fait face au nord où eſt ſon port; elle n'eſt pas belle; c'étoit autrefois une ville forte, quoique conſidérablement dominée par le terrein extérieur; mais de ſes antiques fortifications il ne lui reſte qu'un château & douze tours, bâties de diſtance en diſtance le long du mur d'enceinte; ſelon une vieille tradition du pays, elles ſont un monument du paſſage des douze Pairs de France ſous le règne de Charlemagne.

Dès que je fus mouillé, mon premier ſoin fut de chercher un lieu d'où je puſſe voir le cap Finiſtère; il n'y en avoit point dans le voiſinage, & ce ne fut qu'au bout de quelques jours que je découvris à une lieue & demie, une pointe d'où ce Cap ſe préſentoit à merveille.

Cette pointe s'appelle la *pointe de El-aucra-doyro*, elle eſt entre deux anſes de ſable qui portent le nom de *grand ſable*, l'*arena mayor*, éloignée de Mouros d'une bonne lieue & demie; le chemin qui y conduit eſt d'abord aſſez mauvais; il faut monter un morne très-roide qui ſépare la ville & la baie; on le deſcend par un chemin pratiqué pour les gens de pied autour de la montagne; ce chemin n'a vraiſemblablement été fait avec tant de ſoin que parce qu'il conduit à un couvent de Franciſcains, où ces religieux ont en abondance de l'eau & de la verdure, ſeul agrément qu'ils aient pu ſe procurer dans une ſituation bornée de toutes parts.

Lorſque l'on a paſſé ce couvent, le terrein devient plus uni, il ſe préſente même une petite plaine aſſez bien cultivée; elle

réjouit agréablement la vue fatiguée par les rochers arides qui bordent le chemin que l'on quitte : on traverſe la plaine qui mène au village du mont Lauro; ce village eſt à un quart de lieue, & prend ſon nom de ce mont, ſi ſouvent cité dans cette deſcription.

Une demi-lieue au-delà du village, eſt la pointe d'*Ancra-doyro;* pointe aride & déſerte ſur laquelle perſonne avant moi ne s'étoit, je crois, aviſé de paſſer plus d'un quart-d'heure; éloignée de toute habitation, elle n'eſt environnée que de rochers & d'un ſable auſſi déſagréable à voir, que fatigant lorſqu'on eſt obligé d'y marcher : toutefois la triſteſſe de cette ſolitude me paroiſſoit égayée par la vue du cap Finiſtère, que je cherchois en vain depuis long-temps.

Depuis mon arrivée, les jours étoient favorables, je ne voulois pas qu'ils s'échappaſſent; le Sergent-major, Commandant de Mouros, étoit à Compoſtelle : en ſon abſence, je m'adreſſai à celui qui devoit le repréſenter, & qui, ſans aucune difficulté, m'accorda la permiſſion de m'établir à l'endroit que je lui indiquai; mais ſon autorité, moins étendue apparemment qu'il ne croyoit, n'alla pas juſqu'à me procurer la tranquillité que je deſirois. Les habitans du mont Lauro, informés que l'on élevoit des tentes ſur le bord de la mer, ſe crurent à la veille de voir deſcendre à terre tous les Maures d'Afrique, & cette idée, la plus terrible qu'ils puiſſent ſe former, les engagea auſſitôt à prendre les armes pour la défenſe de leur patrie : mon établiſſement alloit être renverſé ſi j'avois pris de grandes précautions pour le mettre hors d'inſulte; il dut ſon ſalut à ſa foibleſſe; ſa vue déſarma toute cette Milice, & chacun perſuadé que l'on n'avoit contre l'Eſpagne aucun mauvais deſſein, s'en retourna chez ſoi dépoſer les armes dont il s'étoit chargé ſi mal-à-propos.

Il me fallut pourtant rapporter mes inſtrumens à bord & laiſſer s'écouler les plus beaux jours du monde pour attendre la permiſſion de M. le Comte d'Ittre, Capitaine général de Galice: elle arriva le 19 ſans que je puſſe m'en ſervir ſur le champ; ce jour-là & le ſuivant, il ſouffla du nord-eſt un vent ſi violent, que je fus bien heureux d'empêcher mes tentes d'être renverſées.

Le 21 au ſoir, tout étoit en train & la pendule en état d'aller; des hauteurs correſpondantes étoient venues très-à-propos pour la régler; j'obſervai dans la même nuit, avec exactitude, une immerſion du premier Satellite de Jupiter, mais un dérangement ſurvenu à ma pendule, & dont je n'ai été informé que long-temps après, m'a ôté pour toujours le moyen de connoître le temps vrai de cette Éclipſe.

Ce déſagrément n'eſt pas le ſeul auquel je me ſois trouvé expoſé; ſans parler de la pluie & du vent, qui n'ont été que trop fréquens, il y en avoit un perpétuel, dont le principe étoit dans l'agitation que la mer recevoit ſans ceſſe dans le voiſinage de ma tente.

J'ai déjà dit que la pointe de l'*Ancra-doyro* eſt entre deux anſes de ſable; ces anſes ſont fort plates, & la pointe eſt garnie de rochers qui forment une chaîne longue d'une demi-lieue ſur un fond très-pierreux: il eſt aiſé d'imaginer le bruit que fait la mer, lorſqu'elle roule ſur un terrein de cette eſpèce & qu'elle ſe déploie ſur les rochers, contre leſquels elle vient ſe briſer; ce mouvement produit de magnifiques nappes d'eau, dont le ſpectacle étonne agréablement; mais comme il n'eſt point varié, il ne tarde pas à déplaire; pendant la nuit, l'oreille ſeule y prend part, & elle s'en ennuie fort vîte.

Ce mugiſſement, peu ſupportable dans les beaux temps, eſt bien autre quand le vent doit ſouffler du large; cette augmentation étoit pour moi un avertiſſement certain du changement qui devoit arriver.

Ce bruit m'empêchoit de compter moi-même les ſecondes de ma pendule; mais j'y faiſois ſuppléer, & il n'eſt point arrivé de mépriſes.

On me diſpenſera volontiers de rendre un compte ſcrupuleux des évènemens qui me ſont arrivés pendant mon ſéjour ſur cette pointe.

Le ciel preſque toujours couvert de nuages, l'étoit principalement ſi j'avois quelque obſervation de Longitude à faire; quand le jour devoit être ſerein, il s'élevoit le matin un petit vent d'oueſt, qui alloit juſqu'à l'entrée de la baie; là il étoit arrêté

par un vent d'eſt auſſi foible: ce dernier précédoit le lever du Soleil, & prenant des forces à meſure que cet aſtre montoit ſur l'horizon, il chaſſoit l'autre totalement; au reſte je n'ai pas fait ſouvent cette remarque, les beaux jours étoient fort rares & les vilains trop communs.

Le lever du Soleil, quoique clair & ſerein, n'étoit même pas toujours un augure certain pour une belle journée, ſi la roſée avoit été abondante pendant la nuit, bientôt élevée par l'action du Soleil, elle formoit des nuages & retomboit en pluie: ce n'étoit plus qu'un cercle continuel de vapeurs & de pluie.

Malgré cela j'aurois ſéjourné aſſiduement dans mon obſervatoire, ſi je n'en avois été chaſſé par des vents & des orages violens, qui par trois repriſes différentes durèrent ſans interruption pluſieurs jours de ſuite; excepté ces temps affreux je n'ai point quitté un lieu ſur lequel je devois lutter contre toutes ſortes d'obſtacles, & mon temps ſe trouve rempli par des obſervations de différens genres.

Quoique je n'euſſe encore aucun moyen d'être convaincu, comme je l'ai été depuis, de l'inutilité de l'obſervation de Longitude du 22 Septembre, je ſentois bien qu'elle n'étoit pas ſuffiſante; je ne pus y ſuppléer avant le 8, le 14, le 15 & le 16 Octobre; je penſe que ces jours y ont abondamment pourvu, on peut conſulter la ſeconde ſection de cette partie & y lire les détails dans leſquels j'ai cru devoir entrer pour conſtater le degré de confiance que chacune d'elles peut mériter.

On y trouvera également les obſervations méridiennes des étoiles au zénith, faites pour la vérification de la lunette centrale du ſextant; je ne diſſimulerai point les difficultés ſans nombre que j'ai rencontrées dans ces opérations, & je dirai hardiment qu'elles n'ont ſervi qu'à redoubler mon attention; j'ai répété ſi ſouvent chaque obſervation & j'ai pris tant de précautions pour mettre mon inſtrument dans le plan du méridien avec l'exactitude la plus ſcrupuleuſe, que je me flatte d'avoir réuſſi dans ce que je deſirois; je ne craindrai donc pas d'avancer que j'ai goûté dans ces momens un plaiſir d'autant plus vif que j'avois eu plus de peine à me le procurer; quelque pur cependant & quelque

philoſophique que fût ce plaiſir, il étoit de nature à être ſujet aux illuſions des ſens, & je ne devois pas m'y abandonner : ſi j'étois par expérience très-convaincu qu'il n'y a rien de ſi difficile que de ſe ſatisfaire ſoi-même ſur cet article, j'étois bien éloigné de prétendre aſſujettir à ma parole les Aſtronomes qui portent la délicateſſe juſqu'au ſcrupule; j'emploiois donc en même temps un moyen auſſi généralement approuvé qu'il eſt connu, celui d'obſerver en une même nuit la hauteur méridienne de deux étoiles, l'une dans le nord & l'autre dans le ſud.

L'erreur trouvée par cette méthode eſt de 12 ſecondes plus petite que celle que donne l'autre façon; mais le réſultat pour la latitude, ſe trouvant ſenſiblement le même, je penſe qu'il eſt indifférent d'employer pour cette recherche dans le cas préſent l'une ou l'autre méthode.

La vérification de la lunette perpendiculaire n'étoit pas moins néceſſaire, & j'ai déduit ſon erreur par l'opération du renverſement, je ne devois pas négliger la recherche de la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, je l'ai fait pluſieurs fois, tantôt en plaçant la bouſſole ſur la méridienne que j'avois tracée, tantôt en obſervant l'amplitude du Soleil à ſon coucher, tantôt enfin en meſurant avec le ſextant, l'angle compris entre le cap Finiſtère & le Soleil couchant.

Ces différens moyens me l'ont fait conclure de 16 degrés nord-oueſt; ſa connoiſſance m'étoit néceſſaire pour déterminer la poſition du cap Finiſtère; ſa latitude eſt de $42^{d}\ 51'\ 50''$, & ſa longitude ou la différence entre ſon méridien & celui de Paris eſt de $0^{d}\ 46'\ 34''$ ou $11^{d}\ 39'\ 42''$.

Tel a été à peu près l'emploi de mon temps depuis le 21 Septembre que je me ſuis établi ſur la pointe de l'*Ancra-doyro* juſqu'au 21 du mois ſuivant, que je ſerrai mes inſtrumens; je crus alors les obſervation faites à la vue du cap en aſſez grand nombre; j'étois réſolu à partir de Mouros lorſque le vent ſeroit favorable, il ne l'étoit pas encore; en attendant qu'il le devînt, je fis un nouvel établiſſement ſur le haut d'une des tours de la ville; cette tour quoiqu'à demi-ruinée, étoit par ſa poſition la plus propre que je puſſe choiſir, & la ſeule ſur laquelle on pût

monter ſans riſque; cet arrangement fut inutile, le temps ne me permit pas de m'en ſervir.

Une de mes tentes étoit démontée depuis le 21 Octobre, mais l'autre étoit encore ſur pied, il falloit aller la chercher par mer; la chaloupe ne put faire ce voyage plus tôt que le 25 : je remarquai alors avec ſatisfaction que nous avions réuſſi à nous concilier les habitans des villages voiſins; ces bonnes gens avoient pris pour nous autant d'amitié qu'ils avoient eu d'abord de ſoupçon ſur le ſujet de notre débarquement; ils ne conſentirent qu'avec peine au départ de la chaloupe : ils voyoient la mer un peu groſſe, & ils ne vouloient pas ſouffrir, diſoient-ils, que des Étrangers dont ils avoient lieu d'être ſi contens, s'expoſaſſent à périr ſous leurs yeux : malgré leur oppoſition dont le motif étoit ſi honorable, la chaloupe partit; & ſon arrivée à bord ſans qu'elle eut couru le moindre riſque, leur apprit combien leurs alarmes étoient mal fondées.

ARTICLE V.

Départ de Mouros.

Enfin les vents changèrent & après un ſéjour fort ennuyeux proche la triſte ville de Mouros, je mis à la voile le 27 Octobre pour le cap *Ortegal.*

Le vent m'obligea de ranger à la diſtance d'une longueur d'aviron *(g)*, la pointe méridionale de l'entrée du port; elle eſt haute, eſcarpée, & par une ſuite aſſez ordinaire, il y a beaucoup d'eau au pied : quant elle eſt doublée, on met le cap au ſud-ſud-oueſt pour ſe trouver à mi-canal, puis à l'oueſt pour doubler le mont Lauro.

De ce mont à Finiſtère il y a deux routes, l'une par le canal qui eſt entre la terre & les briſans, l'autre en paſſant en dehors de tout : je fus déterminé pour celle-ci par les circonſtances d'un vent foible & d'une groſſe lame du ſud-oueſt; ce fut alors & à la vue de ces dangers, que j'appris que mon nouveau Pilote regardoit comme impraticable le paſſage où j'avois donné en venant à Mouros.

(g) On entend par ces mots, *une longueur d'aviron*, 25 à 30 pieds; c'eſt à peu-près celle d'un aviron de galère.

Je

Je dépaſſai le cap Finiſtère pendant la nuit & je ne pus prendre de marque pour ſa reconnoiſſance, au reſte on ne peut guère s'y méprendre vu ſa poſition; ſi cependant on veut avoir quelque marque qui le diſtingue du cap *Toriañes*, le ſeul avec lequel on le pourroit confondre, ce ſera un iſlot qui eſt au large de Finiſtère, & qui forme avec la terre-ferme un paſſage étroit & profond.

Parti de Mouros le 27 Octobre, je mouillai près d'Ortegal le 1.er Novembre, je ne devois pas m'attendre à être toujours favoriſé du vent dans une traverſée, courte à la vérité, mais pendant laquelle il faut faire des routes preſque oppoſées les unes aux autres. Au lieu de faire uſage de ces différentes bordées, je tranſcris le Routier de Mouros à Ortegal, que m'a donné le pratique embarqué à Mouros; les aires de vents ſont ceux auxquels les pointes de la côte ſont les unes à l'égard des autres, & les diſtances ſont le chemin en droite route.

Je n'ai garde de vouloir donner à ce Routier une autorité qu'il ne paroît pas mériter; les aires de vents n'y ſont pas accompagnés de degrés, & cette circonſtance lui ôte les apparences de l'exactitude; je n'ai pu le vérifier & cette nouvelle raiſon m'empêche d'en garantir la fidélité: cependant quand il ſeroit fautif, on en pourroit retirer quelqu'utilité; on ſait que l'on emploie cette méthode avec ſuccès pour la compoſition des cartes, & leur perfection dépend ſouvent en grande partie du ſoin que l'on prend de purger d'erreur les Routiers eux-mêmes.

ROUTIER de Mouros au cap Ortegal.

	Lieues.
De Mouros au cap Finiſtère, nord-oueſt quart-de-nord.....	4.
Du cap Finiſtère au cap Toriañes, nord quart-de-nord-eſt.....	4.
Du cap Toriañes au cap Vellane, nord-nord-eſt.....	4.
Du cap Vellane à l'ile Siſargue, nord-nord-eſt.....	6.
De l'ile Siſargue à la Corogne, nord-nord-eſt.....	7.
De la Corogne au cap Férol, nord-eſt quart-de nord.....	5.
Du cap Férol au cap Prior, nord-eſt quart-de-nord.....	5.
Du cap Prior au cap Ortegal, nord-eſt quart-d'eſt.....	7.

Le lundi 1.er Novembre à la pointe du jour, j'étois dans

le nord-oueſt du cap Ortegal, à une lieue & demie, le vent au ſud-oueſt; je fis route pour paſſer à une demi-lieue de ce cap, qui me parut aride, noir & coupé preſqu'à pic: on voit à ſon pied huit ou dix rocs, appelés *los Farillones (h);* ils ont une queue toujours couverte & courant dans le nord-oueſt à une demi-lieue; la chaîne viſible gît, eſt-ſud-eſt & oueſt-nord-oueſt; ils ſont élevés & eſcarpés, de loin on les prend pour des mâts de barques; entr'eux & le cap, eſt un paſſage, fréquenté ſeulement par quelques pêcheurs, toutefois on aſſure qu'il eſt profond.

J'étois convenu avec mon pilote de Mouros, qu'il me mèneroit dans la rivière de Saint-Carins, rivière qui, ſous la foi du *Neptune françois,* me paroiſſoit très-propre à mettre en ſûreté le bâtiment du Roi, & qui par ſon voiſinage du cap Ortegal, me donnoit les moyens d'avoir avec exactitude la latitude de ce cap.

Lors donc que je l'eus doublé, je vis une baie large & profonde dans laquelle j'entrai; le vent qui venoit du fond me contraignit de courir pluſieurs bords, après leſquels je mouillai par onze braſſes ſur un très-bon fond de ſable & de vaſe proche des hautes terres d'Ortegal; j'aperçus en même-temps quelques chaumières, que l'on me dit être le bourg de Saint-Carins; mais tout cela ne reſſembloit en rien à ce que repréſente le *Neptune:* ſelon ce recueil, je devois trouver un mouillage dans la rivière de Carillo ou de Saint-Carins, derrière une île du même nom; au lieu de cela j'étois dans une baie ouverte du nord à l'eſt.

J'étois tenté de croire que mon pilote s'étoit trompé, & je me ſerois peut-être confirmé dans cette idée, ſi j'avois ſu alors ce qu'il m'avoua depuis, qu'il n'étoit jamais venu dans cette baie; cependant je fis faire des informations à terre le même jour, & j'appris que j'étois effectivement mouillé près du bourg de Saint-Carins.

Après avoir examiné attentivement la figure réelle de cette baie, que l'on peut appeler la *baie d'Ortegal;* j'ai vu que celle que lui donnent les Cartes, & que la deſcription qu'en fait le

(h) Il paroît que les Eſpagnols ont donné ce nom à beaucoup de rochers ſitués dans différentes mers.

Petit flambeau de la mer, n'étoient pas exactement conformes à la vérité : voici donc ce que j'ai remarqué.

La baie d'Ortegal eſt un grand enfoncement, que la mer forme entre deux pointes, dont l'une eſt le cap du même nom, & l'autre s'appelle *Stanques de Vares (i)* : la première eſt celle de l'oueſt, la ſeconde celle de l'eſt, & elles giſſent 6 degrés à l'eſt, ſud & oueſt 6 degrés nord *; au fond de la baie, ſont les rivières de Sainte-Marthe & de la Drille : ces deux rivières ont une embouchure, au milieu de laquelle eſt une île, nommée *l'île de la Drille*, éloignée de Stanques de Vares de 4 lieues dans le ſud-oueſt.

* La variation eſt corrigée.

Sur la route de cette pointe à l'île, il y a beaucoup de rochers, les uns couvrent, les autres découvrent ; un d'eux qui briſe toujours, s'appelle *pedremie*, & s'étend ſous l'eau à une demi-lieue au nord-oueſt.

Des deux côtés de l'île de la Drille, à l'embouchure de chaque rivière, eſt une barre, ſur laquelle à la baſſe mer il ne reſte pas plus de 4 à 5 pieds d'eau : la rivière de l'eſt eſt la rivière de la Drille, celle de l'oueſt eſt celle de Sainte-Marthe, & chaque barre tire ſon nom de la rivière qui la forme.

Comme il arrive ſouvent que les habitans d'un lieu, quand ils ſont, comme ceux de Saint-Carins, gens groſſiers & ignorans, défigurent les noms propres, de façon à les rendre quelquefois méconnoiſſables ; j'avois d'abord imaginé que la rivière de la Drille étoit la même que celle de Carille ; par-là je ſauvois une erreur dans les Cartes, mais il m'a fallu bientôt abandonner cette voie de conciliation.

Selon les Cartes, la rivière de Carille doit être dans l'oueſt nord-oueſt de celle de Sainte-Marthe, au lieu que celle de la Drille en eſt réellement dans l'eſt ; cette différence eſſentielle, jointe à la connoiſſance certaine que les gens du lieu m'ont paru avoir du nom de leurs rivières, m'a perſuadé que c'étoit ſans fondement que les Hydrographes avoient créé cette rivière de Saint-Carins.

Cette belle rivière de Carille (ce ſont les termes du *Petit*

(i) Stanques de Vares a auſſi un fort petit iſlot, qui en eſt à une demi-lieue.

flambeau de la mer) ſe réduit au baſſin de Saint-Carins, petit port aſſez joli, fait en croiſſant, dont l'ouverture peut être d'un quart de lieue, & qui a de profondeur à ſon milieu deux ou trois braſſes d'eau.

Une douzaine de mauvaiſes maiſons, habitées par des gens fort pauvres, conſtitue le bourg de Saint-Carins; il eſt à deux lieues environ dans l'oueſt-ſud-oueſt de l'île de la Drille.

De Saint-Carins aux rochers d'Ortegal, il y a une grande lieue, la côte court au nord-nord-oueſt; c'eſt une terre fort haute, mais le prétendu château d'Ortegal n'exiſte pas plus que la rivière de Carille, à moins qu'on ne veuille décorer de ce beau nom une batterie de cinq canons de quatre livres de balle, ſituée ſur la pointe même de Saint-Carins.

Les remarques & les relèvemens exacts des différentes pointes, ſerviront à tracer la vraie figure de cette baie; elle eſt belle & l'on y eſt en ſûreté ſi on eſt mouillé près des terres d'Ortegal; le fond y eſt admirable, mais ſi l'on s'approche de la partie de l'eſt, du côté de Stanques de Vares, le fond change; il eſt de roche, & c'eſt-là que ſe trouve le briſan & banc de Pedremie.

Je ne me ſuis permis ce détail, qu'à cauſe du peu d'exactitude des Cartes ſur cet endroit. Le Neptune françois, guide d'ailleurs ſi ſûr, tombe dans la même faute; il n'a pas même marqué la pointe de Stanques de Vares; mais cela n'eſt point extraordinaire; cet ouvrage excellent pour les ports de France, ne peut avoir la même préciſion pour tous les ports Étrangers. Les Auteurs, chargés par Louis XIV de la compoſition de ces Cartes, n'ont pu faire chez nos voiſins les mêmes opérations qu'ils faiſoient en France ſur le terrein même; cette réflexion ſimple & naturelle me paroît néceſſaire pour apprécier le mérite réel de ce recueil; il eſt auſſi bon qu'il pouvoit être, & s'il s'y trouve des erreurs, elles étoient inévitables & ne doivent point nuire à ſa réputation: elles n'en ſeroient cependant que plus dangereuſes, ſi l'on ne cherchoit à les faire connoître; c'eſt une attention de laquelle il me ſemble que l'on doit s'écarter moins que jamais, depuis que cet ouvrage eſt devenu plus commun, & que par conſéquent il ſera plus utile.

Mes inſtrumens étoient montés dès le 2 Novembre ſur la pointe de Saint-Carins, ils me ſervirent le 4; j'eus cette nuit-là des hauteurs méridiennes de Sirius, de Procyon, de ♌ au dos du grand Chien. Je n'ai pu répéter ces obſervations, mais je n'ai aucun ſujet de douter de leur bonté, elles ſe trouvent confirmées par des hauteurs méridiennes du Soleil obſervées le 4 & le 5.

La lunette perpendiculaire fut vérifiée par le renverſement.

Quoique l'on ne m'eût rien recommandé pour la longitude du cap Ortegal, j'étois préparé à obſerver la conjonction de la Lune & de la corne auſtrale du Taureau qui devoit arriver le 6; les nuages me diſpensèrent de cette obſervation.

De mon obſervatoire je ne voyois point le cap Ortegal, je voyois ſeulement Stanques de Vares, mais je ſavois la diſtance & le giſſement reſpectif de ces deux pointes, il me fut donc aiſé de déterminer la vraie latitude de ce cap, elle eſt de $43^{d}\,46'\,37''$.

ARTICLE VI.

Départ d'Ortegal; retour à Breſt.

Mes opérations finies, rien ne me retenoit plus à la côte d'Eſpagne où j'avois malgré moi prolongé mon ſéjour au-delà du terme ſur lequel j'avois compté.

Le 7 Novembre, le vent au ſud-oueſt, je mis ſous voile; ce vent ſouffle ordinairement preſque tout l'hiver dans le golfe de Gaſcogne; j'avois lieu de croire qu'il ſeroit de durée, cela n'arriva pas; les vents à la fin de ma campagne, comme à ſon commencement, ne ſuivoient pas leur cours ordinaire; on a pu voir qu'à notre départ de Breſt, au mois de Juillet, ils avoient règné long-temps dans la bande de l'oueſt; au mois de Novembre je les trouvois au nord-eſt.

Ils y étoient déjà avant le 8 à minuit, leur violence m'obligea peu après de mettre à la cape, & leur conſtance juſqu'au 12 me fit abandonner le projet que j'avois formé d'attérer ſur Grois ou ſur Belle-île, ils me firent courir dans le nord.

Le Soleil paroiſſoit preſque tous les jours à midi, & j'avois par conſéquent la hauteur du pôle fort exactement, je fus bientôt

par celle de l'île d'Oueſſant, mais fort loin dans l'oueſt; je pris alors le parti de diriger ma route de façon que je puſſe être aſſuré de l'aire de vent & du point extrême dans cet aire de vent auquel ſeroit la première ſonde du large de cette île.

Les Marins ſavent de quelle importance il ſeroit d'avoir avec exactitude la profondeur de l'eau & la qualité du fond que l'on trouve aux attérages *(k)* de la côte de Bretagne : ces deux circonſtances réunies ſont ce que l'on appelle *ſondes;* les ſondes ſont différentes, non-ſeulement dans les différens aires de vent auxquels on eſt de chaque point remarquable de la côte, mais dans chaque aire de vent même, elles offrent des variétés conſidérables ſelon qu'on eſt plus ou moins près de ce même point; toute imparfaite qu'en eſt la connoiſſance actuelle, elle eſt d'un grand ſecours pour les vaiſſeaux qui cherchent les terres de Bretagne ou l'île d'Oueſſant : ces terres ſont baſſes, garnies de roches, & par conſéquent dangereuſes; mais l'Auteur de la Nature, par une compenſation aſſez générale & par une ſuite des loix qu'il a établies, a voulu que le fond de ces mêmes terres ſe prolongeât fort loin dans la mer, & à une profondeur telle qu'on pût le trouver avec une ligne de ſonde de cent braſſes environ.

Ces ſondes ſont un banc, dont la forme & l'étendue ſont juſqu'à préſent inconnues ; on recevroit avec empreſſement un Ouvrage qui en procureroit une deſcription fidèle, & qui ſeroit accompagné du détail & des variétés des ſondes ; ſemblable à un itinéraire exact, il indiqueroit au navigateur le point où il ſeroit, & le tireroit de l'incertitude cruelle dans laquelle le jette ſouvent la vue d'une ſonde mal caractériſée, qui paroît appartenir à pluſieurs endroits, quoique peut-être elle dût n'être rapportée qu'à un ſeul.

Le *Petit flambeau de la mer* contient à la vérité une deſcription des ſondes de la Manche & de celles depuis Oueſſant juſqu'à Bordeaux ; mais il n'y a point de Marin qui ne ſoit convaincu de l'imperfection de cette deſcription ; elle ſe ſent du défaut général de l'Ouvrage.

(k) On entend ici par *attérage*, la recherche que l'on fait d'une côte, de laquelle on s'approche (ou plutôt) l'arrivée d'un vaiſſeau ſur une côte.

Cette connoiſſance paroît réſervée juſqu'à préſent à une certaine claſſe de Matelots, appelés *Pilotes-Côtiers ;* ils doivent non-ſeulement reconnoître la côte, lorſqu'on leur montre celle dont ils ſont Pilotes ; ils devroient de plus, à l'inſpection d'une ſonde, déterminer le lieu auquel on eſt : cependant leur ſcience ne va pas, & ne peut même aller juſqu'à une pareille préciſion ; on en ſera peu ſurpris ſi l'on fait attention, que les Sciences qui ſont de pratique ſont les moins avancées. « Deux ou trois grands Génies, dit M. de Fontenelle, ſuffiſent pour porter bien loin des théories « en peu de temps ; mais la pratique procède avec plus de lenteur, « à cauſe qu'elle dépend d'un trop grand nombre de mains, dont « la plupart même ſont peu habiles » , telle eſt la ſcience des Pilotes-côtiers, ſcience de pure pratique ; pluſieurs d'entr'eux ont conduit des barques le long de la côte, & ceux-là ne ſe trompent guère lorſqu'ils la voient, il n'en eſt pas de même pour les ſondes ; leurs connoiſſances à cet égard leur viennent de mains peu habiles ; quelquefois même, ce qui eſt encore pire, chacun ne tient ſa ſcience que de ſoi, & il n'a ni le temps ni la facilité de la perfectionner. Un ouvrage ſur cette partie de la Navigation, ſeroit d'une utilité évidente ; on connoîtroit alors bien certainement ſi les prétendus changemens du lit de la mer, à une diſtance conſidérable de la côte, ne ſont pas imaginés fort à propos pour excuſer l'ignorance où l'on eſt ſur ſon véritable fond ; la table que l'on auroit de ces altérations ſucceſſives, ſeroit au moins fort curieuſe, & elle pourroit être fort utile pour les progrès de la Géographie, de la Navigation, & même de la Phyſique.

Le Roi a fait armer, en 1750 & 1751, un bâtiment, qui n'avoit d'autre deſtination que celle de vérifier les ſondes de la côte de Bretagne ; il en a paru une carte au dépôt de la Marine.

L'île d'Oueſſant eſt le point de la Bretagne, au large duquel la ſonde ſe trouve le plus loin, ſur-tout dans l'oueſt ; pluſieurs raiſons ſemblent concourir à cet effet :

1.° Cette île & les terres voiſines ſont les plus baſſes de la Bretagne :

2.° Le voiſinage de l'Angleterre, qui s'étend à l'oueſt, doit fournir dans cette partie-là des ſondes fort éloignées :

3.° Les ſables & autres matières, chariés par les courans du canal de Briſtol & de la Manche, ne doivent-ils pas produire ſur le fond de la mer une élévation, qui diminue ſenſiblement ſur les côtes méridionales de la France? Les marées ſont bien moins fortes ſur ces côtes que dans les parties ſeptentrionales, & le long de l'Angleterre & de l'Irlande.

Placé par la latitude de l'île que je viens de nommer, je penſois avec fondement que je réuſſirois dans mon deſſein, ſi j'étois aſſez favoriſé du vent pour pouvoir faire en ligne droite le chemin compris entre la première ſonde & la vue de terre; j'eus à cet égard un temps, tel que je n'euſſe oſé me le promettre dans la ſaiſon où j'étois.

Le 12 à midi le vent changea, il vint au ſud-oueſt; à minuit je fis ſonder, on n'eut point de fond, & ce ne fut que le lendemain à ſix heures & demie du matin que la ſonde donna cent quinze braſſes d'un fond de ſable fin, roux, gris & de coquillages pourris; depuis cette ſonde, juſqu'au lundi 15, trois heures & demie du matin que j'eus connoiſſance du feu de la Tour d'Oueſſant, à deux lieues & demie environ, j'avois fait vingt-huit lieues à l'eſt, quart de nord-eſt, 3^{d} 45′ eſt; ſi on les joint à la diſtance à laquelle j'étois alors d'Oueſſant, elles feront trente lieues; mais il faut augmenter cette ſomme de quelques lieues, parce que de minuit du 13, dernière ſonde ſans fond, à ſix heures & demie du même jour, première ſonde réelle, j'avois fait dix lieues; le bout de ce banc ſe trouve donc dans l'oueſt, quart de ſud-oueſt, 3 degrés oueſt, entre quarante & trente lieues de cette île.

Je ne peux le déterminer avec plus de préciſion, cependant à en juger par la quantité de braſſes, il n'y a pas d'apparence qu'à cette heure j'euſſe entamé le fond de plus de quatre ou cinq lieues.

Les neuf ſondes intermédiaires qu'on a eues pendant cet intervalle, ont toutes diminué inſenſiblement juſqu'à ſoixante-cinq braſſes que donna la ſonde à la vue du feu qui reſtoit alors à l'eſt ſud-eſt, 3 degrés eſt: le fond étoit de gros ſable roux, taches noires, coquilles pourries, pailles d'orge, & beaucoup de pointes d'alènes.

La

La route étoit dirigée par les hauteurs méridiennes du Soleil, obſervées comme je l'ai déjà dit, preſque tous les jours; ſon eſtime depuis le départ d'Ortegal ne s'eſt guère écartée de la réalité : ſelon la première, je devois être à ſix lieues de terre dans le moment auquel la voyant je n'en étois qu'à deux lieues; cette médiocre erreur ceſſera d'en être une ſi l'on fait attention aux circonſtances qui rendent la Navigation ſi incertaine & qui exigent tant de précautions.

MÉMOIRE
SUR LES ÉLÉMENS DE LA VARIATION DE L'INCLINAISON ET DE LA LIBRATION DES NŒUDS DU SECOND SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

LORSQUE j'ai communiqué à l'Académie les élémens de la variation de l'inclinaiſon & de la libration des nœuds du ſecond ſatellite de Jupiter, je ne ſuis entré dans aucun détail, parce que l'Académie ayant propoſé en 1764, pour ſujet du Prix de 1766, de déterminer quelles devoient être les inégalités des ſatellites de Jupiter, dans le ſyſtème de la gravitation univerſelle, & ſachant que M. Bailly, qui travailloit ſur la même matière, devoit donner ſon ouvrage au Public au commencement de 1766, il me ſuffiſoit qu'on ſut que j'avois découvert par l'examen des obſervations, la libration des nœuds, & que j'avois déterminé à peu près la plus grande & la plus petite inclinaiſon qui m'avoient appris que la période de ces variations s'accomplit en trente ans.

Je préſente aujourd'hui toutes les obſervations du ſecond Satellite, qui ſont parvenues à ma connoiſſance (il y en a plus de mille), je les ai comparées aux Tables de ſon mouvement, fondées ſur la théorie de la gravitation, & conſtruites ſuivant les formules que M. Bailly a données dans un Mémoire qu'il a lû à l'Académie en 1766, après l'impreſſion de ſon Ouvrage; j'en ai conclu la demi-durée d'un grand nombre d'éclipſes, dont une partie m'a ſervi à corriger les élémens que j'avois trouvés en 1765; on jugera par les autres de la bonté ou de l'inſuffiſance de ces élémens.

J'ai déterminé la plus grande demi-durée des Éclipſes dans les nœuds par les obſervations des années 1688, 1689, 1707, 1712, 1718, 1724, 1730, 1736, 1742, 1748, 1754, 1760 & 1766; je l'ai trouvé par un milieu de $1^h\ 25'\ 47''$:

je la ſuppoſe de $1^h\ 25'\ 45''$; cette demi-durée eſt la *moyenne*, c'eſt-à-dire celle qui provient de différentes déterminations, dont chacune a été corrigée par l'équation des demi-durées que j'ai calculée par la formule de M. Bailly.

J'ai conclu la plus petite inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, de la demi-durée des Éclipſes des années 1673, 1702, 1703, 1732, 1733, 1762, 1763; le milieu entre quatorze déterminations, eſt de $2^d\ 47'\ 56''$ ou bien $2^d\ 48'\ 53''$, ſuivant que j'ai employé dans le calcul la demi-durée des Éclipſes *vraie* ou la *moyenne*; je la ſuppoſe de $2^d\ 48'\ 0''$ pour le commencement des années 1672, 1702, 1732 & 1762.

J'appelle ici demi-durée *vraie* celle qu'on déduit immédiatement de l'obſervation, & demi-durée *moyenne* celle qui a été corrigée de l'équation que donne la théorie, laquelle demi-durée eſt celle qui auroit lieu, ſi le Satellite étoit toujours à la même diſtance de Jupiter, & ſi ſon mouvement n'étoit pas troublé par l'action des Satellites voiſins; j'ai voulu connoître ſi les inclinaiſons différoient beaucoup en partant de ces ſuppoſitions.

La plus grande inclinaiſon a été déterminée par les obſervations des années 1685, 1686, 1715, 1716, 1745 & 1746; je l'ai trouvé par un milieu de $3^d\ 44'\ 43''$ ou $3^d\ 44'\ 40''$ ſuivant que j'ai fait entrer dans le calcul la demi-durée vraie ou la moyenne; mais dans ces années l'inclinaiſon n'étoit pas encore la plus grande, elle ne devoit l'être, ſuivant mon hypothèſe, qu'un ou deux ans après; mais alors Jupiter s'étant trouvé trop près des nœuds, il n'étoit pas ſûr de déterminer l'inclinaiſon par la demi-durée des Éclipſes; c'eſt pourquoi je penſe qu'on peut la ſuppoſer de $3^d\ 48'\ 0''$ pour le commencement des années 1687, 1717, 1747; par cette ſuppoſition, la différence de la plus petite inclinaiſon du ſecond Satellite à la plus grande, eſt d'un degré, & l'inclinaiſon de l'orbite du premier Satellite ſur laquelle ſe fait le mouvement des nœuds du ſecond Satellite dans le ſyſtème de M. Bailly ſurpaſſe autant la plus petite inclinaiſon du ſecond Satellite, que la plus grande inclinaiſon de celui-ci ſurpaſſe l'inclinaiſon du premier, que je ſuppoſe conſtamment de $3^d\ 18'$.

comme M. Wargentin, de ſorte que l'inclinaiſon mutuelle des orbites de deux Satellites eſt de 30 minutes conſtante, ce qui rend le calcul de la variation annuelle de l'inclinaiſon, & de la libration des nœuds plus ſimple & plus facile; on en trouvera le réſultat dans la première Table.

Voyez les deux Tables, page 304.

À l'égard du lieu moyen du nœud aſcendant où eſt le centre de la libration, je le ſuppoſe comme M. Bailly, de $10^{s}\ 13^{d}\ 52'$; & par le moyen de la première Table j'ai dreſſé la ſeconde par laquelle on peut trouver le lieu du nœud aſcendant & l'inclinaiſon pour une année & un jour quelconques.

Ces élémens repréſentent la demi-durée des Éclipſes, conclue des obſervations avec une préciſion dont je n'oſois me flatter, & dont je ſuis ſurpris lorſque je conſidère que nous n'avons encore que neuf Éclipſes dont la durée ait été déterminée par les obſervations immédiates de l'immerſion & de l'émerſion, & que la durée des autres Éclipſes eſt fondée ſur la connoiſſance plus ou moins parfaite que nous pouvons avoir du mouvement du Satellite, parce qu'elle a été déterminée par le temps écoulé entre l'immerſion obſervée pluſieurs jours avant l'oppoſition de Jupiter au Soleil, & l'émerſion obſervée pluſieurs jours après l'oppoſition, comparée au temps qui, ſuivant les Tables, a dû s'écouler entre les deux conjonctions écliptiques, ou pour parler plus exactement, entre les milieux des deux Éclipſes relatives à ces deux obſervations.

M. Wargentin penſe que cette méthode eſt plus ſûre : voici ce qu'il dit dans une lettre écrite à M. Bailly, le 30 Septembre 1766, « il eſt extrêmement rare (ce ſont ſes paroles) de » pouvoir obſerver immédiatement la durée d'une Éclipſe du ſecond » Satellite, quand l'inclinaiſon de ſon orbite eſt la plus petite, & » lorſque l'occaſion s'en préſente, il eſt plus rare encore que l'im- » merſion & l'émerſion ſoient également bonnes, parce que l'une » des deux ſe fait toujours fort près du bord de Jupiter; c'eſt » pourquoi il eſt plus ſûr de s'attacher à la ſuite des immerſions » & des émerſions de la même année, quoique diſtantes d'un ou deux mois entr'elles ». La propoſition de M. Wargentin me paroît trop générale: je voudrois, 1.° que les obſervations fuſſent faites par le même Aſtronome, avec la même lunette, ou du moins

dans le même lieu, par des Obſervateurs exercés, & munis de lunettes d'égale force & d'égale bonté : 2.° que les deux obſervations, ou pour mieux dire chaque paire d'obſervations ; ſavoir, l'immerſion & l'émerſion, deſquelles on conclut avec le ſecours des Tables la demi-durée, fuſſent également éloignées de l'oppoſition de Jupiter au Soleil : 3.° qu'elles en fuſſent éloignées de quinze jours, & qu'elles n'en fuſſent pas éloignées de plus de trente-cinq jours : 4.° qu'on fût aſſuré de leur exactitude, tant par les circonſtances dont elles ſeroient accompagnées, que par le calcul des obſervations voiſines, qui devroit donner la même erreur des Tables, ou à peu près, ſi les obſervations étoient exactes, d'où il s'enſuit : 5.° qu'on ne devroit pas employer une obſervation iſolée, c'eſt-à-dire, qui ne fût précédée ou ſuivie de quelqu'autre, à moins qu'elle n'eût été faite par un Obſervateur célèbre, & marquée excellente. Je ne me ſuis pas aſſujetti à toutes ces conditions, parce que j'ai voulu avoir la durée des Éclipſes pendant une longue ſuite d'années, & la moins interrompue qu'il a été poſſible, pour éprouver mes nouveaux élémens : j'ai obſervé cependant de ne conclure la durée d'une Éclipſe que de l'immerſion & de l'émerſion, obſervée dans le même endroit, & j'ai fait une légère critique des obſervations, critique qui auroit été plus ſévère ſi le nombre des obſervations permettoit d'être difficile dans le choix ; mais alors il y auroit beaucoup d'années où l'on ne pourroit rien déterminer.

La demi-durée des Éclipſes que j'ai conclue des obſervations, s'accorde au calcul fait ſur les Élémens avec tant de préciſion, que de cent vingt-ſept Éclipſes, il n'y en a que quatorze dont la demi-durée s'écarte du calcul de plus d'une minute, & que la plus grande différence eſt de 1′ 43″, ſi on en excepte l'Éclipſe du 11 Janvier 1668, que j'avois déjà abandonnée. Il eſt vrai que le nombre de cent vingt-ſept doit être réduit à ſoixante-quinze, parce que, ſi, ſuivant ma ſeconde condition, les obſervations de l'immerſion & de l'émerſion étoient également éloignées de l'oppoſition de Jupiter au Soleil ; le milieu de l'intervalle du temps écoulé entre les deux obſervations, auquel je rapporte la demi-durée, tomberoit au jour même de l'oppoſition, & chaque paire d'obſervations donneroit la demi-durée de la même Éclipſe ; ainſi

on ne doit compter que pour une toutes les déterminations d'une année, excepté les années où la demi-durée a été déterminée de deux manières différentes; ſavoir, par les obſervations immédiates de deux phaſes de l'Éclipſe, & par les obſervations faites avant & après l'oppoſition de Jupiter au Soleil; mais alors le nombre de celles qui s'écartent de plus d'une minute, devient moindre, parce que, en prenant un milieu entre toutes les déterminations d'une année, la différence diminue, ce qui arrive, par exemple, en 1702, 1718, 1720, 1721, 1739, 1740 & 1756; de ſorte qu'il ne reſte plus que ſept Éclipſes, dont la demi-durée s'écarte du calcul de plus d'une minute, ce qui fait la dixième partie: la demi-durée de l'Éclipſe du 9 Janvier 1751, eſt de ce nombre; elle eſt exempte de tout ſoupçon, parce qu'elle eſt moindre que celle qui réſulte du calcul; elle a été conclue immédiatement de l'immerſion & de l'émerſion obſervées par M. Wargentin, & je vois avec peine que s'il ne s'eſt point gliſſé quelqu'erreur en copiant ces obſervations, ou en les réduiſant au temps vrai, il faut rejeter quatre autres demi-durées des années 1750 & 1751, qui s'accordent parfaitement au calcul, & chercher de nouveaux élémens; je penſe qu'il faut conſulter auparavant M. Wargentin, & en attendant ſon avis je donne dans la troiſième table la demi-durée des Éclipſes, conclue des obſervations, & comparée à la demi-durée calculée; cette table eſt partagée en cinq colonnes; on voit dans la première, l'année, le mois & le jour auquel ſe rapporte la demi-durée obſervée qui eſt dans la ſeconde colonne; la troiſième contient la demi-durée calculée, dont on voit la différence dans la quatrième; enfin j'indique dans la cinquième le jour de l'immerſion & l'émerſion, qui ont ſervi à déterminer la demi-durée qui eſt dans la ſeconde colonne, parce que je penſe que pour avoir la demi-durée calculée qui lui répond, il faut calculer la demi-durée des Éclipſes pour les deux jours des obſervations, corriger chacune de l'équation des demi-durées, & prendre la moitié de la ſomme de ces demi-durées ainſi corrigées, qui eſt la demi-durée vraie calculée, que j'ai miſe dans la troiſième colonne, & qui répond à la demi-durée obſervée: ſi je m'étois contenté de calculer & de corriger

la demi-durée des Éclipſes pour le jour qui répond au milieu de l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, non-ſeulement la demi-durée moyenne, & l'équation que j'aurois trouvées n'auroient pas été exactes; mais ſouvent cette équation auroit eu un ſigne contraire, & cela doit être; 1.° parce que l'accroiſſement ou la diminution des demi-durées relatives à la diſtance au nœud, n'a pas une marche uniforme; 2.° parce que l'équation qui dépend de l'action des Satellites voiſins, ayant une période différente, peut ſouvent changer de ſigne dans cet intervalle, & doit toujours différer ſenſiblement à ces différentes époques, ſans compter que le milieu de l'intervalle répond ſouvent à une conjonction inférieure, & qu'il ſeroit abſurde de calculer un phénomène qui n'a pu arriver; ce qui a lieu toutes les fois que le nombre des révolutions du Satellite, entre l'immerſion & l'émerſion, eſt un nombre impair.

Après cette Table on trouve le Catalogue des Obſervations du ſecond Satellite; je n'ai rien épargné pour le rendre exact & complet. M. Wargentin n'a pas eu les mêmes ſecours que moi, cependant je ſuis perſuadé qu'il m'a encore échappé beaucoup d'Obſervations. Quelques perquiſitions que j'aie faites, je n'ai trouvé qu'une ſeule Obſervation de M. Caſſini avant l'année 1668, dans laquelle il a publié ſes premières Tables. Si on ne trouve pas dans ce Catalogue les Obſervations que Hodierna a faites en Sicile depuis 1652 juſqu'en 1656, & qu'il a publiées dans un livre qui a pour titre *Mediceorum Ephemerides, auctore Jo. Baptiſta Hodierna*, &c. imprimé à Palerme en 1656, ce n'eſt pas que je ne connoiſſe ce livre; il étoit dans la Bibliothèque de M. Caſſini, & j'en avois extrait toutes les Obſervations qu'il contient, mais je crains qu'il ne ſe ſoit gliſſé quelque faute dans ma copie, parce que j'ai trouvé des différences conſidérables entre ces Obſervations & les meilleures Tables; comme je n'ai pas pu les vérifier, ne ſachant pas dans quelles mains a paſſé ce livre, je n'ai pas oſé les inſérer dans ce Catalogue; j'ai mis à côté des Obſervations le nom de l'Obſervateur, la longueur de la lunette dont il s'eſt ſervi, & les circonſtances dont je les ai trouvé accompagnées; les noms de pluſieurs villes ſont en abrégé, mais on peut y ſuppléer aiſément.

I. *TABLE de la libration & de l'inclinaiſon au commencement de chaque année de la Période.*

II. *TABLE du lieu du Nœud aſcendant & de l'inclinaiſon au commencement des années qui ſont dans les quatre premières colonnes, & qu'on peut continuer.*

ANNÉES de la Période	LIBRATION.			INCLINAIS.			ANNÉES	ANNÉES	ANNÉES	ANNÉES	LIEU du NŒUD aſcendant.			INCLINAIS.		
	D.	M.	S.	D.	M.	S.					S.	D.	M.	D.	M.	S.
0	−0.	0.	0	3.	48.	0	1657	1687	1717	1747	10.	13.	52	3.	48.	0
1	−1.	34.	23	3.	47.	26	1658	1688	1718	1748	10.	12.	18	3.	47.	26
2	−3.	6.	3	3.	45.	43	1659	1689	1719	1749	10.	10.	46	3.	45.	43
3	−4.	32.	22	3.	42.	58	1660	1690	1720	1750	10.	9.	20	3.	42.	58
4	−5.	50.	29	3.	39.	12	1661	1691	1721	1751	10.	8.	2	3.	39.	12
5	−6.	57.	32	3.	34.	33	1662	1692	1722	1752	10.	6.	54	3.	34.	33
6	−7.	50.	34	3.	29.	13	1663	1693	1723	1753	10.	6.	1	3.	29.	13
7	−8.	26.	33	3.	23.	20	1664	1694	1724	1754	10.	5.	25	3.	23.	20
8	−8.	42.	35	3.	17.	8	1665	1695	1725	1755	10.	5.	9	3.	17.	8
9	−8.	36.	3	3.	10.	52	1666	1696	1726	1756	10.	5.	16	3.	10.	52
10	−8.	5.	3	3.	4.	50	1667	1697	1727	1757	10.	5.	47	3.	4.	50
11	−7.	8.	42	2.	59.	19	1668	1698	1728	1758	10.	6.	43	2.	59.	19
12	−5.	47.	53	2.	54.	37	1669	1699	1729	1759	10.	8.	4	2.	54.	37
13	−4.	5.	34	2.	51.	1	1670	1700	1730	1760	10.	9.	46	2.	51.	1
14	−2.	7.	10	2.	48.	46	1671	1701	1731	1761	10.	11.	15	2.	48.	46
15	−0.	0.	0	2.	48.	0	1672	1702	1732	1762	10.	13.	52	2.	48.	0
16	+2.	7.	10	2.	48.	46	1673	1703	1733	1763	10.	15.	59	2.	48.	46
17	+4.	5.	34	2.	51.	1	1674	1704	1734	1764	10.	17.	58	2.	51.	1
18	+5.	47.	53	2.	54.	37	1675	1705	1735	1765	10.	19.	40	2.	54.	37
19	+7.	8.	42	2.	59.	19	1676	1706	1736	1766	10.	21.	1	2.	59.	19
20	+8.	5.	3	3.	4.	50	1677	1707	1737	1767	10.	20.	57	3.	4.	50
21	+8.	36.	3	3.	10.	52	1678	1708	1738	1768	10.	22.	28	3.	10.	52
22	+8.	42.	35	3.	17.	8	1679	1709	1739	1769	10.	22.	35	3.	17.	8
23	+8.	26.	33	3.	23.	20	1680	1710	1740	1770	10.	22.	19	3.	23.	20
24	+7.	50.	34	3.	29.	13	1681	1711	1741	1771	10.	21.	43	3.	29.	13
25	+6.	57.	32	3.	34.	33	1682	1712	1742	1772	10.	20.	50	3.	34.	33
26	+5.	50.	29	3.	39.	12	1683	1713	1743	1773	10.	19.	42	3.	39.	12
27	+4.	32.	22	3.	42.	58	1684	1714	1744	1774	10.	18.	24	3.	42.	58
28	+3.	6.	3	3.	45.	43	1685	1715	1745	1775	10.	16.	58	3.	45.	43
29	+1.	34.	23	3.	47.	26	1686	1716	1746	1776	10.	15.	26	3.	47.	26
30	+0.	0.	0	3.	48.	0	1687	1717	1747	1777	10.	13.	52	3.	48.	0

III. *TABLE*

III. *Table de la demi-durée des Éclipſes du ſecond ſatellite de Jupiter, conclue des Obſervations, & comparée à celle qui a été calculée, en ſuppoſant :*

1.° La plus grande demi-durée dans les Nœuds, de $1^h\ 25'\ 45''$.

2.° La plus petite inclinaiſon de $2^d\ 48'\ 0''$, au commencement des années 1672, 1702, 1732, 1762.

3.° La plus grande inclinaiſon, de $3^d\ 48'\ 0''$, au commencement des années 1687, 1717, 1747.

4.° La période des variations, de trente ans.

5.° Le lieu moyen du Nœud où eſt le centre de la libration, de $10^s 13^d 52'$.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES		DIFFÉR.	
	obſervée.	calculée.		
1668. 11 Janvier.	$1^h\ 19'\ 0''$	$1^h\ 15'\ 10''$	— 3′ 50″	I. & É. de la même Éclipſe obſ. à Bologne.
1673. 6 Avril...	1. 18. 21	1. 18. 40	+ 0. 19	I. 5 Mars.... É. 8 Mai à Paris.
1685. 7 Avril..	1. 13. 30	1. 11. 47	— 1. 43	I. 22 Mars.... É. 23 Avril à Greenw.
1685. 19 Avril..	1. 12. 45	1. 11. 25	— 1. 20	I. 22 Mars.... É. 18 Mai à Greenw.
1686. 14 Mai. ...	1. 7. 56	1. 6. 57	— 0. 59	I. 1 Mai..... É. 26 Mai à Paris.
1687. 12 Juin....	1. 14. 38	1. 14. 29	— 0. 9	I. 27 Mai..... É. 28 Juin.
1688. 23 Juillet...	1. 24. 34	1. 24. 50	+ 0. 16	I. 28 Juin.... É. 17 Août.
1689. 25 Août...	1. 24. 54	1. 24. 52	— 0. 2	I. 7 Août.... É. 12 Septembre.
1690. 20 Septemb	1. 15. 27	1. 14. 42	— 0. 45	I. 2 Septemb. É. 8 Octobre.
1690. 27 Septemb	1. 14. 24	1. 14. 23	— 0. 1	I. 2 Septemb. É. 22 Octobre.
1690. 29 Septemb	1. 15. 30	1. 14. 33	— 0. 57	I. 20 Septemb. É. 8 Octobre.
1690. 6 Octobre.	1. 14. 27	1. 14. 13	— 0. 14	I. 20 Septemb. É. 22 Octobre.
1691. 5 Novemb	1. 8. 51	1. 9. 14	+ 0. 23	I. 21 Septemb. É. 19 Décembre.
1691. 13 Novemb	1. 9. 38	1. 9. 21	— 0. 17	I. 9 Octobre. É. 19 Décembre.
1691. 17 Novemb	1. 10. 4	1. 9. 24	— 0. 40	I. 16 Octobre. É. 19 Décembre.
1696. 17 Mars...	1. 18. 31	1. 18. 31	— 0. 0	I. 17 Février.. É. 14 Avril.
1697. 11 Avril...	1. 15. 10	1. 14. 25	— 0. 45	I. 14 Mars.... É. 10 Mai.
1697. 15 Avril...	1. 15. 10	1. 14. 22	— 0. 48	I. 14 Mars.... É. 17 Mai.
1697. 15 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 21	— 0. 52	I. 21 Mars.... É. 10 Mai.
1697. 19 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 19	— 0. 54	I. 21 Mars.... É. 17 Mai.
1698. 25 Avril...	1. 15. 43	1. 15. 41	— 0. 2	I. 15 Mars.... É. 5 Juin.
1698. 28 Avril...	1. 15. 47	1. 15. 41	— 0. 6	I. 15 Mars.... É. 12 Juin.
1698. 11 Mai ...	1. 15. 51	1. 15. 55	+ 0. 4	I. 16 Avril.... É. 5 Juin.
1698. 14 Mai...	1. 15. 55	1. 15. 55	0. 0	I. 16 Avril.... É. 12 Juin.
1700. 30 Juin...	1. 26. 54	1. 25. 47	— 1. 7	I. 20 Mai..... É. 10 Août.
1702. 26 Septemb	1. 19. 20	1. 20. 1	+ 0. 41	I. 19 Août.... É. 2 Nov. à Rome.
1702. 26 Septemb	1. 18. 56	1. 20. 1	+ 1. 5	I. 19 Août ... É. 2 Nov. à Bologne.
1702. 8 Octobre	1. 19. 10	1. 19. 57	+ 0. 47	I. 13 Septemb. É. 2 Nov. à Bologne.
1703. 5 Novemb	1. 16. 11	1. 15. 54	— 0. 17	I. 23 Octobre. É. 17 Nov. à Paris.
1703. 10 Novemb	1. 16. 7	1. 15. 57	— 0. 10	I. 23 Octobre. É. 28 Novembre.
1703. 10 Novemb	1. 16. 11	1. 15. 57	— 0. 14	I. 3 Novemb.. É. 17 Novembre.
1703. 15 Novemb	1. 16. 7	1. 15. 59	— 0. 8	I. 3 Novemb.. É. 28 Novembre.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES		DIFFÉR.	
	observée.	calculée.		
1707. 18 Février.	1h 25′ 41″	1h 24′ 55″	— 0′ 46″	I. 26 Janvier.. É. 31 Mars.
1708. 18 Mars...	1. 20. 44	1. 21. 12	+ 0. 28	I. 10 Février.. É. 25 Avril.
1710. 1 Juin...	1. 10. 48	1. 10. 39	— 0. 9	I. 4 Mai.... É. 30 Juin.
1711. 17 Juillet..	1. 17. 12	1. 16. 41	— 0. 31	I. 6 Juin.... É. 27 Août.
1712. 21 Juillet..	1. 25. 3	1. 24. 43	— 0. 20	I. 8 Juillet... É. 2 Août.
1713. 1 Septemb	1. 25. 11	1. 24. 46	— 0. 25	I. 10 Août.... É. 22 Septembre.
1714. 5 Octobre.	1. 13. 10	1. 13. 37	+ 0. 27	I. 29 Août.... É. 12 Novembre.
1714. 9 Octobre.	1. 13. 18	1. 13. 31	+ 0. 13	I. 29 Août.... É. 19 Novembre.
1714. 18 Octobre.	1. 13. 24	1. 13. 21	— 0. 3	I. 23 Septemb. É. 12 Novembre.
1714. 21 Octobre.	1. 13. 42	1. 13. 14	— 0. 28	I. 23 Septemb. É. 19 Novembre.
1715. 23 Août...	1. 7. 48	1. 6. 53	— 0. 55	Immerſ. & Émerſ. de la même Eclipſe *.
1715. 17 Septemb	1. 7. 10	1. 6. 40	— 0. 30	Immerſ. & Emerſ. de la même Eclipſe.
1715. 16 Novemb	1. 7. 9	1. 7. 24	+ 0. 15	I. 19 Octobre.. É. 15 Décembre.
1716. 20 Février.	1. 9. 21	1. 8. 46	— 0. 35	I. 17 Févr. à Marſeille É. 24 Fév. à Paris.
1716. 1 Décemb	1. 14. 51	1. 15. 19	+ 0. 28	I. 2 Novemb. É. 29 Déc. à Marſeille.
1716. 10 Décemb	1. 15. 44	1. 15. 43	— 0. 1	I. 20 Novemb. É. 29 Déc. à Marſeille.
1716. 13 Décemb	1. 15. 10	1. 15. 49	+ 0. 39	I. 2 Novemb. É. 23 Janv. 1717 à Marſ.
1716. 22 Décemb	1. 16. 3	1. 16. 13	+ 0. 10	I. 20 Novemb. É. 23 Janv. 1717 à Marſ.
1718. 8 Janvier.	1. 25. 17	1. 24. 16	— 1. 1	I. 16 Déc. 1717. É. 31 Janv. 1718 à Paris.
1718. 12 Janvier.	1. 24. 58	1. 24. 20	— 0. 38	I. 23 Déc. 1717. É. 31 Janv. 1718.
1718. 17 Janvier.	1. 24. 38	1. 24. 28	— 0. 10	I. 16 Déc. 1717. É. 18 Févr. 1718.
1718. 30 Janvier.	1. 24. 19	1. 24. 31	+ 0. 12	I. 23 Déc. 1717. É. 18 Févr. 1718.
1719. 23 Février.	1. 24. 1	1. 23. 0	— 1. 1	I. 1 Février.. É. 16 Mars à Vanſted.
1720. 18 Mars...	1. 15. 5	1. 14. 41	— 0. 24	I. 27 Février.. É. 6 Avr. à S.t Come au Paraguais.
1720. 25 Mars...	1. 15. 10	1. 14. 32	— 0. 38	I. 12 Mars... É. 6 Avril *ibidem.*
1720. 30 Mars...	1. 15. 20.	1. 14. 14	— 1. 6	I. 27 Février.. É. 1 Mai *ibidem.*
1720. 6 Avril...	1. 15. 22	1. 14. 6	— 1. 11	I. 12 Mars... É. 1 Mai *ibidem.*
1721. 4 Avril...	1. 8. 59	1. 8. 38	— 0. 21	I. 6 Mars... É. 2 Mai *ibidem.*
1721. 16 Avril...	1. 9. 16	1. 8. 26	— 0. 50	I. 31 Mars... É. 2 Mai *ibidem.*
1721. 20 Avril...	1. 9. 21	1. 8. 32	— 0. 49	I. 6 Mars... É. 3 Juin *ibidem.*
1721. 2 Mai..	1. 9. 38	1. 8. 20	— 1. 18	I. 31 Mars... É. 3 Juin *ibidem.*
1722. 21 Mai...	1. 12. 41	1. 12. 38	— 0. 3	I. 26 Avril... É. 15 Juin *ibid.* S.t-Com
1723. 23 Juin...	1. 22. 3	1. 21. 59	— 0. 4	I. 29 Mai.... É. 18 Juillet à Ingolſtat
1724. 3 Août...	1. 25. 52	1. 26. 18	+ 0. 26	I. 30 Juin.... É. 6 Sept. à Paris.
1725. 5 Septemb	1. 22. 13	1. 21. 28	— 0. 45	I. 26 Juillet... É. 16 Octobre.
1726. 10 Octobre.	1. 14. 47	1. 15. 35	+ 0. 48	I. 8 Septemb. É. 11 Novembre.
1727. 9 Septemb	1. 15. 12	1. 14. 46	— 0. 26	Immerſ. & Emerſion de la même Eclipſe.
1727. 14 Novemb	1. 15. 20	1. 15. 52	+ 0. 32	I. 4 Octobre. É. 25 Décembre.
1727. 17 Novemb	1. 16. 26	1. 16. 21	— 0. 5	I. 5 Novemb. É. 30 Déc. à Bologne.
1728. 23 Décemb	1. 22. 1	1. 22. 14	+ 0. 13	I. 19 Novemb. É. 26 Janv. 1729 à Paris
1730. 21 Janvier.	1. 25. 55	1. 25. 21	— 0. 34	I. 15 Déc. 1729. É. 28 Févr. 1730.
1730. 23 Janvier.	1. 25. 0	1. 25. 22	+ 0. 22	I. 26 Déc. 1729. É. 21 Févr. 1730.
1731. 27 Février.	1. 23. 25	1. 23. 41	+ 0. 6	I. 24 Janvier.. É. 2 Avril.
1732. 24 Mars...	1. 19. 34	1. 19. 14	— 0. 24	I. 15 Mars... É. 2 Avril.
1733. 1 Avril...	1. 16. 40	1. 16. 1	— 0. 39	I. 19 Février.. É. 12 Mai.
1733. 6 Avril...	1. 16. 45	1. 15. 54	— 0. 51	I. 9 Mars... É. 5 Mai à Péterſhourg
1734. 22 Mai...	1. 16. 23	1. 16. 13	— 0. 10	I. 11 Avril... É. 2 Juil. à Bologne.

* L'Émerſion a été marquée trop tard; le Satellite étoit ſorti de l'ombre.

	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES observée.	DEMI-DURÉE DES ÉCLIPSES calculée.	DIFFÉR.	
1735. 6 Juillet..	1h 21′ 18″	1h 21′ 15″	— 0′ 3″	I. 8 Juin.... É. 4 Août à Paris.
1736. 4 Août...	1. 27. 1	1. 26. 2	— 0. 59	I. 10 Juillet... É. 29 Août à Péterſb.
1736. 6 Août...	1. 26. 13	1. 26. 10	— 0. 3	I. 24 Juillet... É. 18 Août à Quitto.
1738. 18 Octobre.	1. 16. 19	1. 15. 56	— 0. 23	I. 9 Octobre. É. 27 Octob. à Thury.
1739. 24 Novemb	1. 12. 37	1. 12. 6	— 0. 31	I. 14 Oct. 1739 É. 4 Janv. 1740 à Pék.
1739. 24 Novemb	1. 12. 48	1. 12. 5	— 0. 43	I. 8 Novemb. É. 10 Décemb. à Pékin.
1739. 24 Novemb	1. 13. 18	1. 12. 4	— 1. 14	I. 15 Novemb. É. 3 Décemb. à Pékin.
1740. 26 Février..	1. 13. 38	1. 12. 50	— 0. 48	Im. & Ém. de la même Éclipſe. Caſſini.
1740. 26 Février..	1. 13. 45	1. 12. 50	— 0. 55	Im. & Em. de la même Eclipſe. Maraldi.
1740. 26 Décemb.	1. 17. 41	1. 18. 18	+ 0. 37	I. 15 Nov. É. 5 Févr. 1741 à Chandern.
1740. 26 Décemb.	1. 19. 18	1. 18. 19	— 0. 59	I. 3 Déc. É. 18 Janv. 1741 à Pékin.
1740. 26 Décemb.	1. 19. 47	1. 18. 22	— 1. 25	I. 10 Déc. É. 11 Janv. 1741 à Pékin.
1742. 2 Février..	1. 24. 57	1. 24. 59	+ 0. 2	I. 8 Janvier.. É. 27 Fév. à Péterſb.
1743. 5 Mars...	1. 23. 30	1. 23. 18	— 0. 12	I. 27 Février.. É. 12 Avril à Péterſb.
1744. 3 Avril...	1. 15. 13	1. 14. 27	— 0. 46	I. 18 Mars.... É. 19 Avril à Péterſb.
1745. 27 Avril...	1. 7. 51	1. 6. 55	— 0. 56	I. 2 Avril.... É. 22 Mai à Paris.
1746. 30 Mai....	1. 10. 4	1. 10. 23	+ 0. 19	I. 5 Mai.... É. 24 Juin.
1748. 8 Août...	1. 25. 24	1. 25. 59	+ 0. 35	I. 2 Juillet... É. 15 Septembre.
1749. 19 Septemb	1. 17. 34	1. 18. 1	+ 0. 27	I. 22 Août.... É. 18 Octobre à Upſal.
1749. 21 Septemb	1. 17. 44	1. 17. 45	+ 0. 1	I. 15 Août.... É. 29 Oct. à Chandern.
1750. 16 Août...	1. 9. 43	1. 9. 36	— 0. 7	I. 16 Août à Paris. É. 16 Août à Upſal.
1750. 19 Octobre.	1. 8. 33	1. 9. 12	+ 0. 38	I. 1 Octobre. É. 6 Nov. à Thury.
1750. 21 Octobre.	1. 9. 25	1. 9. 7	— 0. 18	I. 12 Octobre. É. 30 Octob. à Stcok.
1750. 23 Octobre.	1. 9. 20	1. 9. 10	— 0. 10	I. 19 Octobre. É. 26 Octob. à Stock.
1751. 9 Janvier..	1. 7. 21	1. 8. 32	+ 1. 11	Im. & Ém. de la même Éclipſe à Stock.
1751. 11 Septemb.	1. 11. 54	1. 11. 44	— 0. 10	Im. & Ém. de la même Eclipſe à Stock.
1751. 7 Novemb	1. 13. 13	1. 13. 19	+ 0. 6	I. 6 Octobre. É. 9 Décemb à Stock.
1751. 19 Novemb	1. 12. 39	1. 13. 27	+ 0. 48	I. 13 Octobre. É. 29 Déc. à Torneâ.
1754. 31 Janvier..	1. 25. 34	1. 25. 21	— 0. 13	I. 11 Janvier.. É. 19 Février à Paris.
1754. 3 Février..	1. 25. 47	1. 25. 29	— 0. 18	I. 18 Janvier.. É. 19 Février
1754. 5 Février..	1. 25. 30	1. 25. 23	— 0. 7	I. 11 Janvier.. É. 2 Mars
1754. 8 Février..	1. 25. 44	1. 25. 30	— 0. 14	I. 18 Janvier.. É. 2 Mars.
1755. 1 Mars...	1. 19. 12	1. 20. 23	+ 1. 11	I. 26 Janvier.. É. 4 Avril.
1756. 27 Mars...	1. 14. 46	1. 14. 18	— 0. 28	I. 28 Février.. É. 13 Mai.
1756. 29 Mars...	1. 15. 31	1. 14. 16	— 1. 15	I. 17 Mars... É. 11 Avril à Upſal.
1757. 2 Mai....	1. 14. 9	1. 13. 33	— 0. 36	I. 19 Avril... É. 14 Mai à Paris.
1757. 2 Mai....	1. 14. 7	1. 13. 31	— 0. 36	I. 26 Avril... É. 7 Mai.
1758. 31 Mai....	1. 18. 44	1. 18. 20	— 0. 24	I. 22 Mai.... É. 9 Juin.
1758. 31 Mai....	1. 19. 16	1. 18. 20	— 0. 56	I. 22 Mai.... É. 9 Juin à Vienne.
1760. 13 Août...	1. 25. 4	1. 25. 44	+ 0. 40	I. 19 Juillet... É. 7 Septemb. à Paris.
1761. 7 Septemb	1. 21. 17	1. 21. 31	+ 0. 14	I. 8 Septemb. É. 6 Octob. à Vienne.
1762. 29 Octobre.	1. 15. 57	1. 16. 52	+ 0. 55	I. 27 Septemb. É. 30 Nov. à Vienne.
1763. 3 Septemb	1. 17. 1	1. 16. 29	— 0. 32	Im. & Ém. de la même Éclipſe. Maraldi.
1763. 3 Septemb	1. 16. 43	1. 16. 29	— 0. 14	Im. & Ém. de la même Éclipſe. Meſſier.
1763. 4 Décemb	1. 17. 19	1. 17. 38	+ 0. 19	I. 6 Nov. 1763. É. 2 Janv. 1764 Stock.
1765. 2 Janvier..	1. 23. 53	1. 22. 59	— 0. 54	I. 15 Déc. 1764. É. 6 Janv. 1765 Stock.
1766. 8 Février.	1. 25. 59	1. 25. 49	— 0. 10	I. 10 Janvier.. É. 8 Mars à Paris.
1767. 6 Mars...	1. 23. 9	1. 23. 9	0. 0	I. 19 Février.. É. 20 Mars à Paris.

OBSERVATIONS DU SECOND SATELLITE DE JUPITER.

1655.

		H.	M.	S.	
Londres.	27 Sept.	11.	40.	0	I. par Rook.

1662.

Londres.	22 Avril	11.	12.	0	I. *idem.*
	17 Mai	10.	50.	0	É. *idem.*
	18 Juin.	10.	25.	0	É. *idem.*

1667.

Bologne.	7 Oct.	9.	7.	20	I. Caſſini.

1668.

Bologne.	11 Janv.	8.	8.	0	I. *idem.*
		10.	46.	0	É. *idem.*

1671.

Paris...	29 Mars.	7.	8.	0	É. Caſſini.
Uranib.	18 Nov.	19.	7.	32	I. Picard. lun. 14 p.
Copenh.	13 Déc.	16.	1.	50	I. le ciel n'eſt pas net.

1672 & ☿ ⊙ le 2 Mars.

Copenh.	22 Févr.	17.	24.	18	I. Picard.
Paris...	11 Mars	13.	59.	39	É.
	18	16.	35.	30	É.
Copenh.	29	9.	11.	12	É. Picard.
Paris...	5 Avril	11.	6.	0	É. *douteuſe.*
Copenh.	5	11.	47.	42	É. Picard.
	30	8.	52.	24	É. *idem.*
Paris...	8 Juin	10.	20.	0	É.

1673 & ☿ ⊙ le 2 Avril.

Paris...	15 Fév.	15.	21.	55	I. Picard. lun. 14 pi. près la porte Montmartre.
	5 Mars.	9.	53.	18	I. *idem.*
	5	9.	53.	6	I. Caſſini. *optima.*
	8 Mai.	11.	58.	38	É. Caſſini.
	8	11.	58.	55	É. Picard.
	9 Juin	11.	30.	53	E. Picard.
	4 Juillet	8.	27.	2	É. Caſſini. *gr. jour.*

1674 & ☿ ⊙ le 3 Mai..

		H.	M.	S.	
Cette...	3 Juin	10.	13.	38	É. Picard. lun. 14 p.
Montp..	10	12.	48.	52	É. *idem. idem.*

1675 & ☿ ⊙ le 5 Juin.

Paris...	6 Juill.	11.	0.	16	É. Picard.
	1 Sept.	7.	58.	39	É. *idem.*

1676 & ☿ ⊙ le 8 Juillet.

Paris...	31 Juill.	9.	39.	40	É. Caſſini.
	7 Août	12.	18.	0	É. Picard.
	1 Sept.	9.	37.	43	É. Caſſini, il ſortoit.
	3 Oct.	9.	42.	0	É. *idem.* il ſortoit.

1677 & ☿ ⊙ le 14 Août.

Paris...	26 Août	8.	45.	36	É. Caſſini.
	27 Sept.	8.	48.	43	É. *idem.*
	4 Oct.	11.	29.	15	É. *idem.*
	23 Nov.	6.	7.	45	É. *idem.*

1678 & ☿ ⊙ le 21 Sept.

Paris...	2 Août	11.	2.	20	I. Caſſini.
	9	13.	36.	29	I. *idem.*
	23 Oct.	8.	8.	0	É. *idem.*
	30	10.	47.	6	É. *idem.*
	19 Déc.	5.	5.	44	E. *idem.*

1679 & ☿ ⊙ le 28 Oct.

Paris...	3 Août	13.	50.	24	I. Picard.
Breſt...	11 Sept.	15.	42.	7	I. la Hire.
	29	10.	16.	47	I. Picard.
Paris...	29	10.	44.	30	I. Caſſini.
	6 Oct.	13.	20.	42	I. *idem.*

1680.

Paris...	22 Févr.	6.	39.	5	É.
	22 Sept.	10.	42.	15	I.
	22	13.	11.	15	Il eſt ſorti de l'ombre, & eſt entré à moitié ſous le diſque de ☿.

1680.

			H.	M.	S.	
Paris...	7	Nov.	15.	31.	43	I. dout. *nuages.*
	25		9.	54.	10	I.

1681.

Paris...	29	Août.	15.	42.	15	I.
	25	Oct.	12.	29.	50	I. lun. 18 pieds.
	25		12.	30.	0	I. lun. 21 pieds.
Rouen..	25		12.	23.	38	I. des Hayes. l. 18 p.
Paris...	21	Déc.	8.	43.	40	I. lun. 18 pieds.
	21		8.	43.	49	I. lun. 21 pieds.
Green..	21		8.	33.	15	I. Flamſteed.

1682 ☌☿☉ le 4 Janvier.

Paris...	23	Fév.	10.	26.	16	É.
	27	Mars	10.	20.	50	É.
	30	Mai.	10.	5.	56	É.
Green..	1	Oct.	16.	52.	28	I. Flamſteed.
Paris...	2	Nov.	16.	43.	55	I.

1683 ☌☿☉ le 5 Février.

Paris...	30	Janv.	12.	15.	15	I.
	22	Avr.	8.	59.	42	É. Caſſini.
	22		8.	59.	55	É. la Hire.
Green..	28	Nov.	14.	49.	20	I.
	30	Déc.	14.	9.	50	I. vapeurs.

1684 ☌☿☉ le 6 Mars.

Green..	6	Janv.	16.	40.	50	I. bonne obſervation.
	13		19.	13.	0	I.
Paris...	24		11.	11.	8	I.
	21	Mars	10.	30.	43	*dout.*
	25	Juin.	9.	26.	0	É. la Hire.
	28	Nov.	16.	14.	50	I. *id.* ☿ à 13^{d} de l'hor.

1685 ☌☿☉ le 6 Avril.

Paris...	25	Fév.	12.	3.	10	I.
Green..	25		11.	52.	42	I.
Paris...	4	Mars	14.	39.	30	I.
Green..	22		9.	1.	30	I.
Paris...	29		11.	46.	50	I.

1685 ☿☌☉ le 6 Avril.

			H.	M.	S.	
Green..	23	Avr.	11.	11.	30	É.
	18	Mai.	8.	14.	30	É.
Paris...	26	Juin.	10.	24.	40	É.

1686 ☌☿☉ le 7 Mai.

Paris...	1	Fév.	16.	3.	45	I. la Hire.
	1	Mai.	12.	46.	0	I. le vent agite la lun.
	26		12.	7.	30	É.
Green..	20	Juin.	8.	57.	12	É.
Paris...	27		11.	40.	18	É. lun. 18 pieds.
	27		11.	40.	0	É. lun. 34 pieds.

1687 ☌☿☉ le 9 Juin.

Paris...	27	Mai.	10.	56.	30	I.
	28	Juin.	13.	5.	28	É.
Green..	28		12.	57.	2	É.

1688 ☌☿☉ le 13 Juillet.

Paris...	28	Juin.	11.	50.	26	I.
	17	Août	9.	5.	13	É.
Green..	17		8.	54.	22	É.
Paris...	24		11.	45.	20	É. lun. 34 pieds.
	13	Oct.	6.	22.	0	É. à peu près.
Green..	13		6.	14.	56	É. lun. 27 pieds.
	14	Nov.	6.	1.	27	É. *idem.*

1689 ☌☿☉ le 19 Août.

Paris...	7	Août.	16	4.	45	I.
	12	Sept.	8.	13.	58	É.
Green..	12		8.	4.	12	É.
Paris...	19		10.	54.	3	É.
Hoaingan. *Chine.*	26	Nov.	7.	52.	45	É. P. Noël. Lunette 16 pieds.
Paris...	10	Déc.	5.	14.	36	É. lunette 20 pieds.
	17		7.	49.	41	É.

1690 ☌☿☉ le 26 Sept.

Paris...	23	Juin.	13.	45.	54	I.
	19	Août	10.	27.	35	I. lunette 9 pieds.
	19		10.	27.	51	I. lunette 17 pieds.
	19		10.	28.	10	I. lunette 22 pieds.

1690.

			H.	M.	S.	
Paris...	19	Août	10.	28.	31	I. lunette 34 pieds.
	2	Sept.	15.	45.	17	I. lunette 22 pieds.
	2		15.	45.	43	I. lunette 34 pieds.
	20		10.	24.	28	I. lunette 20 pieds.
	20		10.	24.	53	I. lunette 34 pieds.
	8	Oct.	7.	33.	15	É.
	22		12.	52.	38	É. lunette 22 pieds.
	22		12.	52.	28	É. lunette 34 pieds.
Hoaing.	26		9.	58.	36	É.
Paris...	9	Nov.	7.	30.	8	É.
Hoaing.	27		9.	50.	23	É.
	22	Déc.	6.	56.	2	É. le ciel n'eſt pas beau

1691 ☌ ☿ ⊙ le 1.er Nov.

Green..	12	Janv.	6.	46.	28	É.
	13	Fév.	6.	33.	26	É.
Paris...	13		6.	42.	8	É.
	21	Sept.	13.	0.	45	I.
	9	Oct.	7.	33.	45	I.
Green..	9		7.	23.	40	I.
Paris...	16		10.	10.	38	I.
	19	Déc.	11.	55.	15	É.
Green.	19		11.	47.	25	É. vap. lunette 16 p.

1692 ☌ ☿ ⊙ le 6 Déc.

Green..	17	Mars	8.	45.	50	É.
	9	Oct.	9.	47.	10	I.

1693.

Paris...	21	Fév.	13.	26.	28	É. *dout.* ☿ dans les vap.
	18	Mars	10.	51.	30	É. *dout.*
Green..	18		10.	42.	2	É.
Paris...	12	Avril	8.	14.	46	É.
Green..	10	Oct.	11.	52.	29	I. vap. ☿ ondoyant.

1694 ☌ ☿ ⊙ le 9 Janvier.

Paris...	14	Janv.	13.	2.	48	É.
	5	Mars.	7.	8.	47	É.
Green..	12		9.	40.	28	É.
Paris...	18	Oct.	16.	18.	14	I.

1694.

			H.	M.	S.	
Paris...	25	Oct.	18.	53.	30	Il n'eſt pas encore entré.
	25		18.	54.	30	Il eſt entré.
	26	Nov.	18.	22.	23	I.

1695 ☌ ☿ ⊙ le 9 Février.

Paris...	22	Janv.	14.	25.	8	On le voit encore.
	22		14.	26.	0	On ne le voit plus.
	7	Avr.	8.	25.	26	É.
	14		11.	2.	44	É.
Rome..	9	Mai.	8.	50.	52	É. Caſſini lun. 17 p.
Paris...	16		10.	47.	50	É.
	19	Oct.	17.	34.	24	I. *dout.*
Green..	19		17.	24.	6	I. lunette 27 pieds.

1696 ☌ ☿ ⊙ le 11 Mars.

Paris...	16	Janv.	13.	24.	5	I.
Green..	23		15.	44.	12	I. lunette 16 pieds.
Paris...	30		18.	28.	17	I.
	17	Fév.	12.	53.	44	I. lunette 18 pieds.
	13	Mars	12.	36.	20	il ſortoit.
	14	Avril	12.	15.	13	É.
	12	Juill.	8.	24.	30	Il eſt ſorti, il ne l'étoit pas une min. auparavant.

1697 ☌ ☿ ⊙ le 10 Avril.

Paris...	14	Mars	11.	12.	50	I. Maraldi lun. 16 p.
	14		11.	13.	0	I. Caſſini lun. 18 pi.
	21		13.	49.	36	I. lunette 18 pieds.
	21		13.	50.	16	I. lunette 34 pieds.
	10	Mai.	10.	31.	21	É. lunette 18 pieds.
	17		13.	5.	38	É.
Green..	17		12.	56.	56	É. lunette 16 pieds.
Paris...	13	Juill.	9.	32.	39	É. lunette 34 pieds.

1698 ☌ ☿ ⊙ le 12 Mai.

Paris...	15	Mars	12.	14.	52	I.
Marſeille	22		15.	6.	4	I. I. 15 p. P. Feuillée.
Paris...	16	Avril	12.	5.	55	I.
Marſeille	16		12.	17.	38	I.

1698.

			H.	M.	S.	
Marſeille	23	Avril	14.	56.	28	I.
Green..	18	Mai.	14.	19.	50	É. lunette 27 pieds.
Paris...	5	Juin.	8.	47.	44	É.
	12		11.	21.	49	É.
	14	Juill.	10.	54.	20	É.
	8	Août.	7.	56.	11	É.
	9	Sept.	7.	41.	54	É. lunette 45 pieds.

1699 ☌ ☿ ⊙ le 14 Juin.

Green..	19	Mai.	12.	47.	31	I. lunette 27 pieds.
Marſeille	26		15.	45.	14	I.
Cap Benat	9	Août.	9.	48.	37	É. P. Feuillée.
Marſeille	10	Sept.	9.	35.	30	É.

1700 ☌ ☿ ⊙ le 19 Juillet.

Paris...	20	Mai.	14.	21.	24	I.
Marſeille	20		14.	33.	46	I.
	14	Juin.	11.	38.	58	I.
Paris...	10	Août	11.	13.	48	É.
Bourges.	4	Sept.	8.	31.	52	É. Caſſini.
Green..	11		11.	2.	52	É.
	7	Nov.	8.	10.	40	É. douteuſe.

1701 ☌ ☿ ⊙ le 25 Août.

Pau...	21	Mai.	16.	11.	48	I. P. Pallu.
Rome..	10	Juill.	11.	7.	15	I. Maraldi. } lunette
	17		13.	42.	20	I. *idem.* } 17 pal.
Pau...	24		15.	27.	44	I.
Green..	11	Août	10.	7.	8	I. lunette 16 pieds.
	18		12.	44.	4	I. *idem.*
Paris...	29		7.	48.	37	É.
Pau...	5	Sept.	10.	14.	26	É.
Paris...	30		7.	47.	45	É.
Pau...	30		7.	39.	20	É.
Paris...	1	Nov.	7.	47.	20	É.
Upm...	1		7.	39.	35	É. lunette 16 pieds.
Paris...	8		10.	25.	43	É.
Green..	8		10.	16.	28	É.
Upm...	8		10.	18.	2	É. lun. 16 pi. bonne

1701.

			H.	M.	S.	
Upm...	3	Déc.	7.	26.	18	É.
Green..	3		7.	24.	35	É.

1702 ☌ ☿ ⊙ le 2 Octobre.

Bologne.	4	Janv.	7.	43.	20	É. Manfredi. Lunette 11 pieds.
Rome..	5	Aout	10.	41.	47	I. Maraldi. Lunette 17 palmes.
Paris...	12		12.	38.	23	I. dout. par les nuages
Marſeille	12		12.	50.	38	I.
Bologne.	12		13.	13.	40	I. lun. 11 p. Manfredi
	19		15.	51.	29	I.
Rome..	19		15.	56.	24	I. Maraldi. Lunette 17 palmes.
	19		15.	54.	26	I. Bianchini.
Bologne.	13	Sept.	13.	7.	20	I. lunette 11 pieds.
	20		15.	46.	38	I.
	1	Oct.	7.	45.	32	I.
Rome..	26		7.	51.	46	É.
	2	Nov.	10.	31.	1	É.
Bologne.	2		10.	25.	15	É.
Upm...	2		9.	40.	38	É.

1703 ☌ ☿ ⊙ le 8 Nov.

Rome...	5	Janv.	10.	1.	26	É.
Bologne.	3	Mars.	6.	53.	18	É.
Paris...	14	Sept.	15.	5.	7	I.
	9	Oct.	12.	18.	58	I.
	23		17.	33.	6	I.
Bologne.	27		7.	28.	22	I.
Paris...	3	Nov.	9.	28.	51	I.
	17		17.	14.	12	É.
	28		9.	7.	56	É.
Martiniq.	12	Déc.	10.	4.	54	É. *au gros Morne.* P. Feuill. lun. 15 p.
	19		12.	41.	10	É. *ibidem. idem.*
Upm...	30		8.	38.	7	É. Derham. bonne obſerv. lun. 16 pi.

1704 ☌ ☿ ⊙ le 12 Déc.

Paris...	3	Mars.	8.	26.	25	É.

1704.

			H.	M.	S.	
Upm...	31	Août	12.	15.	34	I. lun. 16 p. Bonne.
Paris...	9	Oct.	14.	43.	11	I.
Upm..	16		17.	11.	14	I. bonne. lun. 16 pi.
Paris...	27		9.	10.	33	I. lunette 17 pieds.
	27		9.	11.	33	I. lunette 34 pieds.
Upm...	27		9.	2.	19	I. lunette 18 pieds, assez bonne.
Paris...	3	Nov.	11.	45.	58	I.

1705.

Paris...	24	Janv.	7.	46.	24	É.
Upm...	31		10.	16.	9	É. bonne. Lunette de 16 pieds.
Paris...	7	Févr.	12.	58.	27	É.
	4	Mars	10.	16.	34	É.
Upm...	5	Avril	10.	12.	30	É. *dout.* Lun. 16 pieds
Paris...	30		7.	38.	12	É. lunette 34 pieds.
	3	Oct.	14.	13.	19	I.
Upm...	10		16.	39.	26	I. bonne. Lunette de 16 pieds.
Martiniq.	17		15.	10.	41	I. P. Feuillée. lunette 15 pi. *au gros Morne.*
Paris...	4	Nov.	13.	48.	12	I.
	11		16.	21.	16	I.
Upm...	11		16.	11.	42	I. bonne. Lunette de 16 pieds.
Martiniq.	27	Déc.	16.	27.	42	I. P. Feuillée. lunette 15 pi. *au gros Morne.*
Upm...	31		9.	46.	16	I.

1706 ☌☿☉ le 14 Janvier.

Bologne.	30	Mars.	9.	46.	19	É. Manfredi. lunette de 11 pieds.
Paris...	6	Avr.	11.	49.	2	É.
	7	Déc.	14.	51.	35	I.

1707 ☌☿☉ le 16 Février.

Paris...	8	Janv.	14.	5.	11	I.
	15		16.	35.	24	I. *dout.*
	26		8.	23.	28	I.
	27	Févr.	10.	45.	0	É.

1707.

			H.	M.	S.	
Paris...	31	Mars	10.	29.	40	É.
Upm...	31		10.	23.	40	É. *dout.* lun. 16 pieds
Paris...	7	Avril	13.	8.	30	É. *dout.*
	25		7.	39.	46	É.
	2	Mai.	10.	16.	54	É.
Marseille	3	Juin.	10.	12.	10	É. lunette 13 pieds. P. Laval.

1708 ☌☿☉ le 16 Mars.

Paris...	10	Févr.	14.	59.	6	I.
	6	Mars	11.	54.	45	I. *dout.* par l'humidité.
	13		14.	31.	53	I. trop proche de l'Opposition.
	25	Avril	8.	50.	28	É.
	2	Mai.	11.	24.	49	É. lunette 18 pieds.
	2		11.	24.	10	É. lunette 34 pieds.
	27		8.	25.	46	É.

1709 ☌☿☉ le 20 Avril.

Concept.	10	Févr.	11.	10.	4	I. } P. Feuillée. Lun.
	17		13.	45.	8	I. } 15 p. *au Chili.*
Montpell.	7	Mars	13.	23.	11	I.
	8	Avril	13.	6.	6	I.
Paris...	8		12.	59.	31	I.
	3	Mai.	12.	36.	23	É. à travers des nuages.
	29	Juin.	9.	2.	7	É.

1710 ☌☿☉ le 17 Mai.

Paris...	11	Févr.	17.	16.	17	I.
Marseille	15	Mars	17.	15.	29	I. } P. Laval. Lun.
	9	Avril	14.	25.	20	I. } de 18 pieds.
Coquimbo *au Chili.*	16		11.	57.	36*	I. P. Feuillée, lunette de 15 pieds.
Paris...	4	Mai.	11.	23.	56	I.
Marseille	11		14.	9.	46	I. P. Laval.
Paris...	30	Juin.	10.	20.	45	É.
Marseille	30		10.	33.	19	É. P. Laval.

* L'observation du 16 Avril 1710 n'a pas été faite à Paris, comme le dit le P. Feuillée dans son journal, mais elle a été conclue du calcul. *Voyez Mémoires de l'Académie, 1711, page 143.*

1710.

		H.	M.	S.	
Paris...	1 Août.	9.	55.	35	É. lunette 34 pieds.
Marſeille	1	10.	7.	38	É. P. Laval,
	27 Sept.	7.	2.	46	É. *idem.*

1711 ☌ ☿ ⊙ le 20 Juin.

Paris...	6 Juin	12.	17.	12	I.
	13	14.	51.	10	I.
Rome...	2 Août	12.	15.	30	É. Bianch. L. 15 pal.
Paris...	27	8.	46.	51	É.

1712 ☌ ☿ ⊙ le 24 Juillet.

Paris...	8 Juill.	13.	25.	1	I. Maraldi.
	8	13.	24.	37	I. De l'Iſle. Lunette de 24 pieds.
	26	10.	47.	49	É.
	2 Août	13.	24.	53	É.
	20	8.	0.	50	É.
Caſſel...	20	8.	30.	0	É. Zumbach. lun. de 100 pieds.
Paris...	27	10.	41.	55	É.
Paris...	21 Sept.	8.	0.	31	É.
Caſſel...	21	8.	31.	0	É. Zumbach.
Paris...	28	10.	40.	43	É.
	23 Oct.	7.	57.	2	É.
Upm..	23	7.	50.	3	É. Bonne. Derham. Lun. 16 pieds.
Paris...	24 Nov.	7.	36.	16	É.

1713 ☌ ☿ ⊙ le 31 Août.

Paris...	2 Juill.	12.	45.	30	I.
	3 Août	12.	30.	12	I.
	10	15.	7.	59	I. Caſſini.
	10	15.	8.	14	I. Maraldi.
	28	9.	46.	43	I.
	4 Sept.	15.	19.	50	É.
	22	9.	59.	8	É.
	24 Oct.	10.	0.	42	É.
Vanſted.	18 Nov.	7.	4.	40	É. Brad. Lun. 15 pi.
Greenw.	18	7.	5.	40	É. Lun. 8 pieds.
Paris...	20 Déc.	6.	49.	45	É.

1714 ☌ ☿ ⊙ le 7 Octob.

		H.	M.	S.	
Paris...	4 Août	14.	59.	58	I.
	29	12.	13.	30	I.
	23 Sept.	9.	31.	16	I. Lun. 17 pieds.
	23	9.	32.	20	I. Lun. 34 pieds.
	18 Oct.	9.	21.	37	Il venoit de ſortir de l'ombre, on ne le voyoit pas une min. auparavant.
	12 Nov.	6.	34.	25	É. Caſſini.
	12	6.	34.	51	É. Maraldi,
	19	9.	12.	37	É.
Vanſted.	21 Déc.	8.	45.	43	É.

1715 ☌ ☿ ⊙ le 13 Nov.

Paris...	15 Janv.	5.	57.	15	É.
	22	8.	34.	49	É.
	22 Juill.	12.	36.	8	I. Lunette 17 pieds.
	22	12.	36.	25	I. Lunette 34 pieds.
	29	15.	11.	27	I. Lunette 17 pieds.
	29	15.	11.	35	I. Lunette 34 pieds.
Marſeille	29	15.	22.	57	I. P. Feuillée. Lun. de 15 pieds.
Vanſted.	23 Août	12.	6.	20	Bradley. Lun. 15 pi.
Paris...	23	12.	15.	33	I.
	23	14.	31.	9	Il eſt ſorti & il eſt foible.
Marſeille	23	12.	27.	13	I.
	30	15.	4.	48	I.
Vanſted.	30	14.	42.	14	Bradley. Lun. 15 pi.
Paris...	17 Sept.	9.	23.	4	Le Satellite diminue.
	17	9.	25.	34	I. } Lun. 17 pieds.
	17	11.	39.	54	É. }
	17	11.	39.	41	Lunette 34 pieds. Il ſortoit.
	1 Oct.	14.	40.	55	I.
	19	9.	15.	22	I.
	26	11.	52.	43	I.
	2 Nov.	14.	30.	15	I.
	9	17.	6.	27	I.
	15 Déc.	8.	19.	4	É.

1716 ☌ ☿ ⊙ le 17 Déc.

			H.	M.	S.	
Rome..	16	Janv.	8.	41.	29	É. Bianchini.
Gènes...	17	Févr.	8.	17.	52	É.
Marſeille	17		8.	3.	35	É. P. Feuillée, l. 15 p.
Paris...	24		8.	11.	25	I. obſ. *rare.*
Rome..	20	Mars.	8.	21.	30	É. Bianchini, *p. 137.*
je crois qu'il faut lire			8.	31.	30	É.
Paris...	21	Avril	7.	52.	30	É.
	22	Juill.	15.	5.	56	I.
Vanſted.	22		14.	56.	48	I. Lunette 15 pieds.
	17	Sept.	11.	37.	6	I.
Paris...	17		11.	48.	3	I.
Marſeille	17		11.	59.	6	I. P. Feuillée, l. 15 p.
	24		14.	35.	39	I.
	19	Oct.	11.	36.	39	I.
	26		14.	14.	15	I.
	2	Nov.	16.	49.	21	I.
	20		11.	12.	12	I.
	29	Déc.	15.	44.	14	É.

1717.

Vanſted.	9	Janv.	7.	13.	3	É. Bradley, lunette de 15 pieds anglois.
Marſeille	23		12.	44.	54	É.
Paris...	17	Févr.	9.	45.	0	Il eſt ſorti & il eſt encore foible.
	24		12.	23.	20	É.
Marſeille	24		12.	35.	31	É.
Paris...	21	Mars	9.	43.	54	É. Maraldi.
	21		9.	44.	0	É. Caſſini.
	28		12.	27.	10	É. *dout.* ☿ dans les vapeurs.
	22	Avril	9.	47.	6	É.
	25	Sept.	16.	19.	4	I. *dout.* ☿ n'eſt pas net
	20	Oct.	13.	24.	17	I.
Marſeille	27		16.	4.	9	I.
Paris...	3	Nov.	18.	31.	46	I. Maraldi.
	3		18.	31.	49	I. Caſſini.
	14		10.	19.	52	I.
Marſeille	21		13.	4.	43	I.
Paris...	16	Déc.	9.	38.	44	I.

1717.

			H.	M.	S.	
Vanſted.	16	Déc.	9.	28.	9	I. Lun. 15 pieds.
Paris...	23		12.	8.	24	I. *dout.*

1718 ☌ ☿ ⊙ le 19 Janv.

Paris...	31	Janv.	16.	54.	8	É.
	18	Févr.	11.	21.	23	É.
Pékin...	22		8.	25.	0	
je crois qu'il faut lire			8.	15.	0	É. Lunette 12 pieds.
Marſeille	25	Févr.	14.	11.	16	É.
Pékin...	8	Mars	13.	36.	30	É.
Marſeille	15		8.	46.	26	É.
Paris...	22		11.	13.	16	É. Caſſini.
	22		11.	13.	22	É. Maraldi.
Vanſted.	29		13.	43.	44	É.
Paris...	23	Avril	11.	10.	21	É.
Pékin...	7	Oct.	17.	26.	0	I.
Paris...	28		17.	37.	21	I.
Vanſted.	28		17.	28.	28	I.
Paris...	17	Déc.	11.	19.	25	I.

1719 ☌ ☿ ⊙ le 19 Février.

Pékin...	29	Janv.	9.	58.	5	I.
Vanſted.	1	Fév.	15.	28.	0	I. Brad. lun. 15 pieds
Pékin...	5		12.	30.	30	I.
	2	Mars	12.	19.	0	É.
Vanſted.	16		9.	43.	10	É. Lun. 123 pieds.
	16		9.	44.	14	É. Lunette 15 pieds.
	23		12.	16.	39	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	23		12.	29.	51	É. *dout.* Brouillard.
	30		15.	6.	47	É. *dout.* Jupiter n'eſt pas clair.
Vanſted.	17	Avril	9.	30.	8	É. Brad. lun. 15 pi.
Paris...	24		12.	16.	31	É.
	19	Mai.	9.	23.	37	É. Maraldi.
	19		9.	23.	51	É. Caſſini.
Vanſted.	19		9.	14.	6	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	26		12.	2.	20	É.
Carré...	20	Juin.	9.	1.	26	É. Chev. de Louville, lun. de 23 pieds.
Paris...	23	Nov.	15.	55.	4	I. Caſſini.

1719.

			H.	M.	S.	
Paris...	23	Nov.	15.	54.	54	I. Maraldi.
	30		18.	27.	44	I. Caſſini.
	30		18.	27.	33	I. Maraldi.
Pékin...	11	Déc.	17.	54.	0	I.

1720 ☌ ☿ ☉ le 20 Mars.

Paris...	26	Janv.	14.	36.	42	I.
S.t Côme au Paraguai.	27	Févr.	10.	15.	10	I. P. Suarez, l. 16 p.
Pékin...	2	Mars	10.	58.	10	I.
S.t Côme	12		15.	25.	8	I. P. Suarez, l. 16 p.
	6	Avril	15.	0.	8	É. *idem.*
	1	Mai.	12.	4.	43	É. *idem.*
Paris...	19		10.	23.	40	É.
Vanſted.	19		10.	14.	32	Brad. lun. 123 pieds
Paris...	26		12.	58.	25	É. *dout.* vapeurs.
S.t Côme	26		9.	6.	22	É. P. Suarez, l. 16 p.
	2	Juin.	11.	39.	32	É. *idem.*
	20		6.	3.	54	É. *idem.*
	27		8.	38.	2	É. *idem.*
	29	Juill.	8.	13.	7	É. *idem.*

1721 ☌ ☿ ☉ le 20 Avril.

S.t Côme	2	Févr.	14.	33.	12	I. P. Suarez, l. 16 pi.
	9		17.	7.	33	I. *idem.*
Paris...	20		12.	51.	40	I.
	6	Mars	18.	2.	14	I.
S.t Côme	6		14.	12.	25	I. P. Suarez, l. 16 pi.
	24		8.	42.	28	I. *idem.*
Vanſted.	24		12.	24.	34	Brad. lun. 15 pieds.
	31		15.	1.	8	*Idem.*
S.t Côme	31		11.	18.	35	I. P. Suarez.
Paris...	31		15.	10.	26	I.
S.t Côme	2	Mai.	13.	17.	53	É. P. Suarez.
	3	Juin.	12.	50.	32	É. *idem.*
	28		9.	45.	47	É. *idem.*
Paris...	16	Juill.	8.	2.	13	É. *dout.* lunette 34 pi. grand jour.
S.t Côme	23		6.	43.	31	É. P. Suarez.
	30		9.	18.	28	É.
	24	Août.	6.	25.	5	É.

1722 ☌ ☿ ☉ le 22 Mai.

			H.	M.	S.	
Rome..	27	Janv.	17.	31.	3	I. Bianchini.
S.t Côme	25	Mars.	9.	50.	2	I. P. Suarez.
	1	Avril	12.	37.	4	I.
Paris...	19		10.	52.	35	
	26		13.	29.	42	
Vanſted.	26		13.	18.	31	Brad. lunette 15 pi.
Ingolſtat.	15	Juin	10.	36.	40	É. P. Grammatici, l. 22 palm.
S.t Côme	15		6.	6.	20	É.
Vanſted.	22		12.	21.	22	É. Bradley. Lunette 123 pieds anglois.
	22		12.	21.	52	É. Pound. Lunette 15 pieds anglois.
S.t Côme	17	Juill.	5.	39.	8	É.
	31		10.	49.	40	É.
	25	Août	7.	55.	30	É.

1723 ☌ ☿ ☉ le 25 Juin.

Ingolſtat	26	Mars	15.	24.	57	I. P. Grammatic. lun. 12 pieds.
	27	Avril	15.	14.	40	I. *idem, idem.*
Paris...	27		14.	38.	54	I.
Vanſted.	27		14.	31.	9	Téleſcope 5 pieds.
Ingolſtat	29	Mai.	14.	59.	6	I. lun. 23 pieds.
	11	Juill.	9.	16.	0	É. *Inſpruk.* lun. 23 pi. ſuivant de l'Iſle.
	18		11.	49.	40	É.
Vanſted.	18		11.	3.	36	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	18		11.	12.	43	É. Sorel.
S.t-Côme	29		9.	56.	56	É.
Paris...	12	Août	8.	21.	21	É. de l'Iſle, lun. 21 p.
Vanſted.	12		8.	11.	21	Bradley, lun. 15 pi.
Ingolſtat	12		8.	57.	20	É. lun. 23 pieds.
Paris...	19		10.	58.	28	É. de l'Iſle, lun. 22 p.
Ingolſtat.	19		11.	36.	50	É. *dout.* vapeurs.
S.t-Côme	19		7.	5.	21	É.
	26		9.	43.	7	É.
Paris...	13	Sept.	8.	11.	47	É.
Vanſted.	13		8.	2.	14	Bradley, lun. 15 pi.
S.t-Côme	20		6.	57.	7	É.
	27		9.	35.	17	É.

1723.

			H.	M.	S.	
Ingolſtat.	8	Oct.	6.	2.	10	É. lunette 23 pieds.
Paris...	15		8.	2.	20	É.

1724 ☌ ☿ ⊙ le 29 Juillet.

Ingolſtat	22	Mai	13.	56.	40	I. lunette 12 pieds.
Rome..	23	Juin.	13.	40.	20	I. Bianchini.
	30		16.	16.	53	I.
Paris...	30		15.	35.	7	I. de l'Iſle, lunette 22 pi. gr. crépuſc.
	12	Août	10.	12.	45	É.
	12		10.	12.	6	É. de l'Iſle, lun. 22 p.
	6	Sept.	7.	29.	19	É.
	6		7.	30.	20	É. de l'Iſle, lun. 23 p.
Ingolſtat	6		8.	7.	30	É. lunette 23 pieds.
Paris...	13		10.	8.	35	É. ☿ n'eſt pas terminé
	13		10.	8.	58	É. de l'Iſle, lun. 23 p.
Ingolſtat	13		10.	45.	0	É.
Bibourg	13		10.	46.	40	É. lunette 9 pieds.
Pékin..	17		7.	4.	0	É.
Paris...	8	Oct.	7.	26.	56	É.
Vanſted.	8		7.	17.	57	É. Brad. téleſc. 5 pi.
Paris...	15		10.	5.	45	É.
Pékin..	20	Nov.	6.	42.	40	É.
	20		6.	44.	0	É. *autre copie.*

1725 ☌ ☿ ⊙ le 5 Septembre.

Paris...	26	Juill.	14.	46.	13	I. de l'Iſle, lun. 20 pi.
	26		14.	46.	20	I. la Croyère, lunette 23 pieds.
	26		14.	45.	53	I. lunette 13 pieds.
Ingolſtat.	26		15.	23.	13	I. lunette 12 pieds.
Southwich.	20	Août	11.	51.	20	I. George Lynn, lun. 13 pieds.
Vanſted.	7	Sept.	9.	18.	7	É. Bradl. lun. 15 pi.
Thury.	14		12.	8.	48	É. lunette 14 pieds *.
Pékin..	18		9.	5.	0	É.
Thury.	21		14.	48.	47	É.
Paris...	21		14.	49.	20	É. de l'Iſle, lun. 20 p.
Ingolſtat	21		15.	25.	30	É. lunette 23 pieds.
Bibourg.	21		15.	26.	20	É. lunette 9 pieds.

* On s'eſt toujours ſervi dans la ſuite de la même lunette.

1725.

			H.	M.	S.	
Thury..	2	Oct.	6.	48.	51	É.
Thury..	9	Oct.	9.	29.	20	É.
Pékin..	13		6.	26.	0	É.
Thury..	16		12.	9.	24	É.
Vanſted.	16		11.	59.	21	É. Brad. téleſc. 5 pi.
Ingolſtat	16		12.	47.	30	É. *dout.* lun. 16 pi.
Pékin..	20		9.	6.	0	É.
	27		11.	45.	30	É.
Paris...	3	Nov.	6.	46.	22	É.
Vanſted.	3		6.	37.	26	Bradley, lun. 15 pi.
Paris...	10		9.	24.	3	É.
Marſeille	10		9.	36.	29	É.
Upm...	10		9.	16.	23	É. bonne, lun. 13 pi.
Paris...	12	Déc.	9.	5.	12	É. *dout. à travers les nuages.*
Marſeille	12		9.	15.	16	É.
Pékin...	16		5.	59.	0	É. P. Gaubil. l. 12 p.
	23		8.	31.	40	É.

1726 ☌ ☿ ⊙ le 13 Octob.

Soutw.	6	Janv.	5.	51.	12	É. George Lynn, lun. 13 pieds.
Ingolſtat	6		6.	40.	30	É. lunette 14 pieds & demi, Campani.
Pékin...	17		5.	29.	0	É. lunette 14 pieds.
Toulon.	7	Fév.	5.	52.	46	É. P. Laval, lunette 18 pieds.
	18	Juin.	15.	22.	38	I. *idem.*
Paris...	18		15.	5.	27	I. grand jour.
Toulon.	13	Juill.	12.	17.	30	I. *dout.* ciel embrumé, lunette 18 pieds.
	20		14.	54.	24	I. lunette 18 pieds.
Paris...	20		14.	40.	27	I.
Ingolſtat	20		15.	16.	40	I. lunette 9 pieds.
Pékin..	31		14.	8.	0	I. lunette 14 pieds.
Toulon.	14	Août	12.	2.	22	I. P. Laval, lunette 18 pieds.
Ingolſtat	14		12.	25.	6	I. lunette 12 pieds.
Toulon.	21		14.	40.	49	I. P. Laval, lunette 18 pieds.
Pékin...	25		11.	23.	15	I. P. Gaubil, lunette 14 pieds.

1726.

			H.	M.	S.	
Pékin..	1	Sept.	14.	0.	0	I. P. Gaubil, lunette 14 pi. un peu *dout.*
Thury..	8		9.	5.	7	I.
Vanſted.	8		8.	55.	57	I. téleſcope 5 pieds.
Upm...	8		8.	56.	22	I. Derham, lun. 13 p.
Ingolſtat	8		9.	40.	0	I. lunette 14 pieds.
Pékin...	19		8.	40.	0	I. P. Koegler, l. 18 p.
Thury.	22		14.	21.	34	I. *dout.* nébuleux.
Péterſb.	22		16.	13.	20	I. lun. 15 pi. Camp.
Pékin...	26		11.	21.	0	I. Gaubil. } lunette 14 pi.
	3	Oct.	13.	59.	35	I. *idem.* }
	10		16.	38.	0	I. Koegler, lun. 14 p.
	14		8.	31.	15	É.
Paris...	17		14.	16.	25	É. Godin.
Pékin...	21		11.	12.	15	É. Koegler, lu. 18 p.
Thury.	28		6.	14.	7	É.
Toulon.	28		6.	28.	25	É. Laval, lun. 18 pi.
Paris...	11	Nov.	11.	31.	27	É.
Pékin...	15		8.	26.	10	É. lunette 18 pieds.
	22		11.	2.	15	É. *idem.*
Paris...	29		6.	2.	7	É.
Toulon.	29		6.	16.	59	É.
Péterſb.	6	Déc.	10.	30.	31	É. lunette 20 pieds.
Vanſted.	6		8.	29.	27	É. Bradl. lun. 15 pi.
Pékin...	10		5.	33.	0	É. Gaubil, lun. 12 p.
Vanſted.	13		11.	4.	20	É. Bradl. lun. 15 pi.
Pékin...	17		8.	9.	2	É. Koegler, lu. 18 pi.
Bologne.	31		6.	18.	54	É. *dout.*
Toulon.	31		5.	58.	12	É. lunette 18 pieds.

1727 ☌ ☿ ☉ le 18 Nov.

Bologne	7	Janv.	8.	54.	12	É. lun. 11 pieds.
Péterſb.	7		10.	9.	56	É.
Vanſted.	14		10.	44.	20	É.
Pékin...	18		7.	47.	30	É. Koegl. lun. 18 p.
Péterſb.	1	Févr.	7.	17.	15	É. lun. 20 pieds.
Bologne.	8		8.	37.	59	É. l. 11 p. brouillard.
Péterſb.	8	Août	13.	37.	9	I. lunette 22 pieds.
Paris...	15		14.	21.	7	I.
Vanſted.	15		14.	12.	10	I. Bradley, lun. 15 p.

1727.

			H.	M.	S.	
Rome..	15	Août	15.	0.	8	I. Bianchini, l. 14 p.
Péterſb.	2	Sept.	10.	43.	57	I. lunette 22 pieds.
Paris...	9		11.	29.	8	I. }
	9		13.	59.	27	É. }
Péterſb.	9		13.	21.	25	I. lunette 22 pieds.
Paris...	16		14.	6.	45	I.
Pékin...	20		11.	1.	40	I. Koegler, lun. 18 p.
Thury..	4	Oct.	8.	41.	9	I.
Pékin...	22		10.	50.	27	I. Koegler, lun. 18 p.
Thury..	26		16.	36.	21	I.
Bologne.	5	Nov.	9.	5.	15	I. *dout. nébuleux.*
Toulon.	5		8.	44.	16	I. Laval. lun. 18 pi.
Béſiers..	5		8.	31.	0	I.
Pékin...	5		16.	5.	40	I. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	12		11.	6.	19	I.
Bologne.	30		8.	44.	13	É.
Pékin...	30		15.	40.	15	É. Koegler, lun. 13 p.
	4	Déc.	5.	2.	0	É. }
	11		7.	37.	42	É. } *idem.*
	18		10.	11.	13	É. }
Paris...	25		5.	11.	16	É. Caſſini.
	25		5.	11.	26	É. Maraldi.
Toulon.	25		5.	26.	31	É. Laval, lun. 18 pi.
Pékin...	25		12.	47.	39	É. Koegler, lun. 13 p.

1728 ☌ ☿ ☉ le 22 Déc.

Vanſted.	1	Janv.	7.	36.	40	É. Bradley, téleſcope de 5 pieds.
Pékin...	5		4.	42.	0	É. *douteuſe, crépuſcule,* Koegler, lun. 13 p.
Péterſb.	8		12.	14.	44	É. lunette 15 pieds, le vent agite la lun.
Pékin...	12		7.	16.	16	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	15		12.	58.	40	É.
Pékin...	19		9.	51.	0	É. *dout.*
Marſeille	2	Févr.	7.	44.	34	É.
Paris...	9		10.	9.	25	É. Maraldi.
	9		10.	9.	22	É. Godin.
Marſeille	9		10.	21.	6	É. P. Feuillée, l. 15 p.
Pékin,..	13		7.	3.	45	É. Koegler, lun. 13 p.
	20		9.	46.	0	É. *idem.*

1728.

			H.	M.	S.	
Péterſb.	27	Févr.	6.	40.	5	É. lunette 23 pieds, beau temps
Paris...	6	Avril	7.	29.	10	É. Maraldi.
	6		7.	29.	4	É. Godin.
Paris...	8	Août	14.	9.	38	I.
Marſeille	8		14.	21.	15	I. *dout.*
	9	Sept.	14.	1.	14	I.
	16		16.	38.	34	I.
Wirtemb.	4	Oct.	11.	34.	0	I. Weidler, lun. 22 p.
Thury..	18		16.	4.	10	I.
Pékin...	29		15.	34.	10	I. lunette 13 pieds
	5	Nov.	18.	8.	45	I.
Berlin...	5		11.	16.	26	I. Kirck, lun. 18 pi.
Paris...	12		13.	6.	30	I. *dout.* Jupiter n'eſt pas clair.
	19		15.	39.	35	I.
Pékin...	30		15.	3.	20	I. Koegler.
	7	Déc.	17.	35.	55	I.
Péterſb.	14		14.	24.	30	I. *dout.* lun. 22 pieds.
Pékin...	18		9.	25.	0	I.

1729.

Pékin...	1	Janv.	17.	21.	30	É. Koegler, lun. 13 p.
	5		6.	37.	0	É. *idem.*
Péterſb.	8		14.	6.	3	É. lun. 22 p. à peu de ſecondes près.
Pékin...	19		11.	44.	15	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	26		6.	41.	41	É.
Pékin...	26		14.	20.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
	6	Févr.	6.	14.	18	I. *idem.*
Paris...	9		11.	55.	20	É.
Bologne.	9		12.	32.	5	É. lun. 16 p. $\frac{1}{2}$.
Pékin...	13		8.	49.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
	20		11.	28.	45	É.
Bologne.	27		7.	10.	21	É. lun. 16 p. $\frac{1}{2}$.
Péterſb.	27		8.	26.	42	É. lun. 13 p.
	6	Mars.	11.	5.	55	É. lun. Camp. 15 p.
Pékin...	10		6.	9.	0	É. Koegler, lun. 13 p.
Wirtem.	13		12.	33.	40	É Weidler, lun. 22 p.
Pékin...	17		8.	49.	40	É. lunette 13 pieds.

1729.

			H.	M.	S.	
Pékin...	24	Mars	11.	30.	10	É. lunette 13 pieds.
Péterſb.	7	Avril	11.	7.	25	É. lu. Campani 15 p.
Pékin...	20	Mai.	8.	49.	30	É. lunette 13 pieds.
Vanſted.	10	Sept.	15.	40.	39	É. Bradcley.
Pékin...	17	Nov.	11.	52.	25	I. lunette 13 pieds.
Péterſb.	8	Déc.	13.	41.	6	I. *dout.* lun. 13 pi. le ciel n'eſt pas ſerein.
Paris...	15		14.	18.	59	I. Maraldi *.
Pékin...	26		13.	41.	30	I. Koegler, lun. 13. p.

1730 ☌☿☉ le 23 Janv.

Péterſb.	2	Janv.	10.	27.	39	I. lun. Campani 15 p.
Pékin...	2		16.	10.	45	I.
	13		7.	57.	15	I. lunette 13 pieds.
Péterſb.	16		15.	29.	40	I. *dout.* lun. Camp. 15 pieds.
Pékin...	7	Févr.	7.	47.	27	É. lunette 13 pieds.
Paris...	10		13.	28.	20	É.
Pékin...	21		12.	58.	50	É. lunette 13 pieds.
	28		15.	36.	20	É.
Paris...	28		8.	0.	35	É.
Péterſb.	28		9.	52.	34	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	11	Mars	7.	33.	15	É. lunette 13 pieds.
Péterſb.	14		15.	8.	56	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	18		10.	13.	16	É. *dout.* Koegler, lun. 13 pieds.
	25		12.	51.	45	É. Koegler, lun. 13 p.
Paris...	1	Avril	7.	55.	24	É.
Péterſb.	8		12.	26.	15	É. lunette 13 pieds.
Pékin...	12		7.	30.	48	E. lunette 13 pieds.
Paris...	3	Mai.	7.	51.	21	É. *dout.* grand jour.
Péterſb.	3		9.	43.	11	É. lunette 13 pieds.
Paris...	10		10.	29.	28	É.
Soutw.	10		10.	19.	28	É.
Pékin...	21		10.	6.	50	É. Koegler, lunette 13 pieds.
Thury.	13	Oct.	17.	8.	17	I. *dout.* grand vent.
Pékin..	25		16.	5.	30	I.

* Maraldi (Jean-Dominique), lunette 17 pieds, la même dont ſe ſervoit mon Oncle, Jacques-Philippe Maraldi, mort le 1.er Décembre 1729.

1730.

			H.	M.	S.	
Pékin...	2	Déc.	18.	36.	10	I. lunette 14 pieds.
Soutw.	9		13.	19.	46	I. George Lynn, lunette 13 pieds.
Pékin...	20		12.	50.	10	I. lunette 14 pieds.
Paris...	23		18.	29.	42	I.
Marſeille	23		18.	42.	5	I.
Pékin ..	27		15.	21.	5	I. Koegler.

1731 ☌☿⊙ le 23 Févr.

Berlin...	3	Janv.	10.	57.	20	I. *douteuſe*, Kirck, lunette 18 pieds.
Pékin...	3		17.	49.	50	I.
	14		9.	30.	45	I.
Paris...	24		17.	45.	49	I. Maraldi.
	24		17.	45.	55	I. Caſſini.
Pékin...	28		14.	37.	30	I.
	4	Fév.	17.	9.	56	I.
	15		8.	59.	0	I.
Paris...	18		14.	40.	30	I. Maraldi.
	18		14.	40.	39	I. Caſſini.
Péterſb.	8	Mars	13.	49.	48	É. lun. catad. 4 p. $\frac{1}{2}$, le ciel n'eſt pas ſerein.
Pékin...	19		11.	29.	20	É.
Bologne.	26		7.	6.	44	É.
Thury..	2	Avr.	9.	5.	8	É.
Péterſb.	2		10.	57.	45	É. téleſc. 4 pieds.
Paris...	9		11.	43.	12	É.
Soutw..	9		11.	33.	8	É.
S.t-Côme	9		7.	51.	6	É.
Pékin...	13		8.	38.	0	É.
Paris...	16		14.	21.	53	É.
Pékin...	20		11.	16.	0	É.
Péterſb.	4	Mai.	10.	44.	47	É. téleſcope 4 p. $\frac{1}{2}$, le ciel n'eſt pas ſerein.
Paris...	5	Juin.	8.	35.	49	É. Maraldi.
	5		8.	35.	55	É. Caſſini.
Péterſb.	5		10.	26.	52	É. téleſcope. 4 p. $\frac{1}{2}$, grand crépuſcule.
Pékin...	25	Oct.	17.	50.	30	I. Koegler.
Paris...	10	Déc.	14.	52.	12	I. Caſſini.
	10		14.	52.	36	I. Maraldi.

1731.

			H.	M.	S.	
Pékin...	21	Déc.	14.	17.	8	I. Gaubil, lun. 16 p.
	28		16.	45.	15	Koegler & Gaubil, lunette 14 pieds.

1732 ☌☿⊙ le 24 Mars.

Péterſb.	4	Janv.	13.	30.	56	I. *douz.* téleſc. 4 p. $\frac{1}{2}$, ☿ peu élevé & mal terminé.
Paris...	11		14.	11.	11	I. Maraldi.
	11		14.	10.	37	I. Caſſini.
Pékin...	29		16.	5.	15	I. Koegler.
	5	Fév.	18.	36.	12	I. *idem.*
Madrid.	5		10.	36.	46	I. Duc de Solferino, lunette 14 pieds.
Paris...	12		13.	34.	32	I.
Madrid.	12		13.	8.	56	I. Duc de Solferino, lunette 14 pieds.
Pékin...	16		10.	26.	45	Koegler.
	16		10.	27.	10	Gaubil, lun. 14 p.
	23		13.	2.	15	Koegler.
Paris...	15	Mars	13.	9.	54	I. Maraldi, le ciel n'eſt pas ſerein.
	15		13.	10.	39	I. Caſſini.
	2	Avr.	10.	19.	36	É. Maraldi.
	2		10.	20.	16	É. Caſſini, qui croit l'avoir vu pluſieurs fec. auparavant.
Bologne.	2		10.	56.	3	É. lunette 22 pieds.
	9		13.	32.	4	É.
S.t-Côme	9		9.	3.	45	É. P. Suarez, l. 16 p.
Pékin...	13		9.	50.	30	É. Koegler.
Bologne.	4	Mai.	10.	35.	32	É. lun. 14 pieds, l'air tremble & vent.
S.t-Côme	4		6	7.	29	É. P. Suarez, l. 16 p.
Paris...	11		12.	37.	23	É. le ciel n'eſt pas ſerein.
Soutw.	11		12.	23.	57	É. George Lynn, lunette 13 pieds.
Pékin...	22		12.	0.	5	É. Koegler.
	16	Juin.	9.	1.	18	É. *idem.*
S.t-Côme	15	Août	7.	31.	20	É.

1733 & ☿ ☉ le 24 Avril.

			H.	M.	S.	
Madrid.	12	Févr.	14.	26.	30	É. Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
Paris...	19		17.	25.	48	I.
Péterſb.	9	Mars	13.	46.	51	I.
	28	Avril	10.	32.	34	É. la Lune dans ſon plein, qui eſt à quelques deg. de ☿.
	5	Mai.	13.	6.	0	É.
Paris...	5		11.	13.	52	É.
	12		13.	47.	53	É.
Pékin...	16		10.	41.	10	É.
Péterſb.	30		10.	4.	16	É.
	6	Juin.	12.	39.	35	É.
Madrid.	6		10.	22.	8	É. Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
	8	Juill.	9.	51.	5	É.

1734 & ☿ ☉ le 26 Mai.

Paris...	19	Janv.	18.	55.	5	I.
Péterſb.	10	Mars	14.	56.	31	I.
Bologne.	11	Avr.	13.	30.	56	I. lunette 22 pieds,
Paris...	18		15.	31.	19	I. Maraldi, ☿ n'eſt pas clair.
	18		15.	31.	42	I. Caſſini.
Madrid.	31	Mai.	9.	14.	13	É. Duc de Solferino, l. 16 p. de France.
Péterſb.	2	Juill.	11.	0.	25	É.
Rome...	2		9.	48.	48	É.
Bologne.	2		9.	43.	12	É. *dour.* vent qui agite la lunette, l. 22 p.
Berlin...	2		9.	51.	46	É. Kirck, l. 18 pie.
Rome...	9	Juill.	12.	22.	38	É.
Berlin...	3	Août	9.	27.	34	É.

1735 & ☿ ☉ le 29 Juin.

Paris...	8	Juin.	11.	2.	49	I.
Grenoble	8		11.	16.	20	I. P. Sigaloux, l. 15 p.
Paris...	15		13.	37.	38	I.
Caye S. Louis	17	Juill.	10.	53.	35	É. Godin. l. 18 p. *S.t-Dom. Amér.*
Vienne.	28		8.	47.	55	É. Marinoni, l. 17 pi.
Paris...	4	Août	10.	27.	19	É.

1735.

			H.	M.	S.	
Bologne.	4	Août	11.	3.	3	É. *dout.*
Petit-Goave	11		8.	7.	16	É. Godin. l. 18 pi. *S.t-Dom. Amér.*
Cartagène	18		10.	30.	43	É. George Juan & Antoine de Ulloa, lunette 16 pieds.
Bologne.	29		8.	13.	56	É.
Paris...	29		7.	38.	0	É.
Pékin...	16	Sept.	9.	50.	22	É. lunette 14 pieds.
Petit-Goave	19		10.	32.	10	É.
Bologne.	30		8.	6.	2	É. lunette 22 pieds.
Pékin...	11	Oct.	7.	3.	0	É. lunette 8 pieds.

1736 & ☿ ☉ le 4 Août.

Paris...	12	Avril	15.	45.	29	I. Caſſini.
	12		15.	45.	41	I. Maraldi.
	15	Juin.	15.	16.	2	I.
Quito...	6	Juill.	17.	39.	35	I. Godin. lun. 18 pi.
Bologne.	10		12.	57.	47	I. l. Campani 22 pi.
Péterſb.	10		14.	10.	39	I. *dour.* brouillard.
Madrid.	10		11.	57.	33	Téleſc. 4 p. 8 pouces.
Quito...	17		9.	31.	46	I. *dout.* vapeurs.
Madrid.	17		14.	32.	46	Téleſc. 4 p. 8 pouces.
Quito...	24		12.	10.	1	I.
	18	Août	12.	16.	47	É.
Péterſb.	22		8.	50.	58	É. ciel ſerein obſ. ſûre.
	29		11.	31.	10	É. ☿ ſortant d'une nuée le Satellite paroiſſoit, mais encore foible.
Vienne.	29		10.	35.	8	I. Marinoni, lunette 18 pieds.
Berlin...	29		10.	23.	8	É. l. Campani 18 pi.
Paris...	5	Sept.	12.	17.	42	É.
Pékin...	9		9.	14.	10	É. lun. 14 pieds.
Berlin...	23		7.	41.	8	É. l. Campani 18 pi.
Paris...	23		6.	56.	5	É.
Albi....	30		9.	37.	5	É. Plantade, l. 15 p.
Pékin...	11	Oct.	9.	10.	15	É. lun. 20 pieds.
	11		9.	10.	59	É. lunette 14 pieds.
Bologne.	25		7.	26.	9	É. l. Campani 22. pi.

1736.

			H.	M.	S.	
Thury.	25	Oct.	6.	50.	26	É.
Pékin...	7	Déc.	5.	55.	0	É. lunette 14 pieds.

1737 ☌ ☿ ☉ le 10 Septembre.

Péterſb.	4	Juill.	13.	39.	55	I. le crépuſc. déjà fort.
Paris...	11		14.	24.	35	I.
	12	Août	14.	14.	35	I.
Londres	12		14.	3.	28	I.
Paris...	30		8.	52.	43	I. *douteuſe.*
Péterſb.	30		10.	44.	18	I.
Bologne.	30		9.	28.	26	I.
Berlin...	30		9.	35.	36	I.
Madrid.	6	Sept.	11.	7.	53	I.
Pékin..	17		14.	0.	15	É.
Berlin...	24		9.	47.	25	É.
Pékin..	12	Oct.	11.	20.	0	É.
Péterſb.	19		8.	14.	10	É.
Upſal..	19		7.	24.	0	É. Celſius, lun. 20. p.
Bologne.	26		9.	37.	10	É.
Berlin...	26		9.	45.	30	É.
Pékin...	30		5.	56.	42	É.
	6	Nov.	8.	34.	15	É.
Péterſb.	13		5.	27.	37	É.
Pékin...	13		11.	12.	10	É.
Paris...	27		8.	47.	19	É.
Pékin...	8	Déc.	8.	15.	40	É. lunette 8 pieds.

1738 ☌ ☿ ☉ le 18 Octob.

Péterſb.	30	Juill.	13.	16.	7	I. téleſcope grégorien de 7 pieds Anglois.
Paris...	6	Août	14.	1.	19	I.
Vienne.	6		14.	56.	56	I. Marinoni, l. 17 pi.
Péterſb.	24		10.	27.	43	I. téleſcope grég. de 5 pieds Anglois.
Pékin...	24		16.	11.	0	I.
Péterſb.	31		13.	6.	51	I. téleſc. 4 pieds ½.
Paris...	7	Sept.	13.	54.	18	I.
Pékin..	11		10.	49.	2	I.
Péterſb.	18		7.	45.	20	I.
	25		10.	27.	11	I.
Vienne.	25		9.	30.	44	I. Marinoni.

1738.

			H.	M.	S.	
Upſal...	25	Sept.	9.	34.	54	I. lunette 20 pieds.
Berlin...	25		9.	17.	54	I. Kirk. lun. 26 p.
Péterſb.	2	Oct.	13.	7.	7	I.
Vienne.	2		12.	10.	33	I. Marinoni, l. 17 pi.
Pékin...	6		8.	10.	5	I. lunette 18 pieds.
Thury..	9		13.	53.	39	I.
Péterſb.	9		15.	47.	5	I.
Thury..	20		8.	27.	14	É.
	27		11.	5.	33	É.
Vienne.	27		12.	2.	34	É. Marinoni, l. 17 p.
Oxford.	27		10.	50.	40	É. Bliſ. lun. 15 pieds.
Madrid.	27		10.	42.	18	É. Duc de Solferino, tél. 4 p. 8 pouces.
Pékin..	31		8.	2.	10	É.
Paris...	3	Nov.	13.	43.	38	É.
Pékin...	14		13.	16.	36	É.
Vienne.	14		8.	36.	56	É. Marinoni, l. 17 p.
Paris...	21		8.	18.	12	É.
Oxford.	21		8.	3.	7	É. Bliſ. lun. 15 pieds.
Périnaldo	21		8.	39.	6	É. Maraldi, lun. 14 p.
Bologne.	21		8.	53.	52	É.
Veniſe..	21		8.	55.	25	É. téleſc. 4 pi. vap.
Paris...	28		10.	54.	18	É.
Périnaldo	28		11.	15.	25	É.
Veniſe..	28		11.	32.	36	É. téleſc. 4 pieds.
Pékin...	2	Déc.	7.	47.	0	É.
Périnaldo	5		13.	52.	6	É. Maraldi, l. 14 pi.
Upſal...	16		6.	24.	16	É.
Paris...	23		7.	57.	33	É.
Oxford.	23		7.	43.	22	É. Bradley, l. 15 pi.
Veniſe..	23		8.	35.	45	É. Zendrini, tél. 4 p.
Paris...	30		10.	33.	13	É.
Oxford.	30		10.	18.	32	É. Bradley, l. 15 pi.
Périnaldo	30		10.	53.	27	É. Maraldi, l. 14 pi.

1739 ☌ ☿ ☉ le 23 Nov.

Pékin...	3	Janv.	7.	26.	24	É. lunette 18 pieds.
	10		10.	3.	25	É.
Périnaldo	24		7.	58.	8	É. Maraldi, l. 14 p.
Oxford.	24		7.	22.	8	É. Bradley, l. 15 p.
Péterſb.	18	Fév.	6.	38.	11	É.

1739.

			H.	M.	S.	
Oxford.	25	Fév.	7.	9.	53	É. Bradley, lun. 15 p.
Pékin...	8	Mars	6.	58.	30	É. lunette 18 pieds.
Péterſb..	25	Août	12.	59.	15	I.
Paris...	1	Sept.	13.	44.	59	I. le ciel n'eſt pas ſerein.
Péterſb.	1		15.	36.	0	I.
Pékin..	14	Oct.	13.	7.	47	I. lunette 13 pieds.
	28		18.	20.	12	I.
	1	Nov.	7.	40.	30	I. } lunette 13 pieds.
	8		10.	17.	40	I. }
	15		12.	53.	30	I. *dout.* lun. 13 pieds.
	26		7.	16.	33	É.
	3	Déc.	9.	48.	53	É. lunette 10 pieds.
	10		12.	23.	30	É. *dout.* lun. 13 pieds.
Péterſb.	17		9.	12.	5	

1740 ☌ ☿ ⊙ le 26 Déc.

Pékin...	4	Janv.	9.	26.	30	É. *dout.* lun. 13 pieds.
	11		11.	58.	58	É.
	29		6.	32.	15	É.
Paris...	1	Févr.	12.	15.	30	É. Caſſini.
	1		12.	15.	36	É. Maraldi.
Péterſb.	12		6.	5.	39	É.
Pékin...	12		11.	48.	45	É. *dout.*
Paris...	19		6.	51.	36	É. Maraldi.
	19		6.	51.	46	É. Caſſini.
	26		7.	3.	57	I. } Maraldi.
	26		9.	31.	28	É. }
	26		7.	4.	6	I. } Caſſini.
	26		9.	31.	23	É. }
Vienne.	26		10.	27.	38	É. Marinoni, I. 17 p.
Pékin...	1	Mars	6.	28.	0	É.
Paris...	4		9.	43.	59	I. *dout.* ☿ près de l'horizon.
Pékin...	14	Oct.	15.	13.	13	I. } lunette 13 pieds.
	21		17.	49.	22	I. }
	8	Nov.	12.	16.	5	I. }
Upſal..	15		8.	14.	10	I.
Chandernagor	15		12.	57.	31	I. P. Boudier, tél. 2 p.
Pékin...	15		14.	49.	24	I.
Pékin..	22		17.	21.	48	I. lunette 13 pieds.

1740.

			H.	M.	S.	
Chand..	22	Nov.	15.	29.	50	I. téleſcope 2 pieds.
	29		18.	3.	18	I. *idem.*
Pékin...	3	Déc.	9.	10.	57	I. lunette 20 pieds.
	10		11.	42.	32	I. lunette 10 pieds.
Chand..	10		9.	51.	42	I.
Paris...	13		17.	23.	41	I.
Pékin..	17		14.	15.	20	I. lunette 10 pieds.

1741.

Pékin...	11	Janv.	13.	52.	22	É. } lunette 10 pieds.
	18		16.	26.	15	É. }
	22		5.	41.	51	É. lunette 18 pieds.
Péterſb.	25		13.	16.	6	É.
Pékin...	29		8.	18.	16	É. lunette 13 pieds.
	5	Févr.	10.	53.	20	É. lunette 9 pieds.
Chand..	5		9.	2.	42	É. téleſcope 2 pieds.
	12		11.	41.	10	É. *idem.*
Pékin...	12		13.	32.	0	É. lunette 9 pieds.
Paris...	19		8.	35.	39	É. Caſſini.
	19		8.	35.	44	É. Maraldi.
Péterſb.	19		10.	30.	20	É. il eſt ſorti & encore faible, ☿ ſortant d'une nuée.
Paris...	26		11.	15.	1	É.
Chand..	16	Mars	11.	41.	39	É. téleſcope 2 pieds.
Paris...	23		8.	37.	19	É.
Péterſb.	30		13.	11.	45	É.
Upſal..	30		12.	20.	44	É. lunette 20 pieds.
Pékin...	3	Avril	8.	14.	0	É. lunette 9 pieds.
Péterſb.	24		10.	30.	14	É.
Pékin...	15	Oct.	17.	8.	49	I. lunette 13 pieds.
	16	Nov.	16.	37.	1	I.
Upſal..	23		12.	33.	0	I. lunette 20 pieds.
Chand..	11	Déc.	11.	32.	40	I. téleſcope 2 pieds.
Paris...	14		19.	1.	34	I. *dout.* il ſe confond avec le premier.

1742 ☌ ☿ ⊙ le 27 Janv.

Chand..	5	Janv.	8.	17.	0	I. téleſcope 2 pieds.
Péterſb.	8		17.	42.	26	I.
	19		9.	29.	57	I.
	20	Févr.	11.	57.	16	É.

1742.

			H.	M.	S.	
Paris...	20	Févr.	10.	4.	42	É. Caſſini.
	20		10.	4.	46	É. Maraldi.
Péterſb.	27		14.	34.	0	É.
Thury..	24	Mars	9.	57.	50	É.
Péterſb.	24		11.	49.	22	É.
	18	Avril	9.	7.	56	É.
Upſal..	25		10.	56.	50	É.
Paris...	2	Mai.	12.	33.	51	É. ☿ près de l'horizon dans les vapeurs.
	27		9.	46.	54	É.
Upſal..	30	Oct.	17.	19.	16	I.
Péterſb.	30		18.	9.	52	I.
Pékin...	10	Nov.	15.	44.	0	I.
Paris...	26	Déc.	12.	25.	53	I.

1743 & ☿ ⊙ le 27 Févr.

Paris...	2	Janv.	14.	55.	20	I.
Torneâ.	2		16.	21.	7	I. Hellant, I. 20 pi.
Upſal..	20		10.	11.	28	I. Celſius.
Paris...	27		11.	42.	15	I.
Upſal..	27		12.	43.	21	I.
Péterſb.	27		13.	34.	15	I.
Paris...	3	Févr.	14.	14.	16	I. Caſſini.
	3		14.	14.	33	I. Maraldi.
	10		16.	47.	6	I.
Péterſb.	11	Mars	7.	46.	30	É.
Upſal..	18		9.	32.	31	É.
Torneâ.	18		9.	59.	12	É.
Péterſb.	12	Avril	7.	32.	22	É.
Torneâ.	19		9.	45.	7	É.
Paris...	3	Mai	13.	32.	9	É. *dout.* vent qui agite la lunette.
Upſal..	28		11.	40.	3	É.

1744 & ☿ ⊙ le 29 Mars.

Paris...	29	Févr.	12.	44.	37	I. ☿ dans le halo de la Lune, cependant clair & terminé.
Péterſb.	18	Mars	9.	3.	22	I.
	19	Avril	11.	13.	48	É.
Paris...	19		9.	23.	9	É. *dout.*

1744.

			H.	M.	S.	
Paris...	26	Avril	11.	59.	55	É. *dout.* le ciel n'eſt pas ſerein.
Péterſb.	26		13.	50.	41	É.
	21	Mai.	10.	49.	27	É.
Paris...	21		8.	58.	23	É.
	29	Juin.	11.	4.	49	É. ☿ près de l'horiz.
	24	Juill.	8.	6.	59	É. grand jour.

1745 & ☿ ⊙ le 29 Avril.

Péterſb.	1	Mars	15.	58.	8	I.
Paris...	8		16.	44.	57	I. Maraldi.
	8		16.	45.	4	I. Caſſini.
	2	Avril	13.	50.	19	I.
Péterſb.	15	Mai.	9.	27.	48	É. *dout.*
	22		10.	9.	38	É. il ne fait pas beau.
	29		12.	43.	15	É. ☿ n'eſt pas clair.

1746 & ☿ ⊙ le 31 Mai.

Paris...	4	Janv.	18.	37.	26	I. *dout.* Jupiter n'eſt pas terminé.
	5	Févr.	18.	10.	19	I. *dout.* verre humid.
Upſal..	28	Avril	13.	15.	2	I.
Paris...	5	Mai.	14.	50.	11	I.
	17	Juin.	8.	35.	8	É. grand crépuſcule.
	24		11.	9.	27	É.
	26	Juill.	10.	42.	8	É.
	20	Août	7.	48.	44	É. grand crépuſcule.

1747 & ☿ ⊙ le 4 Juillet.

Paris...	7	Juin.	15.	46.	2	I. grand jour; on voit difficilement le 4.e Satellite.
Rome..	21	Août	10.	24.	59	É. P. Maire Jéſ. Jun. 18 pieds.
Chand.	1	Sept.	7.	24.	40	É.
Thury..	17	Oct.	6.	46.	49	É. *dout.*
Paris...	18	Nov.	6.	24.	15	É. *dout.*
Chand.	6	Déc.	6.	36.	8	É.

1748 & ☿ ⊙ le 9 Août.

Paris...	29	Avril	15.	7.	8	I. ☿ mal terminé & ondoyant.

1748.			H.	M.	S.	
Paris...	25	Juin	11.	54.	0	I. de l'Iſle.
Upſal..	25		12.	55.	31	I.
Paris...	2	Juill.	14.	31.	2	I.
	2		14.	30.	31	I. de l'Iſle.
	3	Août	14.	15.	30	I.
Madrid.	3		13.	51.	16	I. D. George Juan, lunette 17 p. ½.
Paris...	14		9.	7.	14	É. ♅ mal terminé & ondoyant.
	14		9.	7.	42	E. de l'Iſle, l. 22 pi.
Madrid.	14		8.	42.	57	É. Duc de Solferino, téleſc. 4 pi. 8 pouc.
Paris...	21		11.	44.	28	É.
	21		11.	44.	25	É. de l'Iſle.
Madrid.	28		14.	0	53	É. D. George Juan, lunette 17 p. ½.
Pékin..	1	Sept.	11.	18.	47	É. lunette 11 pieds.
Rome...	8		7.	2.	38	É. P. Maire, l. 18 p. air chargé de vap.
Paris...	15		9.	1.	18	É.
	15		9.	1.	13	É. de l'Iſle.
Madrid.	22		11.	16.	51	É. D. George Juan, lunette 17 pieds ½.
Chand.	26		6.	44.	37	É. téleſcope 2 pieds.
Pékin...	26		8.	36.	17	É. lunette 12 pieds.
Paris...	10	Oct.	6.	17.	48	É. de l'Iſle, téleſcope 4 pieds ½.
Upſal..	10		7.	20.	39	É. Hiorter, l. 18 p.
Chand.	10		12.	2.	46	É. téleſcope 2 pieds.
Upſal..	17		9.	58.	43	É.
Stock..	17		10.	1.	28	É.
Pékin..	21		5.	51.	55	É. lunette 11 pieds.
Chand.	28		6.	36.	32	É.
	4	Nov.	9.	14.	18	É. *doux*,
	29		6.	14.	19	É.
	6	Déc.	8.	48.	20	É.

1749 ♃ ☿ ☉ le 16 Sept.

Paris...	21	Juill.	11.	13.	21	I. Maraldi.
	21		11.	13.	26	I. Caſſini.
Abo...	21		12.	33.	5	I. Godolin. l. 19 p.
Upſal..	21		12.	15.	9	I. Hiorter lun. 18 p.

1749.			H.	M.	S.	
Naples..	21	Juill.	12.	0.	33	I. Abbé Sabatelli, l. 22 pal. ciel nébul.
Paris...	28		13.	51.	12	I. ♅ mal terminé.
Turin..	28		14.	12.	42	I. P. Accetta, l. 22 p.
Abo...	15	Août	9.	47.	6	I.
Chand.	15		14.	10.	46	I.
Bologne.	22		11.	43.	2	I. lunette 11 pieds,
	22		11.	43.	41	I. lunette 22 pieds.
Abo...	22		12.	26.	57	I. lunette 18 pieds.
Upſal..	22		12.	8.	43	I.
Vienne.	22		11.	2.	54	I. Marinoni, l. 18 p.
Abo...	29		15.	6.	44	I.
Pékin..	20	Sept.	8.	2.	21	É.
Lund..	4	Oct.	6.	29.	27	É.
Paris...	11		8.	26.	41	É. de l'Iſle, tél. 4 p. ½
Chand.	11		14.	9.	0	É.
Upſal..	18		12.	5.	6	É. *doux.*
Pékin...	22		7.	59.	8	E. lunette, 13 pieds.
Chand.	29		8.	45.	54	É.
Thury.	12	Nov.	8.	16.	25	É.
Chand.	30		8.	29.	12	É.
	7	Déc.	11.	4.	25	É.
Stock..	7		6.	22.	57	É.
Lund..	14		8.	37.	36	É.
Vienne.	14		8.	51.	49	É. Marinoni, l. 14 p.
Pékin...	18		4.	47.	22	É.
	25		7.	19.	48	É.

1750 ♃ ☿ ☉ le 22 Août.

Paris...	15	Janv.	7.	23.	9	É.
Stock..	9	Févr.	5.	27.	48	É.
Abo...	9		5.	45.	57	É.
Paris...	20	Juin.	14.	9.	28	I. Jupiter ondoyant.
Stock..	15	Juill.	12.	12.	45	I.
Paris...	22		13.	46.	21	I. le ciel n'eſt pas ſer.
Lund..	22		14.	29.	47	I.
Vienne.	22		14.	42.	15	I. Marinoni l. 18 pi.
Paris...	16	Août	10.	56.	25	I. lunette 18 pieds.
Paris *C**	16		10.	55.	58	I.

* Paris *C* dénote l'Obſervatoire de M. de l'Iſle, à l'hôtel de Clugni.

1750.

			H.	M.	S.	
Upſal..	16	Août	14.	17.	3	É. lunette 18 pieds.
Vienne.	23		14.	31.	5	I. Marinoni, l. 18 p.
Paris...	30		16.	14.	3	I.
Vienne.	30		17.	9.	34	I.
Pékin...	3	Sept.	13.	9.	51	I. lunette 13 pieds.
Macao.	3		12.	53.	43	I lunette 18 pieds.
Pékin...	10		15.	48.	30	I.
Torneå.	10		9.	40.	0	I.
Paris...	17		10.	53.	43	I. Gentil, lunette 18 pieds.
Paris *C.*	17		10.	53.	21	I. téleſc. 4 pieds ½.
Thury.	17		10.	53.	23	I. Maraldi, l. 14 pi.
Vienne.	17		11.	49.	17	I. Marinoni.
Upſal..	17		11.	54.	36	I.
Lund..	17		11.	36.	21	I.
Paris *C.*	24		13.	33.	37	I.
Pékin..	28		10.	29.	9	I. P. Hallerſtin, lun. 13 pieds.
	28		10.	29.	24	I. P. Gaubil, l. 14 p.
Paris *C.*	1	Oct.	16.	13.	30	I.
Thury..	1		16.	12.	51	I. lunette 14 pieds.
Pékin...	5		13.	10.	21	I. P. Hallerſtin, lun. 13 pieds.
	5		13.	10.	36	I. P. Gaubil, l. 14. pi.
	12		15.	48.	50	I. *dout.*
Vienne.	12		9.	10.	40	I. lunette 18 pieds.
Stock..	12		9.	16.	31	I.
Upſal..	12		9.	14.	40	I.
Paris *C.*	19		10.	54.	3	I. *dout.*
Stock..	19		11.	55.	17	I.
Pékin...	23		7.	47.	25	
Stock..	26		16.	53.	15	É.
	30		6.	12.	50	É.
Thury.	6	Nov.	7.	47.	14	É.
Stock..	6		8.	49.	56	É.
Abo...	6		9.	7.	2	É.
Torneå.	6		9.	13.	50	É.
Lund..	6		8.	30.	30	É. Lunette 20 pieds.
Stock..	13		11.	27.	17	É.
Pékin...	17		7.	18.	44	É. lun. 13 pieds.

1750.

			H.	M.	S.	
Lund..	20	Nov.	13.	45.	3	I. lunette 20 pieds.
Pékin...	24		9.	56.	4	É. Lun. 13 pieds.
Vienne.	1	Déc.	5.	52.	48	
	8		8.	27.	29	
Pékin...	19		6.	59.	50	É. Lunette 13 pieds.
Chand.	26		7.	42.	50	É. téleſcope 2 pieds.

1751 ☌ ☿ ⊙ le 28 Novemb.

			H.	M.	S.	
Chand.	2	Janv.	10.	18.	0	É. téleſcope 2 pieds.
Stock..	9		5.	57.	15	téleſ. 2 pieds. Il fait très-beau.
	9		8.	11.	57	I.
Lund..	9		7.	53.	0	É. Lun. 20 pieds.
Pékin...	20		6.	38.	7	É. lunette 13 pieds.
Louiſb..	23		8.	12.	30	É. Chabert, l. 18 p.
Pékin...	27		9.	14.	53	É. lunette 13 pieds.
Paris...	10	Févr.	16.	52.	18	É.
Paris *C.*	10		16.	52.	29	É. téleſc. 4 pieds ½.
	17		9.	32.	53	É. *dout.* tél. 4 pi. ½. ☿ dans les vapeurs de l'horizon.
Pékin ..	21		6.	24.	44	É. P. Gaubil, l. 14 p.
Chand.	28		7.	19.	6	
Paris...	14	Mars.	6.	42.	57	É.
Madrid.	14		6.	19.	0	É. P. Vendlingen.
Stock..	10	Août	11.	46.	52	I.
Hernoſ.	10		11.	46.	45	I. l. 20 p. *brouillard.*
	17		14.	22.	47	I.
Marſeille	17		13.	33.	18	I. lunette 16 pieds.
Paris...	17		15.	43.	6	É. Je crois voir le ſat. ☿ eſt caché dans l'inſtant.
	11	Sept.	10.	30.	7	I. Caſſini de Thury, lunette 34 pieds.
	11		10.	29.	37	I. Gentil, lun. 15 p.
Thury.	11		10.	28.	43	I. l. 14 p. Jupit. près l'horizon eſt troub.
Stock..	11		11.	34.	2	I. tél. 2 pi. très-bien.
	11		13.	57.	50	É. même tél. à quelques ſec. près.
	18		14.	11.	30	I.
Upſal..	18		14.	10.	37	I.

1751.

			H.	M.	S.	
Paris *C.*	25	Sept.	15.	45.	53	I.
Pékin...	6	Oct.	15.	19.	58	I. P. Gaubil, l. 14 p.
Stock..	6		8.	46.	29	I.
Upſal..	6		8.	45.	13	I.
Marſeille	13		10.	33.	17	I.
Torneâ.	13		11.	49.	10	I.
Pékin...	13		17.	58.	20	I. lunette 13 pieds.
Paris *C.*	20		12.	57.	23	I.
Pékin...	24		9.	53.	31	I. P. Gaubil, l. 14 p.
	24		9.	54.	1	I. P. Hallerſtin, lun. 13 pieds.
Thury.	27	Oct.	15.	36.	43	I.
Upſal..	27		16.	38.	7	I.
Hernoſ.	7	Nov.	8.	33.	22	I.
Iſle de Fr.	7		11.	11.	58	I. d'Après, lun. 17p.
	14		13.	47.	38	I. *idem.*
Pékin...	14		17.	43.	59	I. } Lun. 13 pieds.
	18		7.	1.	20	I. }
Stock..	9	Déc.	10.	43.	12	É. téleſ. 2 pi. Jupiter mal terminé.
	16		13.	17.	32	É.
Chand.	20		7.	15.	0	É.
Pékin...	20		9.	8.	7	É.
Stock..	27		5.	8.	30	É.
Pékin...	27		11.	41.	44	É. lun. 13 pieds.
Torneâ.	27		5.	33.	16	É.

1752 ☌☿☉ le 31 Déc.

Hernoſ.	10	Janv.	10.	19.	50	
Torneâ.	10		10.	44.	19	É.
Pékin...	14		6.	11.	21	É. } Lun. 13 pieds.
	21		8.	47.	38	É. }
Stock..	28		4.	58.	8	É.
Chand.	4	Févr.	12.	11.	58	É.
Hernoſ.	11		10.	7.	33	É.
Pékin...	22		8.	39.	15	É. } Lun. 13 pieds.
	29		11.	18.	54	É. }
Stock..	7	Mars	7.	25.	31	É.
Hernoſ.	7		7.	26.	2	É.
Upſal..	7		7.	23.	51	É.

1752.

			H.	M.	S.	
Vienne.	7	Mars	7.	19.	9	Marinoni.
Rouen.	14		8.	59.	19	É. Pingré.
Paris *C.*	15	Avril	9.	1.	53	É.
Paris...	15		9.	2.	49	E. Il ne fait pas beau.
	17	Août	15.	33.	55	I.
Pékin...	28		15.	2.	25	I.
Paris...	18	Sept.	15.	13.	57	I. Gentil, Jupit. mal terminé.
Thury.	13	Oct.	12.	20.	8	I.
Paris *C.*	13		12.	20.	10	I.
	20		14.	56.	17	I.
Stock..	20		15.	58.	45	I.
Upſal..	20		15.	56.	30	I.
Thury.	27		17.	30.	53	I.
Vienne.	27		18.	27.	6	I. }
	7	Nov.	10.	18.	17	I. } Marin. I. 18 pi.
	14		12.	52.	36	I. }
Stock..	14		12.	58.	54	I.
Upſal..	14		12.	57.	39	I.
Cap B. E.	21		15.	32.	55	I. la Caille, lun. 14 p.
Upſal..	28		18	3.	40	I.
Marſeille	28		17.	1.	32	I. P. Pezenas, tél. qui groſſit 95 fois.
	16	Déc.	11.	35.	7	I. } *idem.*
	23		14.	6.	33	I. }

1753.

Cap B. E.	10	Janv.	12.	14.	53	É. la Caille, l. 14 pi.
Paris...	17		13.	40.	52	É.
	24		16.	17.	19	É. *dout.* Jupiter dans les vapeurs.
Lund..	28		6.	19.	0	É. *dout.*
Cap B. E.	4	Fév.	9.	18.	15	É. le vent agite la lun.
Lund..	4		8.	55.	41	É.
	11		11.	33.	28	É.
Upſal..	1	Mars	6.	28.	25	É.
Paris...	8		8.	7.	16	É.
Paris *C.*	8		8.	7.	22	E.
Stock..	9	Avr.	9.	12.	20	É.
Upſal..	9		9.	10.	47	É.

1753.

			H.	M.	S.	
Madrid.	11	Mai.	7.	41.	8	É. P. Vendlingen, tél. 1 pied $\frac{1}{2}$.
Stock..	12	Sept.	15.	36.	49	I. *dout.*
Upſal..	12		15.	35.	32	I.
Thury.	19		17.	9.	52	I. grand jour.
Vienne.	14	Oct.	15.	11.	37	I. Marinoni.
Paris *C.*	21		16.	47.	42	I. Jup. dans un nuage léger.
Stock..	8	Nov.	12.	14.	24	I.
Upſal..	8		12.	12.	47	I.
Greifsw.	8		11.	54.	47	I.
Vienne.	22		17.	12.	4	I.
Upſal..	29		19.	46.	18	I. *dout.*
	17	Déc.	14.	3.	24	I.

1754 ☽☿☉ le 1.er Févr.

Stock..	4	Janv.	8.	20.	11	I.
Upſal..	4		8.	18.	12	I.
Vienne.	11		10.	45.	43	I. Marinoni, I. 18 p.
Paris *C.*	11		9.	49.	15	I.
Liſbonne	11		9.	4.	3	I. P. Chevalier, téleſ. 6 pieds $\frac{1}{2}$.
	18		11.	35.	30	I. *idem.*
Paris...	18		12.	20.	56	I.
Paris *C.*	18		12.	21.	1	I.
Paris...	19	Févr.	14.	48.	58	É.
	2	Mars	6.	44.	35	É.
Marſeille	2		9.	57.	30	É.
Paris...	9		9.	23.	8	É.
Paris *C.*	9		9.	23.	55	É.
Marſeille	9		9.	36.	40	E.
Lund..	16		12.	45.	41	É.
Stock..	23		15.	44.	9	É.
Upſal..	23		15.	41.	45	É.
Stock..	3	Avr.	7.	42.	56	É.
Lund..	3		7.	24.	19	É.
Marſeille	3		6.	53.	15	É.
Paris *C.*	10		9.	20.	33	É.
Stock..	10		10.	23.	16	É. *dout.*
Lund..	10		10.	3.	59	É.
Abo...	10		10.	40.	5	É.

1754.

			H.	M.	S.	
Stock..	12	Mai.	10.	16.	58	É.
Upſal..	12		10.	15.	31	É.
Lund..	12		9.	57.	52	É.
Abo...	12		10.	33.	52	É.
Greifsw.	12		9.	59.	18	É.
Madrid.	12		8.	50.	29	É.
Paris *C.*	13	Juin.	9.	1.	32	É.
Madrid.	13		8.	37.	7	É.
Stock..	15	Oct.	16.	55.	25	I.
	16	Nov.	16.	26.	55	I. ♅ qui trembloit.
	23		18.	59.	40	I. lunette 24 pieds.
Abo...	23		19.	15.	25	I.
Paris *C.*	18	Déc.	14.	40.	45	I. lunette 13 pieds.
Stock..	18		15.	44.	0	I. lunette 24 pieds.

1755 ☽☿☉ le 4 Mars.

Upſal..	19	Janv.	14.	55.	13	I. air chargé de vap.
Paris...	26		16.	25.	55	I. lunette 15 pieds.
Paris *C.*	26		16.	25.	23	I.
Stock..	26		17.	28.	53	I.
Upſal..	26		17.	27.	24	I.
Stock..	6	Févr.	9.	16.	3	I. *dout.*
Paris *C.*	4	Avril	7.	40.	54	É.
	4		7.	41.	12	É.
Lund...	4		8.	25.	7	É.
	11		11.	3.	19	É.
Upſal..	11		11.	20.	57	É. } *dout.*
Paris *C.*	11		10.	18.	52	É. }
	18		12.	55.	6	É.
Paris...	18		12.	55.	58	É.
Lund..	18		13.	40.	30	É. lunette 18 pieds.
Paris...	6	Mai.	7.	28.	50	É. il fait grand jour.
Abo....	6		8.	48.	20	É.
	13		11.	24.	48	É.
Stock...	13		11.	7.	17	É.
Upſal...	13		11.	6.	20	É.
Paris...	13		10.	4.	48	É.
Paris *C.*	13		10.	4.	15	É.
Stock...	14	Juin.	10.	48.	40	É.
Abo....	14		11.	5.	35	É.

1755.

			H.	M.	S.	
Lund...	14	Juin	10.	30.	7	É.
	19	Déc.	16.	52.	25	I.

1756 ☌ ☿ ⊙ le 2 Avril.

Paris *C.*	20	Janv.	15.	24.	50	I.
Paris...	20		15.	24.	10	I. vent qui agite la lu.
Lund..	27		18.	38.	53	I.
Pékin...	31		14.	44.	39	I. P. Gaubil, l. 13 p.
Paris...	28	Févr.	17.	24.	53	I. le ciel n'eſt pas beau.
Paris *C.*	28		17.	24.	56	
Pékin..	3	Mars	14.	17.	54	I. P. Gaubil, l. 13 p.
	10		16.	52.	49	I.
Stock..	10		10.	20.	25	I.
Upſal..	10		10.	18.	55	I.
Stock..	17		12.	54.	17	I. *dout.* Jupit. près de la Lune.
Upſal..	17		12.	53.	7	I.
Paris *C.*	11	Avril	11.	26.	25	É. }
Paris...	11		11.	25.	57	É. } *dout.*
Stock..	11		12.	30.	13	É. }
Upſal..	11		12.	28.	16	É.
Pékin...	15		8.	26.	47	É. Gaubil, lun. 13 p.
Paris...	18		14.	1.	11	É.
Pékin..	22		11.	2.	28	É. lunette 13 pieds.
Paris *C.*	13	Mai.	11.	4.	8	É.
Paris...	13		11.	3.	55	É.
Lund..	13		11.	47.	43	É.
Pékin..	17		7.	58.	21	É. *dout.* lun. 13 pi.
Paris *C.*	14	Juin.	10.	37.	21	É.
Paris...	14		10.	38.	8	É.
Pékin..	25		10.	5.	55	É.

1757 ☌ ☿ ⊙ le 3 Mai.

Stock..	14	Févr.	14.	38.	45	I. le ciel n'eſt pas ſer. & Jupit. peu élevé.
Upſal..	14		14.	37.	38	I.
Stock...	21		17.	13.	6	I.
Paris...	18	Mars	13.	14.	9	I.
Paris *C.*	18		13.	13.	48	I.
Tirnaw.	18		14.	15.	3	I. P. Weiſſ, tél. 4 pi.

1757.

			H.	M.	S.	
Upſal..	18	Mars	14.	16.	20	I.
	25		16.	51.	28	I.
Paris *C.*	19	Avril	12.	53.	41	I.
Stock..	19		13.	57.	31	I.
Tirnaw.	19		13.	54.	11	I.
Paris *C.*	26		15.	29.	6	I.
	7	Mai.	9.	49.	0	É. *dout.*
	14		12.	22.	31	É.
Liſbon..	8	Juin.	8.	32.	48	É. *dout.* ciel nébuleux, fort crépuſ. téleſc. Greg, 7 pieds.
Stock..	8		10.	21.	21	É.
Upſal...	8		10.	19.	26	É.
Paris *C.*	15		11.	52.	29	É. *dout.*
Vienne.	15		12.	47.	0	É. P. Hell, téleſcope 4 pieds.
Liſbon.	15		11.	6.	15	É. téleſcope 7 pieds.
Paris...	10	Juill.	8.	48.	20	É. grand jour.
Paris *C.*	10		8.	48.	1	É.
Stock..	10		9.	51.	12	É. *dout.* grand jour.
Vienne.	10		9.	44.	20	É.

1758 ☌ ☿ ⊙ le 5 Juin.

Paris...	21	Janv.	17.	37.	33	I.
Stock..	20	Avril	15.	17.	12	I.
Tirnaw.	20		15.	13.	54	I.
Paris *C.*	15	Mai.	11.	17.	48	
Stock..	15		12.	20.	17	I. ☿ dans les vap.
Paris *C.*	22		13.	51.	23	I.
Vienne.	22		14.	46.	35	I.
Tirnaw.	22		14.	51.	42	I.
Paris *C.*	9	Juin.	10.	53.	41	É. *dout.*
Vienne.	9		11.	49.	58	É.
Tirnaw.	9		11.	55.	34	É. vapeurs dans l'air.
	4	Juill.	8.	50.	45	É.
Vienne.	4		8.	46.	30	É. P. Hell, tél. 4. pi. crépuſcule.
	4		8.	46.	0	É. ſon adjoint, téleſc. 4 pieds ½.
	11		11.	19.	15	É.
Tirnaw.	11		11.	24.	49	É.

1758.

			H.	M.	S.	
Tirnaw.	5	Août	8.	26.	18	É.
Vienne.	5		8.	21.	34	É. tél. grég. 27 pouc.
	5		8.	20.	50	É. téleſcope newton. 4 pieds $\frac{1}{2}$.
	5		8.	21.	19	É. P. Pegaſi, téleſc. new. 4 pieds.
Paris...	12		10.	1.	21	É.
Paris *C.*	12		10.	0.	40	É.
Vienne.	12		10.	55.	16	É. *dout.* Jupit. près de l'horiz. chargé de vapeurs.

1759 ☌ ☿ ⊙ le 10 Juillet.

Vienne.	20	Mars.	16.	39.	55	I.
	21	Avril	16.	30.	37	I.
Tirnaw.	21		16.	35.	53	I.
Paris...	17	Juin.	12.	22.	26	I.
Paris *C.*	17		12.	24.	43	I.
	24		15.	0.	24	I.
Tirnaw.	12	Juill.	13.	16.	11	É.
Vienne.	12		13.	11.	16	É. vap. & nuages.
Tirnaw.	30		7.	43.	7	É.
Vienne.	13		12.	50.	1	É. près l'horiz. vap.
	13		12.	50.	26	É. P. Lyſogrosky, tél. 4 pieds.
Prague.	13		12.	43.	24	É. P. Stepling, téleſc. new. 4 pieds.
Tirnaw.	31		7.	29.	10	É. grand crépuſcule.
Vienne.	2	Oct.	7.	15.	10	É. *dout.*
Tirnaw.	2		7.	19.	5	É.
Stock..	2		7.	21.	14	É.
Gothburg	2		6.	57.	49	É. tel. grég. 3. pieds
Paris *C.*	2		6.	18.	7	É.
Paris...	9		8.	56.	32	É.
Vienne.	3	Nov.	6.	58.	59	É. *dout.*

1760 ☌ ☿ ⊙ le 14 Août.

Vienne.	16	Mai.	15.	25.	17	I.
Tirnaw.	16		15.	30.	13	I.
Vienne.	10	Juin.	12.	32.	34	I. vapeurs.
Tirnaw.	10		12.	36.	14	I. grand vent.
Paris...	17		14.	9.	44	I.

1760.

			H.	M.	S.	
Paris..	17	Juin.	14.	10.	15	I. Chappe; lun. Cam. 19 pieds $\frac{1}{2}$.
Tirnaw.	17		15.	12.	11	I. crépuſcule & vap.
Paris...	12	Juill.	11.	16.	17	I.
	12		11.	16.	30	I. Chappe; l. 19 p. $\frac{1}{2}$.
	19		13.	53.	15	I.
	19		13.	53.	23	I. Chappe; l. 19 p. $\frac{1}{2}$.
Tirnaw.	19		14.	53.	49	I.
	6	Août	9.	26.	8	I.
Vienne.	6		9.	21.	3	I.
Tirnaw.	31		9.	33.	21	É. ciel médioc. ſerein.
Paris...	7	Sept.	11.	11.	26	É.
Paris *C.*	7		11.	11.	25	É. tél. grég. 30 pouc. qui groſſit 104 fois.
Vienne.	7		12.	8.	2	É.
Paris...	2	Oct.	8.	28.	44	É. Chappe, l. 19. p. $\frac{1}{2}$.
Stock..	2		9.	31.	5	É.
Carlſcrona	2		9.	20.	44	É. téleſc. grég. 3 p.
Tirnaw.	2		9.	29.	45	É.
	27		6.	42.	22	É. grand vent & vap.
Vienne.	27		6.	38.	13	É.
Lund..	28	Nov.	6.	3.	38	É. tél. grég. 3 pieds.

1761 ☌ ☿ ⊙ le 21 Sept.

Vienne.	6	Juill.	11.	46.	53	I. Lyſogroski, téleſc. 4 pieds $\frac{1}{2}$.
Paris....	13		13.	28.	35	I.
Paris *C.*	13		13.	29.	10	I.
Paris...	20		16.	5.	1	I. grand jour.
Stock..	7	Août	11.	43.	1	I. l. Doll. 10 p. 0,2 *.
	14		14.	21.	37	I. *idem.*
Paris...	14		13.	18.	39	I.
Paris *C.*	14		13.	18.	37	I. téleſcope qui groſſit 66 fois.
	21		15.	58.	9	I. même téleſcope.
Stock..	1	Sept.	9.	1.	6	I. l. Doll. 0,2 ♅ bas.

* M. Wargentin s'eſt ſervi cette année & les ſuivantes, d'une lunette achromatique de 10 pieds, faite par M. Dollond. On peut y adapter différens oculaires; ils ſont deſignés par 0,1, 0,2, 0,3: avec l'oculaire 1, elle groſſit 87 fois; avec l'oculaire 2, elle groſſit 121 fois; & avec l'oculaire 3, elle groſſit 186 fois.

1761.

			H.	M.	S.	
Vienne.	1	Sept.	8.	53.	39	I. vapeurs.
Tirnaw.	1		8.	58.	44	I.
Paris...	8		10.	37.	59	I.
Paris *C.*	8		10.	38.	37	I. téleſcope qui groſſit 104 fois.
Vienne.	8		11.	33.	45	I.
Paris *C.*	26		8.	1.	5	É. téleſcope qui groſſit 104 fois.
	26		8.	2.	8	É. de l'Iſle, tel. new. 4 pieds $\frac{1}{2}$.
Stock..	26		9.	3.	54	É. lun. Dollond, 0,3.
Vienne.	26		8.	58.	5	É. Rain. tél. 4 pi. $\frac{1}{2}$.
	3	Oct.	11.	37.	17	É.
	10		14.	17.	14	É.
Lund..	21		6.	3.	17	É.
Paris...	11	Nov.	13.	12.	43	É. Jupit. mal terminé & ondoyant.
Stock..	22		6.	9.	24	É. lun. Dollond, 0,2; ♅ dans les nuages.
Lund..	29		8.	24.	52	É.
Paris...	6	Déc.	10.	15.	59	É.
Tirnaw.	6		11.	17.	14	É.

1762 ☌ ♅ ⊙ le 28 Octob.

Paris...	1	Févr.	6.	46.	37	É.
Lund..	7	Juill.	14.	4.	12	I.
Tirnaw.	7		14.	22.	45	I.
	1	Août	11.	27.	2	I. vapeurs.
Stock..	8		14.	7.	51	I. lun. Dollond, 0,1.
Vienne.	8		13.	59.	51	I. vapeurs.
Tirnaw.	8		14.	5.	22	I.
Paris...	2	Sept.	10.	19.	5	I.
Stock..	9		14.	2.	37	I. lun. Dollond, 0,1.
Vienne.	27		8.	35.	32	I.
	18	Oct.	16.	33.	22	I.
Tirnaw.	18		16.	37.	36	I. vapeurs.
Vienne.	29		11.	6.	39	É. trop près de l'Op.
Stock..	16	Nov.	5.	46.	30	É. lun. Dollond, 0,2.
Lund..	16		5.	27.	38	É. téleſcope 3 pieds.
Greifswald	23		8.	4.	1	É. Mayer.
Stock..	30		10.	58.	33	É. l. Doll. 0,2 brume
Vienne.	30		10.	53.	20	É.

1762.

			H.	M.	S.	
Tirnaw.	7	Déc.	13.	32.	12	É.
Paris...	25		6.	58.	45	É.
Tirnaw.	25		7.	59.	30	É.

1763 ☌ ♅ ⊙ le 3 Déc.

Stock..	19	Janv.	5.	3.	25	É. lun. Dollond, 0,2.
Paris...	6	Mars.	9.	3.	25	É. Jupit. dans les vap. de l'horizon.
	6		9.	2.	28	É. Chappe, l. 19 p. $\frac{1}{2}$.
Paris *C.*	9	Août	15.	28.	54	I. à travers de nuages rares.
	27		12.	35.	34	É.
Paris...	3	Sept.	12.	38.	18	I.
	3		15.	12.	21	É. j'ai cru le voir pluſ. ſec. auparavant.
Paris *C.*	3		12.	38.	18	I. } téleſc. qui groſſit
	3		15.	11.	44	É. } 104 fois.
Lund..	10		15.	58.	48	I. }
	28		10.	34.	19	I. } téleſ. grég. 2 pi.
Paris *C.*	28		9.	50.	48	I.
Lund..	12	Oct.	15.	50.	42	I.
Stock..	6	Nov.	13.	21.	23	I. lun. Dollond, 0,2.
Lund..	13		15.	37.	39	I. *dout.*
Paris...	24		6.	46.	44	I. Chappe, lunette 19 pieds $\frac{1}{2}$.
Greifsw.	12	Déc.	4.	35.	33	É. l. Dollond, 7 pi.

1764.

Stock..	2	Janv.	12.	37.	22	É. l. Dollond, 0,2.
Lund..	2		12.	20.	5	É. *dout.*
Tirnaw.	27		9.	41.	53	É.
	21	Févr.	6.	55.	12	É.
Vienne.	21		6.	50.	42	É.
Paris *C.*	28		8.	34.	10	É.
Berlin..	28		9.	20.	8	É. Recard, l. 15. pi.
Stock..	6	Mars	12.	15.	34	É. l. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	24		6.	53.	10	É.
	31		9.	33.	0	É. vapeurs.
Vienne.	31		9.	29.	17	É.
Greifsw.	31		9.	16.	49	É. téleſc. 30 pouces.
Paris *C.*	2	Mai.	8.	24.	47	É.

1764.

			H.	M.	S.	
Stock..	2	Sept.	9.	27.	4	É. l. Dollond, 0,2.
Tirnaw.	3		15.	47.	51	I.
Stock..	5	Oct.	15.	33.	33	I. l. Dollond, 0,2.
Stock...	12		18.	8.	30	É. lun. Dollond, 0,2. vapeurs.
	15	Déc.	17.	13.	31	I. ☿ dans des nuages.

1765 ☌ ☿ ☉ le 4 Janv.

Stock..	20	Janv.	8.	46.	13	É. lun. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	20		8.	45.	3	É.
Paris...	3	Fév.	12.	56.	13	É.
Stock..	14		5.	55.	44	É.
Paris...	21		7.	32.	16	É.
Paris *C.*	21		7.	32.	9	É.
Paris...	28		10.	11.	31	É.
Paris *C.*	28		10.	11.	40	É.
Tirnaw.	28		11.	12.	28	É. grand vent
Paris *C.*	7	Mars	12.	50.	2	É.
Paris...	25		7.	32.	15	É.
Paris *C.*	25		7.	31.	21	É.
Stock..	25		8.	34.	22	É. lun. Dollond, 0,2; grand vent qui agite la lunette.
Vienne.	1	Avril	11.	8.	18	É.
	26		8.	28.	3	É. vapeurs.
Stock..	26		8.	33.	54	É. lun. Dollond, 0,2.
	3	Mai.	11.	13.	3	É. il eſt ſorti, & il eſt brillant.
Paris...	3		10.	9.	52	É.
Stock..	29	Sept.	14.	49.	31	I. lun. Dollond, 0,2.
Tirnaw.	7	Nov.	16.	54.	0	I.
	25		11.	13.	32	I. vapeurs.
Paris *C.*	2	Déc.	12.	43.	29	I.
Tirnaw.	2		13.	43.	41	I. Jup. près de la Lun.
Paris...	16		17.	43.	48	I.
Paris *C.*	16		17.	43.	46	I.

1766 ☌ ☿ ☉ le 5 Févr.

Paris...	10	Janv.	14.	30.	13	I.
Stock..	21		7.	22.	20	I. } I. Dollond, 0,2.
	28		9.	54.	53	I. }

1766.

			H.	M.	S.	
Stock..	22	Fév.	9.	51.	50	É. *dout.*
Paris...	8	Mars	14.	4.	36	É.
Stock..	19		7.	5.	23	É. lun. Dollond, 0,1.
	2	Avr.	12.	24.	18	É.
Paris..	9		14.	2.	22	É. il ne fait pas beau.
Stock..	27		9.	42.	20	É. l. Dol. 0,1; gr. cr.
Paris...	4	Mai.	11.	18.	31	É. le vent agite la lun.
Paris *C.*	1	Nov.	14.	56.	1	I. vapeurs épaiſſes.
	8		17.	29.	56	I.
Paris..	3	Déc.	14.	18.	8	I.
Paris *C.*	3		14.	19.	0	I.
Stock..	3		15.	22.	15	I. lun. Dollond, 0,2.
Greifsw.	3		15.	2.	2	I. *dout.* lun. Doll. 7 p.
	10		17.	32.	48	I. même lunette.
Paris...	17		19.	16.	50	I. il fait grand jour.

1767 ☌ ☿ ☉ le 8 Mars.

Paris...	11	Janv.	16.	0.	24	I.
	18		18.	30.	31	I.
Greifsw.	18		19.	15.	26	I. lun. Dollond, 7 pi.
Paris...	29		10.	17.	56	I.
	29		10.	18.	26	I. l. Dollond, 42 po. Caſſini de Thury.
Paris *C.*	29		10.	18.	7	I.
Tirnaw.	29		11.	18.	38	I. vapeurs épaiſſes.
Paris...	12	Fév.	15.	25.	55	I. *dout.* nuages.
Paris *C.*	19		17.	57.	56	I.
	20	Mars	7.	7.	26	É.
Stock..	3	Avr.	13.	23.	58	É. lun. Dollond, 0,1.
Paris *C.*	10		14.	58.	18	É *dut.* ☿ bas & près de la Lune.
Tirnaw.	21		7.	55.	56	É.
Paris...	28		9.	32.	26	É.
Paris *C.*	28		9.	32.	10	É.
Stock..	28		10.	34.	46	É. lun. Dollond, 0,1.
Tirnaw.	30	Mai.	10.	17.	13	É.
	11	Déc.	19.	13.	59	I.

Nota. M. Meſſier a fait ſes obſervations à l'hôtel de Clugni, depuis 1753 juſqu'en 1760, avec un teleſcope newtonien de 4 pieds $\frac{1}{2}$ qui groſſit 66 fois; il s'eſt ſervi enſuite d'un téleſcope grégorien de 30 pouces qui groſſit 104 fois.

SUITE DES RECHERCHES

Sur les mouvemens de l'axe d'une Planète quelconque dans l'hypothèse de la dissimilitude des Méridiens.

Par M. D'ALEMBERT.

Lû en Mars 1769.

CE Mémoire ne sera qu'une espèce de supplément à celui que j'ai donné dans les Mémoires de cette année 1768, & dont j'ai été obligé de supprimer plusieurs détails nécessaires & intéressans, pour ne pas le rendre trop long.

§. I.

MÉTHODE la plus simple pour parvenir aux Équations qui donnent les mouvemens de l'axe lunaire.

Fig. 1. (1.) Soit, comme dans le Mémoire précédent, ECe, la projection de l'axe lunaire sur le plan de l'écliptique, SC la projection du rayon qui va de la Lune à la Terre, CD & CB deux lignes fixes perpendiculaires l'une à l'autre, & dans le plan ECZ parallèle à l'écliptique, l'angle $S'Ce = v$, l'angle $DCe = e$, on aura l'angle $S'CD = v - e$, que j'appelle ω. Cela posé, nommant, comme dans le Mémoire précédent, CN, z, Fig. 2. Ng, u, on aura $Lg = z$ cos. $\omega - u$ sin. ω, & $CL = z$ sin. $\omega + u$ cos. ω.

(2.) Maintenant, si on décompose la force qui agit sur chaque point de la Lune en deux, dont l'une passe par le centre de cette planète, & ne produira aucun mouvement dans l'axe, & l'autre soit parallèle à la ligne qui va du corps S au centre de la Lune; il est aisé de voir que la force parallèle à CD ou u, qui résultera de cette dernière force, sera égale à très-peu près à $\frac{3S}{u'^3} \times (z \text{ sin. } \omega \pm u \text{ cos. } \omega) \times \text{cos. } \omega$, u' étant $= S'C$,

& que la force parallèle à CN ou z ſera $\frac{3S}{u'^3} \times (z \text{ ſin. } \omega + u \text{ cof. } \omega) \text{ ſin. } \omega$; or, à cauſe de $z = \varpi \text{ cof. } e - \varrho \text{ ſin. } e$, de $u = \varrho \text{ cof. } e + \varpi \text{ ſin. } e$, de ſin. v = ſin. $(\omega + e)$ = ſin. ω cof. e + ſin. e cof. ω, & de cof. v = cof. ω cof. e — ſin. e ſin. ω, on aura z ſin. $\omega + u$ cof. ω = après les réductions, ϖ ſin. $v + \varrho$ cof. v, & on trouvera de la même manière, & par la même raiſon, u ſin. $\omega - z$ cof. ω = ϱ ſin. $v - \varpi$ cof. v.

(3.) Donc la force de chaque point parallèlement à u, ſera $\frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ ſin. } v + \varrho \text{ cof. } v) \times \text{cof. } \omega$, & parallèlement à z, ſera $\frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ ſin. } v + \varrho \text{ cof. } v) \times \text{ſin. } \omega$.

(4.) Or ſi on nomme φ la première de ces forces, & ψ la ſeconde; il eſt aiſé de voir par le Mémoire précédent, *art.* 3, qu'on aura $\int \frac{G' d(u dz - z du)}{dt^2} = \int G' \psi u - \int G' \varphi z =$ $\frac{3S}{u'^3} \times \int G' (\varpi \text{ ſin. } v + \varrho \text{ cof. } v)(u \text{ ſin. } \omega - z \text{ cof. } \omega)$ ou $\int G' (\varpi \text{ ſin. } v + \varrho \text{ cof. } v)(\varrho \text{ ſin. } v - \varpi \text{ cof. } v)$ = [en mettant pour ϖ & ϱ leurs valeurs f ſin. X'', & $(a - b)$ cof. $\Pi - f$ ſin. Π cof. X'', & en ſupprimant les termes qui ſont nuls] $\frac{3S}{u'^3} \times \int G' [- ff \text{ ſin. } \Pi \frac{\text{ſin. } 2X''}{2} \times (\text{ſin. } v^2 - \text{cof. } v^2) + \text{cof. } v \text{ ſin. } v \times [(a-b)^2 \text{ cof. } \Pi^2 + ff \text{ ſin. } \Pi^2 \text{ cof. } X''^2 - ff \text{ ſin. } X''^2]]$, quantité que j'appelle Ω.

(5.) Quant au premier membre $\int \frac{G' d(u dz - z du)}{dt^2}$, on peut voir dans le *Tome IV de nos Opuſcules*, *page* 50, comment il ſe réduit en faiſant diſparoître l'angle fini e; & à l'égard de l'angle X'', on ſe ſouviendra qu'il eſt égal (*Mém. précéd. art.* 12) à $\xi + P - B$, B étant un angle conſtant, qui dépend de la ſituation des axes de l'équateur lunaire, lorſque $t = 0$.

(6.) Suppoſant de même que chaque particule G' ſoit animée d'une force P' dirigée de haut en bas, on aura les équations $\int \frac{G'(\pi\, dd\zeta - \zeta\, dd\pi)}{dt^2} = \int G'(\psi\pi + \zeta P')$, & $\frac{\int G'}{dt^2}(\pi\, ddu - u\, dd\pi) = \int G'(\varphi\pi + u P')$; (je mets $+\zeta P'$, & $+u P'$, & non $-\zeta P'$ & $-u P'$, parce que la force P' eſt ſuppoſée dirigée de haut en bas, & non de bas en haut, comme la force $\frac{dd\pi}{dt^2}$); d'où l'on tire $\int \frac{G'(\pi\, dd\zeta - \zeta\, dd\pi)\,\text{cof.}\, e}{dt^2} + \int \frac{G'(\pi\, ddu - u\, dd\pi)\,\text{ſin.}\, e}{dt^2} = \int G'\,\text{cof.}\, e\,(\psi\pi + P'\zeta) + \int G'\,\text{ſin.}\, e \times (\varphi\pi + u P')$; & $\int \frac{G'\,\text{ſin.}\, e}{dt^2} \times (\pi\, dd\zeta - \zeta\, dd\pi) - \int \frac{G\,\text{cof.}\, e}{dt^2}(\pi\, ddu - u\, dd\pi) = \int G'\,\text{ſin.}\, e\,(\psi\pi + P'\zeta) - \int G'\,\text{cof.}\, e \times (\varphi\pi + u P')$; on a déjà vu (*Mémoire précédent, art. 6, & Tome IV de nos Opuſcules, page 51*) comment les premiers membres de chacune de ces équations ſe réduiſent & ſe ſimplifient, ſans contenir l'angle ſini e.

(7.) Pour réduire les ſeconds membres, on conſidèrera, en faiſant les mêmes décompoſitions que dans *l'article 2*; 1.° que $P' =$ à très-peu près $\frac{S}{u''^3} \times p' - \frac{S p'}{u'^3}$, p' étant la diſtance du centre de la Lune au plan de l'écliptique, & u'' la ligne $S'L$; & comme $u'' = u' - CL$ à très-peu près, ou $u' - \zeta\,\text{ſin.}\,\omega - u\,\text{cof.}\,\omega = u' - \varpi\,\text{ſin.}\,\upsilon - \varrho\,\text{cof.}\,\upsilon$, on aura $P' =$ à très-peu près $\frac{3 S p'}{u'^4} \times (\varpi\,\text{ſin.}\,\upsilon + \varrho\,\text{cof.}\,\upsilon)$; 2.° on a vu ci-deſſus que $\psi = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi\,\text{ſin.}\,\upsilon + \varrho\,\text{cof.}\,\upsilon) \times \text{ſin.}\,\omega$; & que $\varphi = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi\,\text{ſin.}\,\upsilon + \varrho\,\text{cof.}\,\upsilon) \times \text{cof.}\,\omega$; on aura par conſéquent $\pi \times (\psi\,\text{cof.}\, e + \varphi\,\text{ſin.}\, e) = \frac{3 S\pi}{u'^3} \times (\varrho\,\text{cof.}\,\upsilon +$

ϖ sin. v), multiplié par sin. ω cos. e + cos. ω sin. ε; ou par sin. $(\omega + \varepsilon) =$ sin. v, & que de même $P' z$ cos. $e + P' u$ sin. $e = P' \varpi$ (cos. e^2 + sin. e^2) $= P' \varpi$; doù il s'enſuit que le ſecond membre de la ſeconde équation de *l'article 6*, ſera $= \frac{3S}{u'^3} \times \int G' \pi$ sin. $v \times (\varrho$ cos. $v + \varpi$ sin. $v) + \frac{S}{u''^3} \times \int G' \times p' \times \varpi - S \int \frac{\varpi p' G'}{u'^3} = \frac{3S}{u'^3} \times \int (\varrho$ cos. $v + \varpi$ sin. $v) \times G' (\pi$ sin. $v + \frac{p' \varpi}{u'})$, quantité que j'appelle Γ; on remarquera que $\frac{p'}{u'} =$ à très-peu près sin. ϑ', ou plus exactement $\frac{\text{sin. } \vartheta'}{\text{cos. } \vartheta'}$, en regardant ϑ' comme très-petit, & prenant ϑ' pour la latitude de la Lune.

(8.) On trouvera de même, & par le même moyen, que le ſecond membre de la troiſième équation de *l'article 6*, ſe réduit à $\frac{3S}{u'^3} \times \int G' \pi \times -$ cos. $v (\varrho$ cos. $v + \varpi$ sin. $v) - \frac{S}{u''^3} \int G' \times p' \times \varrho + \frac{S}{u'^3} \int G' \varrho p' = \frac{3S}{u'^3} \times \int (\varrho$ cos. $v + \varpi$ sin. $v) \times [G' \times (-\pi$ cos. $v - \frac{p' \varrho}{u'})]$ quantité que j'appelle Ψ.

(9.) Il faut bien remarquer que nous n'avons point eu égard dans l'évaluation de la force P' à la quantité $\frac{S\pi}{u'^3}$ qui paroît d'abord devoir y entrer, parce que cette quantité vient uniquement d'une force qui paſſe par le centre de la Lune, & dont par conſéquent l'effet eſt nul dans le cas préſent; en effet, chaque point de la Lune (comme nous l'avons obſervé *art. 2*) eſt attiré par deux forces, dont l'une eſt dirigée au centre de la Lune, & dont l'autre eſt parallèle au rayon de l'orbite réelle de la Lune, & $= \frac{Sr'}{V'^3}$, en nommant r' ce rayon, & V' la diſtance réelle du point dont il s'agit à la Terre; or de-là il réſulte

perpendiculairement à l'écliptique une force = à très-peu près à $\frac{Sp'}{V^3} - \frac{Sp'}{u'^3} =$ à très-peu près $Sp' \times \left(\frac{1}{u''^3} - \frac{1}{u'^3}\right)$, dont la valeur approchée ſera la même que ci-deſſus.

Je donnerai plus bas la valeur exacte des forces qui agiſſent ſur les particules de la Lune, & j'indiquerai même la manière de trouver l'effet de ces forces pour altérer l'orbite lunaire; quant à préſent on peut s'en tenir aux expreſſions précédentes, qui ſuffiſent pour notre objet.

(10.) Pour faire uſage maintenant des équations trouvées, nous rappellerons les valeurs de $u\,d\zeta - \zeta\,du$, $\pi\,d\varpi - \varpi\,d\pi$, $\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho$, &c. données dans le *Tome IV de nos Opuſcules, XXII.e Mém. pages 50 & 51*, & nous aurons, en regardant comme nuls, & négligeant les termes où ſe rencontrent λf cof. X'', & λf ſin. X''; $u\,d\zeta - \zeta\,du = \varrho\,d\varpi - \varpi\,d\varrho - d\varepsilon\,(\varpi\varpi + \varrho\varrho) = -ff\,dP$ ſin. $\Pi + ff\,d\Pi$ cof. Π ſin. X'' cof. X''. $- d\varepsilon\,(\lambda\lambda \times$ cof. $\Pi^2 + ff - ff$ cof. X''^2 cof. $\Pi^2)$; donc, ſi on nomme pour abréger $\Omega\,dt^2$, $\Gamma\,dt^2$, & $\Psi\,dt^2$, les premiers membres des trois équations, on aura; 1.° $\Omega\,dt^2 = d\,[\int G'\,(ff\,d\Pi$ ſin. X'' cof. $X'' - d\varepsilon\,(\lambda^2$ cof. $\Pi - ff$ cof. X''^2 cof. $\Pi))$ cof. $\Pi - \int G'\,ff\,dP$ ſin. $\Pi\,] - d\,(\int G'\,ff\,d\varepsilon)$, en regardant Π, e, & P comme variables.

(11.) On aura de même *(Tome IV, Opuſcules, page 51)* $\Gamma\,dt^2 = \int G'\,d\,(\pi\,d\varpi - \varpi\,d\pi - \pi\,\varrho\,d\varepsilon) + \int G'\,(\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho - \pi\varpi\,d\varepsilon)\,d\varepsilon = (ibid.)\,d\int G'\,[ff\,dP$ cof. $\Pi + ff\,d\Pi$ ſin. Π ſin. X'' cof. $X'' - d\varepsilon\,(\lambda^2$ ſin. Π cof. $\Pi - ff$ cof. X''^2 ſin. Π cof. $\Pi)\,] + \int(\lambda^2 d\Pi + f^2\,d\Pi$ cof. $X''^2 - ff\,d\varepsilon$ cof. $\Pi \times$ ſin. X'' cof. $X'')\,d\varepsilon \times G'$.

(12.) On aura enfin $\Psi\,dt^2 = d\int G'\,(\varrho\,d\pi - \pi\,d\varrho - \pi\varpi\,d\varepsilon) + \int(\pi\varrho\,d\varepsilon - \pi\,d\varpi + \varpi\,d\pi)\,G'\,d\varepsilon = d\int G'\,[\lambda^2\,d\Pi + f^2\,d\Pi$ cof. $X''^2 - ff\,d\varepsilon$ cof. Π ſin. X'' cof.

cof. X''] $+ \int (\lambda^2 d\varepsilon$ fin. $\Pi \times$ cof. $\Pi -$ $ffd\varepsilon$ cof. X''^2 fin. Π cof. $\Pi -$ $ffdP$ cof. $\Pi -$ $ffd\Pi$ fin. Π fin. X'' cof. $X'') G' d\varepsilon$.

(13.) Soit $-ffdP = dq$, & $dv = ffd\Pi$ fin. X'' cof. $X'' - d\varepsilon (\lambda\lambda$ cof. $\Pi -$ ff cof. Π cof. $X''^2)$, on aura, au lieu des deux premières équations, $\Omega dt^2 = d\int G' [dv$ cof. $\Pi + dq$ fin. $\Pi -$ $ffd\varepsilon]$, & $\Gamma dt^2 = d\int (dv$ fin. $\Pi - dq$ cof. $\Pi) G' + d\varepsilon . \int G' [\lambda^2 d\Pi + f^2 d\Pi$ cof. $X''^2 -$ $ffd\varepsilon$ cof. Π fin. X'' cof. $X'']$. Multipliant donc la première par fin. Π, & la seconde par $-$ cof. Π, & les ajoutant ensemble, on aura, par la méthode enseignée (*Tome IV de nos Opuscules, page 51*) Ωdt^2 fin. $\Pi - \Gamma dt^2$ cof. $\Pi = -\int G' dv\, d\Pi$ $+ \int G' (ddq -$ $ffdd\varepsilon$ fin. $\Pi) - d\varepsilon [\int G' \lambda^2 d\Pi$ cof. $\Pi +$ $\int G' (f^2 d\Pi \times$ cof. $X''^2)$ cof. $\Pi -$ $fffd\varepsilon \times G'$ cof. Π^2 fin. X'' cof. $X'']$; d'où l'on tirera, en substituant & en réduisant, les mêmes équations que dans le *Mémoire précédent, article 6.*

(14.) Je ne pousse pas plus loin ce calcul, n'y ayant point d'analyste qui ne puisse le faire aisément, & les équations dont il s'agit étant déjà données par une autre méthode dans le *Mémoire précédent.* Je me contenterai de remarquer que la solution présente me paroît la plus facile & la plus directe qu'il est possible, puisqu'elle n'exige ni le calcul de l'angle A, ni celui de l'angle Σ & de l'angle V, qui est assez compliqué, & que d'ailleurs elle est fondée sur ce principe très-simple de Mécanique, que si tant de points G' qu'on voudra, sont attirés ou poussés parallèlement à z, u, π, par des forces Z, U, Π', on aura $\int \frac{G' (u\,d\,dz - z\,d\,du)}{dt^2} = \int G' (uZ - zU)$;

$\int \frac{G' (\pi\,d\,dz - z\,d\,d\pi)}{dt^2} = \int G' (\pi Z - z\Pi')$;

& $\int \frac{G'}{dt^2} (\pi\,d\,du - u\,d\,d\pi) = \int G' (\pi U - u\Pi')$;

principe que je crois avoir démontré le premier en 1749, dans mes *Mém. 1768.*

Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes, art. 20, 21 & 22; & depuis encore en 1758, dans la ſeconde édition de ma *Dynamique, article 58*, & qui donne la loi de l'équilibre entre pluſieurs puiſſances placées dans différens plans. M. de la Grange dans ſa belle pièce ſur la libration de la Lune, a employé pour parvenir aux mêmes équations un principe différent, analogue à celui de la conſervation des forces vives. M. Euler, dans ſon Ouvrage intitulé *Theoria motûs corporum, &c.* imprimé en 1765, a auſſi employé *(art. 384 & ſuivans)* des principes de Statique pour déterminer les loix du mouvement d'un corps de figure quelconque; mais ces principes, ce me ſemble, reviennent au même que le mien, qui conſiſte à réduire toutes les puiſſances à trois, placées dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre, & à transformer enſuite ces puiſſances en d'autres, de manière qu'il en réſulte l'équilibre, c'eſt-à-dire des forces égales & contraires, placées dans le même plan. *Voyez les Recherches ſur la préceſſion des Équinoxes & le Traité de Dynamique déjà cité* *.

* À l'occaſion de ces Équations ſur les mouvemens de l'axe de la Lune, je crois devoir avertir qu'ayant examiné de nouveau celles qui donnent le mouvement d'un corps peſant ſur un plan incliné *(Tome V des Opuſcules, page 497 & ſuivantes)*, j'ai trouvé que les termes qui contiendroient ſin. e & cof. e dans ces équations, doivent en diſparoître, parce qu'ils ſeront détruits par d'autres; d'où il s'enſuit qu'on trouvera le mouvement du corps ſur un plan incliné comme ſur un plan horizontal; c'eſt ce qu'on peut d'ailleurs voir aiſément en appliquant au corps & au plan incliné, une force égale & oppoſée à l'action que la peſanteur exerce parallèlement à ce plan. En général, ſi tous les points d'un corps qui pirouette ſur un plan, ſont animés par des forces égales & parallèles ψ, φ, γ, perpendiculaires au plan & à deux autres plans de poſition conſtante & arbitraire, perpendiculaires entre eux & au plan donné, le Calcul fera voir *(Tome V des Opuſcules, page 491 & ſuiv.)* que les forces φ, γ, diſparoîtront du réſultat des trois dernières équations, & que les valeurs de e, P, Π, ſeront les mêmes que ſi γ & φ étoient égales à zéro : après quoi les deux premières équations *(Opuſc. Tome V, page 491)* donneront le mouvement de la pointe; c'eſt ce qui ſe voit encore en imprimant à tous les points du corps, ainſi qu'au plan, des forces contraires & égales aux forces φ & γ; car alors le mouvement du corps dans l'eſpace abſolu, ſera le même que ſi φ & γ étoient $= 0$: on rendra enſuite au corps & au plan le mouvement produit par les forces φ & γ, & on verra aiſément que ſi ces forces φ & γ ne ſont que des fonctions de e, P, Π, on aura ſans peine les mouvemens ds & dx dans le ſens des forces γ & φ, puiſque $dds = A\gamma dt^2$, & $ddx = B\varphi dt^2$, & que φ, γ, ſont données

§. II.

Autres Recherches sur les Équations qui donnent les mouvemens de l'axe lunaire.

(15.) On peut réduire à des différentielles du premier ordre, les équations qui donnent les mouvemens de l'axe, de la manière suivante; on a (*art. 3*) la force U parallèle aux $u = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \times \text{cos. } (v - e)$, & la force Z parallèle aux $z = \frac{3S}{u'^3} \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) \text{ sin. } (v - e)$, & enfin la force Π' parallèle aux $\pi = -\frac{3Sp'}{u'^4} (\varrho \text{ cos. } v + \pi \text{ sin. } v)$; on aura donc, en faisant les substitutions (*pag. 50 & 51 du Tome IV des Opuscules*) les équations suivantes;

1.° $\int G' [\varrho d\varpi - \varpi d\varrho - de (\varpi\varpi + \varrho\varrho)] = dt \int G' dt (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) (\varrho \text{ sin. } v - \varpi \text{ cos. } v) \frac{3S}{u'^3}$.

2.° $\int G' [(\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi\varrho de) \text{ cos. } e + (\varrho d\varpi - \pi d\varrho - \pi\varpi de) \text{ sin. } e] = dt \int G' dt \times (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ sin. } (v - e) - \frac{2p'}{u'}] \frac{3S}{u'^3}$.

(3.° $\int G' [(\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi\varrho de) \text{ sin. } e + (\pi\varpi de - \varrho d\pi + \pi d\varrho) \text{ cos. } e = dt \int G' dt (\varpi \text{ sin. } v + \varrho \text{ cos. } v) [\pi \text{ cos. } (v - e) - \frac{up'}{u'}] \frac{3S}{u'^3}$.

(16.) La première de ces équations différentielles, est simplement du premier degré, & ne contient point l'angle e; on y mettra d'ailleurs au lieu de $\varrho d\varpi - \varpi d\varrho - de (\varpi\varpi + \varrho\varrho)$ sa valeur trouvée *Tome IV des Opuscules*, *page 50*, & déjà rappelée ci-dessus.

en e, P, Π, & par conséquent en t, par la première partie de la solution; on peut donc par ce moyen déterminer le mouvement d'un corps qui pirouette sur un plan, lorsque les forces φ & χ sont données en e, P, Π, & même en t; la force Ψ perpendiculaire au plan, étant supposée une fonction de Π.

(17.) Quant aux deux autres équations, on multipliera la première par cos. e, la seconde par sin. e, & on les ajoutera ensemble, ce qui donnera,

$$\int G' (\pi d\varpi - \varpi d\pi - \pi \varsigma de) = dt \cos. e \int G' dt (\varpi \sin. v + \varsigma \cos. v) [\pi \sin. (v - e) - \frac{2p'}{u'}] \frac{3S}{u'^3} + dt \sin. e \int G' dt \times (\varpi \sin. v + \varsigma \cos. v) [\pi \cos. (v - e) - \frac{up'}{u'}] \frac{3S}{u'^3}.$$

(18.) On multipliera encore la première par sin. e, la seconde par $-$ cos. e, & on les ajoutera ensemble, ce qui donnera,

$$\int G' (\varsigma d\pi - \pi d\varsigma - \pi \varpi de) = dt \sin. e \int G' dt (\varpi \sin. v + \varsigma \cos. v) [\pi \sin. (v - e) - \frac{2p'}{u'}] \frac{3S}{u'^3} - dt \cos. e \times \int G' dt (\varpi \sin. v + \varsigma \cos. v) [\pi \cos. (v - e) - \frac{up'}{a'}] \frac{3S}{u'^3}.$$

(19.) Ces deux équations ont l'avantage que les différentielles ne s'y trouvent qu'au premier degré, mais elles ont en même-temps l'inconvénient, que l'angle e ne disparoît point du second membre, comme il disparoît dans les équations différentielles du second ordre ci-dessus.

(20.) Si on appelle $\Omega' dt$, $\Gamma' dt$, $\Psi' dt$ les seconds membres des équations précédentes & qu'on substitue à la place des premiers membres leurs valeurs *(Tome IV. Opusc. pages 50 & 51)* on aura, en se souvenant que $d\varepsilon = de$,

1.° $\Omega' dt = \int G' [- ffdP \sin. \Pi + ffd\Pi \cos. \Pi \sin. X'' \cos. X'' - \lambda^2 d\varepsilon \cos. \Pi^2 - ffd\varepsilon + ff \cos. X''^2 \cos. \Pi^2 d\varepsilon]$.

2.° $\Gamma' dt - \int G' [ffdP \cos. \Pi + ffd\Pi \sin. \Pi \sin. \Pi \sin. X'' \cos. X'' - \lambda^2 d\varepsilon \sin. \Pi \cos. \Pi + ffd\varepsilon \cos. \Pi \sin. \Pi \cos. X''^2]$.

3.° $\Psi' dt = \int G' [\lambda^2 d\Pi + f^2 d\Pi \cos. X''^2 - ffd\varepsilon \cos. \Pi \sin. X'' \cos. X'']$.

C'eſt la forme la plus ſimple ſous laquelle on puiſſe préſenter ces équations.

(21.) On peut tirer de ces équations les valeurs de dP, $d\Pi$, $d\epsilon$, en ſuppoſant $P = kz + x$, $\epsilon = \varsigma z + y$, k & ς étant des conſtantes indéterminées, & x, y, des quantités inconnues qui devront être négligées dans les premiers membres des équations, dans leſquelles auſſi on traitera Π comme à peu près conſtant; mais les méthodes que nous avons données dans le Mémoire précédent, paroiſſent préférables, par la raiſon indiquée ci-deſſus, *article 19*.

(22.) On peut employer des équations ſemblables pour déterminer les valeurs de dP, de, $d\Pi$, lorſque $t = 0$, en ſuppoſant que le globe de la Lune ait reçu une impulſion initiale quelconque; & pour faciliter & ſimplifier les calculs, on peut même ſuppoſer que la figure de la Lune ſoit ſphérique, ce qui donnera

$$\int G'ff \text{ cof. } X''^2 = \int \frac{G'ff}{2}, \text{ \& } \int G'ff \text{ ſin. } X'' \text{ cof. } X'' = 0.$$

Nous avons donné dans le *Tome V des Opuſcules, pages 274 & ſuivantes*, une méthode ſemblable pour trouver les valeurs primitives de dP, de, $d\Pi$ dans l'axe de la Terre. Il faut ſeulement remarquer, que le mouvement de la Terre ſe faiſant toujours dans le plan de l'écliptique, la force d'impulſion primitive, ſuppoſée unique, ne peut être que parallèle à l'écliptique; d'où il s'enſuit évidemment que ſi $e = 0$, $d\Pi$ ſera $= 0$, lorſque $t = 0$, comme on l'a déjà vu, *article 52 du XXXVII.e Mémoire des Opuſcules;* & qu'ainſi en faiſant $e = 0$, il faut ſuppoſer plus d'une force d'impulſion primitive dans la Terre, ſi $d\Pi$ n'eſt pas $= 0$ lorſque $t = 0$; mais ſi e n'eſt pas $= 0$, alors $d\Pi$ ne ſera pas zéro, & on pourra ſuppoſer une force primitive unique, parce qu'en général ſi on fait paſſer un plan par le centre de la Planète & par la direction de la force primitive, la rotation de la Planète ſe fera autour d'un axe perpendiculaire à ce plan; & le mouvement de l'extrémité de l'axe de figure ne ſera point parallèle à l'écliptique dans le premier inſtant, ſi les deux axes ne ſont point dans un plan perpendiculaire à l'écliptique. De plus,

comme le mouvement de la Lune ne ſe fait pas dans le plan de l'écliptique, on peut ſuppoſer auſſi une force unique d'impulſion primitive qui donne des valeurs de dP, de, $d\Pi$; mais il faut que l'angle de la direction de cette force avec le plan de l'écliptique ne ſoit pas plus grand que le plus grand angle que peut faire la direction de la Lune avec ce plan.

(23.) Imaginant donc une force d'impulſion primitive, dont la direction coupe en un point quelconque le plan parallèle à l'écliptique qui paſſe par le centre de la Lune, on ſubſtituera à cette force unique trois forces Z, U, Π' parallèles aux ζ, u, π; & nommant U', Z', les diſtances de ces forces aux lignes ζ, u (car leur diſtance au plan des ζ & des u eſt $= 0$) on aura évidemment $\frac{\int G'(u\,d\zeta - \zeta\,du)}{dt} = U' \,.\, Z - Z' \,.\, U$,

$\frac{\int G'(\pi\,d\zeta - \zeta\,d\pi)}{dt} = -Z' \,.\, \Pi'$, $\frac{\int G'(\pi\,du - u\,d\pi)}{dt} = -U' \,.\, \Pi'$,

équations qui étant traitées comme dans l'*article 15 & les ſuiv.* donneront les valeurs initiales de dP, de, $d\Pi$.

(24.) Au reſte, ces équations ne ſont pas abſolument néceſſaires pour trouver dP, de, $d\Pi$, lorſque le corps eſt ſuppoſé abſolument ſphérique; car la direction de la force primitive étant ſuppoſée connue, il eſt viſible que l'axe de rotation initial ſera perpendiculaire au plan qui paſſe par cette direction & par le centre de la Terre, & qu'on aura auſſi fort aiſément la vîteſſe de rotation initiale (*Préceſſion des Équinoxes, chapitre XI*); d'où l'on tirera dP, de, $d\Pi$. On pourroit même, s'il y avoit pluſieurs forces d'impulſion, trouver pareillement l'axe & la vîteſſe de rotation par la méthode expoſée dans ce chapitre, & qui s'applique aiſément au mouvement engendré dans un corps ſphérique par tant de forces qu'on voudra; mais quand le corps n'eſt pas ſphérique, comme il arrive ici (du moins à parler rigoureuſement), il faut alors employer les équations générales de l'*article 23*, & mettre au lieu des premiers membres leurs valeurs tirées de l'*article 20*.

(25.) Nous n'en dirons pas davantage ſur cette queſtion, qui

n'eſt pas préciſément de notre objet, & nous nous contenterons d'ajouter ici quelques conſidérations ſur les forces perturbatrices de l'orbite de la Lune, qui peuvent naître de la figure non ſphérique de l'une ou de l'autre des deux Planètes, ou de toutes les deux.

(26.) Remarquons d'abord que la figure de la Terre quelle qu'elle ſoit, n'influe en rien ſur les mouvemens de l'axe de la Lune, ſi la Lune eſt ſuppoſée ſphérique, parce que l'action que chaque point de la Terre exerce alors ſur la maſſe de la Lune, ſe réduit évidemment à une ſeule force qui paſſe par le centre de la Lune, & qui par conſéquent ne peut imprimer aucun mouvement à l'axe; mais quand la Terre ſeroit ſuppoſée ſphérique, ſon action peut influer ſur le mouvement des nœuds de la Lune, ſi la Lune n'eſt pas ſuppoſée ſphérique; en effet, chaque particule de la Lune eſt alors pouſſée par une force qui tend au centre de la Terre, & cette force peut être décompoſée en deux autres, dont l'une tend au centre de la Lune, & l'autre eſt parallèle à la ligne menée du centre de la Lune à celui de la Terre; or la ſeconde de ces forces donne au centre un mouvement qui eſt dans la direction du rayon vecteur de la Lune, & qui par conſéquent ne produit aucun mouvement dans les Nœuds, mais la première peut déranger le centre dans une autre direction.

(27.) Remarquons encore une autre différence dans le calcul des forces qui agiſſent ſur l'axe & des forces perturbatrices de l'orbite. La manière la plus naturelle de trouver les forces qui produiſent les mouvemens de l'axe de la Lune, eſt, comme nous l'avons vu, *articles 2 & 9*, de décompoſer l'attraction du point S' ſur chaque point de la maſſe lunaire, en deux autres, dont l'une paſſe par le centre de la Lune, & ne produiſe par conſéquent aucune rotation, & dont l'autre ſoit parallèle à la ligne qui joint les points C & S'; cette dernière force eſt la ſeule qui produiſe les mouvemens de l'axe; il faut la décompoſer en trois autres, l'une perpendiculaire à l'écliptique, l'autre parallèle à CN, la troiſième à CD, & en retrancher les forces qui agiſſent ſur le point C, décompoſées de même; c'eſt la méthode

que nous avons ſuivie *dans le paragraphe précédent ;* on peut même, ſi l'on veut, ne pas faire le retranchement de la force qui agit ſur le point C, parce que cette force ſe trouvant multipliée dans les calculs, par les quantités $\int G' \pi$, $\int G' z$, $\int G' u$, qui ſont $= 0$, diſparoîtroit d'elle-même. Mais ſi on veut avoir les forces qui agiſſent ſur le centre C de la Lune, & qui altèrent ſon mouvement dans ſon orbite, il eſt alors plus commode & plus ſimple de décompoſer directement la force qui agit ſur chaque point de la Lune en deux autres, l'une perpendiculaire à l'écliptique, la ſeconde parallèle à gS', & cette dernière de rechef en deux autres, l'une parallèle à CS', l'autre ſuivant gL. La première de ces forces eſt égale à $\frac{S' \times (p' + \pi)}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$;

r' étant $= CS'$.

La ſeconde eſt égale à $\frac{S'(r' - CL)}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$;

La troiſième eſt égale à $\frac{S'.gL}{[r'r' - 2r' \times CL + zz + uu + (p' + \pi)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

(28.) Pour tirer de ces expreſſions la vraie valeur des forces perturbatrices, il faut d'abord retrancher des deux premières les forces $\frac{S'p'}{(r'r' + p'p')^{\frac{3}{2}}}$ & $\frac{S'r'}{(r'r' + p'p')^{\frac{3}{2}}}$ qui agiſſent ſur le centre C.

On conſidèrera enſuite 1.° que ſi la Lune étoit ſphérique (le corps S' étant auſſi ſuppoſé l'être) toutes les forces perturbatrices ſeroient nulles; d'où il s'enſuit que ſi l'on décrit une ſphère qui ait pour diamètre l'axe de la Lune, & qu'on nomme α les particules de la maſſe lunaire, qui ne ſeront pas compriſes dans cette ſphère, il faudra, pour avoir les forces perturbatrices, multiplier les ſuſdites forces par les particules α, & en diviſer la ſomme par la maſſe de la Lune; 2.° comme on ſuppoſe que le centre C de la Lune eſt auſſi le centre de gravité de la planète, il s'enſuit que $\int \alpha \times gL$, $\int \alpha \pi$, $\int \alpha \times CL$ ſeront $= 0$; ainſi il faudra effacer les termes où ces quantités ſe rencontreront avec les conſtantes r' & p', & ne conſerver par conſéquent que ceux où α ſe trouvera multiplié par les quarrés ou les produits de z, u,

u, π; ce qui a déjà été remarqué dans le *Tome V de nos Opuſcules, page 422 & ſuivantes*, & donnera des forces perturbatrices très-petites; 3.° enfin dans les quarrés de z, π, u, ou dans leurs produits reſpectifs, on négligera encore les quantités $\int \alpha f \lambda$ cof. X, $\int \alpha f \lambda$ ſin. X, comme étant $=$ o, à cauſe que l'axe eſt ſuppoſé un axe naturel de rotation.

(29.) Par ces calculs, on aura les forces perturbatrices qui agiſſent dans la direction du rayon CS, perpendiculairement à ce rayon, & perpendiculairement à l'écliptique.

(30.) Pour avoir l'influence de ces forces ſur le mouvement des Nœuds & ſur l'inclinaiſon, on aura recours aux formules de la *page 374 du Tome V de nos Opuſcules*, en faiſant attention que la première de ces trois forces donne $v = V$, la ſeconde $v = V - 90^{d}$, la troiſième $v = V$, & $\frac{\varphi'}{m \text{ ſin. } V}$ pour la force perturbatrice parallèle au plan de l'écliptique, & réſultante de la force perpendiculaire φ'.

(31.) L'objet qui paroît le plus intéreſſant dans cette recherche, c'eſt de voir ſi l'expreſſion de dm ou l'élément de l'inclinaiſon ne contiendra pas des quantités conſtantes de cette forme $A dz$, ce qui donneroit une diminution ou augmentation conſtante dans l'inclinaiſon de l'orbite lunaire; il eſt vrai que cette diminution ou augmentation conſtante ſeroit fort petite, attendu l'extrême petiteſſe des forces perturbatrices.

(32.) On ſuivroit exactement une méthode ſemblable pour avoir égard aux forces perturbatrices de la Lune, qui réſulteroient de la figure de la Terre, ſuppoſée non ſphérique; dans cette dernière recherche, on peut regarder la Lune comme ſphérique, & négliger la quantité dont elle s'écarte de cette figure.

§. III.

Conſtruction fort ſimple pour repréſenter la libration de la Lune, en la ſuppoſant même très-conſidérable.

(33.) Nous avons déjà remarqué dans le *Mémoire précédent*;

que les librations de la Lune en longitude, étoient analogues à
Fig. 3. celles d'une verge BCb, dont le centre C ſe mouvoit autour d'un corps attirant S; on ſuppoſera, quant à préſent, pour plus de facilité, que le centre C ſe meuve uniformément avec la vîteſſe g, & parcourre l'angle z pendant le temps t; on nommera CS, u, & CB, r, & on aura $\frac{3Sr}{2u^3} \times$ ſin. $2BCS$, pour la force accélératrice qui fait tourner le point B; donc, ſi on nomme $z + \zeta$, l'angle que le point B parcourt dans le temps t, en tournant autour de C, on aura, comme il eſt aiſé de le voir, $rdd\zeta = \frac{3Sr}{2u^3} \times dt^2 \times$ ſin. $(2e - 2\zeta)$, en ſuppoſant que l'angle $BCS = e$, lorſque $t = 0$; donc, à cauſe de $dt^2 = \frac{u^3 dz^2}{g^2} = \frac{u^3 dz^2}{S}$, on aura $2dd\zeta = 3dz^2$ ſin. $(2e - 2\zeta)$, ou en général, $dd\zeta = Adz^2$ ſin. $(2e - 2\zeta)$.

(34.) Suppoſons que quand $t = 0$, on ait $\frac{d\zeta}{dz} = \pm B$; ſavoir $+$ ſi la vîteſſe initiale de rotation du point B, qui eſt $1 + \frac{d\zeta}{dz}$, eſt $>$ que l'unité, & $-$ ſi elle eſt plus petite ou négative; on aura, en intégrant, $d\zeta^2 = dz^2 [B^2 + A$ cof. $(2e - 2\zeta) - A$ cof. $2e]$. Soit $B^2 = A$ cof. $2e'$, on aura $dz = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[\text{cof. } 2e' + \text{cof. } (2e - 2\zeta) - \text{cof. } 2e]}}$, & $d\zeta = \pm B\, dz$, lorſque $t = 0$.

Fig. 4. (35.) Décrivant donc d'un rayon quelconque CF, un cercle $FVNE$, & prenant $FE = 2e$, $EK = 2\zeta$, & (après avoir abaiſſé les perpendiculaires KL, EO) $OH =$ cof. $2e'$, on aura évidemment $HL =$ cof. $2e' +$ cof. $(2e - 2\zeta)$ $-$ cof. $2e$, & $dz = \frac{d(EK)}{2\sqrt{A} \times \sqrt{(HL)}}$.

(36.) Si B étoit négatif, il faudroit prendre K de l'autre côté de E; c'eſt ce qu'on peut d'ailleurs voir aiſément, en conſi-

dérant qu'on aura pour lors $-dd\zeta = A$ ſin. $(2e + 2\zeta)dz^2$, qui donne $-d\zeta^2 = A$ cof. $2e - A$ cof. $(2e + 2\zeta) - B^2$; ou $dz = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[B^2 + A \text{ cof. } (2e + 2\zeta) - A \text{ cof. } 2e]}}$, équation qui ne diffère de celle de l'*article* 34, qu'en ce que $+ 2\zeta$ y eſt au lieu de $- 2\zeta$.

(37.) De-là il eſt aiſé de voir que la valeur de 2ζ ou EK ira d'abord en croiſſant juſqu'en V ou $HL = 0$; & comme HL ne ſauroit devenir négative, puiſque $\sqrt{(HL)}$ ſeroit imaginaire, il eſt viſible que la libration ζ ſera d'abord de la valeur de l'angle $\frac{EFV}{2}$, & que de-là elle ſe fera en ſens contraire, ſuivant l'angle $\frac{VFu}{2}$ ou VF.

(38.) On voit auſſi que KF ou $2e - 2\zeta$ eſt le double de l'angle BCS; d'où il s'enſuit que $\frac{KF}{2}$ eſt l'angle de la verge avec le rayon vecteur au bout du temps t; donc l'arc $\frac{VFu}{2}$ eſt l'arc total de la libration; en ſorte que ſi on imagine par la penſée, un cercle tracé du rayon CB, il préſentera toujours a même face, augmentée ſeulement de l'angle $\frac{Fu}{2}$ d'un côté, & de l'angle $\frac{FV}{2}$ de l'autre. Fig. 3 & 4.

(39.) Nous avons ſuppoſé que $B^2 = A$ cof. $2e'$, ſuppoſition qui n'eſt permiſe que dans le cas où $\frac{B^2}{A}$ n'eſt pas > 1; mais ſi $\frac{B^2}{A}$ eſt > 1, alors on fera $\frac{B^2}{A} = \lambda = OH$, & les calculs demeureroient les mêmes que ci-deſſus.

(40.) Soit $OH = ON$, en ſorte que le point N tombe en H, on aura $\lambda = 1 +$ cof. $2e$, & $dz = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{[1 + \text{cof. } (2e - 2\zeta)]}}$ $= \frac{d\zeta}{\sqrt{2A} \times \text{cofin. } (e - \zeta)}$, ou, en faiſant cof. $(e - \zeta) = x$,

$d\zeta = + \frac{dx}{x\sqrt{(1-xx)}} \times \frac{1}{\sqrt{2A}}$; dont l'intégrale (en ſuppoſant $\frac{1}{x} = u$) eſt égale à celle de $\frac{1}{\sqrt{2A}} \int - \frac{du}{\sqrt{(uu-1)}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2A}} \log. \left(\frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\sqrt{(1-\omega\omega)}}{\omega}}{\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{(1-xx)}}{x}} \right)$, ſi $x = \omega$ quand $\zeta = 0$.

(41.) De-là on voit que lorſque $x = 0$, c'eſt-à-dire lorſque $\frac{FK}{2}$ ou $e - \zeta = 90^d$, ζ ou t ſera $= \infty$; donc il faudra un temps infini t pour parcourir l'arc $\frac{EFVN}{2}$.

(42.) Si $B = 0$ & que le point E tombe en N, on aura pour lors $2e = 180^d$; $d\zeta = \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + \text{cof.}(2e - 2\zeta)]}} = \frac{d\zeta}{\sqrt{(1 - \text{cof.}\, 2\zeta)}} = \frac{d\zeta}{\sqrt{2} \times \text{ſin.}\, \zeta}$; d'où il eſt aiſé de voir que ζ eſt néceſſairement $= 0$, ζ ou t étant ſuppoſées quelconques; donc il n'y aura pour lors aucune libration, c'eſt le cas où l'angle initial $BCS(e)$ ſeroit $= 90^d$; le mouvement du point B autour de C ſeroit alors exactement uniforme.

Fig. 3.

(43.) Il faut pourtant remarquer que cela n'eſt pas vrai à la rigueur; car la force qui anime le point B eſt exactement égale à $\left(\frac{S \times SC}{SB^3} - \frac{S}{SC^2} \right)$ ſin. $(e - \zeta) = S$ ſin. $(e - \zeta) \times \left(\frac{u}{\sqrt{[uu + rr - 2ru\,\text{cof.}(e-\zeta)]^3}} - \frac{1}{u^2} \right) = S$ ſin. $(e - \zeta) \times \left[\frac{3\,\text{cof.}(e-\zeta) \times r}{u^3} - \frac{3rr}{2u^4} + \frac{4r^2}{8u^4} \times 15 \times \text{cof.}(e-\zeta)^2 \right.$ &c.]; d'où il réſulte évidemment que le point B aura en effet un mouvement qui ne ſera pas exactement uniforme. Mais ce détail nous mèneroit trop loin quant à préſent, & nous ſuppoſerons toujours ici, pour plus de ſimplicité, que la force du point B ſoit exactement $\frac{3Sr\,\text{ſin.}(2e - 2\zeta)}{2u^3}$, & que le mouvement du point C ſoit uniforme autour de S.

§. IV.

Considérations plus particulières sur le temps de la libration.

(44.) Si le point H se trouve sur FN prolongée, alors 1.° l'angle $\frac{KF}{2}$ de la verge avec le rayon vecteur aura évidemment toutes les valeurs possibles, puisque $\sqrt{(HL)}$ ne sera nulle part ni zéro, ni imaginaire, HL étant toujours réelle & positive dans le cas présent; 2.° la valeur de $d\zeta$ ou de $dt = \frac{d\zeta}{\sqrt{A} \times \sqrt{(HL)}}$ ne renfermera évidemment aucune quantité infinie, & par conséquent t sera toujours fini, tant que ζ sera fini.

(45.) Ce n'est pas à dire pourtant que t soit infini quand $HL = 0$, lorsque le point H tombe entre F & N; car nous allons faire voir que la valeur du temps de la libration est toujours finie, excepté dans le seul cas de l'*article 40*, où H tombe en N, & où nous avons montré que la valeur de ce temps est infinie.

(46.) Pour démontrer que le temps de la libration est fini dans tout autre cas; soit $NL = x$, $FC = r$, $NH = \lambda$, on aura $d\zeta = \frac{dx}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x-\lambda)} \times \sqrt{(2rx - xx)}}$, quantité évidemment plus petite que $\frac{dx}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x-\lambda)} \times \sqrt{(2r\lambda - x\lambda)}}$ (puisque x ne sauroit être $< \lambda$) ou, en gardant la loi des homogènes, que $\frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2A} \times \sqrt{(x-\lambda)} \times \sqrt{(2r\lambda - x\lambda)}}$. Soit $x - \lambda = y$, on aura $\frac{dx}{\sqrt{(x-\lambda)} \times \sqrt{(2r-x)}} = \frac{dy}{\sqrt{(2ry - \lambda y - yy)}}$, c'est-à-dire, en décrivant le demi-cercle $FPMH$, dont le centre soit i, que ζ ou t sera $< \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{(2A\lambda)}}$ multiplié par l'angle $Pi M$. Donc, &c.

(47.) On peut trouver aisément différentes limites finies, entre lesquelles sera renfermée la valeur du temps t de la libration;

on voit d'abord que dz ou $dt = \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(x \pm \lambda)} \times \sqrt{(2rx - xx)}}$ donne $t > \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(x \pm \lambda)} \times \sqrt{(2rx)}}$, quantité dont l'intégrale eſt $\frac{1}{2\sqrt{A}}$ log. $[x \pm \frac{\lambda}{2} + \sqrt{(xx \pm \lambda x)}]$ plus une conſtante convenable; & dans le cas où λ a le ſigne —, on peut encore conſidérer que t eſt $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{x} \times \sqrt{(2rx - xx)}} = \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times x\sqrt{(2r - x)}}$; quantité qui s'intègre auſſi par logarithmes. On peut auſſi remarquer que t eſt $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{(2A)} \times \sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2r}} = \int \frac{dx}{2\sqrt{A} \times \sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2r - x)}}$; & auſſi $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A} \times \frac{1}{\sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{(x \pm \lambda)}}{\sqrt{(2r \pm \lambda)}} = \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(2rx - xx)}\sqrt{(2r \pm \lambda)}}$; on voit enfin que t eſt auſſi $> \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2rx - x\lambda)}} = \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(2r - \lambda)} \times \sqrt{(xx - \lambda x)}}$;

(48.) Nous avons déjà trouvé *(art. 46)* une quantité plus grande que t dans l'hypothèſe que λ ait le ſigne —; en général, on aura $t < \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(x \pm \lambda)}} \times \frac{1}{\sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{(2r \pm \lambda)}}{\sqrt{(x \pm \lambda)}} = \int \frac{dx\sqrt{r} \times \sqrt{(2r \pm \lambda)}}{\sqrt{2}A \times (x \pm \lambda)\sqrt{(2rx - xx)}}$; & lorſque λ a le ſigne —, en ſorte que x ne puiſſe être $= 0$, on peut encore conſidérer que $t < \int \frac{dx\sqrt{r}}{\sqrt{2}A \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2rx - xx)}} \times \frac{\sqrt{2r}}{\sqrt{x}} = \int \frac{r\,dx}{\sqrt{A} \times x \times \sqrt{(x - \lambda)} \times \sqrt{(2r - x)}}$.

(49.) Toutes ces limites, comme il eſt aiſé de le voir, ſont intégrables par des arcs de cercle ou des logarithmes, & elles ont de plus cette propriété, que dans aucun cas elles ne deviennent infinies, ſans quoi la limite ſeroit illuſoire; ces limites, il eſt vrai, auront l'inconvénient de n'être pas fort proches les unes des autres, & par conſéquent de ne donner qu'une valeur fort

vague du temps t; auſſi ne les propoſons-nous ici que pour faire voir ſeulement que le temps t eſt *fini*, étant renfermé entre des limites finies; mais en voilà aſſez ſur ce ſujet, que nous pourrons traiter plus particulièrement ailleurs.

(50.) Nous nous contenterons de dire ici, que la quantité $\frac{dx}{\sqrt{(x-\lambda)}\sqrt{(2rx-xx)}}$, ſi on veut en avoir la valeur exacte, peut ſe mettre ſous cette forme $\frac{dx}{\sqrt{x}\times\sqrt{(2rx+\lambda x-2r\lambda-xx)}}$, qui dépend, comme je l'ai fait voir ailleurs, *(Mém. de Berlin, 1746, page 207)* de la rectification d'une ellipſe & d'une hyperbole; les difficultés que la conſtruction pourroit ſouffrir, dans le cas où $2r-x$ ſeroit $=0$, ont été réſolues dans le *Tome V de nos Opuſcules, page 241 & ſuivantes*, & diſcutées avec encore plus de détail dans le *Tome IV des Mém. de Turin*, qui eſt actuellement ſous preſſe.

(51.) Au reſte, comme cette conſtruction, par des arcs de ſections coniques, eſt peu commode pour la pratique, quoique rigoureuſe & élégante par elle-même, on peut trouver la valeur de dz ou dt par approximation, en mettant $\frac{1}{\sqrt{(x-\lambda)}}$ ſous la forme de ſérie, ce qui donnera $dz=\frac{dx\times\sqrt{r}}{\sqrt{2}A\times\sqrt{(2rx-xx)}}\times\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\lambda}{2x\sqrt{x}}+\frac{3\lambda^2}{8x^2\sqrt{x}}\text{ \&c.}\right)$; chaque terme de cette ſérie ſera de cette forme $\frac{Bdx}{x^n\sqrt{(2r-x)}}$, n étant un nombre entier poſitif; d'où il eſt aiſé de voir qu'elle ſera intégrable par logarithmes, & on pourra d'ailleurs rendre cette approximation tout-à-la-fois plus ſimple & plus exacte, par les vues que j'ai données ſur cet objet dans le *Tome V de mes Opuſcules, pages 178, 428 & 431*. Car, ſoit par exemple $\frac{A}{x^{10}}$ le dixième terme de la ſérie $\frac{1}{\sqrt{x}}\times\frac{1}{\sqrt{(x-\lambda)}}$, on pourra regarder les termes ſuivans comme formant une progreſſion géométrique,

dont la ſomme ſera, à commencer du dixième terme, $\frac{A^2}{x^{20}}$ diviſé par $\frac{A}{x^{10}} - \frac{A}{x^{11}}$, ou $\frac{A}{x^9(x-1)}$, en ſorte qu'on aura à intégrer une quantité de cette forme $\frac{A\,dx}{x^9(x-1)\sqrt{(2r-x)}\times\sqrt{x}}$; qui peut toujours s'intégrer par logarithmes.

(52.) Lorſque le point H eſt ſur FN prolongée, alors la quantité à intégrer eſt $\frac{dx}{V(x+\lambda)\times\sqrt{(2rx-xx)}} = \frac{dx}{\sqrt{x}\times\sqrt{(2rx-\lambda x+2\lambda r-xx)}}$; qui s'intègre encore par la rectification de l'ellipſe & de l'hyperbole (*Mémoires de Berlin, 1747, page 204*).

(53.) Pour avoir dans ce cas la valeur de z ou de t par approximation, on mettra $\frac{dx}{V(x+\lambda)\sqrt{(2rx-xx)}}$ ſous cette forme $\frac{dx}{\sqrt{(xx+x\lambda)}\times\sqrt{(2r-x)}}$, & on réduira $\frac{1}{\sqrt{(2r-x)}}$ en ſérie, après quoi on intègrera chaque terme par logarithmes, ſuivant les méthodes connues; mais la ſérie pourra être encore plus convergente ſi λ eſt $> 2r$, car alors on peut écrire $\frac{dx}{\sqrt{(2rx-xx)}}$ $\times \frac{1}{V(\lambda+x)}$, & réduire en ſérie la quantité $(\lambda+x)^{-\frac{1}{2}}$, dans laquelle x ſera toujours $< \lambda$, puiſque x ne ſauroit être $> 2r$.

§. V.

Manière plus générale d'enviſager la Libration.

Fig. 3. (54.) Nous avons ſuppoſé juſqu'à préſent que le point B fait, à une libration près, ſa révolution autour de C dans le même temps que C fait la ſienne autour de S, & que la force qui agit ſur les points B & C dérive de l'attraction du corps central S; mais pour enviſager la choſe d'une manière moins limitée, nous allons ſuppoſer que le rapport des vîteſſes rotatoires de B & de C ſoit tel qu'on voudra, & que les forces qui agiſſent ſur ces points ſoient indépendantes l'une de l'autre.

(55.)

(55.) Soit donc en général g la vîteſſe du centre C autour de S, r le rayon BC, u le rayon CS, $\frac{\varphi \text{ ſin. } 2\,BCS}{2}$ la force qui agit perpendiculairement au point B, g' la vîteſſe moyenne du point B autour du centre C, & $g' = \frac{ngr}{u}$, on aura $n\zeta$ pour l'angle que le point B parcourt par ſon mouvement moyen autour de C, $BCS = e + \zeta - n\zeta - \zeta$, & $r\,dd\zeta = \frac{\varphi}{2}\,dt^2$ ſin. $(2e + 2\zeta - 2n\zeta - 2\zeta)$; ſuppoſant donc $\zeta - n\zeta - \zeta = -\xi$, & $d\zeta$ conſtant, on aura $dd\xi = +\frac{\varphi}{2r}\,d\zeta^2$ ſin. $(2e - 2\xi)$; & ſi on ſuppoſe encore que ψ ſoit la force centrale du centre C autour de S, on aura $g^2 = \psi u$; $d\zeta^2 = \frac{u^2 d\zeta^2}{g^2} = \frac{u\,d\zeta^2}{\psi}$; & $dd\xi = \frac{+\varphi u\,d\zeta^2}{2\psi r} \times$ ſin. $(2e - 2\xi)$, équation qu'on intégrera par une méthode ſemblable à celle de l'*article 34*.

(56.) Puiſque $n\zeta + \zeta$ eſt l'angle réellement parcouru par le point B, durant le temps t; donc cet angle ſera $\zeta + \xi$, & la vîteſſe initiale angulaire du point B, ou plutôt le rapport de cette vîteſſe à la vîteſſe angulaire du point C, ſera $1 + \beta$, en nommant β la valeur de $\frac{d\xi}{d\zeta}$ lorſque t & $\zeta = 0$.

(57.) Il eſt évident que la vîteſſe initiale du point B ſera $= 0$, ſi $1 + \beta = 0$, ou bien ſi $1 + B$ (*art. 34*) $= 0$; dans ce dernier cas, on aura $B = -1$, c'eſt-à-dire négatif; les arcs EK ou 2ζ devront être pris, non vers F, mais vers N (*art. 36*) & pendant le temps que le point C parcourt l'angle ζ autour de S, le point B parcourra autour de C l'angle $\zeta - \zeta$. Or B^2 étant ici $= 1$, & $A = \frac{3}{2}$ lorſque la force ſur le point B & ſur le point C vient de l'attraction du corps S, on Fig. 4.

aura $B^2 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$; donc OH (*art. 39*) $= \frac{2FC}{3}$, & $z = \int \frac{d\zeta}{\sqrt{(1 + \frac{1}{2}[\text{cof.}(2e + 2\zeta) - \text{cof. } 2e])}}$.

(58.) Donc, 1.° comme la valeur de z va toujours en croiſſant, il eſt viſible que lorſque la plus grande valeur de ζ eſt finie, ce qui arrive lorſque le point H ne tombe pas au dehors du diamètre FN, c'eſt-à-dire lorſque ON ne ſera pas $< \frac{2}{3} FC$, alors $z - \zeta$ pourra devenir auſſi grand qu'on voudra, & que par conſéquent le point B ſera des révolutions complètes autour de C ſans aucune impulſion primitive, & par la ſeule force qui agit ſur le point B; & de plus, la rotation de ce point B autour de C ſe fera (à une libration près) dans le même temps que celle du point C autour de S, ſi, lorſque $HL = 0$, $z = 360^d$.

2.° Lorſque le point H eſt ſur FN prolongée, alors ζ pouvant avoir (*art. 44*) toutes les valeurs poſſibles, ſoit z ou $\int \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + \frac{3}{2}[\text{cof.}(2e + 2\zeta) - \text{cof. } 2e]]}} = \mu \times 360^d$ lorſque $\zeta = 360^d$; il eſt clair que la vîteſſe angulaire moyenne $z - \zeta$ du point B ſera $(\mu - 1)\, 360^d$, pendant que celle du centre C eſt $\mu \times 360^d$; d'où il s'enſuit que le rapport des deux vîteſſes eſt $\frac{\mu - 1}{\mu}$, en ſorte que ſi $\mu = 1$, le point B ne ſera que des vibrations autour de C; mais dans tout autre cas, il aura une rotation complète plus ou moins rapide, ſelon que $1 - \frac{1}{\mu}$ ſera plus ou moins grand, & cette rotation ſera de B vers O ou de O vers B, ſelon que $1 - \frac{1}{\mu}$ ſera poſitif ou négatif. Il en ſera de même, quel que ſoit B; mais ſi $B = -1$, cof. $2e$ eſt négatif, & $e > 45$ degrés.

(59.) On peut comparer aiſément, comme nous l'avons déjà indiqué dans le Mémoire précédent, les librations du point B à celles d'un pendule. Soit p la peſanteur; r le rayon $C'E'$

du pendule; $F'E' = 2e$; 2ζ l'arc parcouru pendant le temps t; Fig. 5. enfin $\sqrt{(2ph)}$ la vîteſſe initiale en E'; on aura $2rdd\zeta = pdt^2$ ſin. $(2e - 2\zeta)$, & $d\zeta^2 = dt^2 \times \frac{p}{2r} \times [$cof. $(2e - 2\zeta)$ — cof. $2e] + \frac{2phdt^2}{4}$; $2ph$ étant la valeur initiale de $\frac{4d\zeta^2}{dt^2}$. Donc *(art. 34 & 55)* ſi la valeur initiale de $\frac{d\xi}{dt}$ eſt $\sqrt{(\frac{2\varphi h}{4})}$, le pendule & le point B décriront des arcs 2ζ & ξ, qui ſeront en raiſon de 2 à 1, dans des temps qui ſeront entr'eux comme $\frac{1}{\sqrt{p}}$ à $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$.

Soit T la maſſe de la Terre & ϱ ſon rayon, on aura $p : \varphi$ dans le cas de l'*article 33* :: $\frac{T}{\varrho\varrho}$: $\frac{3Sr}{u^3}$; & en général :: $\frac{T}{\varrho\varrho}$: $\frac{3S \times Vr}{u^3}$, ſi la force agitatrice du point B eſt $\frac{3S \times Vr}{u^3} \times \frac{\text{ſin. } (2e - 2\zeta)}{2}$, V étant un nombre quelconque.

(60.) Nous ferons ici, à cette occaſion & en paſſant, une remarque aſſez curieuſe; c'eſt que ſi un pendule E' partoit du point E' avec une vîteſſe égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de la hauteur $N'O'$, il emploiroit un temps infini à remonter juſqu'en N': en effet, nommant $N'L'$, x, le temps par $E'K'$ ſera $= \frac{rdx}{\sqrt{(2rx - xx)} \times \sqrt{(2px)}}$, dont l'intégrale ſe trouvera *(article 40)* $= \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{(2p)}} [-\sqrt{2}$ log. $(\frac{\sqrt{(2r)} + \sqrt{(2r-x)}}{\sqrt{x}}) + \sqrt{2}$ log. $(\frac{\sqrt{(2r)} + \sqrt{(N'O')}}{\sqrt{(N'O')}})]$, quantité qui devient infinie quand $x = 0$, c'eſt-à-dire quand le pendule arrive en N'. Mais le temps de la vibration ſera fini ſi le pendule part du repos au point E'; car en général, ſi on laiſſe tomber le pendule du point E', le temps t ſera $= \int \frac{rdx}{\sqrt{[2p(x-\lambda)]}\sqrt{(2rx - xx)}}$, en appelant $N'O'$, λ; & cette valeur de t ſera pour lors toujours

finie & < que $\int \frac{r\,dx}{\sqrt{[(2p(x-\lambda)]}\sqrt{(2r\lambda - x\lambda)}} = \frac{r}{\sqrt{(2p\lambda)}} \times$ par l'angle dont la valeur eſt $\int \frac{dx}{\sqrt{(2rx + \lambda x - 2r\lambda - xx)}}$, cet angle étant = o lorſque $x = \lambda$, comme il eſt aiſé de voir qu'il l'eſt en effet; d'où il s'enſuit que le temps d'une vibration ſera $< \frac{r}{\sqrt{(2p\lambda)}} \times 2\pi$, π étant le rapport de la circonférence au diamètre.

§. VI.

Des forces qui peuvent produire la rotation de la Lune.

(61.) Il eſt aiſé maintenant d'appliquer toutes ces recherches à la libration de la Lune; il n'y a de différence entre cette libration & celle de la verge BCb, qu'en ce que dans cette verge, A eſt une quantité finie $= \frac{3}{2}$ *(article 57)*, au lieu que dans la Lune c'eſt une quantité très-petite dépendante de l'ellipticité de l'Équateur & égale *(Mémoire précédent, art. 23)* à $\frac{3\int G'ff \cos. 2\xi}{2\int G'ff}$.

(62.) Le rapport de la vîteſſe primitive de rotation à la vîteſſe (ſuppoſée uniforme) de la Lune autour de la Terre, ſera $1 + B$ *(article 34)*, & OH ſera $= \frac{B^2}{A}$.

(63.) Si OH eſt $< ON$, la Lune préſentera toujours la même face à la Terre *(article 38)*, avec un mouvement de libration déterminé par l'angle $\frac{VFu}{2}$; & ce mouvement ſe fera dans un temps fini.

(64.) Si OH eſt $= ON$, la Lune tournera toujours la même face vers la Terre, avec une libration $= \frac{EFN}{2}$ ou $\frac{EN}{2}$, ſelon que B ſera poſitif ou négatif; & le temps de cette libration

ſera infini, en ſorte qu'on ne verra jamais pleinement tout l'arc $\frac{EFN}{2}$ ou $\frac{EN}{2}$.

(65.) Si OH eſt $> ON$, la Lune montrera ſucceſſivement toutes ſes faces; & cela dans un temps fini.

(66.) Si $B = -1$, c'eſt-à-dire ſi l'impulſion primitive eſt nulle, alors $OH = \frac{B^2}{A}$ ſera $\frac{1}{A}$, c'eſt-à-dire très-grand, puiſque A *(hyp.)* eſt très-petit; en ce cas, on aura $d\zeta = \frac{d\zeta}{\sqrt{[1 + A \text{ cof. } (2\epsilon + 2\zeta) - A \text{ cof. } 2\epsilon]}} =$ à très-peu près $d\zeta\,(1 - \frac{A \text{ cof. } (2\epsilon + 2\zeta)}{2} + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2})$; donc lorſque $\zeta = 360^d$, ζ ſera à peu-près $360^d\,(1 + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2})$, & l'angle $\zeta - \zeta$, parcouru par la rotation de la Lune, ſera $- \frac{360^d A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}$; ainſi la vîteſſe angulaire de rotation de la Lune ſera à celle de cette Planète autour de la Terre, comme $- \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}$ eſt à $1 + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}$.

(67.) On voit donc que dans ce cas, la Lune tournera autour d'elle-même, ſans aucune impulſion primitive; mais à la vérité elle y tournera fort lentement & en préſentant ſucceſſivement toutes ſes faces à la Terre.

(68.) Puiſque dans ce cas, $d\zeta = d\zeta\,(1 - \frac{A \text{ cof. } (2\epsilon + 2\zeta)}{2} + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2})$, on aura $\zeta = \zeta(1 + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}) - \frac{A \text{ ſin. } (2\epsilon + 2\zeta)}{4} + \frac{A \text{ ſin. } 2\epsilon}{4}$; & par conſéquent $\zeta =$ à très-peu près $\frac{\zeta}{1 + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}} + \frac{A}{4} \text{ ſin.} \left[2\epsilon + \frac{2\zeta}{1 + \frac{A \text{ cof. } 2\epsilon}{2}}\right] - \frac{A \text{ ſin. } 2\epsilon}{4}$.

(69.) Dans le ſeul cas de cof. $2\epsilon = 0$, c'eſt-à-dire de $\epsilon = 45^d$, la Lune n'aura point de rotation complète, mais

ſeulement une libration ou oſcillation déterminée par l'angle $z - \zeta = \frac{A}{4}$ [ſin. $(2e + 2z)$ — ſin. $2e$], & dont la plus grande quantité ſera $\frac{A}{4}$ $(-1 -$ ſin. $2e)$, & la plus petite $\frac{A}{4}$ $(1 -$ ſin. $2e)$, c'eſt-à-dire $\frac{A}{4}$ $(1 -$ ſin. $2e)$ en un ſens, & $\frac{A}{4}$ $(1 +$ ſin. $2e)$ en ſens contraire; la libration ou vibration ſera donc en tout $\frac{A}{2}$.

(70.) Au reſte, ces déterminations ne ſont pas rigoureuſement exactes, tant parce que la quantité $[1 + A$ cof. $(2e + 2\zeta) - A$ cof. $2e]^{-\frac{1}{2}}$ n'eſt pas exactement égale à $1 - \frac{A}{2}$ cof. $(2e + 2\zeta) + \frac{A \text{ cof. } 2e}{2}$, que parce que la force agitatrice de la verge, & par analogie, de la Lune, n'eſt pas exactement $\frac{3Sr}{2u^3}$ ſin. $(2e + 2\zeta)$ *article 43;* mais il eſt aiſé de voir qu'on peut, par la méthode indiquée, déterminer le rapport de z à ζ auſſi exactement qu'on voudra.

(71.) Si la figure de la Lune & la denſité intérieure de ſes parties étoit telle que $\int G'ff$ cof. 2ξ ne fût pas fort petite, alors A ne ſeroit plus fort petite; & en ſuppoſant B quelconque, c'eſt-à-dire une vîteſſe initiale quelconque de rotation, ou même cette vîteſſe nulle, il pourroit arriver que la valeur de z fût $= 360^d$ lorſque ζ auroit ſa plus grande valeur: en ce cas, la Lune auroit un mouvement moyen de rotation égal au mouvement moyen de ſon centre dans ſon orbite; & ce mouvement de rotation ſeroit alors produit par la ſeule force d'attraction de la Terre, ſi la vîteſſe initiale de rotation étoit nulle.

(72.) Or la valeur de $\int G'ff$ cof. 2ξ étant, dans l'hypothèſe elliptique, & même dans toutes les autres, comme on le verra plus bas, égale à $-\frac{16D\int\Delta d(F'r^5)p}{15}$, il eſt clair

qu'on peut faire ſur la valeur de Δ & ſur celle de F' une infinité d'hypothèſes, dans leſquelles $\int G'ff$ cof. 2ξ ne ſeroit pas très-petite, quoique ϱ le fût. Ceci pourroit peut-être fournir un moyen d'expliquer la libration de la Lune, ſans ſuppoſer que la vîteſſe de rotation primitive différât peu de la vîteſſe de cette Planète dans ſon orbite, & en ſuppoſant même que cette vîteſſe de rotation primitive fût abſolument nulle.

(73.) Il eſt évident que ſi Δ étoit, par exemple, $= \frac{1}{r^5}$, la valeur de $\int \Delta\, d(r^3)$ ſeroit infinie, & qu'ainſi $\int G'ff$ cof. 2ξ ſeroit plus grand qu'il ne faudroit pour ſatisfaire aux conditions précédentes; d'où il s'enſuit qu'en faiſant, par exemple, $\Delta = \frac{1}{r^5 + \varphi}$, φ étant une quantité conſtante très-petite & arbitraire, on pourra aſſigner à $\int G'ff$ cof. 2ξ telle valeur qu'on voudra. Il eſt de plus évident que ϱ pourroit être alors très-petit, puiſque ſi ϱ étoit $= 0$, c'eſt-à-dire ſi l'équateur de la Lune étoit circulaire, $\int G'ff$ cof. 2ξ ſeroit $= 0$, quelle que fût la loi des denſités Δ; mais dès qu'on ne ſuppoſeroit pas $\varrho = 0$, alors $\int \Delta\, d(r^3)\varrho$ pourroit n'être pas très-petit, ϱ reſtant même toujours très-petit. Je fais ici, pour plus de ſimplicité, $F' = 1$; & en général ſi l'on ſuppoſe, ce qui eſt permis, que la figure de la Lune ne ſoit pas celle qu'elle auroit priſe en vertu des loix de l'Hydroſtatique, on pourra prendre pour F' telle fonction de r qu'on voudra, ce qui donnera encore plus de liberté pour les valeurs qu'on voudra donner à $\int G'ff$ cof. 2ξ. La raiſon pour laquelle je ſuppoſe que ϱ ſoit fort petit, c'eſt-à-dire que l'équateur de la Lune ne diffère pas beaucoup d'un cercle, c'eſt qu'en effet il y a toute apparence que la Lune n'eſt que peu alongée vers la Terre, comme il réſulte des phaſes obſervées de la Lune, & comparées aux phaſes calculées; remarque que j'ai déjà faite autrefois dans la *Seconde Partie de mes Recherches ſur le Syſtème du Monde, article 379, page 263.*

(74.) On voit par-là combien on peut faire de ſuppoſitions pour rendre la rotation de la Lune égale à ſon mouvement autour de la Terre, en imaginant que cette Planète ait reçu une impulſion

primitive telle qu'on voudra, ou même absolument nulle. Mais ce seroit un objet digne de l'attention des Mathématiciens, que de voir si en prenant pour Δ une fonction de r, & en supposant ϱ très-petit, il seroit possible que $\int G'ff \cos. 2\xi$ fût une quantité finie, la Lune ayant d'ailleurs la figure qu'elle auroit prise étant fluide, en vertu des loix de l'Hydrostatique; c'est une recherche qui seroit plus curieuse & plus importante qu'elle n'est difficile; on en trouveroit les matériaux dans les différentes recherches que j'ai faites ailleurs sur la figure de la Terre; je me contente de l'indiquer ici, pour y revenir peut-être dans une autre occasion, si d'autres n'entreprennent point cette recherche.

(75.) Au reste, cette quantité $\int G'ff \cos. 2\xi$, dont la valeur en soi est absolument arbitraire, & peut nous conduire à une explication facile & plausible du phénomène de la libration de la Lune, entre aussi dans les valeurs de ε & de Π, comme il résulte de nos formules *(Mém. précéd. art. 71 & 78)*; ainsi le phénomène du mouvement des points équinoxiaux est lié à la libration. Mais on doit remarquer encore que la quantité $\int G'\lambda\lambda - \int \frac{G'ff}{1}$, quoiqu'elle renferme un terme égal à la valeur de $\int \frac{Gff \cos. 2\xi}{2}$ *(ibid. art. 62)*, peut en être cependant très-différente, à cause de l'autre terme $-\frac{16\alpha}{15} \times \int \Delta\, d(Fr^5)$ que cette valeur renferme, & qui dépend de l'ellipticité α des méridiens, laquelle peut être indépendante de ϱ, au moins si la figure de la Lune n'est pas celle qu'elle auroit dû prendre étant fluide.

§. VII.

Solutions analytiques du Problème de la Libration dans différentes hypothèses.

(76.) Si on nomme r' le rayon de l'orbite réelle de la Lune, x la projection de ce rayon sur le plan de l'écliptique, $\mathfrak{N}$ la distance initiale de la Lune au Nœud, η' l'inclinaison, η le mouvement des nœuds, $\mathfrak{I}$ l'argument de la latitude, & enfin $\mathfrak{I}'$ la latitude,

latitude, comme dans le *Mémoire précédent*, on aura, comme il eſt aiſé de le voir, les équations ſin. $\Theta' = $ ſin. $\pi' \times$ ſin. Θ; cof. $\Theta' = \frac{x}{r'}$; x cof. $(\delta + \zeta + \pi) = r$ cof. Θ; x ſin. $(\delta + \zeta + \pi) = r'$ ſin. Θ cof. π'. De plus, $v = U + \zeta + \varepsilon$, ou, en faiſant $\delta + \zeta + \pi = \sigma$, $v = U - \delta + \sigma - \pi + \varepsilon$, en ſorte que ſin. $v =$ ſin. σ cof. $(U - \delta - \pi + \varepsilon)$ + cof. σ ſin. $(U - \delta + \pi + \varepsilon)$, & cof. $v =$ cof. σ cof. $(U - \delta - \pi + \varepsilon)$ − ſin. σ ſin. $(U - \delta - \pi + \varepsilon)$; donc, en mettant pour cof. σ ſa valeur $\frac{r' \text{ cof. } \Theta}{x}$, & pour ſin. σ ſa valeur $\frac{r' \text{ ſin. } \Theta \text{ cof. } \pi'}{x}$; il eſt aiſé de voir que les angles ζ & σ diſparoîtront des valeurs de cof. v, ſin. v, cof. Θ', ſin. Θ', & que les quantités x & r' diſparoîtront auſſi des valeurs de ſin. Θ', cof. v cof. Θ' & ſin. v cof. Θ', qui entrent dans l'expreſſion des forces par leſquelles l'axe de la Lune eſt ſollicité.

(77.) De-là il s'enſuit que dans le cas même où l'orbite de la Lune ne ſeroit pas peu inclinée au plan de l'écliptique, on pourroit encore trouver les mouvemens de l'axe, en mettant dt^2 au lieu de $d\zeta^2$ dans les équations, & en faiſant diſparoître l'angle ζ par le moyen de l'angle Θ; car dans le cas où l'angle π' n'eſt pas très-petit, on ne peut regarder $d\zeta$ comme à peu-près conſtant, au lieu que $d\Theta$ l'eſt toujours à peu-près ſi l'orbite de la Lune n'eſt pas fort différente d'un cercle; il faudra ſeulement, pour déterminer Θ, avoir égard à ce qui a été remarqué *Tome V de nos Opuſcules, page 298*, l'orbite lunaire réelle étant à double courbure. Il faudra de plus remarquer que le mouvement moyen obſervé, ou plutôt obſervable, eſt alors déterminé par la valeur moyenne de $\Theta - \pi$, comme il réſulte de ce qui a été remarqué dans le *Volume cité, page 314 & ſuivantes;* mais en voilà aſſez, quant à préſent, ſur ce ſujet, qui n'a pas un rapport immédiat à celui que nous traitons, & qui eſt même ici de pure Géométrie, puiſque Θ' eſt toujours un petit angle dans les Satellites, & dans la Lune en particulier.

(78.) Dans le cas où ſin. Π eſt preſque $= 1$, & où le mouvement de rotation P autour de l'axe ſeroit $- a\zeta - \varepsilon - \theta$, a étant un nombre fini différent de l'unité, l'équation en θ donneroit alors, non la libration, mais les inégalités du mouvement de rotation de la Lune; & cette équation ſeroit de cette forme, $dd\theta = d\zeta^2 \times A$ ſin. $(2B + 2C\zeta + 2\theta)$, A, B, C étant des quantités données. Soit $2B + 2C\zeta + 2\theta = 2v$, on aura $\frac{d\,dv}{d\zeta^2} = A$ ſin. $2v$, A étant ſuppoſé une quantité très-petite; & en faiſant $\frac{d\theta}{d\zeta} = D$ lorſque $\zeta = 0$, on aura $dv^2 = d\zeta^2 \times [(C + D)^2 + A$ cof. $2B - A$ cof. $2v]$; & comme la quantité C eſt ſuppoſée très-grande par rapport à D & à A, on pourra mettre l'équation précédente ſous cette forme, $d\zeta = \frac{dv}{\sqrt{(Q - A \text{ cof. } 2v)}}$, Q étant une quantité $= (C + D)^2 + A$ cof. $2B$, & beaucoup plus grande que A; donc on aura $d\zeta =$ à très-peu près $\frac{dv}{\sqrt{Q}} + \frac{A\,dv \text{ cof. } 2v}{2Q\sqrt{Q}}$; d'où l'on tirera, comme ci-deſſus, *art. 66*, la valeur de ζ en v, & de-là celle de v en ζ.

(79.) Dans cette expreſſion, $\sqrt{Q}$ eſt à peu-près égal à C, & par conſéquent v à peu-près $= C\zeta$, puiſque D & A ſont fort petits *(hyp.)*; mais on remarquera que le coëfficient qui affecte ζ dans la valeur de v, doit être exactement égal à C, puiſque *(hyp.)* $C\zeta + \theta + B = v$, & que θ ne contient point d'arcs de cercle; d'où il eſt aiſé de conclure que la valeur de $d\theta$ ſera à très-peu près $- \frac{A\,dv \text{ cof. } 2v}{2Q}$, & $\theta =$ à très-peu près $- \frac{A}{4Q}$ [ſin. $(2B + 2C\zeta)$ — ſin. $2B$].

(80.) C'eſt une choſe digne de remarque, que quand C eſt une quantité finie, pourvu qu'elle ne diffère pas très-peu de zéro, la valeur de θ eſt toujours fort petite, au lieu que quand C eſt $= 0$, la valeur de θ peut être fort grande, comme il réſulte de ce qu'on a vu ci-deſſus *(art. 37 & ſuiv.)* pour les cas où

le mouvement moyen de rotation eſt égal au mouvement périodique, & où la libration eſt fort petite ou fort conſidérable, ſelon la valeur initiale de B, e pouvant d'ailleurs être fort petit.

(81.) On peut encore, dans le cas dont il s'agit, trouver la valeur de θ par la méthode ſuivante. Comme θ eſt une quantité très-petite qui ne doit point renfermer d'arcs de cercle, on écrira d'abord $dd\theta = Adz^2 \times \text{ſin.}\,(2B + 2Cz)$, ce qui donne $d\theta = Rdz + Adz \times \frac{[+\,\text{cof.}\,2B - \text{cof.}\,(2B + 2Cz)]}{2C}$, & on fera $= o$ le coëfficient $R + \frac{A\,\text{cof.}\,2B}{2C}$ de dz, afin que θ ne contienne point z; enſuite on aura $\theta = + \frac{A}{4CC} \times [\text{ſin.}\,2B - \text{ſin.}\,(2B + 2Cz)]$; on ſubſtituera cette première valeur approchée de θ dans l'équation $dd\theta = Adz^2$ ſin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$, qu'on mettra ſous cette forme, $dd\theta = Adz^2 \times [\text{ſin.}\,(2B + 2Cz) + 2\theta\,\text{cof.}\,(2B + 2Cz)]$, & mettant dans le ſecond membre la valeur de θ déjà trouvée, on aura une nouvelle valeur de $d\theta$, dans laquelle le coëfficient de dz devra de même être égal à zéro, & ainſi de ſuite.

(82.) Soit en général $dP = -mdv - d\theta = -mdz - md\varepsilon - d\theta$; & ſuppoſant, ſi l'on veut, ſin. Π très-différent de l'unité, la valeur de $ddθ$ ou plutôt de $-ddθ - mdd\varepsilon + d(d\varepsilon$ ſin. $\Pi)$ ſera exprimée par une ſuite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times (\text{ſin.}\,2B + 2Cz + 2\theta)$; enſuite faiſant $\theta + m\varepsilon - \varepsilon$ ſin. $\Pi = v'$, & mettant pour ε ſa valeur moyenne Hz, on aura $-dd\upsilon'$ exprimé par une ſuite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times \text{ſin.}\,(D + 2Ez + 2v')$. Cela poſé, ſi $m = \pm\frac{1}{2}$, ou ± 1, ou o, il eſt aiſé de voir, par l'*article 22 du Mémoire précédent*, que $-dd\theta - mdd\varepsilon + d(d\varepsilon$ ſin. $\Pi)$ ſera égal à une ſuite de quantités de cette forme, $Adz^2 \times \text{ſin.}\,(2B + 2Cz + 2\theta)$, dans l'une

desquelles C sera $= 0$; si outre cela, dans ce même terme, $2B$ est un angle très-petit ou au moins peu considérable, on pourra changer sin. $(2B + 2\theta)$ en sin. $2B + 2\theta$, ou même $2B + 2\theta$, & l'équation en θ aura cette forme, $dd\theta + N^2\theta dz^2 + M dz^2$, M étant une fonction de θ & de sinus & cosinus d'angles exprimés en z; or cette équation s'intégrera par les méthodes connues.

(83.) La raison pour laquelle on peut substituer ici $2B + 2\theta$, au lieu de sin. $(2B + 2\theta)$, c'est que dans cette hypothèse de $2B$ très-petit, la valeur de θ sera aussi très-petite, comme il est aisé de le conclure de l'*article 23 du Mémoire précédent;* & tous les autres termes $A' dz^2 \times$ sin. ou cos. $(2B' + 2C'z + 2\theta)$ que renfermera la valeur de $dd\theta$, n'augmenteront que peu cette valeur de θ, déjà très-petite, puisqu'après l'intégration les coëfficiens seront à peu-près de l'ordre de $\frac{A'}{4C'^2}$, C' étant une quantité finie, & A' une quantité très-petite.

(84.) Dans le cas où aucun des coëfficiens $2C'$ ne seroit ni $= 0$, ni très-petit, alors on trouvera la valeur approchée de θ par une méthode semblable à celle qui a été donnée ci-dessus *(article 81)* pour déterminer cette valeur dans le cas de $dd\theta = A dz^2$ sin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$; c'est-à-dire qu'on fera d'abord $dd\theta = A dz^2$ sin. $(2B + 2Cz) + A' dz^2$ sin. $(2B' + 2C'z)$ + &c. & on aura soin que le coëfficient de dz, dans la valeur de $d\theta$ soit $= 0$, après quoi on continuera le calcul suivant la méthode expliquée dans l'*article cité.*

(85.) Mais dans le cas où quelqu'un des coëfficiens $2C$ seroit très-petit sans être absolument égal à zéro, on ne peut alors, pour trouver θ par approximation, employer une méthode analogue à celle de l'*article précédent,* & trouver d'abord la valeur de θ par l'équation $dd\theta = A dz^2$ sin. $(2B + 2Cz + 2\theta)$, C étant fort petit.

(86.) Pour le faire sentir, soit $C = 0$, & $dd\theta = A dz^2$ sin. $(2B + 2\theta) + Z dz^2$, B étant fini, & Z une suite de

ſinus & de coſinus d'angles exprimés en ζ; je dis que ſi on trouvoit d'abord la valeur de ζ par l'équation $dd\theta = A d\zeta^2$ ſin. $(2B + 2\theta)$, & qu'enſuite on ſubſtituât cette valeur de ζ en θ dans Z, pour avoir une nouvelle valeur de ζ en θ & de θ en ζ, cette méthode pourroit écarter beaucoup du vrai réſultat, par la raiſon que θ étant finie, lorſque B eſt finie, les quantités Z & A ſin. $(2B + 2\theta)$ peuvent être très-comparables l'une à l'autre, & qu'ainſi on ne peut regarder le ſecond terme comme très-petit par rapport au premier.

(87.) Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que $d\zeta$ étoit conſtant & proportionnel à dt ou dZ, Z étant le mouvement moyen; mais comme l'angle ζ eſt égal à $Z + \omega$, ω étant une aſſez petite quantité qui comprend des ſin. pZ, on fera en général $P = Q \times Z + \theta$, $\varepsilon = H \times Z + \sigma$, σ étant une quantité connue compoſée de ſinus & de coſinus d'angles exprimés en Z; on fera enſuite réflexion qu'en général ſin. $(rZ + \lambda) =$ ſin. $rZ +$ cof. rZ, à très-peu près, ſi λ eſt un angle peu conſidérable; & par ce moyen on réduira l'intégration de l'équation en $dd\theta$ à celle de quelqu'un des cas énoncés & réſolus dans les *articles précédens*; ce qui ne paroît pas exiger un plus grand détail.

§. VIII.

Détermination aſtronomique de la libration de la Lune.

(88.) Pour déterminer aſtronomiquement la libration de la Lune d'après les équations trouvées dans le *Mémoire précédent*, il ſuffit de connoître la poſition de ſon diſque apparent, par rapport au plan $PC\omega$ qui paſſe par l'axe PCp de figure, & par le petit axe $BC\omega$ de l'Équateur. Soit CS la ligne menée du centre de la Lune à celui de la Terre, CK perpendiculaire au plan $PCpLS$; cette ligne CK ſera dans le plan de l'Équateur lunaire $BK\omega$ perpendiculaire au plan $PC\omega$, & il eſt clair 1.° que la baſe de l'hémiſphère viſible de la Lune paſſera par CK, & ſera perpendiculaire à CS & au plan $PCpLS$; 2.° que le plan de cette baſe ſera avec Pp un angle égal au complément de PCS, c'eſt-à-dire Fig. 6.

à $90^d - V$; donc ſi PCB' eſt cet angle, on aura $PCB' = 90^d - V$, & par conſéquent, à cauſe de l'angle droit PCL, $B'CL = V$. Or $B'CL$ eſt évidemment égal à l'angle K du plan de l'Équateur avec le plan de la baſe de l'hémiſphère viſible; donc cet angle K eſt $= V$; de plus l'angle ωCK étant $= A$, l'angle BCK ſera $= 180^d - A$; donc pour trouver le point Q du plan $PC\omega$ par où paſſe la baſe de l'hémiſphère viſible, il faudra réſoudre le triangle ſphérique BKQ dans lequel on connoît l'arc $BK = 180^d - A$, l'angle $K = V$, & l'angle droit B, ce qui donnera tang. BK^2 + tang. BK^2 × tang. K^2 = tang. KQ^2; on aura donc KQ, & enſuite l'angle Q & l'arc BQ par les proportions ſuivantes, ſin. Q : ſin. total :: ſin. BK : ſin. KQ; & ſin. BQ : ſin. total :: ſin. K : ſin. KQ.

(89.) Lorſque l'arc BK eſt peu conſidérable & que l'angle $BKQ = V$ eſt preſque droit, comme il arrive dans la Lune, à cauſe que ſin. Π eſt preſque $= 1$ & A preſque $= 180^d$, BK ſera cenſé une ligne droite très-petite; KQ ſera preſque égal à BQ; & on aura à très-peu près ſin. KQ ou ſin. BQ : ſin. Qp :: ſin. BK : ſin. $90^d - V$; c'eſt-à-dire qu'il ſuffira de diviſer l'arc Bp en deux arcs BQ, Qp, dont les ſinus ſoient entr'eux comme ſin. BK à ſin. $90^d - V$; on aura auſſi l'angle $Q = \frac{BK \times \text{ſin. total.}}{\text{ſin. } BQ}$.

(90.) On a déjà vu *(Mémoire précédent, article 42)* que la valeur de $\frac{\text{ſin. } \Sigma}{\text{cof. } \Sigma}$ ou tang. Σ, ou, ce qui revient au même, la cotangente du complément de cet angle eſt égale à $\frac{\text{cof. } v \text{ ſin. } \Pi}{\text{ſin. } v} - \frac{\text{ſin. } \mathfrak{Y}' \text{ cof. } \Pi}{\text{cof. } \mathfrak{Y}' \text{ ſin. } v}$, quantité qu'on peut réduire à $\frac{\text{cof. } v}{\text{ſin. } v}$, d'autant que ſin. $\mathfrak{Y}'$ & cof. Π étant l'un & l'autre très-petits, il n'en peut réſulter qu'une erreur très-petite dans la valeur de Σ; le complément de cet angle Σ eſt l'angle du méridien de la Lune qui paſſe par la Terre, avec le méridien perpendiculaire au plan de l'Écliptique. Au reſte, dans cette expreſſion de la tangente de l'angle Σ, on peut, ſi l'angle $\mathfrak{Y}'$ n'eſt pas fort petit, faire à la

place de *ſin. v*, *cof. v*, *ſin.* $\mathfrak{S}'$ & *cof.* $\mathfrak{S}'$, les ſubſtitutions indiquées dans l'*article 76*, en employant l'argument de la latitude de la Lune.

(91.) Voici une manière aſſez ſimple de trouver l'angle Σ ou ſon complément. Soit C le centre de la Lune, $ZCe\zeta$ un plan parallèle à l'Écliptique & paſſant par ce centre, Ce la projection de l'axe lunaire ſur ce plan, $ZC\zeta$ perpendiculaire à Ce, CO la projection du rayon vecteur de l'orbite ſur ce même plan, en ſorte que l'angle eCO ſoit $= v$, $ZN\zeta$ l'Équateur lunaire, de manière que l'angle eZN des deux plans $Ze\zeta$, $ZN\zeta$ ſoit $= \Pi$, c'eſt-à-dire, à l'angle que l'axe lunaire fait avec l'écliptique; ſoit CV la ligne qui va du centre de la Lune à celui de la Terre, l'angle OCV ſera égal à la latitude $\mathfrak{S}'$ de la Lune; ſoit enfin l'arc OV perpendiculaire au plan $Ze\zeta$. Dans le triangle ſphérique ζOV, rectangle en O, on connoît le côté $\zeta O = 90^d - v$ & l'angle ou l'arc $OV = \mathfrak{S}'$, d'où l'on tirera aiſément ζV & l'angle $O\zeta V$. Imaginons préſentement qu'un plan paſſant par V & par l'axe lunaire perpendiculaire au plan $ZN\zeta$ de l'Équateur, forme ſur la ſurface ſphérique l'arc VL, on connoîtra dans le triangle ſphérique $V\zeta L$, l'arc ζV & l'angle $V\zeta L = \Pi - O\zeta V$; donc on aura l'arc ζL, qui ſera $= \Sigma$, puiſque cet arc ζL eſt le complément de l'angle LCN, & que cet angle eſt lui-même le complément de l'angle Σ, ainſi qu'on vient de le remarquer *(art. 90)*. On peut remarquer auſſi que l'angle V entre l'axe & le rayon vecteur CV, ſera $=$ à $90^d - VL$, ce qui eſt évident.

Fig. 7.

Fig. 8.

(92.) De-là on tirera, par des calculs aſſez ſimples, la valeur des ſinus & coſinus des angles Σ & V, & par conſéquent auſſi l'angle $A = \Sigma + B - P$ *(Mémoire précédent, art. 13)*. Quoique la connoiſſance de ces angles ne ſoit pas abſolument néceſſaire pour arriver aux équations qui donnent les mouvemens de l'axe de la Lune, comme on l'a vu dans le *§. 1.er* du préſent Mémoire, elle eſt indiſpenſable pour connoître la partie de la Lune qui eſt viſible de la Terre.

§. IX.

Nouvelles Remarques relatives à la figure de la Lune.

(93.) Nous avons donné dans le *Mémoire précédent*, les valeurs de $\int G\,ff$ & $\int G'\,ff$ cos. 2ξ, en regardant les Méridiens & l'Équateur comme des ellipſes. En conſervant les mêmes noms que dans *l'article 59 du Mémoire cité*, ſoit plus généralement $f = r(1 + \Delta\xi)$, $\Delta\xi$ étant une fonction de ξ très-petite, & qui ait cette propriété qu'elle ſoit $= 0$ quand $\xi = 0$, & quand ξ égale un multiple quelconque de 360 degrés; on aura $G' = rdrd\xi\,(1 + 2\Delta\xi)\,db$, dont l'intégrale eſt $\frac{rr}{2} \times (1 + \sigma) \times 4Ddb$, $4D\sigma$ étant la valeur de $\int d\xi \times 2\Delta\xi$ lorſque $\xi = 360$ degrés.

(94.) Soit enſuite R le demi-axe (le premier méridien paſſant par le petit axe de l'Équateur) & A l'angle qu'un autre rayon quelconque R' fait avec le rayon R; ſoit $R' = R(1 + \Psi A)$, ΨA étant de même une fonction de A qui ſoit $= 0$ quand $A = 0$ & quand $A = 360$ degrés; nous aurons $b = R - R$ cos. $A\,(1 + \Psi A)$, & $db = + RdA$ ſin. $A\,(1 + \Psi A) - Rd\Psi A \times$ cos. A: donc $\int G' = \int [RdA$ ſin. $A\,(1 + \Psi A) - Rd\Psi A$ cos. $A] \times 2Drr\,(1 + \sigma)$. Cette quantité, dans laquelle on mettra pour rr ſa valeur $R'R' \times$ ſin. $A^2 = R^2$ ſin. $A^2\,(1 + 2\Psi A)$, étant intégrée, en ne faiſant varier que A, on aura, en ſuppoſant $A = 180$ degrés, la valeur totale des G'; c'eſt-à-dire la maſſe du ſolide ſuppoſé homogène; il faut ſeulement avoir attention (dans le cas où l'on voudra que toutes les coupes ſoient repréſentées par une équation uniforme) que la valeur de f, tirée de l'équation $f = r(1 + \Delta\xi)$ en faiſant $\xi = 180$ degrés, ſoit la même que la valeur, priſe poſitivement, de R' ſin. $(360^d - A)$, c'eſt-à-dire que la valeur de R ſin. $A[1 + \Psi(360^d - A)]$; d'où il s'enſuit, à cauſe de $r = R$ ſin. $A(1 + \Psi A)$, que $(1 + \Delta\xi) \times (1 + \Psi A)$, priſe en faiſant $\xi = 180$ degrés, doit être $= 1 + \Psi(360^d - A)$.

(95.)

(95.) On trouvera par une méthode ſemblable les valeurs de $\int G' ff$, $\int G' (a - b)^2$, $\int G ff$ cof. 2ξ; la première ſera égale à $\int r^3 dr (1 + 4\Delta\xi) d\xi db$, ou $\frac{r^4}{4} \int d\xi (1 + 4\Delta\xi) \times db$, priſe d'abord en faiſant varier ξ, & ſuppoſant $\xi = 360^d$, puis en mettant pour r & b leurs valeurs en A, & ſuppoſant $A = 180^d$; la ſeconde ſera $= \int r dr (1 + 2\Delta\xi) d\xi (a - b)^2 db = \frac{r^3}{3} \int d\xi (1 + 2\Delta\xi) \times db (a - b)^2$, priſe de même en mettant pour $a - b$, ſa valeur R' cof. $A = R$ cof. $A (1 + \frac{1}{2} A)$; la troiſième ſera $=$ à $\int r^3 dr d\xi (1 + 4\Delta\xi) \times$ cof. $2\xi \times db = \frac{r^4 db}{4} \int d\xi (1 + 4\Delta\xi) \times$ cof. 2ξ; priſe de la même manière.

(96.) Il faudra de plus avoir ſoin de prendre les valeurs de f & de r telles que l'on ait $\int G' (a - b) = 0$, $\int G' f$ ſin. $\xi = 0$, $\int G' f$ cof. $\xi = 0$, afin que le centre de gravité de la Lune ſoit au point que l'on prend pour ſon centre de figure; il faudra encore que $\int G' f$ ſin. $\xi (a - b) = 0$, $\int G' f$ cof. $\xi (a - b) = 0$, afin que l'axe de la Lune ſoit un axe naturel de rotation; cette condition, quoiqu'elle ne ſoit pas abſolument néceſſaire, eſt commode pour ſimplifier le calcul. Enfin, comme les deux autres axes naturels de rotation (car il y en a toujours au moins trois) ſe trouvent dans un plan perpendiculaire à un des axes de rotation naturelle, il ſera bon, pour ſimplifier encore le calcul, de faire commencer les angles ξ à un tel point de l'Équateur, qu'on ait $\int G' ff$ ſin. $2\xi = 0$, c'eſt-à-dire de faire commencer les ξ à un axe de rotation naturelle.

(97.) Au lieu d'employer les coupes perpendiculaires à l'axe pour trouver les valeurs de $\int G'$, $\int G' ff$, &c. on peut employer les méridiens, en regardant l'axe comme leur ſection commune; dans cette hypothèſe, on aura $R' = R (1 + \Delta\xi + A)$, $f = R'$ ſin. A, $a - b = R'$ cof. A, $G' = R' dR' dA \times R' d\xi$ ſin. A; & on prendra enſuite les intégrales (*Opuſcules, tome IV, page 21*) d'abord en faiſant varier A, & ſuppoſant

$A = 180^d$, enſuite en faiſant varier ξ & ſuppoſant $\xi = 360^d$; mais ſi on veut aſſujettir toutes les coupes à une équation uniforme, il faudra avoir ſoin dans cette ſuppoſition, 1.° que la valeur de R' demeure la même en faiſant $\xi = 360^d$ & $A = 360^d$; 2.° que lorſque $A = 180^d$, la valeur de R' ſoit la même quelle que ſoit ξ; 3.° que la valeur de R' priſe en faiſant $A' = 360^d - A$, ſoit la même que la valeur de R priſe en faiſant $A' = A$, & mettant $\xi + 180$ degrés, au lieu de ξ; 4.° que cette même valeur ne change point en mettant à la fois $\xi + 180$ degrés au lieu de ξ, & $360^d - A$ au lieu de A; d'où il s'enſuit que $\Delta\xi \downarrow A$ doit être la même que $\Delta(\xi + 180^d) \downarrow (360^d - A)$, & que $\Delta\xi \times \downarrow (360^d - A')$ doit être la même quantité que $\Delta(\xi + 180^d) \times \downarrow A'$; A' & A étant, ainſi que ξ, des angles quelconques; c'eſt-à-dire que ſi $\Delta(\xi + 180^d) = \pm\Delta\xi$, $\downarrow(360^d - A)$ doit être $= \pm \downarrow A$, & que ſi $\Delta(\xi + 180^d) = \pm\Delta\xi$, $\downarrow A$ doit être $= \pm \Psi(360^d - A)$. Or il eſt évident que ſi dans le cas où $\Delta(\xi + 180^d)$ ſera $= \pm\Delta\xi$, on a $\Psi(360^d - A') = \pm\Psi A'$, on aura auſſi $\Psi A = \pm\Psi(360^d - A)$; d'où il s'enſuit que la troiſième & la quatrième condition ci-deſſus reviennent à la même.

(98.) Quoique par-là l'hypothèſe des méridiens ſoit ſimplifiée & réduite à trois conditions, je préférerois celle des couches ou tranches perpendiculaires à l'axe, parce qu'elle ne renferme que deux conditions, dont la première eſt que les valeurs de f & de R' ne varient point en augmentant ξ de 360 degrés & A de 360 degrés, & la ſeconde que $[1 + \Delta(180^d)] \times (1 + \Psi A) = 1 + \Psi(360^d - A)$; d'où il s'enſuit, à cauſe que $\Delta\xi$ & ΨA ſont des quantités très-petites, que l'on doit avoir à très-peu près $\Delta(180^d) + \Psi A = \Psi(360^d - A)$, quel que ſoit l'angle A. Donc, lorſque $A = 360^d$, on aura $\Delta(180^d) + \Psi 360^d = \Psi(0)$. Or on a déjà remarqué que ΨA doit être la même ſoit que $A = 0$, ou $A = 360^d$; d'où il s'enſuit que $\Psi(0) = \Psi(360^d)$, & que par conſéquent $\Delta(180$ degrés$) = 0$; donc en général ΨA doit être égale à $\Psi(360^d - A)$.

(99.) Il eſt très-eſſentiel, lorſqu'on veut aſſujettir à une même équation les coupes du ſolide, de faire attention à ces différentes remarques ſur l'identité que les valeurs des rayons doivent avoir dans différentes ſuppoſitions; ſans quoi on ne trouveroit que des réſultats fautifs. Nous avons déjà indiqué ces précautions, *pages 22, 23 & 24 du Tome IV de nos Opuſcules;* elles pourront être de quelque utilité à ceux qui traiteront cette matière. On peut même exprimer plus généralement R' dans l'*article 97*, en faiſant $R' = R\,[1 + \Delta(\xi, A)]$, $\Delta(\xi, A)$ étant une fonction très-petite de A & de ξ, aſſujettie aux conditions ci-deſſus.

(100.) Au reſte, ces conditions n'ont lieu que dans le cas où l'on veut que l'équation exprime non-ſeulement la nature des demi-méridiens, mais celle des méridiens en entier; car ſans cela on peut ſe borner à prendre $R' = R\,[1 + \Delta(\xi, A)]$, avec cette ſeule condition, que la valeur de R' ſoit toujours la même, A étant $= 180^d$, quelle que ſoit ξ, & que la valeur de R' ne change point en mettant $\xi + 360^d$, au lieu de ξ, quel que ſoit A.

(101.) On peut même encore, dans l'hypothèſe que l'équation ne repréſente que les demi-méridiens, ſe borner à en conſidérer un ſeul fixe & conſtant, auquel les tranches qui ont pour rayon la variable f ſoient perpendiculaires; on déterminera les quantités $\int G' ff$, &c. par les tranches perpendiculaires à l'axe, A étant un angle variable pris ſur ce méridien fixe, R étant $= R(1 + \Psi A)$, $r = R'$ ſin. A, & $b = R - R'$ cof. A; pour lors il ſuffira que $f = r(1 + \Delta\xi)$ demeure la même en mettant $\xi + 360^d$, au lieu de ξ. On pourra encore ſuppoſer, pour plus de généralité, $f = r(1 + \Delta\xi, A)$; c'eſt la manière la plus générale & la moins limitée de repréſenter la maſſe de la Planète. Paſſons à une autre conſidération.

(102.) Soit $f = r\,[1 + \alpha$ ſin. $\xi + 6$ ſin. $2\xi + \gamma$ ſin. 3ξ, &c. $+ \alpha'(1 -$ cof. $\xi) + 6'(1 -$ cof. $2\xi) + \gamma'(1 -$ cof. $3\xi)$ &c.] à l'infini, α, 6, &c. étant très-petits; on remarquera 1.° que la quantité $\int G' ff$ cof. 2ξ ſera la même

que si $\alpha, \alpha', \mathfrak{C}, \gamma, \gamma',$ &c. étoient égales à zéro, en sorte que la valeur de cette quantité sera la même que si f étoit simplement $r[1 + \mathfrak{C}'(1 - \text{cos. } 2\xi)]$, c'est-à-dire que si l'Équateur étoit elliptique; 2.° que si $\mathfrak{C}' = 0$, & $\mathfrak{C} = 0$, tous les autres termes subsistant, on aura à la fois $\int G'ff \text{ cos. } 2\xi = 0$, & $\int G'ff \text{ sin. } 2\xi = 0$, & qu'ainsi la force qui produit le mouvement de libration, sera $= 0$.

(103.) De-là il s'ensuit que, quand même l'Équateur de la Lune ne seroit pas circulaire, $\int G'ff \text{ cos. } 2\xi$ sera $= 0$, si le terme $\mathfrak{C}'(1 - \text{cos. } 2\xi)$ manque dans la valeur de f, & que $\int G'ff \text{ sin. } 2\xi$ sera aussi $= 0$, si le terme $\mathfrak{C} \text{ sin. } 2\xi$ manque; que par conséquent, la Lune n'aura aucune libration, & se mouvra autour de son axe d'un mouvement uniforme; ainsi la libration vient des seuls termes $\mathfrak{C} \text{ sin. } 2\xi$ & $\mathfrak{C}'(1 - \text{cos. } 2\xi)$ par lesquels l'Équateur de la Lune participe de la figure elliptique; proposition assez curieuse pour mériter d'être remarquée.

(104.) Dans le solide dont il s'agit, $\int G'f \text{ sin. } \xi$ sera $= \int db \times r^2 dr \times 3\, d\xi \times \alpha \text{ sin. } \xi^2 = \int \frac{r^3 db}{3} \times \frac{3\alpha \times 4D}{2}$; $\int G'f \text{ cos. } \xi$ sera $= -\int \frac{r^3 db}{3} \times 3\, d\xi \times \alpha' \text{ cos. } \xi^2 = -\int \frac{r^3 db}{3} \times \frac{3\alpha' \times 4D}{2}$; enfin $\int G'ff \text{ sin. } 2\xi = \int db \times r^3 dr \times 4\mathfrak{C} (\text{sin. } 2\xi)^2 = \int \frac{r^4 db}{4} \times \frac{4\mathfrak{C} \times 4D}{2}$. Or ces trois quantités devant être égales à zéro, il est nécessaire ou que $\alpha, \alpha', \mathfrak{C}$ soient $= 0$, ou que ces quantités soient des fonctions de l'angle A, telles qu'en mettant pour r & b leurs valeurs en A, tirées de l'*article 101* ci-dessus, & faisant, après l'intégration, $A = 180$ degrés, les valeurs, de $\int r^3 db \times \alpha$, $\int r^3 db \times \alpha'$, $\int r^4 db \times \mathfrak{C}$ soient $= 0$.

(105.) Nous remarquerons ici en passant, qu'afin que tous les diamètres du corps soient des axes possibles de rotation naturelle, il faut qu'on ait les équations suivantes (*Tome IV de nos Opuscules, XXI.e Mém.*) $\int G'ff \text{ sin. } \xi \text{ cos. } \xi = 0$; $\int G'(a - b) \times f \text{ sin. } \xi = 0$, $\int G'(a - b) f \text{ cos. } \xi = 0$; $\int G'(a - b)^2 = \int G'ff \text{ sin. } \xi^2 = \int G'ff \text{ cos. } \xi^2$. Faisant donc dans

la ſuppoſition des tranches perpendiculaires à l'axe, f égale à $r\,[1 + \alpha(1 - \text{cof. } \xi) + \mathcal{C}(1 - \text{cof. } 2\xi) + \mathcal{D}(1 - \text{cof. } 3\xi) + \text{&c.}]$; $r = R \text{ ſin. } A\,[1 + \alpha'(1 - \text{cof. } A) + \mathcal{C}'(1 - \text{cof. } 2A) + \mathcal{D}'(1 - \text{cof. } 3A) \text{ &c.}]$; & $b = R - R \text{ cof. } A \times [1 + \alpha'(1 - \text{cof. } A) + \mathcal{C}'(1 - \text{cof. } 2A) + \mathcal{D}'(1 - \text{cof. } 3A) \text{ &c.}]$ on déterminera les coëfficiens $\alpha, \mathcal{C}, \mathcal{D}$, &c. $\alpha', \mathcal{C}', \mathcal{D}'$ &c. par ces conditions, en prenant autant de ces coëfficiens qu'il en ſera néceſſaire. *Voyez ſur cela le tome IV de nos Opuſcules, à l'endroit cité; & le tome V, pages 501 & 502.*

§. X.

Nouvelles Remarques ſur les mouvemens de l'axe de la Lune.

(106.) L'équation $-\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } v} = d\zeta$ qui donne la preceſſion des équinoxes pour la Lune *(Mém. préc. art. 97)* peut être conſtruite par une méthode analogue à la méthode employée ci-deſſus, *art. 35 & ſuiv.* pour trouver la libration.

(107.) Pour cela, nous mettrons d'abord l'équation ſous cette forme, $d\zeta = \frac{M\,dv}{K + \text{ ſin. } v}$, M & K étant des quantités quelconques données poſitives ou négatives; & ſoit $DE = e$ la valeur de v lorſque $\zeta = 0$, on fera $CH = K$, $DK = v$, & on aura $d\zeta = \frac{M\,dv}{HL}$. Fig. 9.

(108.) Cela poſé, ſi le point H eſt entre F & N, v ne pourra jamais être $= 360$ degrés; il en ſera de même ſi H tombe en N ou en F; au contraire ſi H tombe hors du diamètre FN, v aura toutes les valeurs poſſibles.

(109.) Si K a le ſigne $-$, il faudra prendre CH du côté de F; les arcs $DK = v$, devront être pris de D vers F ſi la première valeur de dv [c'eſt-à-dire ſa valeur $\frac{d\zeta}{M}(K + \text{ ſin. } e)$ lorſque $\zeta = 0$] eſt poſitive, & au contraire de D vers N ſi cette valeur eſt négative.

(110.) Lorſque $K = \pm 1$, le point H tombe en N ou en F, c'eſt le cas de $E^2 = L^2$; on a vu *(Mém. préc. art. 100)* que pour lors la valeur de ζ eſt intégrable, & on peut le voir encore d'une autre manière en conſidérant que $\frac{dv}{K + \text{ſin. } v}$ devient alors $\frac{dv}{\pm 1 + \text{ſin. } v}$; & qu'en faiſant $v = 2\zeta$, on transformera cette quantité en $\frac{2\,d\zeta}{\pm 1 + \text{cof. } (90 - 2\zeta)} = + \frac{d\zeta}{\text{cof. } (45 - \zeta)^2}$ ou $\frac{-d\zeta}{\text{ſin. } (45 - \zeta)^2}$ deux quantités qui s'intègrent aiſément l'une & l'autre, puiſqu'elles peuvent ſe réduire très-facilement à cette forme intégrable $\frac{dy}{y^2\sqrt{(1 - yy)}}$.

(111.) Lorſque le point H tombe ſur FN, la plus grande différence v des arcs $H\zeta$ & ε ſera $= DdV$, & cette différence ne ſera jamais $= 360^d$; mais elle ſera $> 180^d$, à moins que K ou CH ne ſoit négatif; de plus $H\zeta$ ſera $> \varepsilon$, ſi les arcs v ſont pris de D vers F, & au contraire.

(112.) Dans l'équation $d\varepsilon = A'\,d\zeta + E \text{ ſin. } (K' + H\zeta - \varepsilon)\,d\zeta$, nous avons vu que ſi $(A' - H)^2$ eſt $=$ ou $< E^2$, $H\zeta - \varepsilon$ ne ſauroit jamais être $= 360^d$, en ſorte que ε eſt toujours égal à $H\zeta \mp$ un angle ω moindre que 360^d; ſi cet angle ω eſt peu conſidérable, on aura $d\varepsilon =$ à très-peu-près $A'\,d\zeta + E \text{ ſin. } K' \times d\zeta$, en ſorte que $A' + E \text{ ſin. } K'$ ſera à peu-près $= H$.

(113.) Mais dans le cas où ω ne ſera pas un petit angle, on ne pourra pas intégrer par approximation l'équation $d\omega = (A' - H)\,d\zeta + E\,d\zeta \text{ ſin. } (K' + \omega)$, en ſuppoſant d'abord $\omega = 0$, & continuant enſuite l'approximation par les méthodes connues; parce que la valeur de ω pourroit alors être exprimée par une ſérie très-fautive, comme il réſulte du *Mémoire précédent, articles 94 & 95*. Il faut d'ailleurs que le coëfficient de ζ dans la valeur de ω ſoit $= 0$; or de là il réſulteroit que $A' - H + E \text{ ſin. } K' = 0$, & $\omega = 0$, équations qui ne peuvent avoir

lieu que dans les cas où H ſera $= A' + E$ ſin. K; or la valeur de H étant indépendante de A' & de E, cette condition ne pourra avoir lieu que dans des circonſtances particulières.

(114.) Soit encore $d\Pi = A\,dz$ ſin. $(Hz - \epsilon)$ & $d\epsilon = A'\,dz + B'\,dz$ cof. $(Hz - \epsilon)$, il n'eſt pas difficile de voir, en faiſant $Hz - \epsilon = v$, qu'on aura $H\,dz - dv = A'\,dz + B'\,dz$ cof. v, ou $\frac{dv}{H - A' - B' \text{ cof. } v} = dz$, & $d\Pi = \frac{A\,dv \text{ ſin. } v}{H - A' - B' \text{ cof. } v}$; d'où il eſt clair que la valeur de Π ne contiendra que des logarithmes, & que ſi $\frac{H - A'}{B'}$ eſt > 1, jamais Π ne pourra être infini, puiſque le logarithme de $(H - A' \pm B' \text{ cof. } v)$ ne pourra jamais être infini. Cependant ſi on intégroit ces ſortes d'équations par approximation, on trouveroit des arcs de cercle dans l'expreſſion de Π; ſoit, par exemple, $d\Pi = A\,dz$ ſin. $(Hz - \epsilon + K)$, & $d\epsilon = A'dz + B'dz$ cof. $(Hz - \epsilon + K)$; on auroit donc $\epsilon = A'z - \frac{B'}{H - A'}$ [ſin. K — ſin. $(Hz - A'z + K)$]; & $d\Pi = A\,dz$ ſin. $[Hz + K - A'z + \frac{B' \text{ ſin. } K}{H - A'} - \frac{B'}{H - A'}$ ſin. $(Hz - A'z + K)]$; d'où il eſt aiſé de voir que la valeur de $d\Pi$ renfermeroit un terme de cette forme $-\frac{A.B'}{2(H - A')}$ ſin. $(\frac{B' \text{ ſin. } K}{H - A'})$, & qu'ainſi Π renfermeroit ou paroîtroit renfermer des arcs de cercle.

(115.) Toutes ces remarques viennent à l'appui de celles que nous avons déjà faites dans le *Mémoire précédent*, ſur les précautions qu'il faut prendre en intégrant ces ſortes d'équations par approximation.

(116.) Dans l'équation $d\epsilon = A'dz + B'dz$ ſin. $(K + n - \epsilon) + C'dz$ ſin. $(6 + K + n - \epsilon)$ du *Mémoire précédent, article 96*, équation qui donne la préceſſion des équinoxes pour la Lune, on a *(article 83 du même Mémoire)* $A' = [-\frac{3}{2} \times$

$(\int G'\lambda\lambda - \frac{\int G'ff}{2}) + \frac{3\mathfrak{C}}{2}$ cos. $(2U - 2\gamma)] : \int G'ff$;

$K = \mathfrak{S} - U$; $B' = -\frac{3m}{2\int G'ff} \times \left(\frac{\int G'\lambda\lambda - \int \frac{G'ff}{2}}{\text{cos. }\Pi}\right)$;

$C' = +\frac{3\mathfrak{C}m}{2\int G'ff \text{ cos. }\Pi}$; & $\mathfrak{C}' = 2U - 2\gamma$, a étant égal à 180 degrés. Cela posé, pour changer l'équation proposée en celle-ci, $d\varepsilon = A'dz + Edz$ sin. $(K' + n - \varepsilon)$, on remarquera que E sin. K' doit être $= B'$ sin. $K + C'$ sin. $(\mathfrak{C}' + K)$, & E cos. $K' = B'$ cos. $K + C'$ cos. $(\mathfrak{C}' + K)$; d'où l'on tire tang. $K' = \frac{B' \text{ sin. } K + C' \text{ sin. } (\mathfrak{C}' + K)}{B' \text{ cos. } K + C' \text{ cos. } (\mathfrak{C}' + K)}$, & $E = \sqrt{(B'^2 + C'^2 + 2B'C' \text{ cos. } \mathfrak{C}')}$.

(117.) Soit $\mathfrak{C}' = 0$, c'est-à-dire $2U - 2\gamma = 0$, on aura $K' = K = \mathfrak{S} - U$; $E = B' + C' = \frac{3m}{2\int G'ff \text{ cos. }\Pi} \times (\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int \frac{G'ff}{2})$; $A' = H$ ou L (*Mém. précédent, article 96*) $= \frac{3}{2\int G'ff} \times (\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int \frac{G'ff}{2}) - H$. Donc si $E = \varrho L$, ϱ étant un nombre quelconque positif ou négatif qui ne soit pas < 1, le mouvement moyen des points équinoxiaux lunaires sera égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune; or $H = \frac{3n^2}{4}$ à peu-près, n^2 étant $\frac{1}{178}$ à peu-près; donc faisant $\frac{3}{2\int G'ff} \times (\mathfrak{C} - \int G'\lambda\lambda + \int \frac{G'ff}{2}) = \mathfrak{S}$, on aura $\frac{m\mathfrak{S}}{\text{cos. }\Pi} = \varrho\mathfrak{S} - \frac{3\varrho n^2}{4}$, & $\mathfrak{S} = \frac{3\varrho n^2}{4(\varrho - \frac{m}{\text{cos. }\Pi})}$;

ou $\varrho = \frac{m\mathfrak{S}}{(\mathfrak{S} - \frac{3n^2}{4}) \text{ cos. }\Pi} = 1 : (\frac{\text{cos. }\Pi}{m} - \frac{3n^2 \text{ cos. }\Pi}{4m\mathfrak{S}})$;

donc si $\frac{\text{cos. }\Pi}{m} - \frac{3n^2 \text{ cos. }\Pi}{4m\mathfrak{S}}$, pris positivement ou négativement, est $=$ ou < 1, les mouvemens moyens des nœuds de la Lune, & de ses points équinoxiaux, seront égaux entr'eux.

(118.) En

(118.) En général, pour que les deux moyens mouvemens dont il s'agit soient égaux, il faut que E^2 soit > ou $= L^2$, c'est-à-dire qu'en faisant $\frac{3}{2fG'ff} \times (6 \text{ cof. } 6' - fG'\lambda\lambda + f\frac{G'ff}{2})$ $= \delta'$, on ait $\frac{m^2\delta'^2}{\text{cof. }\Pi^2} + C'^2 \text{ fin. } 6'^2 >$ ou $= (\delta' - \frac{3n^2}{4})^2$; or $\delta' = \delta + \frac{36}{2fG'ff}(\text{cof. } 6' - 1)$, $C' = \frac{36m}{2fG'ff\text{cof. }\Pi}$; on aura donc la condition $\frac{m^2\delta'^2}{\text{cof. }\Pi^2} + \frac{3m^2 6\delta}{fG'ff\text{ cof. }\Pi^2} \times (\text{cof. } 6' - 1) + \frac{9m^2 6^2}{4(fG'ff)^2\text{ cof. }\Pi^2} \times (\text{cof. } 6' - 1)^2 + \frac{96^2 m^2 \text{ fin. } 6'^2}{4(fG'ff)^2 \text{ col. }\Pi^2} >$ ou $= (\delta - \frac{3n^2}{4})^2 + \frac{36}{fG'ff} \times (\text{cof. } 6' - 1) \times (\delta - \frac{3n^2}{4}) + \frac{96^2}{4(fG'ff)^2} \times (\text{cof. } 6' - 1)^2$.

(119.) Dans le cas où $\frac{L^2}{E^2}$ est > 1, soit $\mu \times 360^d$ la valeur de z lorsque $v = e + 360^d$; le mouvement moyen de la Lune sera au moyen mouvement des nœuds de son orbite comme μ à $\frac{3n^2\mu}{4}$; cette quantité μ se trouvera aisément par le *Mémoire précédent, article 98*, & sera $\frac{1}{\sqrt{(LL - EE)}}$.

(120.) Donc si $z = 360$ degrés, on aura la valeur moyenne de $\varepsilon = \frac{3n^2}{4} \times 360^d - \frac{360^d}{\mu}$; & le mouvement des points équinoxiaux sera dans le même sens que le mouvement des nœuds si $\frac{3n^2}{4} - \frac{1}{\mu}$ est positif, & au contraire.

(121.) Dans le cas où $L + E \text{ fin. } K' = 0$ (*Mémoire précédent, article 101*), nous avons vu que le mouvement des points équinoxiaux lunaires est exactement égal au mouvement moyen des nœuds de la Lune; mais de plus il est bon de remarquer, que dans ce cas, qui donne $L^2 =$ ou $< E^2$, les quantités

t, t', ou s, s' que renferme la valeur de z, ſont infinies, en ſorte que la valeur, même finie, de l'arc z, ou du temps qu'il repréſente, ne peut ſe déterminer que par des différences de quantités infinies. Ce n'eſt pas tout ; il ſemble d'abord que z, par ces équations, doive être $= 0$; car les quantités infinies t, t' ou s, s', paroiſſent égales entr'elles, puiſque $t' = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin. } K'}$, & que $t = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin. } (K' + Hz - \varepsilon)} = \frac{A^2}{L + E \text{ ſin } K'} = \infty$; il en ſera de même de s & de s'. Il eſt cependant évident que la valeur de z ou du temps n'eſt pas $= 0$, mais qu'au contraire elle croît à l'infini ; d'ailleurs un peu d'attention à l'équation différentielle $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } v}$, ou $dz = -\frac{dv}{L + E \text{ ſin. } (K' + Hz - \varepsilon)}$ fait voir que ſi $L + E$ ſin. $K' = 0$; on aura $dv = 0$, & par conſéquent v toujours égal à K', le temps z croiſſant à l'infini.

(122.) La ſeule réponſe, ce me ſemble, qu'on puiſſe faire à cette difficulté, c'eſt de dire que des quantités infinies ne ſont proprement ni égales, ni inégales, & que leur rapport ou leur différence (d'où réſulte ici la valeur de z) peut être conſidérée ſuivant les cas, ou comme nulle (ce qui arrive au commencement du mouvement, qui donne $z = 0$), ou comme finie, ou enfin comme infinie, lorſque le temps eſt infini. Mais cette réponſe, je l'avoue, ne me paroît pas porter dans l'eſprit une lumière ſuffiſante ; & la queſtion me paroît digne d'exercer les Géomètres Philoſophes. En général, la même difficulté aura lieu dans toutes les équations de cette forme $dz = \frac{A\,dv}{(B - v)^m}$, m étant $=$ ou > 1, & v étant $= B$ lorſque $z = 0$, & plus univerſellement encore ſi $dz = dv\,\varphi v$, φv étant ſuppoſée infinie lorſque $z = 0$, pourvu

qu'elle ſoit infinie d'un ordre $=$ ou > 1; c'eſt un point que je pourrai traiter ailleurs plus en détail.

(123.) L'intégration des différentielles dans leſquelles il entre des quantités infinies, eſt quelquefois ſujette à des difficultés à peu-près de même eſpèce que la précédente. *Voyez le Tome IV de nos Opuſcules, page 62 & ſuivantes.*

§. XI.

Autres Remarques ſur les Équations qui donnent les mouvemens de l'axe de la Lune.

(124.) J'ai indiqué dans le Mémoire précédent, *article 113*, comment on pouvoit repréſenter le mouvement des points équinoxiaux lunaires par le mouvement d'un corps dans une ſection conique, la force centrale étant dirigée vers un point fixe. Pour développer davantage cette remarque, je mettrai d'abord ſous cette forme l'équation de l'*article cité*, $dz = \frac{d\vartheta}{L + E\cos.(2K' + 2\vartheta)}$; ce qui eſt toujours poſſible; on fera de plus $2K' + 2\vartheta = 2\sigma$, & on aura $dz = \frac{d\sigma}{L + E\cos.2\sigma}$, ou $bb\,dz = \frac{bb\,d\sigma}{L + E(\cos.\sigma^2 - \sin.\sigma^2)}$, bb étant une conſtante. Suppoſant enſuite $\frac{x}{y} = \frac{\cos.\sigma}{\sin.\sigma}$, on trouvera, comme dans l'*article cité*, $(xx + yy)\,d\vartheta = \frac{bb\,d\vartheta}{L + \frac{E(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}}$, & $L(x^2 + y^2) + E(x^2 - y^2) = bb$.

(125.) Dans le cas où la ſection eſt une ellipſe ou une hyperbole, c'eſt-à-dire, dans le cas où L eſt $>$ ou $< E$, il n'eſt pas difficile de voir que l'origine commune des x & des y, centre de tendance de la force centrale, eſt le centre même de la ſection, qui ſera par conſéquent décrite en vertu d'une force

proportionnelle à la distance au centre, comme le savent les Géomètres ; de plus, si la section est une ellipse, son demi-grand axe sera évidemment $\frac{b}{\sqrt{(L-E)}}$, & l'autre demi-axe $\frac{b}{\sqrt{(L+E)}}$; le produit des deux demi-axes sera donc $\frac{bb}{\sqrt{(L^2-E^2)}}$, en sorte que le mouvement moyen dans cette ellipse, seroit représenté par $\frac{bb \times Z}{\sqrt{(L^2-E^2)}}$, Z désignant les arcs d'un cercle, égal en surface à l'ellipse ; donc puisque $bb\zeta$ représente aussi les secteurs de cette ellipse, le mouvement ζ, considéré comme uniforme, sera au mouvement Z comme l'unité est à $\sqrt{(L^2-E^2)}$. Ainsi décrivant un cercle tel que le quarré de son rayon soit $\frac{bb}{\sqrt{(L^2-E^2)}}$, on prendra sur la circonférence de ce cercle un arc $Z = \zeta\sqrt{(L^2-E^2)}$, & le secteur elliptique proportionnel à l'angle Z sera parcouru dans le même temps que l'angle ζ.

(126.) Voici encore une autre manière de déterminer la valeur de $\frac{dv}{L+E\cos.v}$, lorsque L^2 est $> E^2$. Soit NLK un cercle décrit du rayon CK, G un point pris au dedans ou au dehors de ce cercle, $CK = \varrho$, $CG = k$, l'angle $LCK = v$; on trouvera très-aisément $\cos. LGC = \frac{k-\varrho\cos.v}{\sqrt{(k^2+\varrho^2-2k\varrho\cos.v)}}$; & $LGC = \int \frac{dv\,(k\varrho\cos.v-\varrho\varrho)}{k^2+\varrho^2-2k\varrho\cos.v}$; d'où il s'ensuit que l'angle LGC est égal à $= -\frac{1}{2}v + \int \frac{(k^2-\varrho^2)\,dv}{2(kk+\varrho\varrho-2k\varrho\cos.v)}$; donc $LGC + \frac{1}{2}v$ est égal à $\int \frac{(k^2-\varrho^2)\,dv}{2(k^2+\varrho^2-2k\varrho\cos.v)}$; de-là il résulte qu'on peut avoir la valeur de $\frac{dv}{L+E\cos.v}$, en supposant $\frac{dv}{L+E\cos.v} = -\frac{c\,dv}{Lc+Ec\cos.v}$, & $L \times c = \frac{E^2c^2}{2} + 1$, ce qui donnera $\frac{E\times c}{2} = \frac{L}{E} \pm \sqrt{\left(\frac{L^2}{E^2}-1\right)}$,

Fig. 10.

$\frac{E \times c}{2} = -\frac{k}{\rho}$, & $\int \frac{c\,dv}{Lc + Ec\ \text{cos.}\ v} = (LGC + \frac{1}{2}v) \times 2c : (\frac{k^2}{\rho^2} - 1)$, quantité dans laquelle on mettra pour c ſa valeur $\frac{2L}{EE} \mp \frac{2}{E}\sqrt{(L^2 - E^2)}$, & pour $\frac{k}{\rho}$ ſa valeur $-\frac{L}{E} \mp \frac{\sqrt{(L^2 - E^2)}}{E}$.

(127.) Si on ſuppoſe que le point K décrive uniformément la circonférence KLN, & que pendant qu'il parcourt l'arc KL, le point C décrive autour du point G en allant de O vers C, un angle $= \frac{LCK}{2}$, la ſomme des deux angles LGC, $\frac{LCK}{2}$, ou $LGC + \frac{1}{2}v$, ſera l'angle compris entre l'origine & le rayon d'une épicycloïde que décrira pour lors le point K; ce qui donne encore un moyen facile de repréſenter les angles $\int \frac{dv}{L + E\ \text{cos.}\ v}$. De plus les rayons vecteurs de l'ellipſe *(article 124 ci-deſſus)* étant $\frac{b}{\sqrt{(L + E\ \text{cos.}\ v)}} = \frac{b\sqrt{c}}{\sqrt{(Lc + Ec\ \text{cos.}\ v)}} = \frac{\rho b\sqrt{c}}{\sqrt{(kk + \rho\rho - 2k\rho\ \text{cos.}\ v)}}$, il s'enſuit, à cauſe de $LG = \sqrt{(\rho\rho + kk - 2k\rho\ \text{cos.}\ v)} = \frac{CG^2 - CK^2}{GV} = \frac{k^2 - \rho^2}{GV}$, que le rayon vecteur de l'ellipſe eſt $= \frac{\rho b\sqrt{c}}{k^2 - \rho^2} \times GV$; d'où il réſulte que comme b eſt arbitraire, on aura le rayon vecteur $= GV$, ſi on prend $b = \frac{k^2 - \rho^2}{\rho\sqrt{c}}$; ainſi les rayons vecteurs de l'ellipſe ſeront alors égaux à GV, & les angles correſpondans ſeront σ ou $\frac{v}{2}$. Si $\frac{k}{\rho}$ *(article 126)* étoit négatif, il faudroit faire commencer les angles v au point N & non au point K, & l'on auroit pour lors dans les calculs GV au lieu de GL, & GL au lieu de GV.

(128.) Si $L = E$, on aura, *article 124*, $(L + E)\, x^2 = bb$, & la ſection conique deviendra une ligne droite perpendiculaire à la ligne qu'on a priſe pour axe; l'abſciſſe x ſera conſtante, & les y ſeront les diſtances des différens points de cette ligne à l'extrémité de l'axe; & en effet, il eſt aiſé de voir que les diſtances de ces points au centre ſeront alors en raiſon inverſe de cof. ϑ, & les quarrés de ces diſtances en raiſon inverſe de cof. ϑ^2, ou de $L + E$ cof. 2ϑ, puiſque L eſt *(hyp.)* $= E$, & que $1 +$ cof. $2\vartheta = 2$ cof. ϑ^2.

(129.) On peut remarquer à cette occaſion, que le paſſage de l'ellipſe à l'hyperbole ſe fait quelquefois par la ligne droite, & non par la parabole; c'eſt ce qui arrive dans le cas préſent, où l'équation générale étant $xx + m\,yy = bb$, donne une ellipſe ſi m eſt poſitif, une hyperbole s'il eſt négatif, & une ligne droite ſi $m = 0$; au contraire, ſi on avoit l'équation $ax - b\,xx = yy$, cette équation ſeroit celle d'une ellipſe ſi b étoit poſitif, d'une hyperbole ſi b étoit négatif, & d'une parabole ſi b étoit $= 0$. Dans le cas où la courbe eſt une ellipſe ayant les lignes GV pour rayons *(art. 124)*, les racines de GV ſeront les rayons vecteurs de la courbe qui peut ſervir à déterminer la libration de la Lune *(Mémoire précédent, article 115)*.

(130.) Si au lieu de l'équation $dz = \frac{A\,dv}{L + E \text{ ſin. } v}$, on a en général $dz = \frac{V\,dv}{L + E \text{ ſin. } V'}$, V & V' étant des fonctions de l'angle v, & qu'en prenant v tel que ſin. $V' = -\frac{L}{E}$ $(L^2$ eſt ſuppoſé $< E^2)$ l'intégrale $\int \frac{V\,dv}{L + E \text{ ſin. } V'}$ ſoit infinie, il eſt conſtant que z étant infinie, v reſtera finie, & qu'ainſi la différence de Hz & de ϵ ne ſera jamais $= 360^d$.

(131.) Dans le *Mémoire précédent*, *§. XI*, où nous avons donné les valeurs exactes de α & de Π, nous avons ſuppoſé $dP = -dz$, c'eſt-à-dire, le mouvement de rotation égal au mouvement périodique, à la libration près. Le problème ne ſeroit pas plus difficile, ſi dP étoit $= m\,dz$, m étant une quantité finie

quelconque; mais si m étoit fort petit, il est aisé de juger par la nature de notre solution, que le résultat pourroit être alors fort différent de ceux du *§. IX du même Mémoire*. On peut voir en effet par le *Chapitre XII de nos Recherches sur la précession des Équinoxes*, que l'équation qui donne la précession dans le cas où dP est comparable à dz, donne la nutation dans le cas où $dP = 0$, & réciproquement; & que dans ce cas de $dP = 0$, il ne faut négliger ni $d\delta\varepsilon$ ni $dd\Pi$. Au reste, comme ce cas de m très-petit n'est ici que de pure Géométrie, je le laisse à examiner, du moins quant à présent, à d'autres Mathématiciens.

(132.) Je me contenterai de dire, que si le coëfficient de α dans l'équation de l'*art. 121 du précédent Mémoire*, est très-différent de l'unité, la solution donnera encore à peu-près le même résultat que celles *du §. IX du même Mémoire*, pourvu que ce coëfficient de α ne soit pas très-petit & comparable à λ; car alors les deux solutions conduiroient à un résultat très-différent. Pour le voir d'une manière fort simple, soient les deux équations $d(Md\varepsilon) = Ldzd\alpha + \Omega dz^2$, & $dd\alpha + Ndzd\varepsilon + \Gamma dz^2 = 0$; on aura d'abord, en négligeant les termes $d(Md\varepsilon)$ & $dd\alpha$, comme dans le *§. IX du Mémoire précédent*, $\alpha = -\int\frac{\Omega dz}{L}$, & $\varepsilon = -\int\frac{\Gamma dz}{N}$; ayant ensuite égard aux termes négligés, on aura $Md\varepsilon - M'\mu dz = L\alpha dz + dz\int\Omega dz$, & en supposant $M = M' + \varrho\alpha$, $dd\alpha + \alpha dz^2\left(\frac{N\times L}{M'} - \frac{N\mu\varrho}{M'}\right) + N\mu dz + \frac{N}{M'}dz^2\int\Omega dz + \Gamma dz^2 = 0$; d'où il est aisé de s'assurer 1.° que, si Ω renferme des quantités de cette forme B sin. λz, ou C cos. λz, ou en général D cos. $(E + \lambda z)$ & que λ^2 soit fort petit par rapport à $L - \mu\varrho$, la valeur de α sera à peu-près $-\int\frac{\Omega dz}{L}$, comme dans la première solution; 2.° qu'au contraire ces deux solutions auront un résultat très-différent, si $L - \mu\varrho$ n'est pas très-grand par rapport à λ^2; 3.° que dans la même supposition de $L - \mu\varrho$ très-grand par rapport

à λ^2, si on substitue la valeur de α, prise exactement, dans l'équation $Md\varepsilon - M'\mu dz = L\alpha dz + dz\int \Omega dz$, les termes où se trouve Ω se détruiront à très-peu-près, & il ne restera que des termes d'où résultera une valeur de ε, à peu-près égale à $-\int \frac{\Gamma dz}{N}$; mais il n'en sera pas de même, si $L - \mu\varrho$ n'est pas très-grand par rapport à λ^2; car alors les deux solutions ne donneront pas le même résultat, & celui de la première sera peu exact. J'ajouterai encore que si $\int \Omega dz$ renfermoit une constante, il pourroit être nécessaire d'avoir égard, du moins en certains cas, au nouveau terme qui en résulteroit dans le coëfficient de αdz^2. Je me borne presque à énoncer ici ces différens objets, uniquement afin d'indiquer aux Géomètres ce qui reste encore à faire dans la question présente, pour perfectionner & employer dans tous les cas les méthodes d'approximation : c'est par-là que je terminerai ces Recherches, dans lesquelles je crois du moins avoir ajouté quelques vérités & quelques vues nouvelles aux travaux de mes prédécesseurs.

MÉMOIRE

Fig. 2

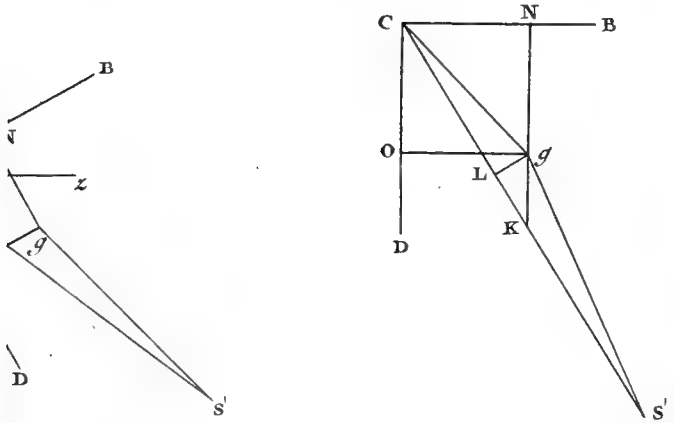


Fig. 3.

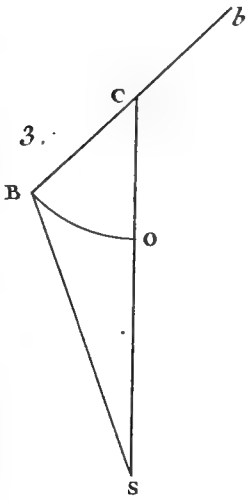
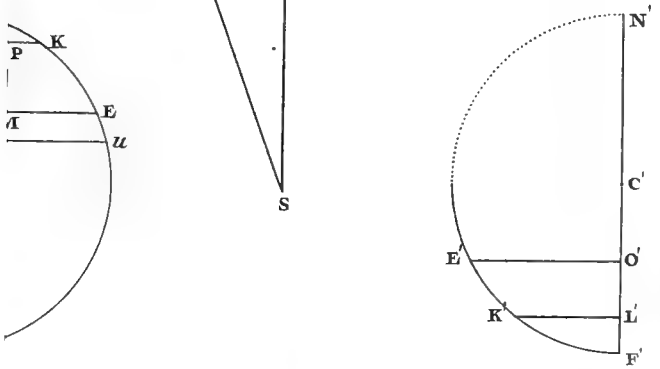


Fig. 5.



Pla. I

Fig. 1

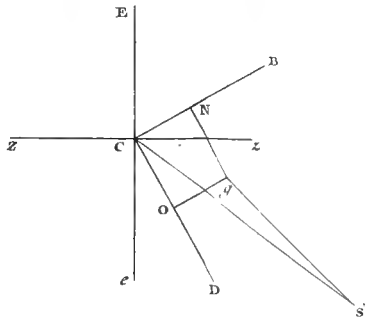


Fig. 2

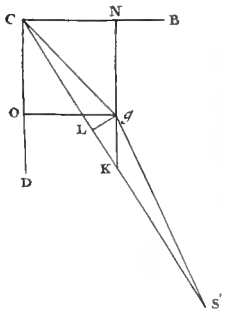


Fig. 3.

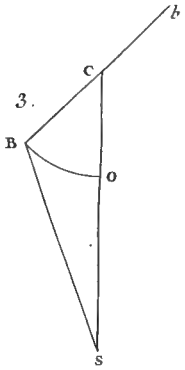


Fig. 4

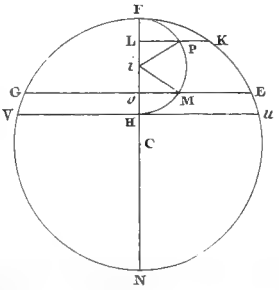


Fig. 5.

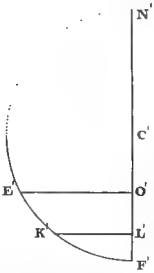
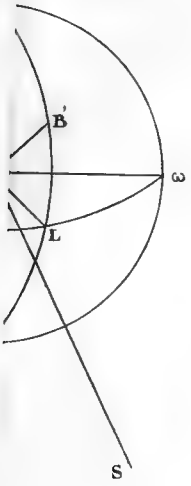


Fig. 7



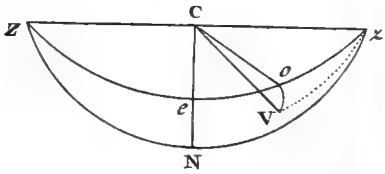


Fig. 8

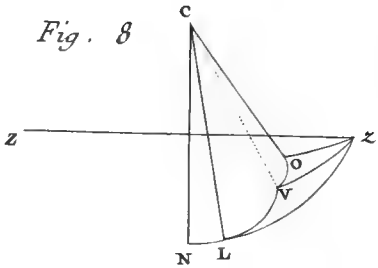
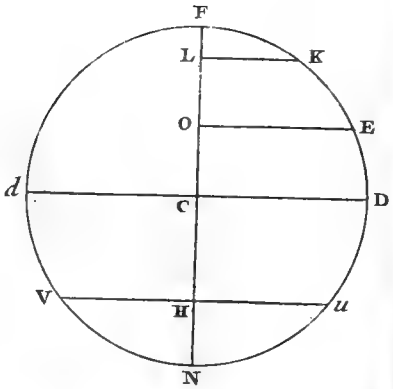


Fig. 9



G

Pla. II

Fig. 6.

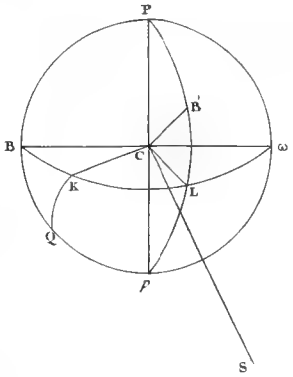


Fig. 7

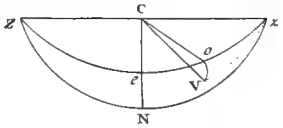


Fig. 8

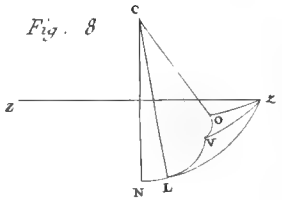


Fig. 10.

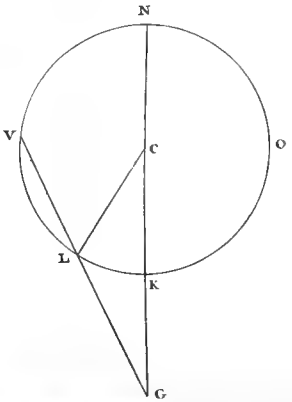
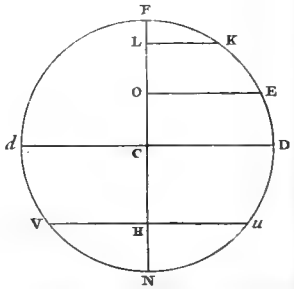


Fig. 9



SUR LA PLUS GRANDE INCLINAISON DE L'ORBITE DE LA LUNE AU PLAN DE L'ÉCLIPTIQUE; Et ſur la Parallaxe de cet Aſtre.

Premier Mémoire.

Par M. LE MONNIER.

LES diſtances meſurées à la mer, de la Lune aux Étoiles, avec le mégamètre, lorſqu'on s'eſt trouvé au mois de Janvier dernier, à la vue d'une des côtes de Saint-Domingue, m'ont engagé ſucceſſivement à quelques recherches importantes ſur la longitude & la latitude de la Lune. 20 Juillet 1768.

J'ai commencé d'abord par vérifier quelle étoit l'erreur des Tables le 26 & le 27 Janvier 1768, en y comparant les obſervations correſpondantes que j'ai faites à Paris, du paſſage de la Lune par le méridien, & celles des 14 & 15 Janvier 1750; j'ai trouvé l'erreur des Tables la même, ſavoir le 14 Janvier 1750, de $-2'\ 17''\frac{1}{2}$ à $5^h\ 16'\ 35''\frac{1}{3}$ de temps vrai, & le jour ſuivant de $-3'\ 32''$; ce qui s'accorde à 7 ſecondes près, à celles du 26 Janvier 1768, que j'ai faites à la même diſtance de la Lune au Soleil à $5^h\ 47'\ 53''\frac{1}{2}$, les Tables des Inſtitutions ne donnant pour lors que $8^d\ 39'\ 48''$, c'eſt-à-dire $3'\frac{1}{2}$ de moins en longitude que ſuivant l'obſervation, ſavoir $8^d\ 43'\ 15''$.

J'ai repris d'ailleurs pour la troiſième fois le travail que j'avois fait & publié en 1751, ſur l'inclinaiſon de l'orbite lunaire & ſur les parallaxes, & je l'ai d'abord recherchée par les obſervations du 1.er & du 14 Janvier 1750, & enſuite par celles de Janvier & de Juin 1768 dans les plus grandes latitudes auſtrales * & boréales de la Lune.

* Ceux qui ont recherché la conſtante de la Parallaxe pour Paris par les obſervations du Cap & de Berlin, ont d'abord donné un excès qu'ils ont enfin réduit à $57'\ 3''$, & d'autres environ 10 ſecondes de moins. *Mémoires de l'Académie, années 1760 & 1761.*

Avant que de rapporter ces observations, j'avertirai que malgré les quatre équations qu'on vient d'introduire en 1765, dans de nouvelles Tables de la Lune, & qui paroissent faire varier l'inclinaison de $20'\frac{3}{4}$, la variation totale de la plus grande à la plus petite inclinaison n'y doit guère excéder celle de $17'\frac{3}{4}$ & $18'$, que les Tables de Halley & celles dont je me sers, attribuent à cette variation: au reste, je n'examinerai ici que les plus grandes inclinaisons possibles de l'orbite lunaire, savoir celles qui répondent au temps du passage du Soleil par la ligne des Nœuds, ce qui n'arrive que tous les six mois de chaque année.

Le 1.er Janvier 1750 au matin, la Lune étant en quadrature & dans la plus grande latitude australe, j'ai trouvé à $6^h\,01'\,22''\frac{1}{2}$ de temps vrai, que son 2.e bord précédoit l'Épi de la Vierge au méridien, de $5^d\,52'\,55''\frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré l'ascension droite de son centre $191^d\,53'\,01''\frac{1}{2}$: la distance méridienne au Zénith du bord inférieur étoit, à l'heure du passage de son centre, de $60^d\,41'\,50''$, & le demi-diamètre tiré de l'observation étant de $15'\,00''\frac{1}{2}$, j'en ai conclu la déclinaison vraie du centre de la Lune $10^d\,49'\,03''\frac{1}{2}$, mais réduite à l'heure du passage du 2.d bord, lequel s'est fait une minute après de $10^d\,49'\,15''$. On tire de ces élémens la longitude de la Lune $\simeq 15^d\,09'\,08''\frac{1}{2}$, & sa latitude australe $5^d\,15'\,28''$; les nouvelles Tables, publiées en 1765, donnent au même instant $\simeq 15^d\,10'\,46''$, avec une latitude de $5^d\,16'\,18''$, c'est-à-dire 50 secondes plus grande en excès, & l'erreur seroit moindre si l'on eût employé la parallaxe horizontale de la Lune, adoptée dans la première édition de ces Tables; mais j'ai fait ce calcul en employant la parallaxe horizontale de $54'\,33''$, & diminuant de 8 secondes la parallaxe de hauteur, à cause de l'aplatissement de la Terre.

EXAMEN de la Parallaxe des Tables nouvelles.

Dans cette recherche sur l'inclinaison de l'orbite & sur la parallaxe, il importe très-peu que l'erreur des Tables de M. Clairaut soit de $1'\,37''\frac{1}{2}$ en excès; celles de Flamstead & de Halley, donnent au contraire l'erreur en défaut de $3'\,52''$ & de $3'\,20''$: or la latitude de la Lune étant australe, j'en ai déduit l'inclinaison la plus grande de l'orbite de $5^d\,16'\,36''$ & $5^d\,16'\,55''$; en comparant aux Tables des Institutions, qui la représentent

néanmoins 54 & 35 ſecondes plus grande, avec un excès de 10 ſecondes ſur celles de Halley, l'argument annuel étoit alors de $3^{f}\ 19^{d}\frac{1}{4}$, & le Soleil n'étoit qu'à $0^{d}\frac{2}{3}$ de ligne des Nœuds.

Le 14 Janvier 1750 au ſoir, à $5^{h}\ 16'\ 35''\frac{1}{2}$ de temps vrai, le 1.er bord de la Lune comparé à ſon paſſage au Méridien avec les étoiles o & n du lien des Poiſſons, & avec γ de la Tête du Bélier, a donné pour l'aſcenſion droite du centre de la Lune, $15^{d}\ 54'\ 10''$; j'ai meſuré avec deux quarts-de-cercle la diſtance méridienne au Zénith du bord inférieur de la Lune, & j'ai trouvé $37^{d}\ 17'\ 20''$, ce qui donne la déclinaiſon boréale du centre $12^{d}\ 25'\ 45''\frac{1}{2}$, ou bien, réduite à l'heure du paſſage du 1.er bord de la Lune, $12^{d}\ 25'\ 33''$; les nouvelles Tables donnent au même inſtant la longitude du centre $\Upsilon\ 19^{d}\ 25'\ 51''$, avec un excès de $22''\frac{1}{2}$ à $23''$ ſur la longitude obſervée; & quant à la latitude, au lieu de $5^{d}\ 12'\ 19''$ boréale, on ne trouve que $5^{d}\ 11'\ 55''\frac{1}{2}$ par les Tables; d'où il s'enſuit qu'en adoptant la parallaxe des Tables, & ayant égard à l'accourciſſement cauſé par la figure de la Terre, l'inclinaiſon de l'orbite la plus grande auroit été ce jour-là par obſervation $5^{d}\ 17'\ 36''\frac{1}{2}$, au lieu que par la latitude auſtrale, on a trouvé vers la précédente quadrature $5^{d}\ 16'\ 36''$; l'erreur ſemble ainſi devoir être plutôt attribuée ici à l'effet de la parallaxe qu'au défaut d'inclinaiſon de l'orbite, puiſque ſi l'on retient $5^{d}\ 17'\ 30''$, il eſt néceſſaire de diminuer l'effet de la parallaxe, en la ſuppoſant moins grande à l'horizon.

On pourroit objecter qu'il y a peut-être quelqu'erreur dans les diviſions du quart-de-cercle mural dont je me ſuis ſervi, & qu'il étoit néceſſaire de vérifier la hauteur méridienne avec un autre inſtrument; c'eſt ce que j'ai exécuté ſoigneuſement, ayant conclu d'abord à mon quart-de-cercle mobile, quelques ſecondes avant le paſſage du 1.er bord de la Lune au méridien, la hauteur $52^{d}\ 42'\ 31''$, & $0^{h}\ 3'\frac{1}{6}$ après le paſſage du 1.er bord de la Lune $52^{d}\ 42'\ 50''$. Il faut ajouter $1''\frac{1}{2}$ à la première des deux hauteurs pour réduire à l'inſtant du paſſage du centre par le Méridien, & pareillement 10 ſecondes à la deuxième obſervation; il faut auſſi d'ailleurs avoir égard au mouvement de la Lune en déclinaiſon pendant les intervalles, ſavoir $15''\frac{1}{3}$ — $24''\frac{1}{2}$, & les

deux hauteurs méridiennes réduites au paſſage du centre, ſeront $52^d\,42'\,48''$, & $52^d\,42'\,35''\frac{1}{2}$, tandis que le quart-de-cercle mural la repréſentoit de $52^d\,42'\,40''$, c'eſt-à-dire moyenne entre les deux déterminations du quart-de-cercle mobile.

Le 12 Décembre 1749 au matin, l'Étoile polaire au Méridien $46^d\,51'\,04''$, plus baſſe de $4^d\,2'\,55''$ que dans ſa plus grande hauteur apparente ſur le même quart-de-cercle mobile, & la hauteur apparente du pôle ſur le quart-de-cercle bien vérifié au zénith & à l'horizon, ſera $48^d\,53'\,06''$, laquelle ayant égard à la réfraction de 50″, excède à peine de 6″ celle que j'ai toujours ſuppoſée. Il ne m'a pas été poſſible de bien comparer les deux inſtrumens à la hauteur du bord ſupérieur du Soleil au ſolſtice d'hiver; le mural ayant donné le 24 Décembre la hauteur ſolſticiale $17^d\,59'\,17''$, & le quart-de-cercle mobile 18″ plus petite; le fil-aplomb étoit trop écarté du limbe dans ce dernier cas, & la réfraction étant variable pour un autre jour, il ne ſeroit pas prudent de comparer la hauteur ſolſticiale obſervée au quart-de-cercle mobile le 24, ſavoir $17^d\,58'\,59''$, avec celle du 21 Décembre lorſque le quart-de-cercle mural a donné $17^d\,59'\,07''$. Enfin les 18 ſecondes de différence diſparoiſſent, & même la différence ſe manifeſte 6 à 7 ſecondes en ſens contraire par une hauteur méridienne ſolſticiale du 23 Décembre; mais le vent, en cette ſaiſon, nuiſoit chaque fois à l'état du fil-aplomb de ce quart-de-cercle mobile, dont le réſultat diffère peu, comme l'on voit, de ce qu'a repréſenté le mural.

MÉMOIRE

SUR LE MÉCANISME DE LA RUMINATION, ET SUR LE TEMPÉRAMENT DES BÊTES À LAINE.

Par M. DAUBENTON.

ON ſait que pluſieurs eſpèces de quadrupèdes mangent deux fois le même aliment; après avoir pris leur nourriture, comme les autres animaux, ils la font revenir dans leur bouche par la gorge, ils la mâchent de nouveau, & ils l'avalent une ſeconde fois : c'eſt ce que l'on appelle la *rumination*. On ſait auſſi que les animaux ruminans ont pluſieurs eſtomacs; on a même cru juſqu'à préſent qu'ils en avoient quatre. A l'inſpection de ces eſtomacs & des matières qu'ils contenoient, on a reconnu que les alimens étoient conduits la première fois dans le premier eſtomac, qu'ils en ſortoient pour revenir à la bouche, & qu'ils rentroient dans l'œſophage après la rumination pour aller dans un autre eſtomac. Mais l'on a tenté vainement d'expliquer le mécaniſme de cette opération ſingulière. Je me ſuis occupé de cette recherche, d'abord par curioſité, parce qu'elle m'a paru fort intéreſſante dans l'étude de l'économie animale; j'ai reconnu bientôt qu'elle ſeroit importante pour le traitement du bétail, & principalement des bêtes à laine, ſoit en ſanté, ſoit en maladie. 13 Avril 1768.

La rumination a plus d'influence qu'on ne le croit, ſur le tempérament de l'animal, parce qu'elle ne peut ſe faire que par des organes qui affectent toutes les parties du corps, & qui ſont particuliers aux animaux ruminans. Le principal de ces organes eſt le viſcère que l'on appelle *le bonnet*; on l'a regardé juſqu'à préſent comme un eſtomac, c'eſt le ſecond des quatre que l'on attribue aux animaux ruminans; cependant il ne fait aucune

fonction d'eſtomac. Pour mieux expliquer celles du bonnet, il faut commencer par conſidérer le trajet que les alimens font pour la rumination.

L'animal broute de l'herbe & la mâche ſeulement pour en faire dans ſa bouche une pelote qu'il puiſſe avaler : cette pelote paſſe dans l'œſophage & tombe dans le premier eſtomac, qui eſt la panſe; ce viſcère eſt fort ample, il ſe remplit peu à peu d'herbes groſſièrement broyées qui forment une maſſe compacte. Lorſque l'animal veut ruminer, il faut qu'une petite portion de cette maſſe rentre dans l'œſophage & revienne à la bouche. La panſe peut ſe reſſerrer, ſe contracter, comprimer la maſſe d'herbe qu'elle contient, & la preſſer contre l'orifice de l'œſophage; mais comment une portion de cette maſſe s'en ſéparera-t-elle? comment pourra-t-elle gliſſer dans l'œſophage, s'il n'y a des organes particuliers pour opérer cette déglutition renverſée?

Je donne le nom de *déglutition* à cette opération, qui ſe fait dans le premier eſtomac des animaux ruminans, parce qu'elle peut être comparée à celle qui eſt commune à tous les animaux, & qui ſe fait à l'autre bout de l'œſophage au fond de la bouche dans le pharynx. Il faut que l'aliment ſolide ſoit arrondi dans la bouche & humecté par la ſalive pour être avalé; de même ne faut-il pas auſſi qu'une portion de la maſſe d'herbes contenue dans la panſe ſoit détachée, arrondie & humectée par quelqu'agent particulier avant d'entrer dans l'œſophage pour revenir à la bouche? Le viſcère que l'on appelle *le bonnet*, eſt l'agent qui fait toutes ces fonctions : ce qui me les a fait reconnoître, c'eſt que j'ai vu ce viſcère en différens états de relâchement & de contraction.

On ne l'a jamais décrit ni repréſenté que comme une poche dilatée, dont les parois internes forment des reliefs ſemblables aux mailles d'un réſeau. Je l'ai moi-même vu & décrit en cet état dans quinze eſpèces d'animaux ruminans. Mais m'étant appliqué depuis à faire des recherches particulières ſur la conformation des bêtes à laine & ſur les cauſes de leurs maladies, obſervant ſouvent leurs viſcères, j'ai vu le bonnet en contraction. Dans cet état, il a peu de volume; le diamètre de ſa cavité n'eſt guère que d'un pouce : en l'ouvrant, j'y ai trouvé une pelote d'herbes ſemblables

à celles de la maſſe qui étoit dans la panſe; cette pelote avoit environ un pouce de diamètre & rempliſſoit toute la concavité du bonnet. Après avoir enlevé la pelote, j'ai vu les parois intérieures de ce viſcère, & je ne les ai pas reconnues; au lieu d'un réſeau à larges mailles, il n'y avoit que de petites ſinuoſités, dirigées irrégulièrement; en ſondant ces ſinuoſités, j'ai vu qu'elles avoient de la profondeur & qu'elles contenoient de la ſéroſité. Pendant que je faiſois ces obſervations, le bonnet ſe relâcha en ſe refroidiſſant; les ſinuoſités s'agrandirent & elles prirent ſous mes yeux la figure des mailles d'un réſeau, telles qu'on les voit ſur les parois de ce viſcère, lorſqu'il n'eſt pas en contraction : alors la ſéroſité diſparut; je reſſerrai les mailles du réſeau pour leur faire reprendre leur première forme, & à l'inſtant je vis la ſéroſité ſuinter & même couler. Je réitérai cette compreſſion & la ſéroſité reparut à chaque fois, elle étoit contenue dans l'épaiſſeur du viſcère, comme dans une éponge.

Cette obſervation me rappela celle que j'avois faite quatorze ans auparavant ſur le Chameau & ſur le Dromadaire, dans leſquels j'avois trouvé un réſervoir d'eau placé de manière à me faire préſumer dès-lors, qu'il fourniſſoit une liqueur pour humecter les alimens qui revenoient de la panſe à la bouche dans le temps de la rumination, & pour déſaltérer l'animal par ce moyen lorſqu'il n'avoit point d'eau à boire *. Je vois à préſent que le réſervoir du Chameau & du Dromadaire fait les mêmes fonctions que le bonnet des autres animaux ruminans qui eſt auſſi un réſervoir d'eau ou de ſéroſité.

Après ces obſervations & à l'inſpection exacte des parties qui concourent à la rumination, on peut commencer à expliquer ſon mécaniſme. La rumination paroît être un acte qui dépend de la volonté; lorſque l'animal veut ruminer, la panſe qui contient la maſſe d'herbe qu'il a paturée, ſe contracte, & en comprimant cette maſſe elle en fait entrer une portion dans le bonnet. Ce viſcère ſe contracte auſſi, enveloppe la portion d'alimens qu'il reçoit, l'arrondit, en fait une pelote par ſa compreſſion & l'humecte avec

* Voyez le XI.e Volume de l'Hiſtoire Naturelle, générale & particulière, *édition in-4.° pages 252 & 253.*

l'eau qu'il répand deſſus en ſe contractant : la pelote, ainſi arrondie & humectée, eſt diſpoſée à entrer dans l'œſophage; mais pour qu'elle y entre, il faut encore un acte de déglutition.

Les Anatomiſtes ſavent qu'il y a beaucoup d'appareil pour la déglutition commune à tous les animaux, qui ſe fait dans le pharynx; le mécaniſme de cette fonction du corps eſt encore difficile à expliquer : le mécaniſme de la déglutition particulière aux animaux ruminans me paroît moins compliqué & plus facile à découvrir, quoiqu'il ne paroiſſe pas plus difficile de faire aller des alimens de la bouche dans la panſe, que de les faire revenir de la panſe dans la bouche; car ce dernier trajet ne ſe fait pas à l'aide d'un mouvement convulſif, comme le vomiſſement; mais par un mouvement réglé, comme la déglutition du pharynx.

La partie de l'œſophage qui aboutit à la panſe, au bonnet & au feuillet, que l'on regarde comme le troiſième eſtomac des ruminans, forme une ſorte de gouttière qui a des bords renflés par un gros muſcle demi-circulaire. Je ne décrirai pas ici les différens muſcles que j'ai découverts dans cette partie de l'œſophage; il ſuffit de donner le réſultat de leurs mouvemens. Il eſt tel que la gouttière de l'œſophage peut s'ouvrir & ſe fermer à peu près comme l'un des coins de notre bouche peut faire ces deux mouvemens, tandis que l'autre coin reſte fermé.

J'ai fait voir comment le bonnet détache une portion de la maſſe d'herbes contenue dans la panſe, comment il l'arrondit en forme de pelote & l'humecte en la comprimant; il eſt ſitué de façon que la pelote qu'il contient, ſe trouve placée contre les bords de la gouttière de l'œſophage, & à portée d'y être introduite par la preſſion ſubſiſtante du bonnet : la pelote étant entrée dans l'œſophage eſt conduite juſqu'à la bouche par l'action des muſcles de ce canal : lorſque la pelote repaſſe dans l'œſophage au ſortir de la bouche, la gouttière ſe trouve fermée par l'action de ces muſcles, & la pelote arrive dans le feuillet ſans pouvoir entrer dans la panſe ni dans le bonnet : ce fait eſt avéré par l'inſpection des matières qui ſe trouvent dans la panſe & dans le feuillet; je n'ai jamais vu dans la panſe que des alimens groſſièrement broyés; je n'ai trouvé dans le feuillet que des alimens bien broyés, tels qu'ils doivent

doivent être après la rumination. J'ai fait manger à un Mouton des herbes auſſi bien broyées que s'il les avoit ruminées; cependant après la mort du mouton, je les trouvai dans la panſe & non pas dans le feuillet.

Quoiqu'il faille le concours de pluſieurs organes pour faire revenir dans la bouche une petite portion de la maſſe d'alimens contenus dans la panſe, cette opération ſe fait en peu de temps. Pour s'en aſſurer, il ſuffit de conſidérer une bête à laine tandis qu'elle rumine; lorſqu'elle a fait revenir une pelote de la panſe dans ſa bouche, elle la mâche pendant environ une minute, enſuite elle l'avale, & l'on voit la pelote deſcendre ſous la peau le long du cou: alors il ſe paſſe quelques ſecondes, pendant leſquelles l'animal reſte tranquille & ſemble être attentif à ce qui ſe paſſe au-dedans de ſon corps; j'ai tout lieu de croire que pendant ce temps la panſe ſe contracte & le bonnet reçoit une nouvelle pelote, enſuite le corps de l'animal ſe dilate, il ſe reſſerre bientôt par un effort ſubit, & enfin l'on voit la nouvelle pelote remonter le long du cou. Il me paroît que le moment de la dilatation du corps eſt celui où la gouttière de l'œſophage s'ouvre pour recevoir la pelote, & que l'inſtant où le corps ſe reſſerre ſubitement eſt celui de la déglutition qui fait entrer la pelote dans l'œſophage pour revenir à la bouche & pour y être broyée de nouveau. Je crois que l'animal ſatisfait preſqu'autant le ſens du goût en ruminant qu'en mangeant l'herbe pour la première fois: quoiqu'elle ait été macerée dans la panſe, elle n'a pas beaucoup changé de ſaveur; elle a encore à peu près le même goût d'herbe.

J'ai tiré de ces connoiſſances ſur le mécaniſme de la rumination pluſieurs conſéquences par rapport au tempérament & au traitement des animaux ruminans, & principalement des bêtes à laine, ſoit pour les maintenir en bonne ſanté, ſoit pour les guérir de leurs maladies.

La ſanté des bêtes à laine, & probablement de tous les animaux ruminans, eſt très-ſujette à s'altérer par des différences de quantité dans la ſéroſité du ſang, qui ſont plus fréquentes que dans les autres animaux, parce que les ruminans ont un viſcère particulier, où il ſe fait une ſecrétion de ſéroſité: cette ſecrétion eſt abondante,

car il faut beaucoup de liqueur pour humecter toutes les pelotes d'un pouce de diamètre, que fournit la maſſe d'alimens contenue dans la panſe d'une bête à laine. La ſéroſité du ſang n'y ſuffiroit pas ſans épuiſer l'animal, ſi elle n'étoit ſuppléée par la boiſſon; ſoit que l'eau entre, au ſortir de l'œſophage, dans le bonnet, pour imbiber & remplir ce réſervoir, & qu'il en entre auſſi dans la panſe, pour humecter la maſſe d'alimens qui s'y trouve & la diſpoſer à la macération qui ſe fait dans cet eſtomac; ſoit que l'eau arrive par d'autres voies, dans le bonnet & dans la panſe. Si la maſſe d'alimens, contenue dans la panſe, eſt trop humectée, parce que l'animal a trop bû, les pelotes qui ſortent de la panſe dans le temps de la rumination ſont aſſez imbibées pour ne point tirer de liqueur du bonnet & même pour en fournir à ce réſervoir au lieu d'en recevoir; alors la ſecrétion de la ſéroſité du ſang eſt ralentie ou interrompue dans le bonnet: cette humeur n'ayant pas ſon cours ordinaire ſurabonde dans le ſang, s'épanche dans le corps & cauſe un grand nombre de maladies, que je ne peux pas détailler ici & qui ne ſont que trop fréquentes parmi les bêtes à laine; au contraire, ſi la boiſſon manquoit pendant trop long-temps, l'animal maigriroit, il s'affoibliroit & il tomberoit à la fin dans l'épuiſement. L'on ſait que pour engraiſſer les Moutons, on les fait boire ſouvent en leur donnant de bonnes nourritures; l'animal prend bientôt un embonpoint, qui ayant été favoriſé par une boiſſon abondante, eſt une vraie maladie dont il mourroit, ſi on ne le livroit pas aſſez tôt au Boucher.

Il ne faut donc abreuver les bêtes à laine qu'avec circonſpection, ſoit pour les maintenir en bonne ſanté, ſoit pour les guérir de la plupart de leurs maladies. Indépendamment des raiſons que j'ai rapportées & qui prouvent que la boiſſon trop fréquente leur eſt nuiſible, il y a des faits avérés depuis long-temps qui en ſont auſſi de bonnes preuves: on ſait que les chèvres boivent peu; le cerf & le chevreuil boivent rarement & peut-être point du tout dans certains temps. Les pacos que l'on appelle auſſi *brebis du Pérou*, parce qu'ils ont des rapports avec nos brebis, peuvent ſe paſſer de boire pendant quatre ou cinq jours, quoiqu'ils habitent un pays chaud & qu'ils fatiguent en ſervant de bêtes de ſomme;

Les chameaux & les dromadaires qui ſont auſſi des animaux ruminans, comme ceux que je viens citer, fatiguent encore plus que les pacos; car ils parcourent un grand eſpace de chemin chaque jour, avec une très-groſſe charge; ils traverſent des déſerts de ſables brûlans, qui ne produiſent point d'herbes, parce qu'ils manquent d'eau & même d'humidité; les chameaux ſont réduits à une nourriture sèche & entièrement privés d'eau dans des voyages qui durent ordinairement cinq jours, ſouvent dix & quelquefois quinze. On a toujours admiré la merveilleuſe propriété de ces animaux qui peuvent ſe paſſer d'eau pendant ſi long-temps. J'ai éprouvé par des expériences ſuivies, que nos bêtes à laine peuvent reſter plus long-temps ſans boire & ſans que leur appétit diminue, même lorſqu'elles ne vivent que de paille & de foin ſans ſortir de l'étable. La plupart des Bergers croient qu'il ne faut pas abreuver les bêtes à laine tous les jours; mais leurs pratiques varient beaucoup ſur le nombre des jours qu'ils leur font paſſer ſans boire. Après tant de preuves de différens genres, on ne peut pas douter que l'abondance de l'eau priſe en boiſſon ou avec les herbes mouillées ou d'une conſiſtance trop aqueuſe, ne ſoit contraire au tempérament des bêtes à laine & la cauſe de la plupart de leurs maladies. On reconnoît ſenſiblement les effets de cette cauſe dans les hydatides ou véſicules pleines d'eau qui ſont très-fréquentes dans les bêtes à laine; elles adhèrent aux viſcères, j'en ai trouvé ſouvent dans la tête au milieu du cerveau, où elles groſſiſſent au point de le comprimer & de le réduire à un très-petit volume; j'en ai vu qui occupoient les trois quarts de la capacité du crâne, & qui avoient cauſé la mort de l'animal après l'avoir fait languir pendant très-long-temps : ces hydatides percent quelquefois la peau & y ſont adhérentes entre les flocons de la laine; pour remplir ces véſicules, il faut que la ſéroſité du ſang ſoit tellement abondante & épanchée, qu'elle forme des dépôts, tant au dehors qu'au dedans du corps.

La ſueur eſt auſſi un écoulement de la ſéroſité du ſang, & par conſéquent elle eſt plus à craindre pour les animaux ruminans que pour aucun des autres, parce qu'elle ſuſpend ou diminue de beaucoup la ſecrétion de la même ſéroſité qui doit ſe faire pour

la rumination. Si les bêtes à laine ſont en ſueur lorſqu'elles ruminent, elles ont en même temps deux évacuations de ſéroſité, leur corps étant deſſéché & le ſang épaiſſi & échauffé par la perte de cette liqueur elles éprouvent une ſoif qui les fait boire au point de s'incommoder & d'altérer leur tempérament : la ſueur eſt encore nuiſible à d'autres égards pour ces animaux ; les filets de leur laine ſont privés d'une partie de leur nourriture, que la ſueur entraîne au dehors du corps & la chaleur qui cauſe cette ſueur fait croître la laine trop promptement pour qu'elle prenne aſſez de conſiſtance.

Cependant nous logeons nos bêtes à laine dans des étables ; où elles ſuent non-ſeulement dans l'été, mais auſſi dans l'hiver ; par des ſoins mal entendus & par une dépenſe inutile & même nuiſible, nous altérons leur ſanté & nous gâtons leur laine. Pourquoi renfermer ces animaux dans des bâtimens? La Nature les a vêtus de façon qu'ils n'ont pas beſoin de couvert ; ils ne craignent que la chaleur : le froid, la pluie, ni les injures de l'air ne leur ſont pas tant de mal ; je puis l'aſſurer, parce que j'en ai des preuves acquiſes par des expériences qui s'accordent avec ce que j'ai pu ſavoir d'autres expériences faites auſſi en France ſur le même ſujet, mais dont je ne connois pas les détails : voici l'expoſé des miennes.

J'ai tenu aux environs de la ville de Montbard un petit troupeau dans un parc en plein air, nuit & jour ſans aucun abri, pas même pour le ratelier, pendant tout l'hiver dernier qui a été fort rigoureux ; les bêtes qui compoſoient ce troupeau étoient de tout ſexe & de tout âge, il y avoit deux agneaux l'un du 1.er Mars & l'autre du 1.er Avril précédens, deux brebis pleines & ſix moutons de différens âges ; tous de la race des bêtes à laine de l'Auxois : ces animaux étoient placés dans un lieu expoſé au nord & l'un des plus froids du canton, ils ont éprouvé des gelées qui ont fait deſcendre le thermomètre de M. de Reaumur juſqu'à 14 degrés & demi au-deſſous de la congélation ; ils ont été expoſés à des vents très-froids & très-violens, à des pluies froides & continuelles, à des brouillards qui ont duré pluſieurs jours de ſuite, au givre & à la neige ; ils ont ſubi toutes ſortes d'épreuves des intempéries de l'air, & cependant ils ont toujours été & ils

ſont encore plus ſains & plus vigoureux que ceux que l'on a renfermés dans des étables. J'ai viſité très-ſouvent ces animaux dans les temps les plus critiques de l'hiver; après de grandes pluies j'ai écarté les flocons de leur laine pour toucher leur peau, jamais je ne l'ai ſenti mouillée, la laine étoit toujours chaude & sèche autant qu'elle peut l'être, ſur la longueur de près d'un pouce au-deſſus de ſa racine, tandis que le reſte étoit mouillé, glacé, couvert de neige ou de givre; le ſuint de la laine, qui eſt une matière graſſe, empêche pendant long-temps l'eau de la pluie de pénétrer juſqu'à la peau de l'animal, la partie de la laine qui ſe mouille eſt bien plutôt ſéchée au grand air que dans des étables.

Les deux brebis du troupeau expoſé en plein air, ont mis bas au mois de Février, l'une le 18 & l'autre le 28; l'agneau du 18 étant né par un temps de pluie, y fut expoſé nuit & jour; l'agneau du 28 Février éprouva d'aſſez fortes gelées dans les premiers jours de ſa vie, au commencement de Mars: cependant ces agneaux ſont très-ſenſiblement plus vigoureux que ceux des étables, & leurs mères n'ont eu aucun mal.

Il y a eu dans l'expérience dont je viens de rapporter le détail, une circonſtance qui la rend encore plus déciſive; c'eſt que le 14 Décembre dernier, je joignis au troupeau que je tenois en plein air, un mouton qui m'arriva du Rouſſillon avec d'autres bêtes à laine de cette province; quoique ce mouton fût né dans un pays plus chaud que celui où il arrivoit, & qu'il eût été élevé & ſoigné ſelon l'uſage de ce pays, qui eſt de loger les bêtes à laine dans des étables bien fermées & de ne les jamais expoſer à la pluie, s'il eſt poſſible; cependant il a réſiſté au froid à la neige & aux pluies auſſi-bien que les autres.

J'ai auſſi mis dans le même troupeau un mouton flandrin qui m'arriva de Lille le 21 Janvier; quoique ce mouton eût été renfermé tous les ans dans une étable, depuis le commencement de Novembre juſqu'au mois de Mars, comme les autres bêtes à laine de Flandre; les injures de l'air ne lui ont fait aucun mal depuis qu'il y eſt expoſé.

Dans la ſuite, toutes les bêtes à laines qui ſeront en ma diſpoſition n'auront point d'autre gîte qu'un parc; ce ne ſera pas tant pour faire une épreuve, comme je l'ai faite l'hiver dernier, que parce que je ſuis convaincu qu'il n'y a point de moyen plus ſûr pour maintenir les bêtes à laine en bonne ſanté, pour leur donner de la vigueur, pour les préſerver de la plupart des maladies auxquelles elles ſont ſujettes, pour donner un meilleur goût à leur chair & pour rendre la laine plus blanche, plus abondante & de meilleure qualité; il eſt fort à deſirer pour le bien public que cet uſage ſe répande dans tout le Royaume.

La plupart des gens de la campagne ne connoiſſant ni la force des raiſonnemens ni l'authenticité des faits, ne peuvent pas avoir confiance aux innovations qu'on leur propoſe, ſans leur en montrer le ſuccès au doigt & à l'œil: il n'y a que l'exemple palpable qui puiſſe les déterminer à ſuivre de nouvelles pratiques; il faut leur faire voir dans les différentes provinces du Royaume, & s'il ſe peut dans chaque canton, des troupeaux de bêtes à laine élevés en plein air & ſoignés de la manière la plus convenable au tempérament de ces animaux; leur faire remarquer la vigueur de ce bétail, les bonnes qualités de leur laine, le produit que l'on en retire, & les exhorter à comparer ces troupeaux avec les leurs: cette comparaiſon les déterminera bientôt à faire tout ce qui ſera néceſſaire pour en avoir de pareils; voilà le meilleur moyen d'établir des uſages qui peuvent relever l'eſpèce des bêtes à laine en France, y multiplier & y maintenir de bonnes races & procurer à la Nation les laines néceſſaires pour les Manufactures. Qui peut faire un ſi grand bien? le Gouvernement s'en occupe efficacement; c'eſt aux bons Citoyens à y concourir: vous qui avez le goût des occupations champêtres & l'amour de l'humanité, élevez des troupeaux, donnez par votre exemple aux gens de la campagne, des moyens d'être plus heureux par le produit qu'ils peuvent tirer des bêtes à laine.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

Faites ſous un Méridien $0^h\,1\,3\,\frac{1}{2}$ plus occidental que Paris, avec l'ancien quart-de-cercle mobile de M. Picard & avec l'inſtrument des Paſſages.

Par M. LE MONNIER.

L'ENTREPRISE célèbre de rectifier les côtes de la mer Méditerranée, par des Obſervations aſtronomiques, eſt annoncée & miſe en exécution depuis pluſieurs années : M. de Chabert, qui en a rendu compte, m'ayant encore demandé cette fois-ci de continuer les obſervations correſpondantes, pour établir quelques principaux points de la Navigation, je les ai faites à Paris & les ai continuées aſſidûment ailleurs pendant nos vacances; ce ſont ces dernières très-détaillées, que j'ai cru devoir publier ici, n'ayant pu y employer pour lors les grands inſtrumens dont j'ai coutume de me ſervir : en effet, ils ne ſont point deſtinés à changer de place, ni ſuſceptibles d'être tranſportés, & à plus forte raiſon bien éloignés de l'être auſſi fréquemment & d'une façon beaucoup plus diſpendieuſe, que ceux qui ſont dans le cas d'être ſouvent embarqués ou tranſportés à bras d'hommes à la vue des côtes maritimes.

Le travail, il eſt vrai, en eſt devenu plus pénible à l'Obſervateur; mais d'un autre côté, des ſoins multipliés & de nouvelles tentatives, que j'avois en vue & que j'ai commencé à mettre en exécution, ont eu quelqu'influence ou relation ſur un autre genre d'obſervations touchant les réfractions horizontales, ce qui n'eſt pas moins eſſentiel à l'Aſtronomie & à la Navigation : je n'ai pu trouver aux environs de Paris un auſſi bel horizon que celui dont j'ai fait uſage en Province.

Ce ſont-là les motifs qui m'ont fait entreprendre de vérifier, par les nouvelles méthodes que j'ai imaginées, les réfractions horizontales, ſoit dans les environs du nord, que je vois à huit lieues de mon rez-de-chauſſée, ſoit dans l'oueſt & à l'horizon

de la mer, que j'y vois abſolument libre depuis le mont Saint-Michel & la pointe de Cancale, au pied de la tour que Sa Majeſté m'a permis de faire bâtir au ſud-oueſt, & dans le plus haut de la forêt de Saint-Sever.

Mon pavillon, proche le bourg dudit lieu, eſt ſitué ſous la latitude de $48^d\ 50'\ 00''$, à cinquante-ſix lieues de diſtance de Paris vers l'oueſt, ſur la route de Grandville: il eſt repréſenté déjà dans la nouvelle Carte générale du royaume; j'y vois dans l'eſt nord-eſt le bourg de Saint-Sever.

On ne ſera peut-être pas fâché de parcourir ici cet article de nos Mémoires à l'occaſion des Voyages futurs, & de conſulter dans ce journal d'obſervations, les moyens & les précautions néceſſaires pour éviter, avec d'auſſi petits inſtrumens, les erreurs toujours redoutables, pour peu que l'Obſervateur ſe néglige ſur la moindre des circonſtances néceſſaires à ces ſortes d'opérations.

A Paris, le quart-de-cercle mobile de M.rs Picard & de la Hire, avant ſon départ, hauſſoit au zénith de $7'\ 10''$, & le pôle apparent, au commencement de l'hiver ou quelques jours auparavant, avoit paru de $48^d\ 59'\ 40''$ ſur le même inſtrument: or j'ai établi en 1738, dans nos Mémoires, la réfraction de 50 ſecondes à cette hauteur; & comme la latitude de mon Obſervatoire ordinaire à Paris eſt $48^d\ 52'\ 05''$ ou $10''$ oueſt, il ne reſteroit en ce cas que $6'\ 42''\frac{1}{2}$ pour la correction de ce quart-de-cercle à 49^d de hauteur: cette correction, comme l'on voit, eſt compoſée de celles qu'entraînent avec elles, le paralléliſme de la lunette qui ſe vérifie d'ordinaire au zénith, & la correction de l'arc total, lequel n'eſt pas égal à 90 degrés: on peut conſulter ſur cela nos Mémoires de l'année 1738.

Quoique j'aie déjà averti, il y a trente ans, que ce quart-de-cercle hauſſoit au zénith de plus d'une minute lorſqu'il étoit parfaitement rectifié à l'horizon; il n'eſt pas inutile de l'examiner encore, l'ayant prêté en 1761 à M. Deſmarêts pour obſerver à Bordeaux le paſſage de Vénus; car à ſon retour j'y ai ſubſtitué à la place de l'ancien, un nouveau centre mobile ou cylindre; il étoit donc néceſſaire d'en conſtater l'état actuel avant qu'il fût dans le cas de ſubir un nouveau tranſport, & c'eſt ce que j'ai exécuté en ces dernières

dernières années par les hauteurs méridiennes ſolſticiales du Soleil, & par celles des Étoiles de la première grandeur.

À la vérité, les vents d'équinoxes m'ont empêché à la ſuite des ouragans & ſaiſons extraordinairement pluvieuſes, de vérifier au zénith ſur la fin de Septembre, ce même inſtrument à Saint-Sever, où il étoit déjà rectifié à l'horizon; le balcon ou terraſſe de ma maiſon y étoit trop expoſé au hâle du ſud-eſt, qui y a dominé pour lors pendant quelques retours des belles ſaiſons, mais dont la durée fut trop courte: cependant cela ne m'a pas empêché de conſtater la latitude du lieu par d'autres hauteurs méridiennes plus aiſées à obtenir que celles du zénith, & ſur-tout en y employant deux Étoiles très-remarquables & qu'on voyoit preſque à la même hauteur au nord & au ſud, ſavoir α de la grande Ourſe & *Sirius*.

1768. Septembre.

Le 20 à 3 heures après midi, le quart-de-cercle vérifié par le renverſement, hauſſoit à l'horizon de $4'\ 30''$ ſeulement; telle eſt l'erreur ſouſtractive que j'ai conſtamment employée dans les calculs ou réſultats qui vont ſuivre: j'ai auſſi placé le 22 Septembre une mire fort près de la direction du méridien, l'ayant clouée ſur un poteau à 33 toiſes $\frac{1}{2}$ de diſtance; la pendule ce jour-là marquoit à midi préciſément $0^h\ 01'\ 46''$, à l'aide de la montre*.

Le 23 au matin, hauteur méridienne de *Sirius*, que je crois trop petite, $24^d\ 52'\ 40''$, ce qu'il ſeroit néceſſaire de vérifier encore: je l'avois trouvée à Paris avec le même inſtrument, le 7 & le 8 Août 1768, de $24^d\ 52'\ 15''$ ou $22''\frac{1}{2}$. Par les hauteurs correſpondantes du Soleil, le midi vrai à la pendule à $0^h\ 01'\ 23''\frac{3}{4}$, ce qui donne le retardement diurne ſur le temps vrai de $22''\frac{1}{4}$; la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil a paru de $41^d\ 10'\ 30''$; ſi la correction eſt $4'\ 30''$ à l'horizon, & la réfraction $1'\ 5''$, la latitude du lieu ſera $48^d 49' 00''$. À $2^h\ 04'\ 10''$ de temps vrai, *Arcturus* $61^d\ 38'\ 27''\frac{1}{2}$; cette hauteur n'a pas été priſe au vrai méridien, mais $0^h\ 2'\frac{1}{2}$ trop tard, & par conſéquent ſelon nos Tables communiquées à M. d'Après, & qui vont

* Montre à ſecondes de *Graham*.

être publiées dans le Supplément au Traité du Pilotage, la hauteur méridienne corrigée ſera $61^d\ 38'\ 45''$.

À Paris le 20 Juillet, la hauteur méridienne d'*Arcturus* a été trouvée ſur le même inſtrument, de $61^d\ 39'\ 30''$, ce qui indiquoit une déclinaiſon de $7\frac{1}{2}$ à $10''$, plus grande que ne la donnoit mon grand quart-de-cercle mural.

Le 23 Septembre au ſoir, le fil de l'inſtrument des paſſages, dirigé au méridien, lequel pourroit être 2 à 3 ſecondes plus à l'eſt.

$7^h\ 36'\ 26''$ paſſage de α de l'Aigle à $49^d\ \frac{2}{3}$ de hauteur.

$9.\ 31.\ 02\ \frac{3}{4}$ ..... α du Capricorne $24\ \frac{1}{3}$

$9.\ 37.\ 25\ \frac{3}{4}$ ..... μ ..... $27\ \frac{1}{4}$ } ſur le demi-cercle.

$9.\ 48.\ 51\ \frac{1}{2}$ ... 1.er bord de la ☾...centre. $31\ \frac{1}{4}$ }

Donc $9.\ 47.\ 38$ de temps vrai, paſſage du même bord.

à $9^h\ 48'\ \frac{2}{3}$, le bord inférieur $31^d\ 19'\ 07''\frac{1}{2}$.

$9.\ 50.\ 28\ \frac{1}{2}$ paſſage de α du Verſeau à $39^d\ \frac{1}{2}$.

De ces obſervations, on tire par ν & μ du Capricorne, l'aſcenſion droite du 1.er bord de la Lune $328^d\ 01'\ 56''\frac{1}{2}$, & ſa déclinaiſon réduite au même inſtant, de $8^d\ 50'\ 28''\frac{1}{2}$; ce qui donne la longitude du centre $327^d\ 24'\ 56''$; ſa latitude $3^d\ 46'\ 21''\frac{1}{3}$ à $10^h\ 01'\ 08''$ de temps vrai au méridien de Paris, dans la ſuppoſition que la différence des méridiens eſt $0^h\ 13'\ 30''$ occidentale: les Tables des Inſtitutions aſtronomiques donnent pour la même heure $9^h\ 53'\ 04''$, temps moyen $327^d\ 21'\ 57''$, c'eſt-à-dire moins avancée de $2'\ 59''$.

1768. Septembre.

Le 24 Septembre au matin, brumes; je n'ai pu conclure le midi aſſez exactement avec l'inſtrument des paſſages, n'ayant aperçu qu'un des bords du Soleil, je l'avois d'abord établi à $0^h\ 01'\ 01''$ de la pendule; on pourroit donc admettre à $0^h\ 01'\ 05''$. Le mauvais bord ſupérieur du Soleil $40^d\ 47'\ 00''$.

$9^h\ 26'\ 34''$ paſſage de ν du Capricorne à $24^d\ 17'\ \frac{1}{2}$

$9.\ 46.\ 08$ ..... α du Verſeau .... $39\ \frac{1}{2}$

$10.\ 39.\ 25\ \frac{1}{2}$ .... 1.er bord de la ☾, centre. 38 à $10^h\ 40'\ \frac{1}{2}$ bord inf. $37^d\ 29'\ 00''$.

$10.\ 54.\ 24\ \frac{1}{2}$ ..... φ du Verſeau 34

De ces obſervations, l'on tire à $10^h\ 38'\ 30''$ de temps vrai,

l'aſcenſion droite du 1.er bord de la Lune, de 341d 50′ 27″½, ou 10 ſecondes ſeulement par α & φ du Verſeau: ſi l'on admet 341d 50′ 22″½, & ſa déclinaiſon réduite au même inſtant de 2d 42′ 41″½ méridionale, on aura la longitude de 11ſ 12d 28′ 12″½, & ſa latitude boréale 4d 31′ 08″; les Tables des Inſtitutions donnent 11ſ 12d 23′ 10″, ſi la longitude géographique eſt de 13½ minutes d'heure. À Paris, les Tables — 4′ 46″½.

Le 25 au matin, à 6h 24′ de la pendule, *Sirius* 24d 52′ 35″ qu'il faudra corriger : *voyez ci-après celle du 28 Septembre.*

11h 59′ 31″½ paſſage du 1.er bord
0. 01. 40 ..... 2.d bord
} du Soleil, le bord ſupérieur 40d 23′ 30″.

Donc ſi le fil étoit à 7″½ à l'eſt du méridien, midi vrai à 0h 01′ 43″.

La brume, & le halo qui a paru au ſoir, ont été ſuivis le 26 Septembre, du vent général de l'eſt, lequel a rétabli la ſaiſon, devenue très-pluvieuſe depuis deux mois entiers.

Le 26, fort ſerein & grand vent d'équinoxe.

11h 59′ 12″ paſſage du 1.er bord
0. 01. 20½ ..... 2.d bord
} du Soleil, le bord ſupérieur 40d 00′ 00″

Le fil tant ſoit peu à l'orient; donc midi vrai à 0h 00′ 22″½.

Le 27 Septembre au matin,

0. 25. 05½ paſſage du 1.er bord
0. 27. ou 26½ .... 2.d bord
} de la Lune, bord ſupérieur 50d 52′ 45″.

Donc à 0h 26′ 10″, paſſage du centre de la Lune qu'il vaut mieux comparer avec π.

0h 47′ 39″½ paſſage de ζ du lien des Poiſſons à 45d 2/5.
1. 05. 04 ¼ ..... 53 2/5.

Soit à 0h 26′ 28″ de temps vrai, l'aſcenſion droite du centre de la Lune 10d 33′ 50″, ſa déclinaiſon boréale 9d 58′ 40″½, la longitude obſervée ſera 13d 37′ 21″, latitude boréale 4d 59′ 31″.

On a trouvé le vrai midi par les hauteurs correſpondantes depuis 25d 2/3 juſqu'à 27d 1/6, à 11h 59′ 55″ de la pendule, ce qui donne en quatre jours 88″½ de retardement ſur le temps

vrai; mais cependant on a cru devoir ſoupçonner ce midi vrai anticipé de 3 à 4 ſecondes; il a été adopté à $11^h\ 59'\ 58''\frac{1}{2}$, à cauſe des comparaiſons éloignées & qu'il a fallu réduire, de la montre à ſecondes à la pendule dont on ſe ſert.

Les Tables des Inſtitutions donnent à $12^h\ 30'\ 53''$, temps moyen, la longitude de la Lune $\Upsilon\ 13^d\ 37'\ 22''$.

Au ſoir,

$7^h\ 20'\ 14''\frac{1}{2}$ paſſage de α de l'Aigle à $49^d\ \frac{1}{3}$
$9.\ 13.\ 15\ \frac{1}{2}$ ..... ϵ de Pégaſe à $39\ \frac{1}{2}$
$9.\ 34.\ 00$ ..... α du Verſeau $39\ \frac{2}{3}$

} Le fil tant ſoit peu à l'orient, à l'égard du vrai méridien déterminé ci-après en Octobre.

Le 28 au matin, fort ſerein, l'aiguille des minutes de la pendule changée: à $6^h\ 12'\ 57''\frac{1}{3}$, paſſage de *Sirius;* donc au méridien $6^h\ 13'02''$ & $24^d53'17''\frac{1}{2}$; ſi la réfraction eſt ſuppoſée de $2'\ 3''$ & la déclinaiſon moyenne $16^d\ 24'\ 45''$, la nutation & l'aberration au nord $1''$ & $13''$, la latitude ſera $48^d\ 48'\ 42''$; mais ci-après, le 17 Octobre au nord, par α de l'Ourſe $48^d\ 50'\ 44''$; le milieu $48^d\ 49'\ 43''$.

$11^h\ 57'\ 23''\frac{3}{4}$ paſſage du 1.er bord
$11.\ 59.\ 33\ \frac{1}{4}$ ..... 2.e bord
} du Soleil, le fil ſur une mire 3 à 4" à l'orient du vrai méridien.

Au ſoir,

$7.\ 15.\ 15\ \frac{1}{2}$ paſſage de α de l'Aigle à $49^d\ \frac{1}{2}$, le fil comme hier $7\ \frac{1}{2}$ à 8" à l'orient du vrai méridien, & le 29 au matin quand il a fait jour, la même apparence.

Le 29 au matin, fort ſerein juſqu'à 5 heures, la brume s'eſt enſuite diſſipée. Remarquez qu'on a établi une nouvelle Mire, & que la comparaiſon de la montre à la pendule, a été faite & le ſera déſormais fort à proximité de la pendule.

Les Tables des Inſtitutions donnent à $2^h\ 26'\ 30''$ temps moyen à Paris, la longitude de la Lune $\Upsilon\ 15^d\ 02'\ 43''$, & ſi l'aſcenſion droite de Ω eſt $44^d\ 36'\ 39''$, ou $37'\ 16''\frac{1}{2}$ l'apparente; la longitude de la Lune obſervée ſera $\Upsilon\ 15^d\ 03'\ 32''$.

$2^h\ 11'\ 57''$, paſſage de Mars à $54^d\frac{1}{8}$.
$2.\ 21.\ 05\ \frac{3}{4}$, ou $2^h22'47''$, temps vrai, le 2.d bord de la $\mathfrak{c}$, à $61\frac{1}{8}$ le centre.
$2.\ 32.\ 56\frac{3}{4}$ ..... Ω du Bélier $60\ \frac{1}{6}$.
$3.\ 56.\ 55\ \frac{1}{2}$ ..... Aldebaran $57\ \frac{5}{8}$ ou $\frac{3}{5}$.
$4.\ 43.\ 25$, hauteur occidentale du bord ſupérieur de la $\mathfrak{c}\ 50^d\ 21'\ 00''$.

$11^h\ 57'\ 01''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord
$11.\ 59.\ 10\frac{3}{4}$, ... 2.d bord
} du Soleil, le fil comme hier à midi.

Au soir.

$7.\ 10.\ 17\frac{1}{2}$, passage de α de l'Aigle, le fil 4″ ou $3''\frac{1}{2}$ à l'orient du vrai méridien, & le 30 au matin au même état.

Le 30 au matin, à $3^h\ 08'\ 55''$, η des Pléïades sortoit du champ de la lunette; donc η a dû passer à $3^h\ 03'\ 18''\frac{1}{2}$.

$3^h\ 20'\ 49''\frac{3}{4}$, passage du 2.d bord de la Lune, le bord supérieur $64^d\ 20'\ 35''$ dans le méridien.

Donc à $3^h\ 23'\ 53''\frac{3}{4}$, temps vrai, l'ascension droite du 2.d bord de la Lune étant $57^d\ 50'\ 35''$, & la longitude du centre sera $\text{♓}\ 0^d\ 24'\ 36''\frac{1}{2}$, les Tables donnent $\text{♓}\ 0^d\ 25'\ 37''$.

$11^h\ 55'\ 39''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord
$11.\ 57.\ 48\frac{3}{4}$, ... 2.d bord
} du Soleil, le fil au centre de la mire.

Donc $11^h\ 56'\ 44''\frac{1}{8}$, passage du centre, savoir $4''\frac{1}{8}$ plus tôt que le vrai midi conclu par deux hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil à $39^d\frac{2}{3}$: la lunette a été vérifiée par le retournement de l'axe des passages & m'a paru bien centrée.

A $7^h\ 06'\ 21''\frac{3}{4}$, passage de l'Aigle, le fil comme à midi, hauteur méridienne $49^d\ 32'\ 17''\frac{1}{2}$, donc l'Équateur $41^d\ 10'\ 22''\frac{1}{2}$.

Ainsi α de l'Aigle a passé au méridien après le Soleil, après $7^h\ 09'\ 37''\frac{5}{8}$ de temps écoulé à la pendule, ou de temps moyen $7^h\ 09'\ 39''\frac{4}{5} = 107^d\ 42'\ 35''$; & si l'ascension droite moyenne de α de l'Aigle est supposée $294^d\ 52'\ 35'' + 19''\frac{1}{2} + 5''$ d'aberration orientale, c'est-à-dire l'apparente $294^d\ 52'\ 59''\frac{1}{2}$, on auroit celle du Soleil de $187^d\ 10'\ 24''\frac{1}{2}$, sauf l'erreur des passages à différentes hauteurs de l'instrument, ce qu'il faudra vérifier dans la suite.

Octobre.

Le 2 au matin, à $5^h\ 56'\ 01''$, passage de *Sirius*, le fil effleuroit à gauche le centre de la Mire, c'est-à-dire de la moitié de son épaisseur.

$9^h\ 56'\ 39''\frac{3}{4}$, le bord supérieur du Soleil à l'orient $31^d\ 40'$; ce qui donneroit $4'\ 2''\frac{3}{4}$ pour le retardement de la pendule sur le temps vrai.

$10^h\ 00'\ 45''\frac{1}{2}$, hauteur du bord supérieur de la Lune à l'occident.

$11.\ 54.\ 45\ \frac{1}{2}$, passage du 1.er bord du Soleil
$11.\ 56.\ 54\ \frac{3}{4}$ ..... 2.d bord
} le fil entamoit par son épaisseur le centre de la Mire, & à gauche, vu dans la lunette qui renverse.

Le 3 Octobre au matin, j'ai vérifié la direction du fil qui étoit au centre de la Mire.

$6^h\ 17'\ 15''\frac{3}{4}$, temps vrai.
ou
$6.\ 22.\ 38\ \frac{3}{4}$
} passage du 2.d bord de la Lune, le bord inférieur au méridien $62^d\ 44'\ 07''\frac{1}{2}$.

$6.\ 42.\ 53\ \frac{1}{2}$, passage de Procyon, & à $11^h\ 54'\ 30''\frac{3}{4}$ midi vrai, par deux hauteurs correspondantes à $25^d\ \frac{1}{2}$.

$10.\ 46.\ 17\ \frac{1}{2}$, hauteur occidentale du bord supérieur de la Lune $32^d\ 00'\ 00''$.

$11.\ 53.\ 21\ \frac{3}{4}$, passage du 1.er bord du Soleil
$11.\ 55.\ 31\ \frac{1}{2}$, ... 2.d bord
} le milieu du fil effleuroit le centre de la Mire vers l'est, le bord supérieur $37^d\ 16'\ 37''\frac{1}{2}$, exacte.

Donc $11^h\ 54'\ 26''\frac{5}{6}$, passage du centre. Si l'on suppose que Procyon a précédé le Soleil de $5^h\ 11'\ 33''\frac{3}{4}$ de temps écoulé à la pendule, ou de temps moyen $5^h\ 11'\ 34''\frac{3}{8} = 78^d\ 06'\ 23''$, on aura l'ascension droite du Soleil à midi, $189^d\ 54'\ 28''$ si l'on prend $111^d\ 48'\ 05''$ pour l'ascension droite apparente de Procyon. Ayant égard à l'erreur de l'azimut de l'instrument des passages, à cause que le Soleil n'étoit pas à la même hauteur que Procyon, il sera facile d'en conclure la correction de l'ascension droite, & par conséquent le vrai lieu du Soleil.

Si l'on néglige cette erreur dans les passages de la Lune & de Procyon, l'ascension droite du 2.d bord de la Lune, sera $105^d\ 22'\ 33''\frac{1}{2}$: un autre calcul me donne $105^d\ 22'\ 02''\frac{1}{2}$, ayant égard au défaut de direction de la lunette des passages, qui pointoit $4''\frac{2}{3}$ & $3''$ seulement dans l'est, à l'égard des hauteurs de l'Étoile & de la Lune, &c. par conséquent la longitude du centre de la Lune sera $\simeq 13^d\ 56'\ 44''$, avec une latitude australe de $0^d\ 34'\ 33''\frac{1}{2}$. Les Tables des Institutions astronomiques donnent, en supposant la différence des méridiens de $0^h\ 13'\frac{1}{2}$, la longitude vraie $\simeq 13^d\ 58'\ 21''$, c'est-à-dire $1'\ 37''$ plus avancée; celles d'Euler & Mayer, publiées dans le

deuxième volume des Mémoires de Gottingue, donnent ſeulement ♋ 13d 57′ 3″, avec une latitude auſtrale de 0d 33′ 35″.

On pourra, ſi l'on veut, rechercher le lieu de la Lune, le 2 & le 3, à 10h du matin, par les hauteurs occidentales du même bord, obſervées lorſqu'elle s'approchoit du 1cr vertical, ou vers l'oueſt; mais il faut s'aſſurer auparavant de la correction préciſe du quart-de-cercle & de la latitude du lieu.

Les jours ſuivans, les vents ayant repaſſé du ſud-eſt au ſud-oueſt, les pluies abondantes qui étoient ceſſées, ont recommencé, & le vent s'eſt fixé au ſud-oueſt.

Le 4 au ſoir, à 6h 49′ 09″½, paſſage de α de l'Aigle; le fil a paru au crépuſcule du matin, à l'eſt de la Mire, de ſa demi-épaiſſeur circulaire, ou 1″,9.

Le 5 au matin, à 7. 58. 40¾, paſſage du 2.d bord de la Lune, le bord inférieur 55d 15′½,

9h 19′ 57″, le bord du Soleil à l'orient 27d 00′ 00″.

9. 24. 23, ... 23. 30. 05.

11. 53. 37½, paſſage du Soleil, conclu des bords, au fil central qui étoit dirigé comme au matin ſur la circonférence de la Mire fixée à 33 toiſes, &c.

demi-diam. de la Mire 4 lig. qui répondent à 1″,9 de temps.

6. 45. 05½, paſſage de α de l'Aigle.

De ces obſervations, on a conclu qu'à 8h 03′ 58″¼ de temps vrai, l'aſcenſion droite du 2d bord de la Lune étoit 132d 49′ 25″, en la comparant avec α de l'Aigle, dont l'apparente a été ſuppoſée de 294d 52′ 59″; & par conſéquent, ſa longitude 130d 52′ 55″: les Tables des Inſtitutions donnent 4f 10d 51′ 55″, avec une latitude auſtrale de 2d 46′ 15″; ainſi la longitude eſt moins avancée d'une minute, ſelon ces Tables.

Le 6 au ſoir, 6h 41′ 04″¾, paſſage de α de l'Aigle, le fil entre le centre & la circonférence de la Mire.

Le 7 au matin, 6. 26. 47¼ ..... Procyon, le fil *idem* que ci-deſſus.

Aſcenſ. dr. moyenne de α de l'Aigle 294d 52′ 35″½, la moyenne ſuit de 19″½, l'aberr. 3″ orient.

..... Procyon 111. 47. 47½, ... 21½ ..... 2. occid.

Et par conſéquent, la différence en aſcenſion droite apparente, entre ces deux Étoiles, ſera 176d 55′ 09″ ſelon ma Table

publiée, & ayant égard aux mouvemens propres & particuliers à ces Étoiles, ainſi qu'il réſulte des Tables & Comparaiſons détaillées, *page 397* des Inſtitutions aſtronomiques. Or l'obſervation donne le temps écoulé $11^h\ 45'\ 42''\ \frac{1}{2}$, ou de temps moyen $11^h\ 45'\ 45''\ 35'''$, qui valent $176^d\ 55'\ 24''\ \frac{1}{2}$; ce qui diffère à peine de $1''$ de temps, & aſſure l'uniformité de la marche de la pendule, dont l'aiguille des minutes a beſoin d'être reſſerrée, parce qu'elle a donné quelquefois $0^h\ 1'$ de plus que l'on ne devoit compter.

Au ſoir, le plan du quart-de-cercle étant au vrai méridien ſelon les repaires particuliers que l'on en a établis, la hauteur méridienne de α de la Lyre ..... $79^d\ 50'\ 45''$.

L'aberration eſt $17''\frac{1}{4}$, au nord & la nutation nulle; donc hauteur corrigée ..... 79. 45. 48.

Et la déclinaiſon boréale & moyenne étant ..... 38. 34. 48.

L'Équateur ſeroit 41. 11. 00,
mais il y a une ſeconde correction de l'arc à introduire, dont on a déjà aſſez averti pour le quart-de-cercle.

Le 10 Octobre au matin, hauteur méridienne de Procyon.. 47. 04. $02\frac{1}{2}$.

Si la réfraction eſt $53''$ & la déclinaiſon apparente..... 5. 48. 27.

l'Équateur ſera ..... 41. 10. $12\frac{1}{2}$,
ce qui s'accorde avec ce qui a été conclu le 30 Septembre par α de l'Aigle.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

	à l'orient.	*à l'occident.*
Le 12, nord-eſt, l'air tempéré,	$9^h\ 11'\ 17''$	$23^d\ 00'$
Si la correction eſt $19''$ ſouſtractive,		$2^h\ 46'\ 30''\frac{1}{2}$.
le vrai midi ſera à $11^h\ 59'\ 13''\frac{2}{3}$.	9. 25. $51\frac{1}{2}$	24. 40 .. 2. 31. 56.

$11^h\ 58'\ 05''$, paſſage du 1.er bord } du Soleil, le fil au centre de la Mire, & par
0. 00. 16 ..... 2.d bord } conſéquent pointé trop à l'eſt de $3''$.

Au ſoir, au nord, ſous le Pôle α de la grande Ourſe $22^d\ 00'$ douteuſe, 1.er eſſai.

Le 14, à $11^h\ 59'\ 59''\frac{2}{3}$, paſſage du 2.d bord du Soleil; donc midi à $11^h\ 58'\ 57''$.

$2^h\ 38'\ 29''$, paſſage du 1.er bord de la Lune, le fil entre le centre & la circonférence de la Mire.

+ 1. 04. hauteur du centre $17^d\ 0'$.

2. 39. 33, temps vrai.

Le

Le 16 au matin, à $11^h\ 59'\ 41''\frac{3}{4}$, paſſage du 2.^{d} bord du Soleil, le fil au centre de la Mire.

Au ſoir.

$4^h\ 19'\ 05''\frac{1}{2}$, paſſage du 1.er bord de la Lune à $4^h\ 20''\frac{1}{4}$, bord ſupérieur $16^d\ 32'\ 17''\frac{1}{2}$.

Si l'on ſuppoſe le midi vrai à $11^h\ 58'\ 39''\frac{1}{2}$, & le retardement diurne de 9″, on aura le paſſage du 1.er bord de la Lune à $4^h\ 20'\ 27''\frac{1}{2}$ de temps vrai, le fil étant pointé entre le centre & la circonférence de la Mire.

$6^h\ 09'\ 33''\frac{1}{2}$, paſſage de α de l'Aigle ..... à $49^d\ \frac{1}{2}$ ſur le demi-cercle.
6. 11. 52 ..... ω de la croupe du ♒ 13 $\frac{1}{2}$.
6. 12. 56 $\frac{1}{4}$ ..... b ..... 13.
6. 15. 04 ..... A ..... 13 $\frac{5}{6}$.
6. 18. 35 $\frac{1}{2}$ ou 36.. C ..... 12 $\frac{1}{2}$.
6. 34. 54 $\frac{1}{2}$, la boréale α du Capricorne ... 27 $\frac{1}{2}$.
6. 35. 18 $\frac{1}{4}$, l'auſtrale α ..... 27 $\frac{5}{6}$.

De ces obſervations, à $4^h\ 6'\ 03''$, temps moyen, à Paris, l'on déduit par A du Sagittaire & α du Capricorne, l'aſcenſion droite du 1.er bord de la Lune de $267^d\ 09'\ 15''$, & par conſéquent la longitude de ſon centre $8^f\ 27^d\ 39'\ 09''$, avec une latitude auſtrale de $0^d\ 41'$; or les Tables des Inſtitutions donnent au même inſtant, qui répond à $4^h\ 53'\ 57''$ de temps vrai, au méridien de Paris, la longitude $8^f\ 27^d\ 40'\ 53''\frac{1}{2}$; c'eſt-à-dire $1'\ 44''\frac{1}{2}$ plus avancée.

Le 17.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

Au matin.		*Au ſoir.*	*Midi vrai.* .... $11^h\ 58'\ 31''\frac{1}{2}$.
$9^h\ 05'\ 57''\frac{3}{4}$.	$20^d\ 50'\ 00''$.	$2^h\ 50'\ 24''\frac{1}{2}$.	$11^h\ 58'\ 30''\frac{1}{2}$.
9. 11. 43.	21. 30. 05.	2. 45. 43 $\frac{1}{2}$.	11. 58. 32 $\frac{1}{2}$.
9. 58. 32 $\frac{2}{3}$.	26. 30. 00.	1. 55. 59 $\frac{1}{3}$.	

11. 57. 22 $\frac{2}{3}$, paſſage du 1.er bord } du Soleil, le fil au centre de la Mire.
11. 59. 33 $\frac{3}{4}$ ..... 2.^{d} bord }

2. 11, paſſage du centre $11^h\ 58'\ 28''\frac{1}{4}$, environ $3''\frac{1}{4}$ plus tôt qu'au vrai méridien.

Au ſoir.

5. 10. 04 $\frac{2}{3}$, paſſage du 1.er bord de la Lune, le bord inférieur $17^d\ 29'\ 35''$.

Le fil comme à midi ſur la Mire.

Le 17 Octobre 1768 au soir, il s'ensuit qu'à
$5^h\ 11'\ 34''\frac{2}{3}$ de temps vrai, le premier bord de la Lune a précédé β du Capricorne de $1^h\ 24'\ 05''\frac{2}{3} = 21^d\ 04'\ 52''$.

6. 05. $37\frac{2}{3}$, passage de α de l'Aigle à $49^d\ \frac{1}{2}$.
6. 10. $05\frac{1}{2}$ ..... $47\ \frac{1}{6}$.
6. 14. $39\frac{1}{2}$, C de la croupe du Sagittaire $12\ \frac{2}{3}$.
6. 25. 38 ou 39, l'australe des deux qui précèdent α.
6. 30. 59 α du Capricorne..... $27\ \frac{3}{4}$.
6. 31. $23\frac{1}{4}$, la 2.e α & australe.
6. 34. $10\frac{1}{2}$..... β ..... $25\ \frac{1}{2}$.
7. 42. 30, au nord α de Céphée, le limbe en face de l'occident..... * $75^d\ 02'\ 05''$.
Sa déclinaison moyenne..... 61. 34. 10.
9. 16. 00.. α de la grande Ourse sous le Pôle..... 21. 57. 30.
Si la réfraction est 2′ 21″ la nut. & aberration $11''\frac{3}{4}$, la distance apparente au Pôle sera..... 27. 00. 05.
Et sa latitude sera..... 48. 50. 44.
On a trouvé par α de l'Aigle & Procyon..... 48. 49. $47\frac{1}{2}$, ou 39, &c.
Par un milieu, la latitude..... 48. 50. 15.

Comparant le passage du 1.er bord de la Lune avec le Soleil & les Étoiles α & β du Capricorne, l'on trouve l'ascension droite du 1.er bord à $5^h\ 25'\ 05''$ temps vrai au Méridien de Paris, de..... 280. 55. 23.
Et par conséquent sa longitude..... 9^s 10. 19. 22.
Avec une latitude boréale de..... 0. 24. 17.

Les Tables des Institutions donnent au même instant, ou plutôt à $5^h\ 10'\ 27''$ de temps moyen, la longitude 9. 10. 21. 00, c'est-à-dire 1′ 38″ plus avancée.

Le 18 au matin, à $5^h\ 38'\ 00''$, passage d'une Étoile qui étoit environ 30″ plus boréale que Saturne, vers P des Gemeaux.

$5^h\ 42'\ 10''\frac{1}{4}$, passage de Saturne, le fil effleuroit dans l'est le centre de la Mire.

5. 51. $21\ \frac{1}{2}$, passage de Procyon.

Le 19 au matin.

9. 02. $14\frac{1}{2}$, le bord supérieur du Soleil à l'orient $26^d\ 00''$
9. 06. 03 ..... 26. 20 } nuages à midi.
9. 08. 00 ..... 26. 30 }

* Voyez sa déclinaison le 21 Novembre 1739, Observations de la Lune, *livre Ier A Paris, de l'Imprimerie Royale, in-folio.*

Octobre, le 19 au soir.

$5^h\ 57'\ 51''\frac{1}{2}$, passage de α de l'Aigle, le fil au centre de la Mire.

6. 00. 08 $\frac{1}{4}$ ..... ω de la croupe du Sagittaire à $13^d\frac{1}{3}$.

6. 06. 54 $\frac{1}{4}$ C

6. 17. 56 $\frac{1}{2}$ celle qui précède α ..... 27.

6. 23. 13 $\frac{1}{2}$ ..... la 1.re α du Capricorne.

6. 23. 36 $\frac{1}{2}$ ..... la 2.de.

6. 26. 23 ..... β ..... 25.

6. 50. 40, passage du 1.er bord de la Lune.

+ 1. 46, le bord inférieur ..... $24^d\ 03'\ 05''$, dans le Méridien.

6. 52. 26, temps vrai.

6. 58. 28, passage de μ du Verseau ..... $30\frac{2}{3}$.

Ainsi, à $6^h\ 50'\ 56''$ de temps moyen, au méridien de Paris, l'ascension du 1.er bord de la Lune sera $308^d\ 05'\ 45''$, celle du centre, $308^d\ 21'\ 00''$; la longitude du centre $10^s\ 06^d\ 38'\ 18''$, avec une latitude boréale de $2^d\ 37'\ 17''\frac{1}{2}$. Or les Tables donnent au même instant la longitude de la Lune $0'\ 12''$ plus avancée; savoir $\approx 6^d\ 38'\ 30''$, la latitude boréale $2^d\ 35'\ 08''$, à Paris à $6^h\ 52'\ 01'' \approx 6^d\ 31'\ 13''\frac{1}{2}$ par γ de Pégase, & selon les Tables ..... $\approx 6^d\ 31'\ 01''$.

Le 20 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Au matin.		*Au soir.*	*Midi non corrigé.*	
$9^h\ 16'\ 48''\frac{3}{4}$	$21^d\ 10'\ 00''$	$2^h\ 30'\ 51''\frac{1}{2}$	$11^h\ 57'\ 50''\frac{1}{8}$	*Midi vrai.*
9. 19. 49.	21. 30. 00.	2. 35. 51.	11. 57. 50.	$11^h\ 58'\ 09''$.

$11^h\ 57'\ 01''\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord } du Soleil, à 30^d, le fil au centre de la Mire.
11. 59. 12 $\frac{3}{4}$ ..... 2.d bord }

Au soir.

7. 40. 00 $\frac{1}{2}$, passage du 1.er bord de la Lune à $7^h\ 43'\frac{1}{8}$, bord inférieur $28^d\ 52'\ 55''$.

+ 1. 53 $\frac{1}{2}$.

7. 41. 54, temps vrai.

L'ascension droite du 1.er bord de la Lune, déduite de celle du Soleil, dont on suppose le lieu vrai, $\simeq 27^d\ 56'\ 08''$, à $7^h\ 40'\ 14''$ de temps moyen, au méridien de Paris, étoit

$321^d\ 42'\ 10''$, & par conſéquent la longitude du centre de la Lune $10^f\ 20^d\ 27'\ 21''\frac{1}{2}$, avec une latitude boréale de $3^d\ 35'\ 08''$: les Tables donnent la longitude de la Lune $0'\ 47''\frac{1}{2}$ moins avancée ; ſavoir ♒ $20^d\ 26'\ 34''$.

Le mauvais temps ayant ceſſé le 31 Octobre, j'ai dirigé le fil au centre d'une nouvelle Mire au vrai méridien, l'ancienne ayant été effacée par les pluies.

$11^h\ 56'\ 56''\frac{1}{2}$, paſſage du 1.er bord } du Soleil, le fil n'a pas varié ſa direction
$11.\ 59.\ 11$ ..... 2.d bord } juſqu'au matin du jour ſuivant.

$5.\ 11.\ 42\ \frac{2}{3}$ ..... α de l'Aigle.
$5.\ 37.\ 04$, paſſage de la 1.re α du Capricorne, à $27^d\ \frac{1}{4}$.
$5.\ 37.\ 28$ ..... la 2.e α.
$5.\ 40.\ 15$ ..... β ..... 25.

Novembre.

Le 1.er au matin, entre les nuages.

$6^h\ 03'\ 47''\frac{1}{2}$, paſſage du 2.d bord de la Lune, le centre à $56^d\ 52'\frac{1}{2}$.

Donc à $6^h\ 05'\ 37''$ de temps vrai, ou $6^h\ 02'\ 58''$ de temps moyen au méridien de Paris, l'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune, comparé avec α de l'Aigle, étoit $128^d\ 25'$ ou $24'\ 30''$; ainſi la longitude du centre ſera par obſervation $4^f\ 6^d\ 26'\ 40''$, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 41'\ \frac{1}{4}$, les Tables donnent ♌ $6^d\ 25'\ 43''$.

Le 2 au matin à
$6^h\ 42'\ 28''\frac{1}{2}$, paſſage de α de l'Hydre à $33^d\ \frac{1}{2}$.
$6^h\ 51'\ 07''\frac{1}{3}$, paſſage du 2.d bord de la Lune, à $6^h\ 49'$, le bord infér. $51^d\ 55'\ 20''$ } exacte.
le fil au centre de la Mire, à 6. $54\frac{1}{2}$ ..... $51.\ 53.\ 15$ }

Et par conſéquent à $6^h\ 52'\ 51''$ de temps vrai, ou bien en réduiſant au Méridien de Paris à 6. 50. 12 de temps moyen.

L'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune ſera $141^d\ 13'\ 48''\frac{1}{2}$.

Le 3 Novembre au matin, le ciel s'éclaircit.

$11^h\ 57'\ 13''\frac{3}{4}$, paſſage du 1.er bord } du Soleil à $25^d\frac{1}{3}$, le fil étoit à peine 1" de temps plus près du vrai méridien que le 2 au matin.
$11.\ 59.\ 29\ \frac{3}{4}$ ..... 2.d bord }

Si l'on ſuppoſe le vrai midi à $11^h\ 58'\ 25''\frac{1}{2}$, & l'accélération de la pendule de 6" en 24^h ſur le temps vrai, le vrai midi du 2 Novembre ſera à $11^h\ 58'\ 19''\frac{1}{2}$; la vraie longitude du centre de

la Lune, le 2, au temps du paſſage de ſon 2.d bord, ſera donc ☾ 19d 42′ 35″, & ſa latitude auſtrale 3d 36′ 43″ : on a ſuppoſé dans le calcul de la déclinaiſon, la hauteur du bord inférieur, au moment du paſſage du 2d bord de la Lune 51d 54′ 45″, ayant égard à la quantité dont la Lune a dû varier en 2′ & 3′ ½ de temps; ſavoir 23″½, & 41″ à raiſon de 4d ⅔ de variation en déclinaiſon, en vingt-quatre heures: il a fallu ajouter auſſi aux deux hauteurs priſes avant & après le paſſage au méridien, la quantité dont une Étoile fixe à 52d auroit deſcendu en 2′ & 3′ ½; d'où l'on a conclu par un milieu la hauteur méridienne apparente du bord inférieur, au moment du paſſage au méridien de ſon bord oriental; les Tables donnent au même inſtant le centre de la Lune 46″ moins avancé.

Le 4 au matin à 8h 17′ 36″, paſſage du 2.d bord de la Lune, le centre à 41d ¾ ou 42d.
Au ſoir..... 4. 56. 22, paſſage de α de l'Aigle.

Donc à 8h 19′ 06″ de temps vrai, ou bien en réduiſant au Méridien de Paris à 8h 16′ 30″ de temps moyen, l'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune comparée avec α de l'Aigle ſera 164d 50′ 40″.

Le 5 au matin à 8h 58′ 53″, paſſage du 2.d bord de la Lune, le bord inferieur 36d 34′ 00″.
+ 1. 22 ½
Donc..... 9. 00. 15 ½ de temps vrai.
21h 57′ 27″½, paſſage du 1.er bord du Soleil, c'eſt-à-dire que ſon centre a paſſé après le 2.d bord de la Lune 2h 59′ 43″½,
+ 1. 08 ½ ou bien de temps vrai 2. 59. 42 ½,
11. 58. 36, le centre.

On trouve d'abord par α de l'Aigle, obſervé le ſoir précédent, l'aſcenſion droite du 2.d bord de la Lune de 176d 09′ 20″; mais plus petite par le Soleil, à cauſe du défaut de l'axe. Si l'aſcenſion droite du centre eſt 175d 52′ 40″, la longitude obſervée ſera 27d 42′ 14″; les Tables donnent 27d 44′ 05″.

TABLE des Déviations de la Lunette des Paſſages à l'égard du vrai Méridien.

	Azimut 0d 1′ 30″ *à l'eſt.*		*Azimut* 0d 0′ 52″ ½.	
Déclinaiſons auſtrales.				
33d ½ P.	107″ = 0h 0′ 7″ ⅛	Angle au Pôle	62″ ½ = 0h 0′ 4″ ⅛.	
23 ½	93 ⅔	6 ¼	54 ½	3 ⅗.
16 ½	86	5 ¾	50	3 ⅓.
4 ¼	75	5	45 ½	3.
0	68	4 ½	39 ½	2 ⅗.
Déclinaiſons boréales.				
0d	68	4 ½	39 ½	2 ⅗.
5 ⅘	62	4 ⅛	36 ½	2 ⅖.
8 ¼	59 ½	4	34 ½	2 ¼.
21 ¾	44	3	26	1 ⅔.
23 ½	42	2 ⅘	25	1 ⅗.

L'angle *P* eſt l'angle horaire que l'on a réduit en temps : ces corrections ſont indépendantes de celles que l'on pourra faire pour les défauts de l'axe de rotation, que l'on a eu ſoin d'ailleurs, à l'aide du niveau, de tenir à chaque fois dans une ſituation horizontale. On avoit établi en Septembre, que 6 lignes répondoient à 2″ ⅞ de grand cercle, à la diſtance de la Mire : or 4 lignes repréſentent le demi-diamètre de la Mire. Ainſi l'on pourra s'aider dans la réduction des obſervations de l'une & de l'autre Table, à cauſe qu'il n'eſt pas poſſible que la direction de la lunette ſoit abſolument en douze heures invariable, & qu'il arrive quelquefois, du ſoir au matin, qu'on trouve 0 ½ ou ¼ du diamètre de la Mire, pour le changement de direction de la lunette des paſſages. On s'eſt ſervi de l'une & de l'autre Table ci-deſſus, à cauſe qu'on a trouvé les 3 & 12 Octobre, que le centre de la Mire a dû donner pour 0d de déclinaiſon, 3″ ⅖ trop tôt ; mais on a trouvé le 2 & le 17 Octobre une autre erreur pour le défaut de l'axe de rotation que feu Siſſon a voulu rendre plus léger par deux demi-cônes creux & ſoudés par leurs baſes ; ce défaut de ſolidité a cauſé un dérangement imprévu dans le tranſport, il faudra donc corriger encore dans la ſuite les Obſervations rapportées ci-deſſus.

OBSERVATION
DE
L'OPPOSITION DE JUPITER AU SOLEIL
DE CETTE ANNÉE 1768.

Par M. BAILLY.

LE 6 Avril, j'ai arrêté mon ſextant dans le plan du méridien, & j'ai obſervé à la lunette de cet inſtrument les différences de déclinaiſon entre Jupiter & les étoiles θ & α de la Vierge, qui ne différoient que de quelques degrés du parallèle de cet Aſtre : les différences d'aſcenſion droite ont été obſervées à la lunette de mon inſtrument des paſſages. 15 Juin 1768.

J'ai obſervé le 6 à 12ʰ 4′ 10″, temps vrai,

Différence d'aſcenſ. droite entre ♍ & θ ♎	+ 2ᵈ 39′ 57″.	
Différence de déclinaiſon.....	1. 17. 18,	l'Étoile étoit plus boréale.
Différence d'aſcenſ. droite entre ♍ & α ♎	— 1. 5. 56.	
Différence de déclinaiſon.....	4. 21. 19,	l'Étoile étoit plus auſtrale.

J'ai pris les poſitions de ces deux Étoiles dans le Catalogue des Étoiles zodiacales de feu M. l'abbé de la Caille, imprimé dans le dernier Volume des Éphémérides.

Ces poſitions, réduites au 6 Avril 1768, & corrigées de la déviation & de l'aberration, ſont

	Aſcenſion droite.	*Déclinaiſon auſtrale.*
θ ♎.....	194ᵈ 30′ 12″	4ᵈ 17′ 41″.
α ♎.....	198. 15. 51	9. 56. 39.

J'ai donc conclu à 12ʰ 4′ 10″, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter.....	197ᵈ 10′ 2″.
Déclinaiſon auſtrale.....	5. 35. 10.

Longitude..... 6ˢ 17ᵈ 57′ 34″.
6. 17. 57. 21 corrigée de l'aberration.
Latitude boréale..... 1. 35. 17.

J'ai obſervé le 10 à 11ʰ 47′ 44″, temps vrai,

Différence d'aſcenſion droite entre θ & Jupiter..... + 2ᵈ 11′ 7″.
Différence de déclinaiſon..... 1. 5. 36.
Différence d'aſcenſion droite entre α & Jupiter.... — 1. 34. 46.
Différence de déclinaiſon..... 4. 33. 3.

D'où j'ai conclu à 11ʰ 47′ 44″, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter.. 196ᵈ 41′ 12″.
Déclinaiſon auſtrale..... 5. 23. 21 ½.
Longitude..... 6ˢ 17. 26. 31 ½.
Longitude..... 6. 17. 26. 18 ½ corrigée de l'aberration.
Latitude boréale..... 1. 35. 15.

J'ai obſervé le 11 à 11ʰ 43′ 36″, temps vrai,

Différence d'aſcenſion droite entre α & Jupiter..... — 1ᵈ 41′ 32″.
Différence de déclinaiſon entre θ & Jupiter..... 1. 2. 24.
Différence de déclinaiſon entre α & Jupiter..... 4. 36. 14.

D'où j'ai conclu à 11ʰ 43′ 36″, temps vrai,

L'aſcenſion droite de Jupiter.. 196ᵈ 34′ 19″.
Déclinaiſon auſtrale..... 5. 20. 15.
Longitude..... 6ˢ 17. 18. 59.
Longitude..... 6. 17. 18. 46 corrigée de l'aberration.
Latitude boréale..... 1. 35. 31.

Les longitudes géocentriques réduites à l'écliptique, & les latitudes de Jupiter ſont, pour ces trois inſtans, par les Tables de M. Caſſini,

Jours.	*Longitudes.*	*Erreur des Tables.*	*Latitudes.*	*Erreur des Tables.*
6 Avril...	6ˢ 17ᵈ 56′ 47″ ½	— 0′ 33″ ½	1ᵈ 36′ 3″	+ 0′ 46″.
10 Avril...	6. 17. 25. 20	— 0. 58 ½	1. 35. 50	+ 0. 35.
11 Avril...	6. 17. 17. 55	— 0. 51	1. 35. 40	+ 0. 9.
Erreur moyenne.....		— 0. 47 ½	.....	+ 0. 30.

Le

Le 6, à $18^h\ 14'\ 32''$, temps moyen, j'ai calculé le lieu du Soleil par les Tables de M. l'abbé de la Caille, je l'ai trouvé dans $0^f\ 17^d\ 55'\ 33''$; le lieu de Jupiter par les Tables de M. Caſſini, je l'ai trouvé dans $6^f\ 17^d\ 54'\ 58''$. Cette longitude corrigée de l'erreur des Tables, donne $6^f\ 17^d\ 55'\ 45''\frac{1}{2}$, ce qui montre qu'à $18^h\ 14'\ 32''$, le 6 Avril, Jupiter n'étoit éloigné de l'oppoſition que d'un angle de $12''\frac{1}{2}$.

Donc l'oppoſition de Jupiter au Soleil eſt arrivée le 6 Avril à $18^h\ 19'$, temps moyen, dans $6^f\ 17^d\ 55'\ 45''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 35'\ 30''$, l'erreur des Tables de M. Caſſini en longitude étant — $0'\ 47''\frac{1}{2}$, & en latitude + $0'\ 30''$.

L'erreur des Tables de M. Wargentin, en longitude, eſt au contraire + $0'\ 48''$.

MÉMOIRE
SUR LES POMPES.

Par M. le Chevalier DE BORDA.

L'OBJET de ce Mémoire eſt d'examiner l'effet des *étranglemens* ou *contractions* que les colonnes d'eau qui ſe meuvent dans les Pompes, éprouvent en traverſant les paſſages des *ſoupapes*.

La méthode dont je vais me ſervir dans cet examen, pouvant s'appliquer avec une égale facilité à toutes les différentes eſpèces de pompes, j'ai penſé qu'il ſuffiroit de faire des recherches ſur une ſeule eſpèce & j'ai choiſi celle qui eſt la plus ordinaire; cette pompe qui eſt repréſentée dans la *figure 1.re*, eſt compoſée d'un ſimple tuyau vertical dont une extrémité puiſe dans un réſervoir $MNOQ$, & l'autre extrémité aboutit à un baſſin AB dans lequel l'eau eſt élevée, la partie inférieure du corps de pompe contient une ſoupape KL, & le piſton porte d'autres ſoupapes H & I; il eſt facile d'imaginer que, lorſque le piſton monte, l'eau inférieure preſſée par le poids extérieur de l'atmoſphère fait ouvrir la ſoupape KL & entre dans la partie KH du corps de pompe; que pendant ce mouvement l'eau ſupérieure ſe dégorge dans le baſſin AB, & qu'enſuite, lorſque le piſton deſcend, l'eau inférieure preſſée par le poids de ce piſton, en fait ouvrir les ſoupapes & paſſe dans la partie ſupérieure HF.

Je vais conſidérer dans les deux problèmes ſuivans deux manières principales de faire mouvoir les piſtons des pompes.

PROBLEME I.

Soit une roue VST *qui tourne par l'action du poids* P *& qui fait mouvoir par le moyen d'une manivelle* RX *le piſton* HI *d'une pompe* CO, *on ſuppoſe que cette roue ait acquis un mouvement à peu près uniforme, & on demande l'effet de la réſiſtance produite par les* étranglemens.

SOLUTION.

Pour réſoudre ce problème, je me ſervirai du principe de la conſervation des forces vives, de la même manière que je l'ai fait dans mon Mémoire ſur la Théorie des fluides, imprimé dans le volume de l'Académie de 1766; on a par ce principe l'incrément des forces vives de tout le ſyſtème, pendant un inſtant, plus la perte de forces vives faite pendant le même inſtant, égal à l'incrément des momens de tout le ſyſtème par rapport à un plan horizontal ſupérieur; mais je remarque qu'après une révolution entière la ſomme des incrémens des forces vives eſt nulle, parce qu'on ſuppoſe que la vîteſſe de la roue eſt toujours la même à la fin de chaque révolution; il ſuit de-là que la ſomme des pertes de forces vives après une révolution entière, ſera égale à la variation des momens de tout le ſyſtème pendant ce même temps; il s'agit donc de trouver ces deux quantités, & pour cela

Soit la ſurface de la ſection tranſverſale CF du corps de pompe.. $= A$.
Celle de la ſection DE de la branche qui porte le piſton..... $= a$.
La hauteur à laquelle l'eau eſt élevée..... $= H$.
Le rayon SX de la roue..... $= R$.
Celui de la manivelle RX..... $= r$.
La vîteſſe de la circonférence de la roue que je ſuppoſerai à peu près uniforme..... $= V$.
Le poids qui fait mouvoir la roue..... $= P$.
La force de la gravité..... $= g$.
Un élément du temps..... $= dt$.
L'angle TXS qui marque la poſition de la manivelle après un temps quelconque t..... $= z$.

Cela poſé, je cherche d'abord la quantité de forces vives perdues par le fluide pendant l'aſcenſion du piſton. Je remarque 1.° que la colonne de fluide $NOZY$, en entrant dans le corps de pompe, éprouve une contraction, & acquiert par conſéquent un accroiſſement de vîteſſe qu'elle perd enſuite contre le fluide ſupérieur; or j'ai fait voir dans mon Mémoire ſur les fluides, que cette perte de vîteſſe ſuppoſoit dans le ſyſtème une perte de forces vives

proportionnelle au carré de la différence des vîteſſes de cette colonne, avant & après le choc; ſoit donc v la vîteſſe actuelle du piſton, mv celle du fluide au point de la contraction, & ϵ la petite tranche de fluide qui entre dans le corps de pompe pendant un inſtant, on aura la perte de forces vives qui vient de cette première contraction $= \frac{\epsilon v^2}{2g} \times (m - 1)^2$; 2.° par la même raiſon, la colonne de fluide ſe contractant encore lorſqu'elle paſſe à travers la ſoupape KL, il y aura une nouvelle perte de forces vives qui, en ſuppoſant que le fluide acquiert par cette ſeconde contraction une vîteſſe nv, ſera $= \frac{\epsilon vv}{2g} \times (n - 1)^2$; 3.° le fluide qui ſe dégorge dans le baſſin ſupérieur, perd toute ſa vîteſſe contre le fluide ſtagnant de ce baſſin, il y a donc encore dans cet endroit une autre perte de force vives $= \frac{\epsilon.(A-a).vv}{A.2g}$; réuniſſant toutes ces quantités, on aura la perte de forces vives faite par le fluide dans un inſtant $= \epsilon \frac{vv}{2g} [(m-1)^2 + (n-1)^2 + \frac{A-a}{A}]$; mais $v = \frac{Vr \text{ ſin. } z}{R}$, $\epsilon = A \times v\,dt = Ar\,dz$ ſin. z; mettant ces valeurs dans l'expreſſion ci-deſſus, on aura $\frac{AVVr^3}{2gR^2} \times$ ſin. $z^3 dz \times [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A-a}{A})]$; intégrant cette quantité, on trouvera la perte de forces vives faite par le fluide pendant tout le temps de l'aſcenſion du piſton $= \frac{AVVr^3}{2gR^2} \times \frac{4}{3} [(m - 1)^2 + (n - 1)^2 + \frac{A-a}{A}]$.

Cherchons maintenant les forces vives perdues pendant la deſcente du piſton. Il eſt clair que la colonne de fluide ſe contractera en paſſant à travers les ſoupapes H & I; ſuppoſons que cette contraction ſoit dans le rapport de p à 1, on verra facilement que la vîteſſe du fluide au point de la contraction ſera $= v \times (p - 1)$; d'ailleurs la vîteſſe du fluide au-deſſus du

piſton $= \frac{av}{A-a}$; d'où il s'enſuit qu'il y aura au paſſage de cette ſoupape une perte de forces vives $= e \times \frac{vv}{2g} \times (p - 1 - \frac{a}{A-a})^2$; outre cela, la quantité de fluide qui ſe dégorge dans le baſſin ſupérieur $= e \times \frac{a}{A}$, & ſa vîteſſe $= \frac{av}{A-a}$; & comme cette quantité de fluide perd tout ſon mouvement dans le baſſin ſupérieur, il y aura encore une perte de forces vives $= \frac{ea}{A} \times (\frac{a}{A-a})^2 \times \frac{vv}{2g}$; donc toute la force vive perdue par le fluide pendant un inſtant de la deſcente du piſton, ſera $= \frac{evv}{2g} \times [(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A-a})^2] = - \frac{AV^2r^3 dz \sin. z^3}{2gRR} [(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A-a})^2]$; intégrant, on aura la perte de forces vives, faite pendant tout le temps de la deſcente du piſton $= \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} \times [(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A-a})^2]$. On aura donc la ſomme des forces vives perdues pendant l'aſpiration entière $= \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} \times [(m-1)^2 + (n-1)^2 + \frac{A-a}{A} + (p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a}{A} \times (\frac{a}{A-a})^2]$.

Quant aux momens de tout le ſyſtème par rapport à un plan horizontal ſupérieur, il eſt clair que le poids p ſera deſcendu après une révolution entière d'une quantité $R \times 360^\circ$, & qu'une quantité de fluide $2rA$ ſera montée d'une hauteur H; on aura donc la variation totale des momens pendant une aſpiration $= pR \times 360^\circ - 2rAH$; égalant cette quantité à celle que nous avons trouvée pour la perte des forces vives, on aura enfin l'équation $pR \times 360^\circ - 2rAH = \frac{Ar^3v^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3} [(m-1)^2 + (n-1)^2 + \frac{A-a}{a} + (p - \frac{A}{A-a})^2 + a \times (\frac{a}{A-a})^2]$ dont le ſecond membre donne l'effet des étranglemens, *C. Q. F. T. & D.*

COROLLAIRE I.

Il eſt facile de voir par la ſolution, que le défaut cauſé par les étranglemens eſt, toutes choſes égales d'ailleurs, proportionnel au carré de la vîteſſe de la roue, & par conſéquent au carré du nombre d'aſpirations faites dans un temps donné.

COROLLAIRE II.

Si le fluide n'éprouvoit aucune contraction dans le corps de pompe, on auroit $p = \frac{2rAH}{R \times 360^\circ}$; d'où on conclut que la force qui ſuffiroit pour faire agir cettte pompe, s'il n'y avoit pas de contraction, eſt à la force néceſſaire lorſqu'il y a des contractions, comme $2rAH$ eſt à $2rAH + \frac{Ar^3V^2}{2gR^2} \times \frac{4}{3}\left[(m-1)^2 + (n-1)^2 + \frac{A-a}{a} + \left(p - \frac{A}{A-a}\right)^2 + \frac{a^3}{(A-a)^3}\right]$.

PROBLEME II.

Suppoſons que la force qui fait mouvoir le piſton, au lieu d'agir par le moyen d'une manivelle, ſoit appliquée directement à la branche mn, *& faſſe aller la pompe en élevant & en laiſſant tomber alternativement le piſton ; on demande de déterminer la réſiſtance produite par les contractions que la colonne de fluide éprouve dans le corps de pompe.*

SOLUTION.

Je ſuppoſe pour ſimplifier la queſtion, que le piſton monte & deſcend uniformément ; cela poſé, ſoit t le temps pendant lequel il monte, θ celui pendant lequel il deſcend, h le jeu du piſton, & F la force moyenne employée, on aura en conſervant les dénominations de la ſolution précédente, 1.° les forces vives perdues pendant le temps de l'aſpiration entière $= \frac{h^3}{2gt^2} \times \left[(m-1)^2 + (n-1)^2 + \frac{A-a}{A}\right] + \frac{h^3}{2g\theta^2}$

$\times \left[\left(p - \frac{A}{A-a}\right)^2 + a\left(\frac{a}{A-a}\right)^2\right]$. 2.° La variation du moment de la force $= hF$, celle du fluide $= -AhH$; on aura donc $hF - AhH = \frac{h^2}{2gt^2} \times \left[(m-1)^2 + (n-1) + \frac{A-a}{A}\right] + \frac{h^2}{2g\theta^2}\left[\left(p - \frac{A}{A-a}\right)^2 + a\left(\frac{a}{A-a}\right)^2\right]$, ce qui donnera l'effet des contractions ou étranglemens. *C. Q. F. T. & D.*

REMARQUE.

J'ai ſuppoſé dans la dernière ſolution, que le piſton ſe mouvoit uniformément, ſoit dans le temps qu'il monte, ſoit dans le temps qu'il deſcend; quoique cette ſuppoſition ſoit évidemment fauſſe, il ne paroît pas qu'elle puiſſe donner de grandes erreurs dans la pratique, parce qu'en effet le mouvement du piſton parvient très-promptement à l'uniformité; au reſte ſi on vouloit avoir égard aux variations de la vîteſſe du piſton pour en conclure plus exactement la ſomme des forces vives perdues, il faudroit d'abord déterminer le mouvement du piſton pendant tout le temps de l'aſpiration entière, & pour cela on pourroit employer la méthode dont je me ſuis ſervi dans mon Mémoire ſur les fluides; mais on tomberoit dans des réſultats longs & embarraſſans, parce qu'il faudroit avoir égard au mouvement du piſton, non-ſeulement lorſqu'il eſt élevé par la force motrice, mais encore lorſque, abandonné par cette force, il continue à ſe mouvoir par la vîteſſe acquiſe; il faudroit outre cela faire entrer dans ce calcul la force vive que le piſton perd ſubitement à la fin de ſa chute, & encore malgré toutes ces conſidérations, la ſolution ne ſeroit jamais entièrement exacte, parce qu'on ne pourroit connoître qu'imparfaitement la loi de la force motrice.

APPLICATIONS À LA PRATIQUE.

Je me propoſe de montrer dans les exemples ſuivans, la manière dont on doit faire uſage de ma ſolution dans la pratique, la première application que je ferai regardera les pompes que les *machines-à-feu* font mouvoir, on ſait que le jeu du piſton de ces

ſortes de pompes eſt ordinairement fort grand, ainſi ce ſera un extrême dans ce genre que nous conſidèrerons.

J'ai eu la facilité d'examiner une de ces machines qui vient d'être établie aux mines de charbon de Montrelais près d'Ingrande-ſur-Loire, elle élève les eaux de la profondeur de 612 pieds par dix répétitions de pompe, dont chacune eſt de 61 à 62 pieds, les piſtons ont 6 pieds 3 pouces de jeu, & la machine donne neuf coups de piſton par minute; ainſi chaque vibration dure $6''\frac{2}{3}$, mais j'ai remarqué que dans les changemens de mouvement de la machine, c'eſt-à-dire lorſque le piſton après être deſcendu va remonter, ou qu'après être monté il va redeſcendre, il y a un petit intervalle de temps pendant lequel la machine eſt pour ainſi dire en repos; & qu'outre cela le mouvement eſt très-lent dans les premiers inſtans de l'aſcenſion & de la deſcente du piſton; d'après ces conſidérations j'ai eſtimé que le vrai temps de la vibration étoit réduit à $5''\frac{1}{3}$ & chaque demi-vibration à $2''\frac{2}{3}$.

Cela poſé, j'ai cherché les différentes contractions qu'éprouvent les colonnes de fluide; pour cela, j'ai meſuré d'abord les ouvertures des ſoupapes des piſtons, mais j'ai vu que cela ne ſuffiſoit pas pour connoître les vraies contractions; en effet 1.° l'eau arrive à ces ouvertures par différentes directions convergentes qui, après que l'eau a traverſé les ſoupapes, produiſent un reſſerrement dans les colonnes plus grand que celui qu'indiqueroit le ſeul rétréciſſement des paſſages. 2.° Par la manière dont les valvules s'ouvrent, le fluide eſt rejeté contre la circonférence du corps de pompe, ce qui augmente encore le reſſerrement; il ſuit de-là que les contractions ſont plus grandes qu'on ne l'eſtimeroit par le rapport du paſſage des ſoupapes à l'ouverture entière de la pompe; & c'eſt pour cela que quoique dans le piſton que j'ai examiné, ce rapport fût celui de 4 à 1, j'ai eſtimé que la vîteſſe du fluide au point de la contraction, étoit ſix fois plus grande que celle du piſton; quant à la ſoupape fixe, il m'a paru qu'elle devoit contracter la colonne dans le rapport de 5 à 1; enfin l'orifice inférieur du corps de pompe étant garni d'une petite grille deſtinée à empêcher les corps étrangers d'entrer dans le corps de pompe, j'ai eſtimé que les différens reſſerremens qu'elle produiſoit, équivaloient

équivaloient à la contraction causée par la soupape fixe KL.

On aura donc dans l'exemple que nous examinons, $m = 5$, $n = 5$, $p = 6$, $H = 61$, $h = 6\frac{1}{4}$, $t = \theta = 2'',66$; & j'ai trouvé que $a = \frac{1}{3}A$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème II, on aura $F = A \times \left[61 + \frac{(6\frac{1}{4})^2}{60 \times (2,66)^2} \times (16 + 16 + \frac{2}{3} + \frac{81}{4} + \frac{1}{6})\right] = A \times (61 + 4,88)$; & par conséquent la force nécessaire pour faire mouvoir cette pompe, est à la force qui suffiroit, s'il n'y avoit pas de contraction, comme $61 + 4,88$ est à 61; d'où il suit que les différens étranglemens que les colonnes de fluide éprouvoient dans les pompes diminuoient l'effet de la machine de plus d'un $13.^{me}$

J'ai encore appliqué ma solution à l'examen des pompes d'une autre machine-à-feu que j'ai vu employée au desséchement d'un grand lac, cette machine n'élevoit l'eau qu'à 5 pieds de hauteur seulement, elle faisoit dix aspirations par minute, le jeu de chaque piston étoit de 6 pieds : il y avoit, ainsi que dans la machine précédente, deux temps de repos, chacun d'une demi-seconde à peu près entre les changemens de mouvement de la machine; le piston paroissoit monter avec plus de vîtesse qu'il ne descendoit, & j'estimai que le temps de la levée étoit à celui de la descente, comme 3 est à 4. Par la mesure des ouvertures des soupapes & par la manière dont les clapets s'ouvroient, je jugeai que les passages des soupapes du piston, contractoient la colonne de fluide dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1, & que les soupapes inférieures produisoient une contraction un peu plus grande; enfin, je trouvai que la contraction à l'entrée du corps de pompe pouvoit être négligée, ainsi que la grosseur des branches de fer qui portoient les pistons; on avoit donc $m = 1$, $n = 4\frac{3}{4}$ à peu près, $p = 4\frac{1}{2}$, $a = 0$, $t = 2\frac{1}{7}$, $\theta = 2\frac{6}{7}$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème II, on aura $F = A \times \left[5 + \frac{6^2}{60 \times (2\frac{1}{7})^2} \times \left[(\frac{15}{4})^2 + 1\right] + \frac{6^2}{60 \times (2\frac{6}{7})^2} \times (\frac{49}{4})\right] = A \times (5 + 2,868)$; par conséquent la force nécessaire pour faire mouvoir ces pompes, étoit à la force

qui auroit ſuffi s'il n'y avoit eu aucun étranglement dans les colonnes de fluide, comme 7,868 eſt à 5.

Pour faire voir dans cet exemple, combien les défauts qui viennent des étranglemens, ſont augmentés par la vîteſſe qu'on donne aux piſtons, ſuppoſons que ſans rien changer à cette machine on eût ſeulement rapproché d'un tiers de leur diſtance les centres des pompes du centre du balancier, & qu'on eût augmenté le nombre de ces pompes, de manière que la machine eût toujours eu la même réſiſtance à vaincre, & qu'elle eût donné le même nombre de coups de piſton que ci-devant; il eſt clair qu'alors le jeu des piſtons des pompes auroit été réduit aux deux tiers de ce qu'il etoit auparavant; par conſéquent, la quantité 2,868, que nous avons trouvée pour l'effet des étranglemens, auroit été diminuée dans le rapport de 9 à 4; on auroit donc eu $= F' = A \times (5 + 1{,}275)$; mais on avoit ci-deſſus $= F = A \times (5 + 2{,}868)$; ainſi par ce ſeul changement, les réſiſtances de chaque piſton auroient diminué, & l'effet de la machine auroit pu être augmenté dans le rapport de 7868 à 6275, ou de 5 à 4.

La dernière application que je vais faire regardera les pompes qu'on emploie ordinairement dans nos Vaiſſeaux. La pompe que j'ai examinée avoit 6 pouces de diamètre intérieur; le paſſage de la ſoupape inférieure avoit 3 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre, ce qui indiqueroit une contraction dans le rapport de 3 à 1 ſeulement; mais par les raiſons que j'ai données ci-deſſus, cette contraction étoit en effet plus grande, & je l'ai eſtimée dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1. J'ai eſtimé de la même manière que la contraction produite par le paſſage de la ſoupape du piſton étoit dans le rapport de 6 à 1; enfin l'orifice inférieur de la pompe étoit garni d'une lame de plomb percée de pluſieurs petits trous qui, enſemble, pouvoient être égaux au paſſage de la ſoupape KL, & qui devoient produire à peu-près la même contraction que cette ſoupape.

J'ai vu mouvoir cette pompe par le moyen de onze hommes; qui, dans 15 minutes de temps, ont donné cinq cents quatre-vingt-deux coups de piſton dont le jeu moyen étoit de 2 pieds; comme il m'a paru que le piſton employoit moins de temps à

monter qu'à deſcendre, je ſuppoſerai que le temps de la levée étoit à celui de la deſcente, comme 3 à 4; d'après cela, le piſton devoit monter dans 0″,663 & deſcendre dans 0″,883; mais je réduis ces temps à 0″,6 & 0″,8, à cauſe des momens de repos qui ſe trouvoient entre les changemens de mouvement du piſton.

D'après ce que nous venons de dire, on a $m = 4\frac{1}{2}$, $n = 4\frac{1}{2}$, $p = 6$, $t = 0'',6$ & $\theta = 0'',8$; d'ailleurs H étoit $= 15$ pieds, $a = \frac{2}{7}A$; mettant ces valeurs dans l'équation du Problème, on aura

$$F = A\left[15 + \frac{4}{60\times(0,6)^2}\times\left(\frac{49}{11}+\frac{5}{7}\right) + \frac{4}{60\times(0,8)^2}\times\left(\left(\frac{23}{5}\right)^2+\frac{2}{7}\times\frac{4}{25}\right)\right] = A\times(15+6,88);$$

d'où il ſuit que par l'effet des étranglemens, il y avoit preſque un tiers de la force de perdu.

Suppoſons que le jeu du piſton n'eût été que de 18 pouces au lieu de 2 pieds, on auroit trouvé $F = A\times(15 + 6,88\times\frac{9}{16}) = A\times(15+3,87)$, & alors la réſiſtance cauſée par les étranglemens n'auroit été que la cinquième partie à peu-près de la force totale employée.

Suppoſant encore que le jeu du piſton n'eût été que de 18 pouces, & qu'outre cela le nombre de vibrations eût été réduit à 30 par minute (au lieu que dans l'expérience citée il étoit de 39 par minute), la réſiſtance cauſée par les étranglemens n'auroit plus été que la ſeptième partie de la force totale.

Nous croyons inutile de pouſſer plus loin les applications de notre ſolution; on comprend aſſez la manière dont il faut s'en ſervir pour déterminer dans tous les cas les défauts qui viennent des étranglemens, non-ſeulement dans les pompes que nous venons d'examiner, mais encore dans toutes les autres eſpèces de pompes.

ADDITION.

J'ai ſuppoſé, dans ma ſolution du *Problème II*, que le piſton, après avoir été élevé par l'action de la force F, retomboit enſuite

par ſon propre poids; j'ai eu la curioſité d'éprouver ſi le temps qu'un piſton emploieroit à deſcendre d'une hauteur donnée dans un corps de pompe, différeroit beaucoup de celui qu'on trouveroit par ma théorie. Pour cela, j'ai d'abord cherché le mouvement du piſton, & je l'ai déterminé de la manière ſuivante.

Fig. 1. Soit la hauteur CG du baſſin AB..... $= b$.

La hauteur d'une colonne d'eau qui auroit le même diamètre que le corps de pompe & la même peſanteur que le piſton... $= E$.

La ſection tranſverſale du corps de pompe..... $= A$.

Celle de la branche qui porte le piſton..... $= a$.

La ſection de la colonne de fluide à ſa plus grande contraction lorſqu'elle a traverſé la ſoupape..... $= pA$.

Suppoſons qu'après un temps t depuis le commencement du mouvement, le piſton ſoit parvenu en H, & ſoit $HG = x$, la vîteſſe en $H = u$, & la force de la gravité $= g$.

On aura 1.° la force vive du piſton $= AE\frac{uu}{2g}$, celle du fluide $CI = (A-a) \times (x-b) \times \frac{aauu}{2g \times (A-a)^2}$ (parce que la vîteſſe de cette partie du fluide $= \frac{au}{A-a}$); donc la force vive totale actuelle $= \frac{uu}{2g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x-b)]$; & ſon incrément $= \frac{udu}{g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x-b)] + \frac{uu}{2g} \times \frac{aa}{A-a} dx$.

2.° La perte de forces vives pendant cet inſtant $=$ *(Prob. II)* $\frac{uudx}{2g} \times [A \times (p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}]$.

3.° L'incrément du moment du piſton $= AEdx$, & celui du moment du fluide $= -axdx$.

Donc on aura en réuniſſant ces trois eſpèces de quantités

$\frac{udu}{g} \times [AE + \frac{aa}{A-a} \times (x - b)] + \frac{uudx}{2g} \times [A \times (p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{Aa^2}{(A-a)^2}] = (AE - ax)dx.$ C. Q. F. T.

Intégrant cette équation, on parvient à une expreſſion finie de la vîteſſe; mais pour tirer de cette expreſſion une valeur de t en x qui eſt celle qu'il nous importe de connoître, il eſt néceſſaire de recourir à une approximation, & voici celle qui m'a paru la plus ſimple; j'ai remarqué que les coëfficiens de x dans l'équation trouvée, ſont très-petits, & que d'ailleurs la différence entre la plus grande & la plus petite valeur de x eſt peu conſidérable, d'où il ſuit qu'on peut ſans une grande erreur mettre pour x dans le coëfficient de udu une valeur conſtante h qui tienne le milieu entre les valeurs extrêmes de x, & alors l'équation prendra cette forme $Mudu + uudx = Ndx$, (M & N étant des conſtantes poſitives); intégrant, on aura $uu = N \times (1 - c^{-\frac{2(x-h')}{M}})$ h' étant la valeur de x au commencement du mouvement: mettant enſuite pour u ſa valeur $\frac{dx}{dt}$, & intégrant de nouveau on aura l'équation $t = \frac{M}{2\sqrt{(N)}} \times L \left[\frac{1 + \sqrt{(1 - c^{-\frac{2e}{M}})}}{1 - \sqrt{(1 - c^{-\frac{2e}{M}})}}\right]$ dans laquelle e eſt la quantité dont le piſton eſt deſcendu,

$M = \frac{E + \frac{aa}{A \times A - a}(h-b)}{(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}} \times 2, N = \frac{E - \frac{ha}{A}}{(p - \frac{A}{A-a})^2 + \frac{a^3}{(A-a)^2}} \times 2g.$

Maintenant, voici l'expérience que j'ai faite, j'ai cloué ſur l'ouverture de la ſoupape d'un piſton, une plaque de fer-blanc, dans le milieu de laquelle il y avoit un trou exactement rond de 18 lignes de diamètre; ce piſton, que j'avois chargé de poids ſuffiſans, étant à ſon point le plus bas, peſoit 41 livres, & comme il déplaçoit un volume d'eau d'un demi-pied cube, ſon poids total étoit de 77 livres, ce qui équivaloit à une colonne de 5 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur (parce que le corps de pompe avoit

6 pouces de diamètre) ; j'ai obſervé pluſieurs fois avec un pendule à demi-ſeconde, que ce piſton ainſi chargé ayant été élevé dans la pompe à la hauteur de 4 pieds, eſt deſcendu dans le temps de douze vibrations du pendule ; voyons à préſent ce que le calcul donneroit. Nous avons déjà dit que le trou fait dans la plaque de fer-blanc n'avoit que 18 lignes de diamètre, ainſi le paſſage de l'eau n'étoit que la ſeizième partie de l'étendue de la ſection du corps de pompe, ce qui indiqueroit une contraction dans le rapport de 16 à 1 ; mais la colonne de fluide, après avoir traverſé la ſoupape, ſe contractoit encore dans le rapport de 14 à 10 à peu-près ; donc la contraction totale étoit dans le rapport de 16×14 à 10, ou de 22,4 à 1 ; on avoit donc $p = 22{,}4$; d'ailleurs a étoit $= \frac{2}{7}A$ & $h = 7$. Mettant ces valeurs dans l'équation ci-deſſus, on trouvera $t = 5'' \frac{3}{4}$; or l'expérience a donné 6", ainſi ma théorie s'accorde aſſez bien avec l'expérience.

REMARQUE qui a rapport à la réſiſtance des fluides.

Si dans l'équation que nous venons de trouver, on ſuppoſe que la vîteſſe eſt parvenue à l'uniformité, que la branche qui porte le piſton a un diamètre infiniment petit, & que le piſton eſt abandonné à ſa ſeule peſanteur, on trouvera $uu = \frac{2gE}{(p-1)^2}$; d'où il ſuit que la vîteſſe d'un piſton qui ſe meut dans un corps de pompe étant u, la réſiſtance qu'il éprouve $= \frac{Auu \times (p-1)^2}{2g}$;

Fig. 2. ainſi en ſuppoſant *(fig. 2)* que la colonne qui paſſe à travers la ſoupape ſe contracte de manière qu'elle n'ait plus que le diamètre CD, on aura la hauteur de la colonne de fluide qui repréſente la réſiſtance $= \frac{uu}{2g} \times \left(\frac{AB^2}{CD^2} - 1\right)$.

Fig. 3. De la même manière, ſi un cercle AB *(fig. 3)* d'un diamètre plus petit que le corps de pompe, ſe mouvoit perpendiculairement à l'axe de la pompe, en faiſant refouler l'eau autour de ſa circonférence, & que par ce mouvement la colonne de fluide contractée n'occupât plus que la couronne $CDEF$, la réſiſtance

qu'éprouveroit ce cercle ſeroit $= \frac{Auu}{2g} \times \left(\frac{DE}{CF^2 - DE^2}\right)$;
mais il faut remarquer que ce réſultat n'eſt exact que lorſque l'intervalle entre le cercle & les parois intérieures de la pompe eſt fort petit, parce qu'alors on peut ſuppoſer, ainſi que nous l'avons fait dans notre ſolution, que les molécules de fluide qui ſont refoulées, ſe meuvent toutes avec la même vîteſſe: au lieu que ſi le diamètre de la pompe étoit beaucoup plus grand que celui du cercle (comme dans la *figure 4*), les parties voiſines de la circonférence du cercle ayant alors beaucoup plus de vîteſſe que celles qui en ſeroient éloignées, l'expreſſion que nous avons trouvée pour la réſiſtance, ſeroit fondée ſur une fauſſe ſuppoſition. Il faudroit dans le cas de la *figure 4*, pouvoir déterminer la plus grande vîteſſe à laquelle chaque molécule parvient; prenant enſuite la ſomme des carrés de ces plus grandes vîteſſes, on auroit une quantité proportionnelle à la réſiſtance.

MÉMOIRE

SUR LES

ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE SATURNE.

Par M. DE LA LANDE.

14 Décemb. 1768. LE dérangement ſingulier & nouveau que j'ai fait voir dans le mouvement de Saturne, prouve aſſez qu'il eſt impoſſible de concilier avec une ſeule hypothèſe les obſervations anciennes & les modernes, & de les repréſenter toutes avec les mêmes Tables; cependant le beſoin que nous avons de Tables qui ſoient actuellement exactes, ſoit pour les calculs de la Connoiſſance des Temps, ſoit pour l'uſage des Longitudes en mer, où l'on peut comparer la Lune à Saturne, m'a fait rechercher s'il étoit poſſible de concilier les obſervations faites depuis trente ans, de manière à pouvoir eſpérer de nos Tables quelque préciſion pour les années qui vont ſuivre; j'y ſuis parvenu au-delà de mes eſpérances, & je ne doute pas que les calculs faits ſur mes nouveaux élémens, ne ſoient aſſez bien d'accord pendant pluſieurs années à l'avenir, avec les obſervations; c'eſt tout ce que l'on peut eſpérer quant à préſent; ne voyant point encore ni la période, ni la loi, ni la cauſe des dérangemens de Saturne.

J'ai choiſi les obſervations de 1738, 1746, 1753, 1760 & 1767, faites dans les apſides & dans les moyennes diſtances, & après pluſieurs tentatives, en ſuivant la méthode que j'ai expliquée dans mon Aſtronomie *(Liv. VI, art. 964)*; j'ai trouvé qu'il falloit faire aux élémens des Tables de M. Halley les corrections ſuivantes.

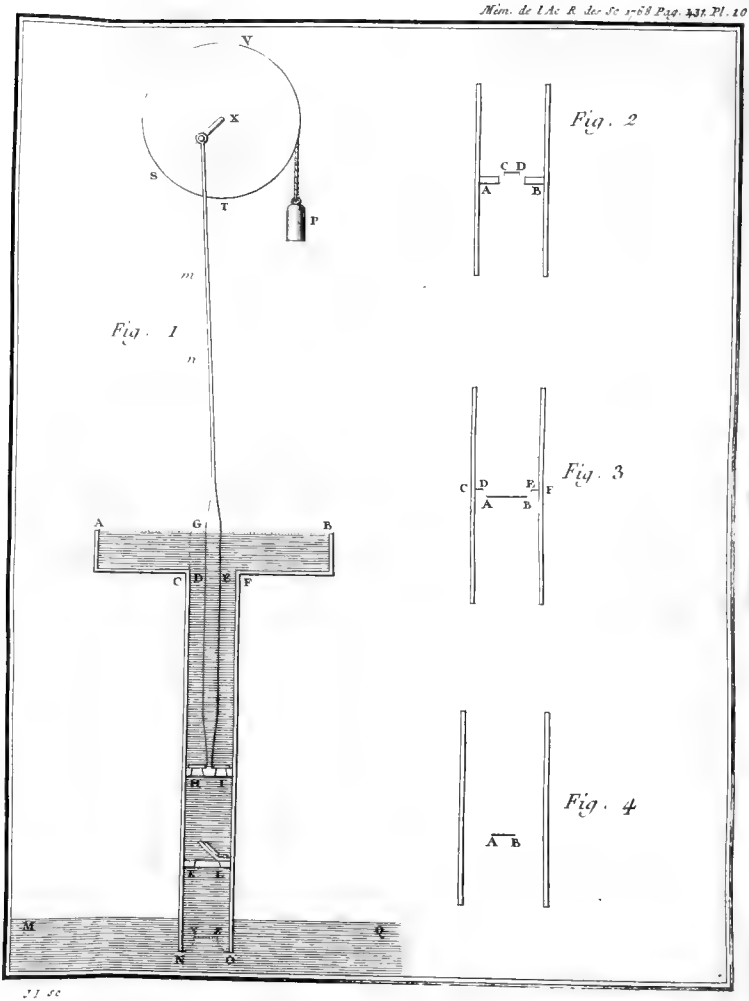
J'ajoute 12′ 44″ à l'époque de la longitude moyenne en 1753, & 17′ 0″ à celle de l'aphélie pour le même temps; j'ôte 8′ 46″ de la plus grande équation du centre, j'ajoute $5''\frac{1}{8}$ au mouvement annuel de Saturne, ou 8′ 33″ au mouvement ſéculaire; j'ai conſervé le mouvement de l'aphélie de Saturne tel qu'il

Sc 1768 Pag. 431. Pl. 10

. 2

. 3

. 4


V
X
S
T
P
m
n
Fig. 1
A
G
B
C
D
E
F
H
I
K
L
M
Y
Z
Q
N
O
Fig. 2
C D
A
B
Fig. 3
C
D
E
F
A
B
Fig. 4
A B

qu'il eſt dans les Tables de Halley, non que je croie avoir aucune raiſon de l'adopter, mais parce que je n'avois aucune eſpérance de pouvoir le déterminer, & qu'il influe peu ſur les lieux de Saturne pendant quelques années, auxquels je me reſtreins quant à préſent.

Pour que l'on voie avec quelle préciſion j'ai repréſenté par mes nouvelles Tables le mouvement de Saturne dans les principaux points de ſon orbite, je vais placer ici les Longitudes en oppoſition, obſervées & réduites à l'orbite, avec l'erreur de mes nouvelles Tables; le ſigne + ſignifie qu'il faut ajouter à la longitude des Tables.

	TEMPS MOYEN à Paris.	LONGITUDES obſervées.	ERREUR.	ANOMALIE.
1738	28 Décemb. 1h 7′	3s 6d 43′ 43″	— 31″	6s 6d 13″
1746	31 Mars... 10. 51	6. 11. 4. 18	+ 42	9. 4. 54
1753	23 Juin... 22. 17	9. 2. 52. 49	+ 2	0. 3. 11
1760	17 Septemb. 8. 11	11. 25. 19. 25	— 1	3. 1. 30
1767	22 Décemb. 0. 52	3. 0. 31. 39	— 1	6. 0. 8

On ne pouvoit y employer d'obſervations plus récentes, puiſque l'oppoſition de 1767, eſt la dernière que nous ayons obſervée, ni eſpérer une plus grande préciſion que celle des quatorze dernières années; j'aurois pu me rapprocher un peu des deux premières obſervations, mais mon objet étoit mieux rempli en me tenant près des dernières.

Pour faciliter les calculs de Saturne, dans ma nouvelle hypothèſe, à ceux qui n'auroient entre les mains que les Tables de M. Halley, telles que je les ai publiées en 1759, je placerai ici une Table du changement qu'il faut faire, tant à l'équation qu'au logarithme de la diſtance pour mille parties de changement dans l'excentricité, qui font 7′ 14″ de diminution dans la plus grande équation des Tables de Halley. M. DE CHALIGNY, Chanoine régulier de la Congrégation de France à Metz, a bien voulu prendre la peine de faire ces calculs, de même que beaucoup

d'autres dont j'aurai occaſion de rendre compte ailleurs : cette Table n'eſt pas à la vérité pour le nombre de 8′ 46″ auquel je m'en tiens dans ce Mémoire, mais je n'ai pas cru que cela méritât de changer les nombres que le calcul lui a donnés, parce qu'il ſuffira, pour y ſuppléer, d'une ſimple partie proportionnelle; d'ailleurs il faudra probablement dans quelques années employer d'autres nombres, & la Table de M. de Chaligny pourra ſervir dans tous les cas à trouver aiſément l'équation de Saturne pour l'excentricité que l'on voudra choiſir.

À l'égard du lieu du nœud, les obſervations que j'ai faites à la fin de 1768, m'ont appris qu'il falloit ajouter 15 minutes à celui qui eſt dans les Tables de Halley, en ſorte qu'on a pour le commencement de 1769, $3^{f}\ 21^{d}\ 40'\ 47''$. Ces élémens repréſentent exactement le lieu de Saturne tant en longitude qu'en latitude, que j'ai obſervé dans l'oppoſition du 4 Janvier 1769, & je m'en ſuis ſervi pour calculer les nouvelles Tables de Saturne, qui ſeront dans mon ASTRONOMIE.

Longitude moyenne de Saturne le 1.er Janvier 1772.	4f	19d	46′	30″.
Aphélie de Saturne	9.	0.	27.	30.
Nœud aſcendant	3.	21.	42.	17.
Mouvement ſéculaire de Saturne	4.	23.	14.	30.
Mouvement de l'aphélie		2.	30.	0.
Mouvement du Nœud		0.	50.	0.
Équation de l'orbite		6.	23.	19.
Inclinaiſon		2.	30.	20.

Équation ſéculaire 47 ſecondes pour un ſiècle; elle augmente comme les carrés des temps.

DE LA DISTANCE DE SATURNE;

Tables de HALLEY *de 1000 parties.*

De		III.	Diff. des Hypothèses.	IV. —	Diff. des Hypothèses.	IV.	Diff. des Hypothèses.	V. —	Diff. des Hypothèses.	V.	Diff. des Hypothèses.	
	S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		D. M. S.	M. S.	59.		
	18	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	30
	19	80485	43	5. 41. 30	6. 36	67925	201	3. 18. 32	3. 57	58122	404	29
	21	80062	36	5. 38. 15	6. 32	67532	209	3. 12. 23	3. 49	57887	409	28
	22	79639	28	5. 34. 53	6. 29	67143	217	3. 6. 9	3. 42	57659	414	27
	23	79214	20	5. 31. 24	6. 26	66756	224	2. 59. 51	3. 35	57439	419	26
	23	78789	12	5. 27. 47	6. 23	66372	231	2. 53. 29	3. 28	57226	423	25
	24	78364	4	5. 24. 5	6. 18	65993	239	2. 47. 4	3. 20	57021	428	24
	23	77937	+ 4	5. 20. 16	6. 14	65618	247	2. 40. 35	3. 12	56824	433	23
	23	77511	+ 12	5. 16. 20	6. 10	65247	255	2. 34. 3	3. 4	56634	437	22
	23	77085	20	5. 12. 17	6. 6	64880	263	2. 27. 26	2. 57	56451	441	21
	24	76658	29	5. 8. 8	6. 2	64516	269	2. 20. 46	2. 49	56276	444	20
	23	76232	38	5. 3. 53	5. 57	64157	286	2. 14. 4	2. 40	56109	447	19
	23	75806	46	4. 59. 32	5. 52	63804	284	2. 7. 19	2. 32	55951	451	18
	22	75380	54	4. 55. 4	5. 47	63455	292	2. 0. 31	2. 23	55801	454	17
	22	74954	62	4. 50. 30	5. 42	63110	299	1. 53. 39	2. 16	55659	457	16
	21	74527	69	4. 45. 50	5. 36	62770	305	1. 46. 45	2. 8	55525	460	15
	20	74103	77	4. 41. 4	5. 31	62437	314	1. 39. 49	2. 0	55400	463	14
	18	73680	86	4. 36. 12	5. 26	62108	321	1. 32. 51	1. 52	55282	465	13
	17	73258	95	4. 31. 14	5. 21	61784	328	1. 25. 51	1. 43	55174	468	12
	15	72837	103	4. 26. 10	5. 16	61466	335	1. 18. 49	1. 34	55074	470	11
	13	72416	110	4. 21. 0	5. 10	61152	341	1. 11. 44	1. 26	54983	473	10
	1	71997	118	4. 15. 46	5. 3	60846	347	1. 4. 39	1. 17	54901	475	9
	59	71581	127	4. 10. 26	4. 56	60544	353	0. 57. 32	1. 8	54826	477	8
	57	71166	135	4. 5. 0	4. 49	60249	359	0. 50. 23	1. 0	54760	478	7
	56	70752	143	3. 59. 28	4. 43	59961	366	0. 43. 13	0. 52	54703	479	6
	54	70340	151	3. 53. 51	4. 38	59678	372	0. 36. 2	0. 44	54654	480	5
	51	69932	160	3. 48. 10	4. 32	59403	378	0. 28. 50	0. 35	54615	481	4
	48	69525	168	3. 42. 24	4. 25	59133	384	0. 21. 38	0. 26	54584	481	3
	45	69121	176	3. 36. 33	4. 18	58871	390	0. 14. 26	0. 17	54562	482	2
	42	68720	185	3. 30. 37	4. 11	58613	394	0. 7. 13	0. 9	54549	482	1
	39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	0. 0. 0	0. 0	54544	482	0
		VIII.		VII. +		VII.		VI. +		VI.		Deg.

TABLE DE L'ÉQUATION ET DU LOGARITHME DE LA DISTANCE DE SATURNE;

L'excentricité étant supposée de 53381, plus petite que dans les Tables de HALLEY *de 1000 parties.*

Degr.	O. —	Diff. des Hypothèses.	O.	Diff. des Hypothèses.	I. —	Diff. des Hypothèses.	I.	Diff. des Hypothèses.	II. —	Diff. des Hypothèses.	II.	Diff. des Hypothèses.	III. —	Diff. des Hypothèses.	III.	Diff. des Hypothèses.	IV. —	Diff. des Hypothèses.	IV.	Diff. des Hypothèses.	V. —	Diff. des Hypothèses.	V.	Diff. des Hypothèses.	
	D. M. S.	M. S	600.		D. M. S.	M. S.			D. M. S.	M S	59.		D. M. S.	M. S	59.		D. M. S.	M. S	59.		D. M. S.	M S.	59.		
0	0. 0. 0	0. 0	3197	431	3. 1. 16	3. 11	6000425	386	5. 21. 26	5. 47	92484	257	6. 23. 55	7. 8	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	30
1	0. 6. 17	0. 6	3194	431	3. 6. 50	3. 17	0218	383	5. 24. 57	5. 52	92146	251	6. 24. 20	7. 9	80485	43	5. 41. 30	6. 36	67925	201	3. 18. 32	3. 57	58122	404	29
2	0. 12. 33	0. 13	3184	431	3. 12. 20	3. 23	0026	380	5. 28. 23	5. 56	91804	244	6. 24. 37	7. 11	80062	36	5. 38. 15	6. 32	67532	209	3. 12. 23	3. 49	57887	409	28
3	0. 18. 49	0. 20	3168	431	3. 17. 48	3. 29	5999827	378	5. 31. 43	6. 0	91458	238	6. 24. 48	7. 12	79639	28	5. 34. 53	6. 29	67143	217	3. 6. 9	3. 42	57659	414	27
4	0. 25. 5	0. 26	3146	431	3. 23. 12	3. 35	9623	375	5. 34. 57	6. 5	91108	232	6. 24. 51	7. 13	79214	20	5. 31. 24	6. 26	66756	224	2. 59. 51	3. 35	57439	419	26
5	0. 31. 20	0. 33	3117	431	3. 28. 33	3. 41	9414	372	5. 38. 6	6. 9	90753	226	6. 24. 48	7. 13	78789	12	5. 27. 47	6. 23	66372	231	2. 53. 29	3. 28	57226	423	25
6	0. 37. 35	0. 40	3083	430	3. 33. 52	3. 47	9199	369	5. 41. 10	6. 12	90395	220	6. 24. 37	7. 14	78364	4	5. 24. 5	6. 18	65993	239	2. 47. 4	3. 20	57021	438	24
7	0. 43. 50	0. 46	3042	429	3. 39. 7	3. 52	8978	366	5. 44. 8	6. 15	90034	213	6. 24. 20	7. 13	77937	+ 4	5. 20. 16	6. 14	65618	247	2. 40. 35	3. 12	56824	433	23
8	0. 50. 4	0. 52	2996	428	3. 44. 18	3. 58	8752	362	5. 47. 0	6. 19	89668	207	6. 23. 55	7. 13	77511	+ 12	5. 16. 20	6. 10	65247	255	2. 34. 3	3. 4	56634	437	22
9	0. 56. 17	0. 59	2942	427	3. 49. 26	4. 3	8521	357	5. 49. 46	6. 23	89299	201	6. 23. 23	7. 13	77085	20	5. 12. 17	6. 6	64880	263	2. 27. 26	2. 57	56451	441	21
10	1. 2. 29	1. 5	2883	426	3. 54. 31	4. 9	8284	353	5. 52. 27	6. 26	88927	195	6. 22. 44	7. 14	76658	29	5. 8. 8	6. 2	64516	269	2. 20. 46	2. 49	56206	444	20
11	1. 8. 40	1. 12	2817	425	3. 59. 32	4. 14	8042	348	5. 55. 2	6. 29	88551	188	6. 21. 58	7. 13	76232	38	5. 3. 53	5. 57	64157	286	2. 14. 4	2. 40	56109	447	19
12	1. 14. 50	1. 19	2745	425	4. 4. 30	4. 20	7794	344	5. 57. 30	6. 32	88172	181	6. 21. 4	7. 13	75806	46	4. 59. 32	5. 52	63804	284	2. 7. 19	2. 32	55951	451	18
13	1. 21. 0	1. 25	2667	423	4. 9. 23	4. 25	7542	340	5. 59. 52	6. 33	87790	174	6. 20. 4	7. 12	75380	54	4. 55. 4	5. 47	63455	292	2. 0. 31	2. 23	55801	454	17
14	1. 27. 8	1. 31	2582	422	4. 14. 12	4. 31	7284	336	6. 2. 8	6. 38	87405	167	6. 18. 56	7. 12	74954	62	4. 50. 30	5. 42	63110	299	1. 53. 39	2. 16	55659	457	16
15	1. 33. 15	1. 37	2491	420	4. 18. 57	4. 36	7020	331	6. 4. 19	6. 41	87017	160	6. 17. 41	7. 11	74527	69	4. 45. 50	5. 36	62770	305	1. 46. 45	2. 8	55525	466	15
16	1. 39. 20	1. 44	2395	418	4. 23. 39	4. 41	6751	327	6. 6. 23	6. 43	86626	153	6. 16. 19	7. 10	74103	77	4. 41. 4	5. 31	62437	314	1. 39. 49	2. 0	55400	463	14
17	1. 45. 24	1. 50	2292	416	4. 28. 16	4. 46	6477	323	6. 8. 21	6. 46	86232	146	6. 14. 50	7. 8	73680	86	4. 36. 12	5. 26	62108	321	1. 32. 51	1. 52	55282	463	13
18	1. 51. 26	1. 57	2183	415	4. 32. 49	4. 52	6198	319	6. 10. 12	6. 49	85835	140	6. 13. 13	7. 7	73258	95	4. 31. 14	5. 21	61784	328	1. 25. 51	1. 43	55174	468	12
19	1. 57. 27	2. 3	2068	413	4. 37. 18	4. 57	5915	314	6. 11. 57	6. 51	85436	134	6. 11. 30	7. 5	72837	103	4. 26. 10	5. 16	61466	335	1. 18. 49	1. 34	55074	470	11
20	2. 3. 25	2. 10	1947	411	4. 41. 42	5. 2	5626	309	6. 13. 35	6. 53	85034	127	6. 9. 39	7. 3	72416	110	4. 21. 0	5. 10	61152	341	1. 11. 44	1. 20	54983	473	10
21	2. 9. 21	2. 17	1819	410	4. 46. 2	5. 7	5333	304	6. 15. 7	6. 55	84631	119	6. 7. 41	7. 1	71997	118	4. 15. 46	5. 3	60846	347	1. 4. 39	1. 17	54901	475	9
22	2. 15. 17	2. 23	1686	408	4. 50. 17	5. 11	5035	299	6. 16. 33	6. 57	84225	111	6. 5. 36	6. 59	71581	127	4. 10. 26	4. 56	60544	353	0. 57. 32	1. 8	54826	477	8
23	2. 21. 10	2. 29	1547	405	4. 54. 28	5. 16	4732	294	6. 17. 52	6. 59	83816	104	6. 3. 24	6. 57	71166	135	4. 5. 0	4. 49	60249	359	0. 50. 23	1. 0	54760	478	7
24	2. 27. 0	2. 36	1401	403	4. 58. 34	5. 21	4424	289	6. 19. 4	7. 1	83406	96	6. 1. 4	6. 56	70752	143	3. 59. 28	4. 43	59961	366	0. 43. 13	0. 52	54703	479	6
25	2. 32. 49	2. 42	1250	400	5. 2. 35	5. 26	4112	284	6. 20. 9	7. 3	82993	89	5. 58. 37	6. 54	70340	151	3. 53. 51	4. 38	59678	372	0. 36. 2	0. 44	54654	480	5
26	2. 38. 35	2. 48	1093	397	5. 6. 32	5. 30	3795	279	6. 21. 8	7. 4	82579	81	5. 56. 4	6. 51	69932	160	3. 48. 10	4. 32	59403	378	0. 28. 50	0. 35	54615	481	4
27	2. 44. 19	2. 54	0929	395	5. 10. 23	5. 34	3474	273	6. 22. 0	7. 5	82164	70	5. 53. 23	6. 48	69525	168	3. 42. 24	4. 25	59133	384	0. 21. 38	0. 26	54584	481	3
28	2. 50. 1	2. 59	0760	392	5. 14. 9	5. 39	3148	268	6. 22. 45	7. 6	81746	66	5. 50. 36	6. 45	69121	176	3. 36. 33	4. 18	58871	390	0. 14. 26	0. 17	54562	482	2
29	2. 55. 40	3. 5	0585	389	5. 17. 50	5. 43	2818	263	6. 23. 44	7. 7	81327	59	5. 47. 41	6. 42	68720	185	3. 30. 37	4. 11	58613	394	0. 7. 13	0. 9	54549	482	1
30	3. 1. 16	3. 11	0405	386	5. 21. 26	5. 47	2484	257	6. 23. 55	7. 8	80906	51	5. 44. 39	6. 39	68320	192	3. 24. 36	4. 5	58364	399	0. 0. 0	0. 0	54544	482	0
	XI. +		XI.		X. +		X.		IX. +		IX.		VIII. +		VIII.		VII. +		VII.		VI. +		VI.		Deg.

MÉMOIRE

Sur la conſtruction des Aréomètres de comparaiſon, applicables au commerce des Liqueurs ſpiritueuſes, & à la perception des Droits impoſés ſur ces Liqueurs.

Par M. DE MONTIGNY.

JE me ſuis engagé dans le travail dont je vais rendre compte, tant ſur les ſollicitations qui m'ont été faites de la part des Fermiers généraux de Sa Majeſté, que ſur celles des anciens Syndics de la communauté des Épiciers, également intéreſſés à diminuer le nombre & la longueur des procès qui naiſſent entr'eux, pour la perception des droits établis ſur l'eſprit-de-vin, ſur les eaux-de-vie de différens degrés de force, & ſur les vernis. Je me ſuis porté d'autant plus volontiers à l'examen de cette matière, qu'ils m'ont témoigné de part & d'autre que leur intention étoit de s'en rapporter, pour régler leurs intérêts, à la déciſion de l'Académie, dans la partie qui peut la concerner, c'eſt-à-dire ſur le choix des moyens les plus ſûrs & les plus expéditifs pour déterminer la qualité & la valeur des différentes ſortes de liqueurs ſpiritueuſes dont on fait commerce dans le Royaume. 5 Décembre 1768.

Mais avant que d'expoſer les moyens qu'on y emploie aujourd'hui, & ceux que je propoſe d'y ſubſtituer, je crois qu'il eſt néceſſaire d'établir les caractères qui diſtinguent les différentes liqueurs ſpiritueuſes, ſujettes aux droits affermés.

Des caractères qui diſtinguent l'Eau-de-vie & l'Eſprit-de-vin.

L'eſprit-de-vin eſt une liqueur inflammable, limpide, ſans couleur, d'une odeur agréable, très-pénétrante, très-volatile, plus légère que l'eau, brûlant toute entière ſans donner de fumée,

& ne laiſſant après ſa combuſtion aucun réſidu ſolide ni fluide. En cet état, l'eſprit-de-vin eſt parfaitement ſec & déflegmé; il ſert aux opérations de la Chimie, de la Pharmacie, de la Chirurgie, à la compoſition des vernis, & à différens arts.

Cette liqueur ſe tire des eaux-de-vie par la diſtillation, & les eaux-de-vie ſont elles-mêmes les produits d'une première diſtillation des liqueurs végétales fermentées, telles que le vin, le cidre, la bière, le jus des cériſes, des cannes de ſucre, &c.

Dans la première diſtillation des liqueurs fermentées, l'eſprit ardent, défini ci-deſſus, ne monte preſque jamais pur; il eſt accompagné d'une aſſez grande quantité de flegme & d'une petite portion d'huile: ce compoſé ſe nomme *eau-de-vie;* on l'emploie aux uſages domeſtiques; on en prépare des liqueurs pour la table; il ſert aux Diſtillateurs & aux Parfumeurs; on s'en ſert auſſi dans la pratique de la Chirurgie, de la Pharmacie & autres arts.

L'eau-de-vie eſt d'autant plus forte & de meilleur goût qu'elle contient moins de flegme & moins d'huile; c'eſt cette huile qui donne à l'eau-de-vie un goût âcre, un goût de brûlé, ſi l'on n'a pas bien ménagé le feu pendant la diſtillation: une ſeconde diſtillation dégage l'eſprit ardent du flegme & de l'huile auxquels il eſt joint dans l'eau-de-vie, pourvu que la chaleur ſoit bien gouvernée.

Lorſque les eaux-de-vie ont pris un goût âcre ou de brûlé, par une trop forte impreſſion du feu, on remarque qu'elles ſont beaucoup moins ſaines, indépendamment de l'altération qui en réſulte dans leur goût & dans leur odeur; les eaux-de-vie y ſont fort ſujettes par la négligence de ceux qui brûlent les vins; en cet état elles ne peuvent plus ſervir à faire des liqueurs agréables à boire, elles ne conviennent plus aux Parfumeurs.

Si l'on veut compoſer des liqueurs agréables pour le goût ou pour l'odorat, le mieux, ſuivant M. Geoffroy *, eſt de ramener l'eſprit-de-vin à l'état de l'eau-de-vie, en l'affoibliſſant plus ou moins avec de l'eau pure, ſelon le degré de force qu'on veut donner aux liqueurs: cette pratique eſt auſſi la plus ſûre pour la Chirurgie & pour la Pharmacie.

* *Voy. les Mém. de l'Académie, année 1718.*

Il ne faut donc pas regarder comme une fraude le mélange

qui ſe fait journellement de l'eau, ſoit avec de l'eſprit-de-vin, ſoit avec les eaux-de-vie, pour les affoiblir; ce mélange eſt indiſpenſablement néceſſaire dans bien des cas, & n'eſt point un abus frauduleux, comme on a voulu l'inſinuer dans quelques Mémoires imprimés, l'eſprit-de-vin ayant payé le droit auquel il eſt impoſé, l'eau qu'on y mêle ne doit rien de plus; elle peut en diminuer la force, mais elle ne peut point en altérer la qualité, comme on l'a prétendu.

Des Droits qui ſe perçoivent à préſent ſur les liqueurs ſpiritueuſes.

Pour établir les droits actuels, on a diſtingué ces liqueurs en trois claſſes: les eaux-de-vie ſimples, les eaux-de-vie doubles, & l'eſprit-de-vin. Par une Déclaration donnée en Décembre 1687, il eſt ordonné que les eaux-de-vie doubles ou rectifiées, payeront deux fois le droit précédemment établi ſur les eaux-de-vie ſimples, & que l'eſprit-de-vin payera le triple de ce droit: cette même Déclaration défend aux Marchands de mêler de l'eau avec les eaux-de-vie qu'ils tiennent en magaſin; mais elle ne fixe aucun caractère diſtinctif entre l'eau-de-vie ſimple & l'eau-de-vie double ou rectifiée, entre l'eau-de-vie rectifiée & l'eſprit-de-vin. Les termes où ces liqueurs commencent & finiſſent, ſont reſtés arbitraires; de-là ſont nés beaucoup de procès entre les Marchands & les Fermiers, beaucoup d'abus, une grande gêne pour le commerce, & de plus une contrebande très-préjudiciable aux intérêts du Roi. En Chimie, en Pharmacie & en Phyſique, le nom d'eau-de-vie rectifiée ne ſignifie autre choſe que l'eſprit-de-vin; mais dans le commerce on entend aſſez communément par eau-de-vie double celle qui rend à la diſtillation deux parties d'eſprit ardent contre une de flegme: les Fermiers généraux ont cru devoir comprendre dans la claſſe des eaux-de-vie doubles ou rectifiées, toutes celles où la quantité d'eſprit ardent excède la quantité du flegme qui y eſt joint; les Tribunaux n'ont point admis ces diſtinctions, & n'ont reconnu que deux ſortes de liqueurs ſpiritueuſes, l'eau-de-vie & l'eſprit-de-vin; cependant la crainte de l'impôt & des procès, avoit réduit preſqu'à rien l'introduction des eaux-de-vie fortes dans la ville de

Paris; quoiqu'on n'en diſtillât point d'autres dans les Provinces, on étoit obligé de les affoiblir, en y mêlant de l'eau pour qu'elles puiſſent paſſer aux barrières, en payant le droit ſimple. Les eaux-de-vie ainſi coupées ſe nommoient, par dériſion, eaux-de-vie *preuve de Paris* dans les Provinces où les bonnes eaux-de-vie ſont connues ſous le nom de *preuve de Hollande*. Les Fermiers généraux ayant été troublés dans la perception du droit ſur les eaux-de-vie doubles, il n'entre plus aujourd'hui dans Paris que des eaux-de-vie de la plus grande force.

Preſque toutes les eaux-de-vie qui ſe fabriquent dans les différentes provinces du Royaume, ont été examinées en 1744, par ordre du Gouvernement: M.rs Hellot & Geoffroi ont été chargés de ce travail. Il réſulte des analyſes nombreuſes qu'ils ont faites par la diſtillation ou par la combuſtion, que la plupart des eaux-de-vie diſtillées dans le Royaume, contiennent environ deux parties d'eſprit-de-vin contre une partie d'eau; les plus foibles, & celles-ci ſont rares, contiennent huit parties d'eſprit-de-vin & ſept parties d'eau, d'où il ſuit qu'elles appartiennent encore à la claſſe des eaux-de-vie doubles, en partant du terme fixé par les Fermiers généraux, & ſur ce pied, il ne ſe fabrique point d'eau-de-vie ſimple dans le Royaume.

Le droit ſur l'eſprit-de-vin, triple de l'impôt ſur l'eau-de-vie ſimple, a été regardé avec raiſon comme une ſurcharge, & a produit l'effet d'une prohibition. Deux pièces d'eau-de-vie ſimple donnant par la diſtillation une pareille pièce d'eſprit-de-vin, perſonne n'eſt aſſez ſimple pour payer le triple droit ſur l'eſprit-de-vin qu'on feroit venir des Provinces: on a établi dans Paris des laboratoires pour l'eſprit-de-vin; & pour diminuer les frais de la diſtillation, les Diſtillateurs ſe ſont abonnés avec les Fermes générales, au moyen d'une remiſe ſur les droits, pour faire entrer chaque année dans Paris une certaine quantité d'eaux-de-vie fortes, dont ils ſéparent l'eſprit ardent; & ils prennent leurs meſures pour que ces eaux-de-vie qu'ils tirent des Provinces, contiennent très-peu de flegme, c'eſt-à-dire, pour qu'elles diffèrent peu de l'eſprit-de-vin.

L'eſprit-de-vin diſtillé dans Paris, peut ſervir à faire toutes les liqueurs intermédiaires entre l'eau-de-vie ſimple & l'eſprit-de-vin; il ne s'agit que de l'affoiblir plus ou moins par le mélange de l'eau;

& ſi l'on veut lui donner l'apparence d'une eau-de-vie ordinaire, on ne fait qu'y mêler un peu de ce flegme huileux & coloré par ſon ſéjour dans les futailles, qu'on a ſéparé de l'eſprit ardent par la diſtillation.

Ainſi le triple droit ſur l'eſprit-de-vin eſt devenu, pour ainſi dire, illuſoire, & cette liqueur diſtillée dans Paris ne paye pas même le double du droit établi ſur l'eau-de-vie ſimple: à l'égard des eaux-de-vie doubles ou rectifiées, dès qu'on s'eſt aperçu que le double droit auquel elles ſont ſujettes, portoit en partie ſur l'eſprit-de-vin qu'elles contiennent, & en partie ſur l'eau qui s'y trouve mêlée, on a ſenti qu'il ſeroit plus avantageux de faire ce mélange dans Paris, & qu'il en réſulteroit une épargne aſſez conſidérable, tant ſur les droits que ſur le tranſport de ces liqueurs; motifs qui devoient engager à faciliter l'entrée de l'eſprit-de-vin.

Lorſque les droits ſont portés très-haut, non-ſeulement ils diminuent les conſommations, mais ils deviennent des encouragemens pour la contrebande, & ils excitent l'induſtrie à frauder l'Impôt. Dans un Mémoire que les Fermiers généraux ont donné au Conſeil, & qui m'a été remis, cette Compagnie ſe plaint d'un nouveau genre de fraude qui s'eſt introduit depuis quelques années dans le commerce des liqueurs ſpiritueuſes; elle conſiſte à faire entrer dans Paris, ſous le nom de Vernis, une très-grande quantité d'eſprit-de-vin, ayant en effet l'odeur de vernis ſans en avoir la conſiſtance: pluſieurs de ces prétendus vernis ayant été arrêtés & ſoumis à l'examen de M. Cadet, Membre de cette Académie, on a reconnu, par l'analyſe qu'il en a faite, que ces liqueurs ne ſont autre choſe qu'un eſprit-de-vin ſec, altéré par le mélange d'une petite quantité de réſine qu'on y fait diſſoudre pour lui donner l'odeur de vernis, mais qu'il eſt facile d'en ſéparer, de façon qu'il n'en reſte aucune impreſſion dans la liqueur, & qu'elle peut enſuite ſe débiter comme eſprit-de-vin, ſans déchet ſenſible.

Ceux qui ont inventé cette manœuvre en ont dû tirer un très-grand parti, car les vernis ne doivent aux entrées de Paris que 27 ſols du cent peſant; ce qui fait 8 livres 2 ſols par pièce de 600 livres: une pareille pièce d'eau-de-vie ſimple paye à très-peu près 124 livres, celle d'eau-de-vie double 206 livres,

& celle d'eſprit-de-vin 300 livres, indépendamment des droits qui ſe perçoivent au profit de la Ville.

Pour mettre ordre à ces abus, & pour éviter déſormais les conteſtations, les Fermiers généraux demandent par ce même Mémoire, que la méthode pratiquée par les Eſſayeurs, ſoit des Fermes, ſoit de la Ville, pour connoître & décider les différentes eſpèces d'eau-de-vie & d'eſprit-de-vin, ſoit communiquée à l'Académie, pour y être examinée & jugée, à l'effet d'en faire autoriſer l'uſage, ſi elle eſt approuvée; ſinon de lui ſubſtituer toute autre méthode que l'Académie auroit reconnu pour être d'une pratique plus ſûre & auſſi facile dans l'exécution. La diſcuſſion de ces méthodes eſt le ſujet de la ſeconde partie de mon Ouvrage.

Des différentes méthodes qui ont été pratiquées ou propoſées pour eſſayer les liqueurs ſpiritueuſes.

Je ne m'étendrai point ſur les méthodes groſſières qui ſont encore en uſage chez les Marchands, quoiqu'on en ait depuis long-temps reconnu l'inſuffiſance : telles ſont l'éprouvette & la preuve par l'huile. L'éprouvette eſt un petit vaiſſeau de verre où l'on met un peu d'eau-de-vie que l'on fait mouſſer en la ſecouant; on eſtime par la quantité, par la groſſeur & par la durée des bulles qui s'y forment, ſi la liqueur eſt forte ou foible; mais on ne peut ſavoir à quel degré, & d'ailleurs il eſt fort aiſé de la rendre trompeuſe en ajoutant un peu de ſucre ou quelque mucilage dans la liqueur. L'épreuve par l'huile a les mêmes inconvéniens; elle conſiſte à faire tomber quelques gouttes d'huile d'olive ſur la liqueur qu'on met à l'eſſai : ſi la goutte paſſe à travers la liqueur pour ſe fixer au fond du vaſe, on juge que c'eſt de l'eſprit-de-vin ou du moins une forte eau-de-vie; la goutte d'huile ſurnage les eaux-de-vie foibles; elle deſcend plus ou moins vîte, à meſure que les liqueurs s'approchent ou s'éloignent de l'eſprit-de-vin : on voit que cette méthode, quoiqu'imparfaite, eſt un moyen de comparer les liqueurs ſpiritueuſes, par leur peſanteur ſpécifique, mais ſans pouvoir en déterminer le degré.

La diſtillation eſt ſans doute un moyen ſûr pour connoître les degrés de force & la valeur des liqueurs ſpiritueuſes, en ſéparant

ſéparant l'eſprit ardent du flegme & de la petite quantité d'huile qui y ſont unis dans les eaux-de-vie; mais cette méthode longue & diſpendieuſe ne peut point être appliquée aux beſoins journaliers du Commerce qui demandent une prompte expédition.

M. Geoffroi, traitant la même matière, ſous les mêmes points de vue, dans les Mémoires de l'Académie *(année 1718)* a propoſé de ſubſtituer à la diſtillation un moyen beaucoup plus prompt pour connoître les degrés de force des eaux-de-vie. Il conſiſte à brûler l'eſprit ardent, & à meſurer avec une jauge la quantité de flegme qui reſte dans le vaſe après la combuſtion; mais pour que cette méthode donne des meſures préciſes, il faut que le vaiſſeau où la liqueur eſt allumée, ſoit continuellement rafraîchi; car lorſqu'il s'échauffe à un certain point, une partie du flegme s'élève en vapeurs, & ſe diſſipe avec l'eſprit ardent; on en a la preuve dans le Mémoire même de M. Geoffroi, où l'on voit que pour conſerver tout le flegme de l'eſprit-de-vin, il étoit obligé de refroidir ſans ceſſe le vaſe où brûloit cette liqueur, & d'entretenir le même degré de fraîcheur au moyen de deux robinets & d'un thermomètre : cette précaution eſt d'autant plus néceſſaire qu'on eſt obligé de chauffer les eaux-de-vie, même les eaux-de-vie fortes, parce qu'elles ne s'allument que quand elles commencent à s'évaporer. Il eſt aiſé de ſentir qu'une pratique auſſi délicate n'eſt pas faite pour des mains groſſières, & qu'elle ne peut être d'uſage que dans le cabinet d'un Phyſicien.

La plupart de ceux qui diſtillent des eaux-de-vie ou qui en font commerce, connoiſſent les degrés de force de ces liqueurs par leur peſanteur ſpécifique; ils ont à cet effet des eſpèces de pèſe-liqueurs que chacun conſtruit à ſa fantaiſie : ce ſont des corps flottans ou des bouteilles nageantes, ſur leſquels ils font des marques qui répondent aux différens degrés de force des ſortes d'eaux-de-vie qu'on leur demande; pour affoiblir ou pour fortifier les produits de leurs diſtillations, ils ajoutent de l'eau ou des eaux-de-vie plus fortes, juſqu'à ce que la marque faite à leur pèſe-liqueur ſe trouve à la ſurface de l'eau-de-vie; par ce moyen ils ſont ſûrs de retrouver toujours les mêmes degrés de force, ſur-tout ſi leurs épreuves ſont faites dans des caves où la température ne change que très-peu.

Les Eſſayeurs des Fermes & ceux de l'Hôtel-de-ville ſe ſervent auſſi depuis long-temps de pèſe-liqueurs pour comparer les degrés de force des différentes eaux-de-vie. Ces inſtrumens qu'ils conſtruiſent eux-mêmes, ſont d'un uſage beaucoup plus étendu que ceux dont on vient de parler; c'eſt l'Aréomètre de Boyle, auquel ils appliquent une échelle diviſée en cent parties, ſervant à marquer les différens degrés d'abaiſſement du pèſe-liqueur dans toutes les liqueurs ſpiritueuſes, depuis le volume qu'il occupe dans l'eau juſqu'à celui qu'il déplace dans l'eſprit-de-vin rectifié; mais faute de prendre les précautions néceſſaires, & ſur-tout de ſe garantir des impreſſions du chaud & du froid ſur les liqueurs ſpiritueuſes, ces inſtrumens n'ont pas une marche uniforme, c'eſt-à-dire qu'ils ne marquent pas toujours le même degré dans les liqueurs de même peſanteur ſpécifique. Il eſt poſſible, comme je le ferai voir dans la ſuite, de perfectionner ces inſtrumens de façon qu'ils marquent exactement dans quelle proportion l'eau & l'eſprit ardent ſont mêlés dans une eau-de-vie quelconque, & qu'ils marquent tous les mêmes degrés dans les mêmes circonſtances, en ſe répondant exactement, comme les thermomètres de comparaiſon.

Mais avant que d'en expoſer la méthode, je ne dois pas paſſer ſous ſilence ce qui a déjà été fait ou propoſé pour le même objet en 1730. M. Clarke a donné dans les Tranſactions philoſophiques, *n.° 413*, la deſcription d'un pèſe-liqueur, qu'il nomme *hydromètre*, à l'uſage de ceux qui font commerce des liqueurs ſpiritueuſes, ou qui ſont prépoſés à la perception des droits ſur ces liqueurs. Cet inſtrument eſt compoſé d'un globe de cuivre, traverſé par un gros fil de cuivre d'environ 3 lignes de diamètre; ce fil doit être tiré à la filière, parfaitement dreſſé, exactement placé dans l'axe du globe, & ſoudé de part & d'autre à ſa ſurface: les deux parties du fil au dehors du globe ſont fort inégales; la partie la plus petite qui doit être plongée, eſt terminée par une vis, au moyen de laquelle on peut charger plus ou moins l'inſtrument, en y joignant de petites boules ſolides de différentes peſanteurs, qui ſe montent à vis au bas de la tige; par cet artifice, l'hydromètre de M. Clarke peut également ſervir dans les liqueurs

qu'on peut appeller *légères*, telles que les eaux-de-vie & l'eſprit-de-vin, comme dans celles qu'on nomme *peſantes*, comme les eaux minérales & les eaux des fontaines ſalées : la tige de cet inſtrument étant dreſſée à la filière, a par-tout le même diamètre, ainſi les volumes qu'il déplace ſont toujours proportionnels aux peſanteurs ſpécifiques des différentes liqueurs où il eſt plongé ; il peut donc ſervir à meſurer exactement les rapports de ces peſanteurs, & à déterminer leur quantité.

Quant à l'application de cet inſtrument aux beſoins du commerce & au ſervice des Douanes, on n'en dit autre choſe dans les Tranſactions philoſophiques, ſinon qu'il faut faire une marque à la tige de l'inſtrument, après l'avoir plongé dans la liqueur d'épreuve, c'eſt-à-dire dans la liqueur qui remplit les conditions néceſſaires, & qui doit ſervir de terme de comparaiſon ; que cette marque doit être à l'endroit où la tige eſt coupée par la ſurface de la liqueur, & qu'enſuite il faut en faire deux autres, l'une au-deſſus, l'autre au-deſſous de la première répondant aux liqueurs de même eſpèce, dont la peſanteur différeroit d'un dixième en plus ou en moins. Mais on n'y donne point la conſtruction des échelles pour marquer les différens degrés de force ou de peſanteur des liqueurs ſpiritueuſes ; c'eſt cependant en quoi conſiſte le principal avantage de cet inſtrument. On peut obſerver d'ailleurs que M. Clarke a mal choiſi la matière de ſon pèſe-liqueur qui ſeroit beaucoup mieux en argent, parce que le cuivre peut donner priſe tant aux acides qui ſont développés dans les liqueurs ſpiritueuſes, qu'aux ſels contenus dans les eaux minérales & dans les fontaines ſalées : un pèſe-liqueur de cuivre ſeroit bientôt entamé par le verd-de-gris : pluſieurs années auparavant, M. Fahrenheit avoit donné dans les Tranſactions philoſophiques *, la conſtruction d'un pèſe-liqueur de verre, de ſon invention, propre à meſurer les peſanteurs ſpécifiques, non-ſeulement des eſprits tant volatils qu'inflammables, mais auſſi des eaux ſalées, des eaux lixivielles & des eſprits acides, foibles ou concentrés. Sa méthode ſe réduit à plonger dans ces différentes liqueurs un même corps dont le volume & la peſanteur ſont connus, la partie plongée étant toujours la même dans toutes les liqueurs ; à cet effet M. Fahrenheit a fait conſtruire un

* *Année 1724. N.° 384.*

petit inſtrument de verre formé de deux globes & de deux tubes unis enſemble, le tout ſurmonté d'un petit plateau en forme de godet, que l'on peut charger de différens poids. La boule inférieure eſt la plus petite, elle ſert à leſter l'inſtrument avec du mercure pour le faire plonger & le tenir droit, ſa diſtance au centre de la grande boule eſt triple de la diſtance de ce centre au plateau; le tube ſupérieur a peu de longueur & peu de diamètre; on y fait une marque ou un trait viſible ſur la ſurface extérieure. On prend la plus légère de toutes les liqueurs dont on veut meſurer les peſanteurs ſpécifiques, telle que l'eſprit-de-vin alkoolisé; on introduit peu à peu du mercure dans l'arcomètre à travers les tubes pour le faire deſcendre dans cet eſprit-de-vin juſqu'à la marque; on ſoude enſuite hermétiquement le tube ſupérieur auprès du plateau; on conçoit aiſément que pour faire plonger cet inſtrument juſqu'à la marque, dans une liqueur plus peſante que l'eſprit-de-vin, il faut ajouter des poids dans le plateau, on le charge peu à peu & ſur la fin, en ſe ſervant de poids très-petits; la ſomme de ces poids jointe au poids total de l'inſtrument, repréſente dans tous les cas la peſanteur ſpécifique de chaque liqueur, puiſque le volume plongé eſt toujours le même: à l'égard des peſanteurs abſolues, il eſt facile de les conclure après avoir déterminé le rapport des deux parties de l'inſtrument, c'eſt-à-dire de la partie plongée & de celle qui ne l'eſt pas. On trouve les principes, les méthodes & même les formules néceſſaires pour déterminer les peſanteurs ſpécifiques par ces ſortes d'inſtrumens, dans les leçons d'Hydroſtatique de Cote, dans celles de Derham, dans le Cours de Phyſique expérimentale de Deſaguliers, publié en 1744, & dans d'autres Traités de Phyſique.

M. Deſaguliers a fait conſtruire, pour comparer les peſanteurs des eaux des ſources & des rivières, un aréomètre, qui diffère de celui de Boile en ce que les deux boules ſont de verre, & la tige de cuivre; la boule inférieure eſt chargée de grenaille de plomb; la boule ſupérieure a 3 pouces de diamètre, ſon col eſt garni d'une virole de cuivre, ſur laquelle eſt monté à vis, un fil de même métal dont le diamètre n'eſt que d'un 40.e de pouce; cette tige a 10 pouces de longueur, & forme par les

diviſions qui y ſont tracées, une échelle décimale, c'eſt-à-dire qu'elle eſt diviſée exactement en pouces & en dixièmes de pouce, chaque pouce du fil gradué peſe 10 grains : le poids total de l'inſtrument eſt de 4000 grains ; il eſt proportionné de façon, que quand il nage dans l'eau, ſi l'on applique un poids d'un grain au haut de la tige, on enfonce cet inſtrument d'un pouce dans la liqueur ; il s'enſuit que chaque diviſion marquée ſur la tige, répond à une quarante-millième partie du volume total : on peut donc avec cet aréomètre, meſurer juſqu'aux plus petites différences de peſanteur ſpécifique, pourvu que les liqueurs où on l'applique, ne diffèrent pas beaucoup entr'elles, & que leurs différences ſe trouvent contenues dans les termes de ſa graduation ; mais on peut l'employer ſucceſſivement pour le même objet, dans des liqueurs plus ou moins peſantes, en augmentant ou diminuant la quantité des globules de plomb dont il eſt leſté ; il a, comme le pèſe-liqueur de M. Clarke, l'inconvénient de ne pouvoir pas être appliqué aux liqueurs acides, & d'être ſujet au verd-de-gris.

L'éprouvette d'étain dont on fait un grand uſage aux ſalines de Lorraine & de Franche-comté eſt une autre ſorte de pèſe-liqueur qui ſert à connoître le degré de ſalure des eaux, c'eſt-à-dire combien l'eau de la mer ou des fontaines contient de livres de ſel par quintal ; l'éprouvette eſt compoſée de deux cylindres creux, de même hauteur, mais de différens diamètres ; tous deux ſont d'étain, le plus large eſt ouvert par en haut, l'autre eſt fermé en haut & en bas ; on le place dans le premier, & par le moyen d'un entonnoir fixé à celui-ci, on remplit d'eau ſalée tout l'intervalle compris entre les deux cylindres juſqu'à ce qu'elle ſe répande par-deſſus les bords du cylindre extérieur ; le poids du fluide ſoulève le cylindre intérieur & le fait ſortir en partie hors du premier ; le rapport de la partie plongée à celle qui ſurnage, pourroit donner par une échelle tracée ſur la ſurface du cylindre mobile, les peſanteurs ſpécifiques des eaux à différens degrés de ſalure, mais pour éviter tout calcul & toute réduction, on a fait répondre les degrés de l'échelle aux quantités de ſel qu'on a tiré des eaux en les évaporant juſqu'à ſiccité. C'eſt en 1756 que l'uſage de cette éprouvette a été introduit dans nos

ſalines par M. Deſchênes, & autoriſé par les ordres du Miniſtère, au lieu d'une ancienne éprouvette ou pèſe-liqueur de buis, dont on avoit reconnu les imperfections : la nouvelle eſt ſuffiſamment exacte pour faire connoître les variations qui arrivent dans les ſources, quant à leur ſalure & les produits qu'on peut attendre de l'évaporation de leurs eaux.

Telles ſont les différentes ſortes d'aréomètres qui ſont venus juſqu'à préſent à ma connoiſſance ; on peut juger ſur l'expoſition que j'en ai faite, des ſoins que les Phyſiciens ſe ſont donnés, ſoit pour en étendre, ſoit pour en perfectionner l'uſage, & ſur-tout pour les mettre en état d'indiquer les plus petites différences entre les peſanteurs ſpécifiques de toutes les différentes ſortes de liqueurs.

Les pèſe-liqueurs qui ont été préſentés depuis deux ans à l'Académie, ne diffèrent point eſſentiellement de ceux qui ſont décrits ci-deſſus ; celui dont M. de Parcieux s'eſt ſervi pour comparer les eaux des rivières & des ſources naturelles, ne diffère de celui du Docteur Deſaguliers, qu'en ce qu'il eſt plus volumineux, & qu'au lieu d'un globe, le corps de l'inſtrument eſt une bouteille de verre alongée, leſtée de même avec des grains de plomb ; l'échelle, à la vérité, eſt placée hors de la liqueur, ce qui rend les diviſions plus ſenſibles, mais elle n'en eſt pas moins graduée ſur les mêmes principes.

L'aréomètre que le ſieur Germain, Orfèvre du Roi, conſtruit pour comparer les vins, & qu'il a annoncé ſous le nom d'*oïnomètre*, tombe auſſi dans la même eſpèce, avec cette différence que la graduation eſt tracée ſur une lame plate ſubſtituée au fil de cuivre, que la lame eſt d'argent ainſi que la boule, & que ces deux pièces ſont ſoudées enſemble ; mais l'inſtrument anglois eſt conſtruit par un Phyſicien, toutes ſes parties ſont meſurées & peſées pour donner les peſanteurs ſpécifiques ; on ne trouve pas les mêmes avantages dans celui du ſieur Germain.

Le pèſe-liqueur que M. Lavoiſier, Membre de cette Académie, a fait exécuter en argent, & dont il s'eſt ſervi avec beaucoup de ſuccès l'année dernière pour l'examen des différentes eaux minérales, n'eſt autre choſe que l'aréomètre de Fahrenheit & l'application

de ſa méthode; lorſqu'il s'agit de faire plonger toujours le même volume, il importe peu que l'inſtrument ſoit de verre ou d'argent, ou plutôt le verre a l'avantage, parce qu'il peut ſervir pour toutes les liqueurs, même pour les liqueurs acides, & c'eſt dans cette vue que l'inventeur l'a préféré, & d'ailleurs l'aréomètre de Fahrenheit eſt mieux leſté, c'eſt-à-dire mieux diſpoſé pour conſerver la poſition verticale qui eſt eſſentielle dans l'uſage de ces inſtrumens: je paſſe à l'application qu'on peut faire des aréomètres pour connoître le degré de force d'une eau-de-vie quelconque, & le prix qu'elle peut avoir dans le Commerce, relativement au prix de l'eſprit-de-vin.

Du mélange de l'eau avec l'eſprit-de-vin.

L'eſprit ardent, comme je l'ai déjà dit, doit être conſidéré dans le Commerce comme la ſeule partie active des eaux-de-vie; elles affectent plus ou moins vivement le goût & l'odorat à raiſon de la quantité d'eſprit qu'elles contiennent; c'eſt auſſi cette quantité qui en fait le prix: on les fortifie, comme je l'ai déjà dit, en y ajoutant de l'eſprit ardent, on les affoiblit en y mêlant de l'eau: il en eſt des eaux-de-vie comme des monnoies qui ont d'autant plus de valeur réelle qu'elles ont moins d'alliage; il ſeroit donc avantageux de pouvoir déterminer facilement le titre de ces liqueurs, c'eſt-à-dire les quantités d'eau & d'eſprit-de-vin qu'elles contiennent, & d'introduire dans le Commerce quelque méthode, quelque inſtrument d'un uſage prompt & commode pour déterminer la proportion du mélange du flegme avec l'eſprit-de-vin dans une eau-de-vie quelconque, non avec la préciſion géométrique, qui ſeroit ſuperflue, mais avec aſſez d'exactitude pour que perſonne ne fût léſé, que le Marchand pût ſavoir ce qu'il vend, le Particulier ce qu'il achette, & le Fermier ce que la denrée lui doit; c'eſt à quoi ſe réduit la queſtion propoſée par la Ferme générale & par la Communauté des Épiciers.

Pluſieurs des pèſe-liqueurs décrits ci-deſſus, paroiſſent propres à la réſoudre, & ſe préſentent d'eux-mêmes comme le moyen le plus facile: en effet, rien n'eſt plus ſimple que de plonger un corps dans une liqueur, & de voir ſur une échelle, de quelle quantité il eſt plongé; mais l'application de ces inſtrumens à la

queſtion propoſée, n'eſt pas auſſi facile qu'elle paroît l'être au premier coup d'œil : il eſt certain cependant qu'on peut y employer l'aréomètre; car l'eau & l'eſprit-de-vin différant ſenſiblement en peſanteur ſpécifique, il faut que leur mélange, en toutes proportions, paſſe par tous les degrés de peſanteur ſpécifique, depuis la plus grande qui eſt celle de l'eau, juſqu'à la plus petite qui eſt celle de l'eſprit-de-vin : l'aréomètre s'enfoncera donc dans les eaux-de-vie d'autant moins qu'elles ſeront plus flegmatiques, & d'autant plus qu'elles approcheront davantage de l'état de l'eſprit-de-vin pur ou rectifié ; mais les parties plongées de l'inſtrument, qui repréſenteront les peſanteurs ſpécifiques de ces liqueurs, ne donneront pas directement les proportions des mélanges qu'il ſeroit facile de conclure, ſi on avoit mêlé d'autres fluides d'inégale peſanteur.

M. de Reaumur, en travaillant à rendre les thermomètres d'eſprit-de-vin comparables, a découvert que l'eau & l'eſprit inflammable, ſe pénétroient, pour ainſi dire, l'une des liqueurs rempliſſant les vides de l'autre, ou plutôt, qu'il ſe faiſoit dans leur mélange, une eſpèce de diſſolution de l'eſprit-de-vin par l'eau, de façon que quand on les mêle, par exemple, à volume égal, le volume qui en réſulte, n'eſt pas double de celui que chaque liqueur occupoit ſéparément, comme on le croiroit, & comme il arrive, lorſqu'on mêle enſemble d'autres liqueurs; ſi l'on mêle 50 meſures de bon eſprit-de-vin avec 50 meſures d'eau, le volume réſultant qui devroit être de 100 meſures, ne ſera, ſuivant M. de Reaumur, que de 98 meſures pareilles; la diminution de volume eſt d'un cinquantième, & par conſéquent, la peſanteur ſpécifique du mélange eſt augmentée, ce qu'on ne ſoupçonnoit pas, avant que cet habile Phyſicien s'en fût aperçu : cette propriété de l'eſprit-de-vin, fait varier inégalement l'échelle des peſanteurs ſpécifiques; car, ſuivant les expériences du même auteur, rapportées dans les Mémoires de l'Académie *(année 1733)* ſi l'on mêle deux parties d'eſprit-de-vin & une partie d'eau, faiſant enſemble 100 meſures égales, la diminution de volume après le mélange, ſera d'une meſure & deux tiers : Si au contraire, on mêle deux parties d'eau avec une partie d'eſprit-de-vin, la diminution de volume ſera de cinq meſures, c'eſt-à-dire, qu'au

qu'au lieu de 100 meſures que les deux liqueurs formoient ſéparément, on n'en trouvera que 95.

« Nos expériences, dit cet auteur, donnent une méthode ſingulière d'éprouver les qualités des différens eſprits-de-vin, & de « les déterminer; un eſprit-de-vin de la qualité de celui que j'ai « employé, mêlé avec un volume d'eau, double du ſien, donnera « un vide qui ſera un vingtième de ſon volume, ou un vide de « cinq de ces meſures dont ſon volume en contenoit cent; un eſprit- « de-vin plus foible ne donnera alors qu'un vide de quatre de ces « meſures, ou de trois meſures & demi; & un eſprit-de-vin plus « fort donnera un plus grand vide. Si l'on avoit, continue-t-il, « une eſprit de vin très-foible & tel que le nôtre, affoibli par une « partie d'eau mêlée avec deux des ſiennes, l'épreuve feroit « connoître ſon degré de foibleſſe; ſi on le mêle avec un volume « d'eau, double du ſien, il ne donnera qu'un vide d'un deuxième « & demi de ces meſures, pendant que par le même mélange, « notre eſprit-de-vin pur eût donné un vide de cinq meſures dont « il contient cent. »

Cette méthode ingénieuſe, employée comme l'auteur le propoſe, peut ſervir à connoître ſi un eſprit-de-vin eſt plus fort ou plus foible que celui qu'on prendroit pour terme de comparaiſon; mais elle ne donneroit pas le degré de force de chaque liqueur, à moins qu'on n'eût conſtruit des tables d'après des expériences faites exprès ſur l'eſprit-de-vin & ſur les eaux-de-vie, répondant aux diminutions de volume, obſervées dans les mélanges en toutes proportions; cette méthode exige d'ailleurs des attentions ſcrupuleuſes, des mains adroites, des meſures exactes, des tubes diviſés avec préciſion, en un mot, beaucoup plus de ſoins qu'on n'en peut trouver dans les boutiques des marchands, ou dans les bureaux des fermiers.

Je crois donc qu'il faut recourir au pèſe-liqueur, comme au moyen le plus ſimple & le plus commode à tous égards, & diviſer ſon échelle, non en parties égales, comme le font les Eſſayeurs des Fermes, ce qui rend l'inſtrument très-fautif; mais en corrigeant l'échelle des peſanteurs ſpécifiques, d'après les expériences de M. de Reaumur, ou plutôt, en graduant les

échelles dans les mélanges mêmes, ſuivant la méthode que je vais expoſer.

Mais quand on travaille ſur les liqueurs ſpiritueuſes, il ne faut point perdre de vue la propriété qu'elles ont de ſe dilater par la chaleur, & de ſe condenſer par le froid, ce qui fait varier leurs peſanteurs ſpécifiques; toutes les expériences doivent être faites, & toutes les meſures doivent être fixées dans un même degré de température; celui des caves de l'Obſervatoire, marquant 10^{d} au thermomètre de M. de Reaumur, me paroît être le plus commode, parce qu'on peut le retrouver en tout temps, ou l'établir par-tout pendant l'hiver, au moyen d'un poêle bien gouverné.

Conſtruction de l'Aréomètre pour l'Eſprit-de-vin & pour les Eaux-de-vie.

On prendra un eſprit-de-vin bien déflegmé, on déterminera le rapport de ſa peſanteur ſpécifique à celle de l'eau diſtillée dans un lieu où le thermomètre de M. de Reaumur marquera 10 degrés; on ſe ſervira à cet effet d'une grande bouteille à goulot étroit, que l'on remplira ſucceſſivement d'eau & d'eſprit-de-vin, pour les peſer dans la même balance & comparer leur poids, plus le vaſe ſera grand, plus cette détermination ſera exacte; ſi l'on en fait faire exprès, les meſures étalonnées de M. d'Ons-en-Bray, à goulot étroit, qui ſont au cabinet de l'Académie, pourront ſervir de modèle. Il ſeroit ſans doute plus avantageux de ſe ſervir des pèſe-liqueurs de Fahrenheit ou de Deſaguliers: mais, comme on ne peut pas s'en pourvoir aiſément par-tout, on peut y ſuppléer, en peſant les deux liqueurs dans une même bouteille d'une ou de deux pintes; les petites différences deviendront preſque inſenſibles ſur des volumes auſſi conſidérables.

Au moyen de cette détermination préliminaire, on ſera toujours ſûr de pouvoir retrouver le même eſprit-de-vin, pour s'en ſervir au même uſage; avec ces deux liqueurs on en compoſera neuf, comme il ſuit, en ſe ſervant pour tous les mélanges, d'une même meſure à goulot étroit.

La première ſera compoſée de huit parties d'eſprit-de-vin &

d'une partie d'eau, la ſeconde de ſept parties d'eſprit-de-vin & de deux parties d'eau, la troiſième de ſix parties d'eſprit-de-vin & de trois parties d'eau, la quatrième de cinq parties d'eſprit-de-vin & de quatre parties d'eau, la cinquième de parties égales d'eau & d'eſprit-de-vin, la ſixième de quatre parties d'eſprit-de-vin & cinq parties d'eau, la ſeptième de trois parties d'eſprit-de-vin & ſix parties d'eau, la huitième de deux parties d'eſprit-de-vin & ſept parties d'eau, la neuvième de huit parties d'eau & une partie d'eſprit-de-vin : on formera peu à peu ces différens mélanges, pour ne pas exciter dans les vaſes qui les contiendront, une trop grande chaleur, qui diſſiperoit une partie de l'eſprit-de-vin ; ces liqueurs étant refroidies, on les gardera dans des bouteilles fermées, au moins pendant vingt-quatre heures.

Dans cet intervalle, on leſtera avec du mercure tel nombre d'aréomètres dont on voudra règler la marche pour pouvoir les comparer ; on peut prendre les mêmes pèſe-liqueurs de verre dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent, faits ſur le modèle du pèſe-liqueur de Boile, pourvu que leurs tiges ſoient ſenſiblement cylindriques & qu'elles aient environ 6 pouces de hauteur au-deſſus de la boule ſupérieure ; la diſtance entre les deux boules eſt ordinairement de 22 lignes ; le diamètre des tiges ou tubes cylindriques eſt de 2 à 3 lignes : on chargera de mercure les boules inférieures de ces inſtrumens juſqu'à ce que la boule ſupérieure ſoit enfoncée de 3 à 4 lignes au-deſſous de la ſurface de l'eau, ayant ſoin de ſe ſervir d'eau diſtillée & de faire cette opération, ainſi que les ſuivantes, dans un lieu où la température ſoit entretenue à 10 degrés.

Pour pouvoir graduer exactement les échelles des aréomètres, on ſe ſervira de l'inſtrument que je vais décrire : on prendra un vaſe cylindrique d'étain d'un diamètre ſuffiſant pour que les aréomètres puiſſent monter & deſcendre librement, la longueur de ce vaſe doit être un peu plus grande que celles des aréomètres ; je ſuppoſe que les inſtrumens ont été ajuſtés de façon que leur tige ſoit bien verticale lorſqu'ils nagent dans une liqueur, ce qu'il eſt facile de reconnoître en les plaçant à quelques pouces d'un fil à-plomb ; près du bord ſupérieur & au dehors du vaſe d'étain,

on fera ſouder une petite baguette d'étain de 2 à 3 lignes de diamètre, deſtinée à porter une règle d'ivoire à quatre faces, longue de 6 pouces ſur 4 lignes d'équarriſſage, ſemblable à celles qui ſervent en même-temps de demi-pied & d'étui pour un crayon, en faiſant entrer la baguette d'étain dans la cavité de cette règle, elle ſe trouvera poſée verticalement ſur le bord du vaſe, ce que l'on vérifiera par le moyen du fil à-plomb; cette même règle ſera garnie d'un curſeur de cuivre, j'appelle ainſi une pièce mobile qui l'embraſſe carrément & qui peut couler d'un bout à l'autre pour peu qu'on la preſſe, & qui s'arrête lorſqu'on ceſſe de la preſſer, ce qui s'exécute par le moyen d'un petit reſſort appuyé contre une des faces de cette règle: ſur une des faces du carré de cuivre eſt une petite règle en ſaillie de même hauteur que les côtés du carré, & perpendiculaire à la règle d'ivoire; ſa longueur eſt à peu près la même que le diamètre du vaſe d'étain, au-deſſus duquel elle peut s'élever & s'abaiſſer, en conſervant toujours le paralléliſme à l'horizontale.

Au moyen de cet inſtrument, dont la conſtruction n'eſt ni difficile ni diſpendieuſe, on pourra prendre exactement la hauteur de la tige d'un thermomètre au-deſſus de la ſurface du liquide où il ſera plongé en partie, il ſuffira de faire deſcendre le curſeur juſqu'à ce que le bord inférieur de la règle de cuivre coïncide, ſoit avec l'extrémité ſupérieure de l'aréomètre, ſoit avec quelque marque faite ſur la tige à quelque diſtance de ſon extrémité; le carré du curſeur ſervira de règle pour marquer d'un trait de crayon ſur l'ivoire, la hauteur de l'aréomètre dans chaque liqueur, pourvu que le vaſe d'étain ſoit toujours rempli juſqu'au bord.

On mettra ſucceſſivement dans ce vaſe, à la même hauteur, les neuf liqueurs compoſées d'eau & d'eſprit-de-vin dans les proportions indiquées ci-deſſus, après avoir marqué ſur la règle d'ivoire les hauteurs du pèſe-liqueur, tant dans l'eſprit-de-vin que dans l'eau diſtillée, on marquera de même les hauteurs de l'inſtrument dans les liqueurs intermédiaires, on aura ainſi dix intervalles tracées ſur la règle d'ivoire, qui ſeront ſenſiblement inégaux à cauſe des inégalités obſervées dans les peſanteurs ſpécifiques des différens mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin, mais ces inégalités

deviennent très-petites dans les intervalles qui ne ſont pas éloignés les uns des autres, comme on le peut voir en pratiquant la méthode que j'expoſe; on pourroit donc ſe diſpenſer de pouſſer plus loin les diviſions, parce que les différences ſont ſi petites dans les ſubdiviſions, qu'elles deviennent tout-à-fait indifférentes & qu'elles peuvent être regardées comme nulles dans le commerce; au moins pour les eaux-de-vie foibles.

Des échelles ainſi tracées au crayon & gravées enſuite ſur l'ivoire, pourront ſervir aux Eſſayeurs pour connoître avec une préciſion ſuffiſante la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin dont les différentes eaux-de-vie ſont compoſées; on y marquera les degrés par des chiffres de neuf en neuf, depuis 0, terme de l'eau diſtillée, juſqu'à 90, terme de l'eſprit-de-vin rectifié; le degré où le curſeur s'arrêtera en coïncidant avec le bord de l'aréomètre ou avec la marque faite à ſa tige, indiquera la quantité de pintes d'eſprit-de-vin, & le complément de ce nombre à 90 degrés, indiquera la quantité de pintes d'eau dont chaque liqueur ſera compoſée.

Quant aux pèſe-liqueurs à l'uſage du commerce, il ſuffira que chacun porte une échelle de papier, diviſée de même en dix parties, ſur les mêmes principes & par le moyen du même inſtrument; cette échelle ſera placée dans le vide de leur tige, comme on l'a pratiqué juſqu'ici; pour la conſtruire on marquera ſur la règle d'ivoire les dix principales diviſions, en ſuivant la méthode donnée ci-deſſus; on portera très-facilement les intervalles de ces diviſions ſur le papier: avant que de tracer l'échelle ſur l'ivoire, on aura ſoin d'introduire dans la tige de l'aréomètre, le papier ſur lequel on doit rapporter ces mêmes diviſions, autrement le poids de ce papier changeroit un peu la poſition de l'inſtrument dans les différentes liqueurs, ce qu'il eſt facile d'éviter; & en procédant ainſi, l'on n'aura point à ſe garantir des petites inégalités qui peuvent ſe trouver dans la tige, chaque échelle étant formée ſur chaque inſtrument; la longueur de l'échelle ſera ſuffiſante & ſa graduation ſera très-ſenſible ſi en préparant & en leſtant les aréomètres on a ſoin de ménager environ 5 pouces d'intervalle entre le terme de l'eſprit-de-vin & celui de l'eau

distillée; le dixième de chaque division sera sensible, en sorte qu'on pourra connoître la force & la valeur d'une liqueur spiritueuse à une pinte près sur quatre-vingt-dix, précision plus que suffisante, tant pour le Commerce que pour la perception des impôts.

Cette méthode me paroît simple, peu coûteuse & d'une pratique aisée à tous égards, ces pèse-liqueurs ne coûteront guère plus que ceux qui se débitent à présent, mais dont les échelles divisées en parties égales ne sont point exactes à beaucoup près; dans celles que je propose, les petites inégalités de la tige & celles qui naissent des changemens dans les pesanteurs spécifiques, se trouvent comprises & compensées dans les inégalités des grandes divisions de dix en dix degrés & même de cinq en cinq vers le terme où la pesanteur spécifique des mélanges donne les plus grandes inégalités.

À l'égard des sous-divisions dont chacune est la dixième partie des intervalles inégaux qu'on aura marqué de dix en dix sur les échelles; il est aisé de s'assurer par le calcul qu'elles seront suffisamment exactes pour l'usage des Commerçans ou des Essayeurs, les erreurs se trouvant si petites qu'elles ne méritent aucune attention. On pourroit rendre les sous-divisions plus exactes en divisant chaque intervalle en parties proportionnelles au tout, par le compas de proportion.

En pratiquant cette méthode, on pourra facilement diviser en une matinée les échelles de six aréomètres, ainsi ces instrumens ne coûteront guère plus que ceux dont on s'est servi jusqu'à présent & dont on a reconnu l'insuffisance; par cette construction on se débarrasse d'un grand nombre de mesures & de précautions qui rendent tous les autres pèse-liqueurs connus, d'une exécution difficile & dispendieuse; on n'est point obligé de déterminer les pesanteurs absolues des liqueurs, ni les pesanteurs des aréomètres & de leurs parties plongées; on n'est point obligé de porter avec soi de très-petits poids parfaitement étalonnés, comme quand on veut se servir du pèse-liqueur de Fahrenheit, qui par cette raison ne paroît pas convenir aux besoins multipliés & aux mouvemens rapides du Commerce.

Le ſeul embarras qui paroît y reſter (mais cet inconvénient eſt commun à tous les pèſe-liqueurs) eſt la néceſſité de faire tous les eſſais dans une même température, il eſt encore poſſible d'y remédier au moyen des règles d'ivoire décrites ci-deſſus; comme elles ont chacune quatre faces, on pourra ſur chaque règle graver quatre échelles, en faiſant varier la température de cinq en cinq degrés ſeulement; un long uſage de ces inſtrumens m'a fait connoître que l'erreur qui répond à un changement de 5 degrés dans la température, eſt tout au plus d'une pinte ſur quatre-vingt-dix.

Il ſuffira donc pour l'uſage des Eſſayeurs, d'avoir deux règles d'ivoire portant chacune quatre échelles, au haut deſquelles ſera marqué le degré de température dans lequel elles auront été diviſées de cinq en cinq degrés du thermomètre, partant de 5 degrés au-deſſous du terme de la glace, juſqu'à 30 degrés au-deſſus: avec ces deux règles, qui peuvent être diviſées & gravées en moins d'une journée, on pourra en tout temps faire les eſſais, ſans être obligé de chauffer un lieu exprès, ou de ſe tranſporter dans une cave. Ceux qui font un grand commerce de liqueurs ſpiritueuſes, trouveront auſſi ces règles d'ivoire, ainſi diviſées, très-commodes pour le même uſage.

Si cette méthode étoit adoptée & preſcrite pour les eſſais, on pourroit aſſurer la juſteſſe des aréomètres, ſoit en réſervant leur conſtruction à quelqu'Artiſte intelligent, qui prêteroit ſerment en Juſtice, ainſi que les Eſſayeurs, ſoit en faiſant vérifier les échelles par les Eſſayeurs; on pourroit après la vérification, faire marquer les règles d'ivoire comme on marque les dez en Angleterre pour en empêcher la contrefaction.

S'il eſt poſſible, comme je viens de le faire voir, de connoître avec une exactitude ſuffiſante, quelle que ſoit la température de l'air, la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit-de-vin qui compoſent une eau-de-vie quelconque; il eſt également poſſible de régler & de percevoir les droits ſur ces liqueurs avec beaucoup plus d'intelligence & d'équité qu'on n'en a pu mettre juſqu'à préſent dans cette partie.

Il eſt de toute juſtice que le droit, quel qu'il puiſſe être, ſoit

établi ſur l'eſprit-de-vin ſeulement, & non ſur l'eau; qu'ainſi chaque barique d'eau-de-vie, ne ſoit taxée qu'à raiſon de la quantité d'eſprit-de-vin qu'elle renferme. Partant de ce principe, une barrique d'eau-de-vie dont la liqueur marquera 45 degrés ſur notre échelle, étant compoſée moitié eſprit-de-vin & moitié eau, ne doit payer que la moitié du droit impoſé ſur une pareille barique d'eſprit-de-vin; de même celle dont la liqueur marquera 60 degrés ſur l'échelle, doit payer les deux tiers de ce droit, parce que la liqueur contient deux tiers d'eſprit & un tiers d'eau; celle où l'aréomètre deſcendra juſqu'à 30 degrés, ne doit payer que le tiers du droit, parce qu'elle contient deux parties d'eau contre une d'eſprit-de-vin.

Loin de porter dans ces ſortes d'objets, une exactitude minutieuſe, je penſe qu'il ſuffiroit de faire varier les droits de dix en dix degrés, relativement aux diviſions de notre échelle, qui peut, comme on l'a vu ci-deſſus, approcher beaucoup plus près des meſures préciſes, & tout au moins, à une pinte près ſur cent quatre-vingts; car un demi-degré ſera très-viſible ſur nos règles diviſées, lorſque le pèſe-liqueur ſera plongé dans une eau-de-vie forte.

Quelque parti qu'on prenne à cet égard, les droits étant mieux proportionnés qu'ils ne l'ont été juſqu'ici, le commerce ſera plus libre; on pourra tirer des provinces, de l'eſprit-de-vin & des eaux-de-vie, de tous les degrés de force, ſans crainte d'être léſé dans la perception des impôts, & ſans avoir, comme à préſent, un grand intérêt à s'y ſouſtraire. Les eaux-de-vie de grains, de ceriſes, de ſucre & autres, ſuivroient le même tarif : elles ſeroient taxées à raiſon de la quantité d'eſprit ardent, reconnue par les mêmes eſſais. A l'égard des vernis, marchandiſe de luxe, qui ſe fabrique peu dans les provinces, il ſeroit juſte de les impoſer aux mêmes droits que l'eſprit-de-vin, d'autant mieux qu'ils ne ſont point à l'uſage du peuple, & qu'ils demandent un eſprit-de-vin déflegmé.

La perception de l'impôt n'occaſionnera point de procès, ſi les Fermiers veulent faire remiſe au public d'un ou deux degrés ſur la meſure déterminée par le pèſe-liqueur, ce qui répond à une pinte ou deux de différence ſur 90; le particulier craindra les eſſais faits

faits en Juſtice, quand il ſera ſûr qu'ils lui ſont moins favorables que ceux qui ſont faits dans les douanes.

Quant aux eſſais en Juſtice, s'il étoit néceſſaire d'y recourir, on pourroit les faire d'une manière plus ſimple encore, en ſuivant la même méthode, mais ſans s'écarter de la préciſion, & ſans avoir égard à la température de l'air.

On prendra de l'eſprit-de-vin bien déflegmé, de même peſanteur ſpécifique que celui qui eſt déterminé pour graduer les échelles; on mêlera le nombre de meſures de cet eſprit de-vin, & le nombre de meſures d'eau diſtillée, qui doivent former enſemble le degré conteſté. S'agit-il, par exemple, de conſtater ſi la liqueur eſt au-deſſus ou au-deſſous de 60 degrés? on mêlera deux meſures d'eſprit-de-vin avec une meſure d'eau pour former la liqueur de comparaiſon; on la laiſſera refroidir, juſqu'à ce que toute ébullition ſoit ceſſée.

On aura deux petits cylindres de cuivre ou d'argent bien égaux; ſuſpendus par des cheveux aux deux bras d'une petite balance, & faiſant équilibre dans l'air; on fera plonger un des cylindres dans la liqueur de comparaiſon, l'autre dans la liqueur dont le degré eſt conteſté: ſi l'équilibre eſt rompu, & ſi le cylindre s'abaiſſe dans la liqueur de comparaiſon, l'autre liqueur ſera plus peſante & par conſéquent d'un degré inférieur à 60; ſi au contraire, le cylindre s'abaiſſe dans la liqueur qu'il s'agit d'éprouver, celle-ci ſera plus légère que l'eau-de-vie de comparaiſon, & par conſéquent d'un degré ſupérieur à 60, c'eſt-à-dire, qu'elle contiendra plus de deux parties d'eſprit-de-vin contre une partie d'eau. Cette méthode n'eſt point ſujette aux viciſſitudes de l'air, parce que tout eſt égal de part & d'autre; elle ne demande point de poids étalonnés, ni de déterminations délicates: rien de plus facile que de l'exécuter, s'il eſt néceſſaire, devant des Commiſſaires nommés par le Tribunal où la conteſtation doit être jugée; on fait journellement devant les Officiers des Cours des Monnoies, des examens beaucoup plus délicats & des déterminations bien plus difficiles; l'uſage de la petite balance que je propoſe, n'eſt pas plus embarraſſant que celui de la balance ordinaire: il ne s'agit que d'y ſuſpendre deux corps en équilibre, & de les plonger dans deux liqueurs; ce moyen

ſimple & précis, me paroît le plus ſûr & le plus commode pour décider un point conteſté : mais, comme il n'a pas d'étendue, on ne pourroit l'appliquer aux uſages du Commerce, que par des cylindres de rechange, étalonnés pour les différentes liqueurs; il vaudroit encore mieux ſe ſervir du pèſe-liqueur de Clarke, en joignant à ſa tige des boules étalonnées pour tous les articles d'une table ou d'un tarif, pour faire deſcendre la tige au même point dans toutes les liqueurs, comme on le pratique en Angleterre. L'uſage des échelles que j'ai propoſées, me paroît préférable à tous égards; on pourroit conſtruire ces mêmes échelles en cuivre, pour des inſtrumens beaucoup plus parfaits que le pèſe-liqueur de Boële. M. Leroy, Membre de cette Compagnie, & M. Germain, Orfèvre du Roi, m'ayant demandé au mois de Mai de l'année dernière, communication de mes idées ſur la manière de déterminer la valeur des liqueurs ſpiritueuſes, ont exécuté des pèſe-liqueurs d'argent très-bien faits, & qui peuvent être gradués ſuivant la méthode expoſée ci-deſſus; mais ils ont deux inconvéniens : le premier eſt, que les diviſions deviendroient trop inégales, & les ſous-diviſions impoſſibles pour toutes les liqueurs qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'eſprit-de-vin, une partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageant toujours au-deſſus de ces liqueurs foibles; le ſecond eſt, que les aréomètres deviendroient beaucoup trop chers, par les ſoins & les attentions ſcrupuleuſes qu'ils exigent dans leur conſtruction, & cela pour approcher d'un degré de préciſion que nous devons regarder comme ſuperflu, relativement aux beſoins du Commerce; mais ces inſtrumens qui ſont très-bien exécutés à tout autre égard, peuvent être utiles aux Phyſiciens, & peuvent être perfectionnés.

Je crois avoir ſatisfait à toutes les conditions propoſées au commencement de ce Mémoire : Premièrement, en donnant les moyens de rendre les aréomètres comparables, de façon qu'ils marquent tous les mêmes degrés dans les mêmes températures comme les thermomètres : Secondement, en rendant cette conſtruction auſſi ſimple, auſſi facile & auſſi peu coûteuſe que celle des thermomètres de M. de Reaumur : Troiſièmement, en rendant ces inſtrumens propres à meſurer avec une exactitude ſuffiſante les

degrés de force de toutes les liqueurs ſpiritueuſes, c'eſt-à-dire la proportion des mélanges d'eau & d'eſprit ardent qu'elles contiennent, proportion qui conſtitue leur vraie valeur & qu'on auroit dû ſuivre en impoſant les droits ſur ces liqueurs : Quatrièmement, en donnant un moyen très-ſimple & parfaitement exact, d'une exécution prompte & facile pour décider en Juſtice toute conteſtation ſur les degrés de force des liqueurs ſpiritueuſes, ſoit qu'il s'agiſſe de ſtatuer ſur leur valeur ou ſur l'impôt qu'elles doivent payer.

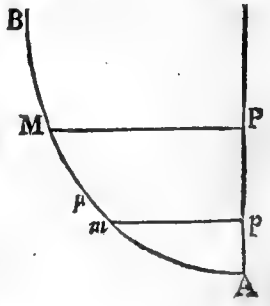
Je crois avoir jeté ſur cette matière toute la lumière dont elle eſt ſuſceptible, lumière dont elle avoit grand beſoin, à en juger par les inconvéniens qui en réſultoient, par la multiplicité des procès, des fraudes & des abus dont on ſe plaint. Le Public plus éclairé ſur ſes intérêts, me ſaura gré de mon travail; il ne peut déplaire qu'à ceux qui ſavent mettre à profit l'ignorance & les abus, ſoit en trompant les acheteurs, ſoit en fraudant les Droits du Roi.

ADDITION AU MÉMOIRE, IMPRIMÉ EN 1734, SUR LES COURBES TAUTOCHRONES.

Par M. FONTAINE.

20 Mai 1768. ON appelle *Courbe tautochrone* une courbe telle que ſi un corps deſcend le long de ſa concavité, de quelque point qu'il commence à deſcendre, il emploiera toujours le même temps à arriver au point le plus bas; ou bien, une courbe telle que ſi un corps monte le long de ſa concavité, il emploiera toujours le même temps à monter depuis le point le plus bas juſqu'à celui où le fera arriver la vîteſſe avec laquelle il ſera parti de ce point.

Dans le Mémoire que je donnai ſur ces courbes, dans le volume de l'Académie de l'année 1734, avant d'en venir à la méthode que j'avois imaginée, je voulus faire connoître ce qu'on avoit fait auparavant. M. Newton avoit appris à trouver la courbe qui ſeroit tautochrone dans le vide, quelle que fût la loi de la peſanteur. M. Jean Bernoulli avoit déterminé cette courbe dans l'hypothèſe de la peſanteur ordinaire & d'un milieu dont la réſiſtance ſeroit comme le quarré de la vîteſſe. M. Euler avoit fait la même choſe de ſon côté, mais je ne le ſavois pas alors; la manière dont je donnai les ſolutions de ces deux Auteurs étoit différente de la leur, & nouvelle; elle m'a ſervi à entendre le Mémoire que M. de la Grange vient de donner ſur ce même ſujet, dans le volume de l'Académie de Berlin, pour l'année 1765, & j'en ai tiré ſon équation, comme on va le voir.



Je conçois le corps montant & arrivé de A en m; ſoit l'arc $Am = x$, l'abſciſſe correſpondant $Ap = s$, la vîteſſe du corps au point $m = u$, le temps employé pour

y arriver $= t$, la force qui le retarde le long du petit côté $m\mu$ $= p$; p eſt une fonction de x, de s & de u qui eſt donnée.

Soit M le point juſqu'où pourra monter le corps, & ſoit $AM = a$, l'abſciſſe AP qui lui correſpond $= c$, le temps qu'il emploiera à y monter $= T$; il faut que T ait une expreſſion déterminée & entièrement indépendante de a & de c.

On aura $-p \times \frac{\dot{x}}{u} = \dot{u}$, ou $p\dot{x} + u\dot{u} = 0$.

Si la choſe étoit poſſible, l'on prendroit la FLuente de cette équation en faiſant que u fut $= 0$ lorſque x ſeroit $= a$, & $s = c$, & on auroit $u =$ une fonction de x, de s, de a & de c; l'on ſubſtitueroit cette valeur de u dans l'équation $\dot{t} = \frac{\dot{x}}{u}$; enſuite (en ſuppoſant que X & A ſont deux fonctions pareilles, l'une de x & l'autre de a) l'on tâcheroit de déterminer s en x, & par conſéquent c en a, de manière à rendre l'élément $\frac{\dot{x}}{u}$ une fonction de dimenſion nulle des deux fonctions X & A, & le problème ſeroit réſolu, car la FLuente de l'équation $\dot{t} = \frac{\dot{x}}{u}$, priſe de facon que t & x fuſſent $= 0$ en même-temps, ſeroit $t =$ une fonction de dimenſion nulle de X & A; & lorſque x deviendroit $= a$, & $t = T$, on auroit $T =$ une fonction de dimenſion nulle de A, c'eſt-à-dire une quantité déterminée & indépendante de a.

D'après cette théorie qui ſe trouve en entier dans mon Mémoire, concevons que $FL \frac{\dot{x}}{u}$ eſt réellement une fonction de dimenſion nulle de X & de A, en y ſubſtituant zA au lieu de X, A diſparoîtroit & il n'y reſteroit que z.

Soit $dX = \frac{1}{X'} dx$, $dA = \frac{1}{A'} da$, $du = -\frac{p}{u} dx + Q da$, Q eſt une fonction que nous ne connoiſſons pas.

En différenciant l'équation $t = FL \frac{\dot{x}}{u}$, on aura..... $dt = \frac{1}{u} dx + FL \frac{-Q}{u^2} \dot{x} \times da$; en mettant pour dx & da leurs valeurs $X' (A d\zeta + \zeta dA)$ & $A' dA$, on aura $dt = \frac{AX'}{u} d\zeta + (\frac{\zeta X'}{u} - A' FL \frac{Q}{u^2} \dot{x}) dA$, & puiſqu'il n'étoit pas reſté d'A dans t, le coëfficient de dA dans dt ſera $= 0$; on aura donc $\frac{\zeta X'}{u} - A' FL \frac{Q}{u^2} \dot{x} = 0$; en remettant $\frac{X}{A}$ au lieu de ζ, on aura $\frac{XX'}{u} - AA' FL \frac{Q}{u^2} \dot{x} = 0$.

Soit, pour plus de ſimplicité, $XX' = \xi$, $AA' = \alpha$, on aura l'équation $\frac{\xi}{u} = \alpha FL \frac{Q\dot{x}}{u^2} = 0$, dont la fluxion ſera $u\dot{\xi} - \xi\dot{u} = \alpha Q\dot{x} = 0$; donc $Q = \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} - \xi\frac{\dot{u}}{\dot{x}}}{\alpha}$, ou en mettant pour $\frac{\dot{u}}{\dot{x}}$ ſa valeur $-\frac{p}{u}$, $Q = \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u}}{\alpha}$, donc $du = -\frac{p}{u} dx + \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi\frac{p}{u}}{\alpha} da$.

Si cette équation eſt poſſible, on aura, ainſi que je l'ai appris aux Géomètres, $\alpha \frac{d(\frac{p}{u})}{da} + \frac{d(u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u})}{dx} = 0$, ou $\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} \times \frac{dp}{du} u - p\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + u^2 \frac{d(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{dx} + \xi \frac{dp}{dx} = 0$, & cette équation-ci, $du + \frac{p}{u} dx + \frac{-u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} - \frac{\xi p}{u}}{\alpha} da = 0$,

ſera poſſible auſſi, c'eſt-à-dire qu'il y aura une fonction R de u, de x & de a, qui, la multipliant, rendra ſon premier membre une différence exacte; ceci $R\,du + \frac{Rp}{u}\,dx + -\frac{R(u\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{\xi p}{u})}{a}\,da$ ſera donc une différence exacte, l'on trouvera que $R = \frac{u}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}$; c'eſt-à-dire que $\frac{u}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}\,du + \frac{p}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}\,dx + -\frac{1}{a}\,da$ eſt une différence exacte; ceci $\frac{u\,du + p\,dx}{u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p}$ ſera donc auſſi une différence exacte de u & de x.

Soit $u^2\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \xi p = r$, on aura $p = \frac{r}{\xi} - u^2\frac{\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}}{\xi}$, & en ſubſtituant cette valeur de p, on aura la transformée $\frac{\xi u\,du - u^2 d\xi}{\xi r} + \frac{dx}{\xi}$, laquelle en faiſant $\frac{u}{\xi} = y$, ſe changera en celle-ci $\frac{u^2\,dy}{ry} + \frac{dx}{\xi}$ qui ne ſauroit être une différence exacte, à moins que $\frac{u^2}{r}$ ne ſoit une fonction de y ſeule. Soit donc $r = u^2\varphi y$, en entendant par φy une fonction de y, ou en mettant pour y ſa valeur, ſoit $r = u^2\,\varphi\,(\frac{u}{\xi})$; en ſubſtituant cette valeur de r dans l'équation $p = \frac{r}{\xi} - u^2\frac{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\xi}$, on aura $p = \xi\varphi(\frac{u}{\xi}) - u^2\frac{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\xi}$.

Ceux qui examineront cette solution & qui la compareront avec celle de M. de la Grange, verront :

1.° Que M. de la Grange paroît n'avoir pas bien entendu la sienne, quoique son résultat soit le même, car si l'on suivoit ce qu'il dit, l'on trouveroit toute autre chose que ce qu'il a trouvé :

2.° Qu'elle est bornée par la supposition qu'on pourroit toujours déterminer s en x & c en a, de manière à rendre l'élément $\frac{\dot{x}}{u}$ une fonction de dimension nulle de X & de A; il faudroit démontrer qu'il n'y a que ce seul moyen de faire qu'une courbe soit tautochrone dans quelque hypothèse de pesanteur & de résistance que ce soit, & c'est ce que M. de la Grange ne démontrera pas, car il est bien sûr qu'il y en a d'autres.

Par exemple, soient X & A deux fonctions pareilles, l'une de x & l'autre de a.

Et soient Y & B deux autres fonctions pareilles aussi de x & de a; avec X & A formez une fonction de dimension nulle, & nommons F cette fonction.

Avec Y & B formez une autre fonction aussi de dimension nulle, & nommons E cette fonction.

Maintenant avec F & E formez une fonction quelconque, & supposez cette fonction $= t$, il est évident que lorsque x deviendra $= a$, on aura pour T une expression déterminée & indépendante de a.

3.° Enfin l'on verra qu'on n'en tirera jamais que les cas déjà connus.

Revenons à présent à l'équation de condition

$$\frac{\dot{\xi}}{\dot{u}} \times \frac{dp}{du}\, u \;-\; p\,\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}\, u^2 d\,\frac{\left(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}\right)}{dx} \;+\; \xi\,\frac{dp}{dx} = 0$$

que nous avons trouvée pour que l'équation

$$du = -\frac{p}{u}\,dx + \frac{u\frac{\dot{\xi}}{\dot{u}} + \frac{\xi p}{u}}{\alpha}\,da$$

soit possible, & nous verrons que si M. de la Grange avoit pensé à chercher cette équation & à s'en servir, il auroit eu une solution directe

directe, & ſe ſeroit épargné toute la peine qu'il a priſe pour n'en avoir qu'une indirecte.

Soit, par exemple, la force donnée $p = \sigma + gu + hu^2$; par σ j'entends une fonction de x.

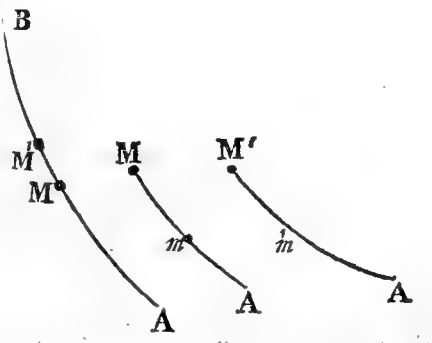
On aura $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{dx} = g + 2hu$, & en ſubſtituant, on aura $h\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}}u^2 - \sigma\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\dot{x}}u^2 + \xi\frac{\dot{\sigma}}{\dot{x}} = 0$;

donc $h\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} + \frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{\dot{x}} = 0$, & $\xi\frac{\dot{\sigma}}{\dot{x}} - \sigma\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}} = 0$;

donc $\frac{f(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})}{(\frac{\dot{\xi}}{\dot{x}})} = -h\dot{x}$ & $\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \frac{\dot{\xi}}{\xi}$, donc $\dot{\xi} = me^{-hx}\dot{x}$;

donc $\xi = n - \frac{m}{h}e^{-hx}$, ce qui eſt la ſolution de M. de la Grange; je n'avois plus penſé à cette méthode que je trouvai autrefois pour déterminer les courbes tautochrones, le Mémoire de M. de la Grange a fait que je me la ſuis rappelée & que je me ſuis mis à l'examiner, j'en ai tiré la ſolution générale du problème comme il ſuit.

Je prends ſur la courbe AB, que je ſuppoſe être celle que l'on demande, deux arcs AM, AM' ſe ſurpaſſant infiniment peu l'un l'autre, & je conçois deux corps partant au même inſtant, l'un pour monter le long de la courbe juſqu'en M, & l'autre juſqu'en M'.



Soit T le temps qu'emploiera le premier, & T' celui

qu'emploiera le ſecond, T & T' étant deux fonctions pareilles; l'une de a & l'autre de a'; car je me propoſe, comme je fis anciennement, non-ſeulement de déterminer les courbes dont tous les arcs ſoient montés ou deſcendus en temps égaux, mais de trouver les courbes où les temps pour monter ou pour deſcendre ſoient comme une fonction des arcs.

Au bout d'un temps t le premier ſera en m, & au bout d'un temps t' le ſecond ſera en m', je conçois que t' eſt même nombre par rapport à T' que t par rapport à T.

En différentiant l'équation $p\dot{x} + u\dot{u} = 0$, on aura $p\dot{dx} + \dot{x}\frac{dp}{dx}dx + \dot{x}\frac{dp}{du}\dot{du} + u\dot{du} + \dot{u}du = 0$.

Je fais $dx = \alpha\, da$, & par α j'entends une fonction de dimenſion nulle de x & de a; laquelle doit être $= 0$, lorſque $x = 0$, & $= 1$ lorſque $x = a$; car la différence des arcs parcourus en temps proportionnels eſt nulle au commencement, & elle eſt da à la fin.

On aura fluxion de différence de x, ou différence de fluxion de x, c'eſt-à-dire $\dot{dx} = \frac{d\alpha}{dx}\dot{x}\,da$.

Pour avoir du, je fais la proportion ſuivante, $FL\frac{\dot{x}}{u'} : FL\frac{\dot{x}}{u} :: T' : T$.

Soit $dT = Sda$, on aura différence de $FL\frac{\dot{x}}{u}$, ou FLuente de différence de $\frac{\dot{x}}{u}$, c'eſt-à-dire $FL\dot{d}\frac{\dot{x}}{u} : FL\frac{\dot{x}}{u} :: Sda : T$; donc $FL\dot{d}\frac{\dot{x}}{u} = \frac{Sda}{T}FL\frac{\dot{x}}{u}$; donc $u\dot{dx} - x\dot{du} = \frac{Sda}{T}u\dot{x}$; donc $\dot{du} = \frac{d\alpha}{dx}u\,da - \frac{S}{T}u\,da$ & $\dot{du} = \frac{d\alpha}{dx}\dot{u}da + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u\dot{x}\,da - \frac{S}{T}\dot{u}\,da$.

En ſubſtituant pour dx, $\dot{dx}$, du & $\dot{du}$ ces valeurs, on aura $p\,\frac{d\alpha}{dx}\,\dot{x} + \alpha\,\frac{dp}{dx}\,\dot{x} + \frac{d\alpha}{dx}\,\frac{dp}{du}\,u\dot{x} - \frac{S}{T}\,\frac{dp}{du}\,u\dot{x}$ $+ 2\,\frac{d\alpha}{dx}\,u\dot{u} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}\,u^2\dot{x} - \frac{2S}{T}\,u\dot{u} = 0$, & en mettant pour $\dot{u}$ ſa valeur $-\frac{p\dot{x}}{u}$, on aura

$$\alpha\frac{dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u - \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p = 0.$$

Comme cette équation ne ſuffit pas pour la ſolution de notre problème, & qu'il nous en faut quelqu'autre, j'en tire

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\frac{p\,d\alpha}{dx} - \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u - \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 - \frac{2S}{T}p}{\alpha}, \text{ \&}$$

$$\frac{dp}{du} = \frac{\frac{\alpha\,dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p}{\frac{S}{T}u - \frac{d\alpha}{dx}u}, \text{ d'où je conclurois tout de ſuite que } d\,\frac{\left(\frac{p\frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\alpha}{dx}\frac{dp}{du}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du}u - \frac{d^2\alpha}{d^2x}u^2 - \frac{2S}{T}p}{\alpha}\right)}{du}$$

$$= d\,\frac{\left(\frac{\alpha\frac{dp}{dx} - p\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2}u^2 + \frac{2S}{T}p}{\frac{S}{T}u - \frac{d\alpha}{dx}u}\right)}{dx}.$$

Mais en obſervant que p n'eſt pas une fonction de x & de u en général, mais qu'elle eſt la ſomme de deux fonctions, l'une de x & l'autre de u, non-ſeulement on aura $\frac{d^2p}{dx\,du} = \frac{d^2p}{du\,dx}$; on aura de plus $\frac{d^2p}{dx\,du} = 0$ & $\frac{d^2p}{du\,dx} = 0$, c'eſt-à-dire

$$\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2p}{du^2}u + \frac{S}{T}\frac{dp}{du} - \frac{S}{T}\frac{d^2p}{du^2}u + 2\frac{d^2\alpha}{dx^2}u = 0;$$

$\& \alpha \frac{d^2 p}{dx^2} - p \frac{d^2 \alpha}{dx^2} + \frac{d^2 \alpha}{dx^2} \frac{dp}{du} u + \frac{d^3 \alpha}{dx^3} u^2 + \frac{2 S}{T} \frac{dp}{dx} = 0$,

on trouvera que cette dernière équation eſt renfermée dans les deux autres, & qu'ainſi le problème eſt réſolu généralement par ces deux-ci

$\alpha \frac{dp}{dx} - p \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\alpha}{dx} \frac{dp}{du} u - \frac{S}{T} \frac{dp}{du} u + \frac{d^2 \alpha}{dx^2} u^2 + \frac{2S}{T} p = 0$,

$\frac{d\alpha}{dx} \frac{d^2 p}{du^2} u + \frac{S}{T} \frac{dp}{du} - \frac{S}{T} \frac{d^2 p}{du^2} u + 2 \frac{d^2 \alpha}{dx^2} u = 0$.

Soit, par exemple, $p = \sigma + gu + hu^2$, & ſoit T conſtant; on aura $S = 0$, $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = g + 2hu$, $\frac{d^2 p}{du^2} = 2h$.

En mettant ces valeurs dans la ſeconde équation, on aura

$h \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2 \alpha}{dx^2} = 0$, ou $\frac{\left(\frac{d^2 \alpha}{dx^2}\right)}{\left(\frac{d\alpha}{dx}\right)} \dot{x} = - h \dot{x}$, ou

$\frac{d\alpha}{dx} \dot{x} = m e^{-hx} \dot{x}$, ou $\alpha = n - \frac{m}{h} e^{-hx}$.

Et en rempliſſant les conditions que α ſoit $= 0$ au commencement & $= 1$ à la fin, on aura $0 = n - \frac{m}{h}$ & $1 = n - \frac{m}{h} e^{-ha}$; donc $\alpha = \frac{e^{-hx} - 1}{e^{-ha} - 1}$.

En ſubſtituant dans la première, l'on aura $(e^{-hx} - 1)$ $\frac{d\sigma}{dx} + h\sigma e^{-hx} = 0$, ou $\frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = - \frac{he^{-hx}}{e^{-hx} - 1}$; donc $\sigma = me^{-hx} - m$.

Soit $p = \sigma + gu + hu^2 + ku^3$, & ſoit T conſtant, on aura $S = 0$, $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = g + 2hu + 3ku^2$, $\frac{d^2 p}{du^2} = 2h + 6ku$.

En mettant ces valeurs dans la ſeconde équation, on aura

$h\frac{d\alpha}{dx} + 3k\frac{d\alpha}{dx}u + \frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$; donc $u = -\frac{(h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})}{3k\frac{d\alpha}{dx}}$.

En les mettant dans la première, on aura

$\alpha\frac{d\sigma}{dx} - \sigma\frac{d\alpha}{dx} + (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})u^2 + 2k\frac{d\alpha}{dx}u^3 = 0$,

ou $\alpha\frac{d\sigma}{dx} - \sigma\frac{d\alpha}{dx} + (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2} + 2k\frac{d\alpha}{dx}u)u^2 = 0$,

ou en ſubſtituant pour u ſa valeur,

$27k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx} - 27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^3\sigma + (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})^3 = 0$.

Si la fonction α qui convient à cette hypothèſe-ci m'étoit donnée & que je la ſubſtituaſſe dans cette équation, il eſt certain qu'il n'y reſteroit point $d'a$, car la fonction σ ne peut pas dépendre de l'arc a; donc ſi l'on différencie cette fonction-ci, $27k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx} - 27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^3\sigma + (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})^3$ en faiſant varier a ſeulement, le coëfficient de da ſera $= 0$; on aura donc $18k^2\alpha\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2\alpha}{dxda}\frac{d\sigma}{dx} + 9k^2\frac{d\alpha}{da}(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx} - 27k^2(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d^2\alpha}{dxda}\sigma + (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})^2(h\frac{d^2\alpha}{dxda} + \frac{d^3\alpha}{dx^2da}) = 0$; mais par le théorème que j'ai mis à la tête de la première méthode du Calcul intégral, $\frac{d\alpha}{da}$ étant $= -\frac{x}{a}\frac{d\alpha}{dx}$, $\frac{d^2\alpha}{dxda} = -\frac{1}{a}\frac{d\alpha}{dx} - \frac{x}{a}\frac{d^2\alpha}{dx^2}$, $\frac{d^3\alpha}{dx^2da} = -\frac{2}{a}\frac{d^2\alpha}{dx^2} - \frac{x}{a}\frac{d^3\alpha}{dx^3}$; on aura $9k^2\alpha(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d\sigma}{dx} - 18k^2x\alpha\frac{d\alpha}{dx}\frac{d^2\alpha}{dx^2}\frac{d\sigma}{dx} - 9k^2x(\frac{d\alpha}{dx})^3\frac{d\sigma}{dx} + 27k^2x(\frac{d\alpha}{dx})^2\frac{d^2\alpha}{dx^2}\sigma - (h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2})^2[(hx+1)\frac{d^2\alpha}{dx^2} + x\frac{d^3\alpha}{dx^3}] = 0$.

Et au moyen de ces deux équations en éliminant σ, on aura une équation aux quatrièmes différences pour déterminer α;

ayant α, en en ſubſtituant la valeur dans l'expreſſion de σ, on aura σ, & le problème ſera réſolu.

Soit $p = \sigma$; par la ſeconde équation, on aura $\frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$; d'où l'on tirera $\alpha = \frac{x}{a}$; en ſubſtituant dans la première, on aura $x\frac{d\sigma}{dx} - \sigma + \frac{2Sa}{T}\sigma = 0$, ſoit $\frac{2Sa}{T} = 2n$; donc $T = ca^n$;

donc $\frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = \frac{1-2n}{x}$; donc $\sigma = Ax^{1-2n}$;

Soit $p = \sigma + hu^2$, donc $\frac{dp}{dx} = \frac{d\sigma}{dx}$, $\frac{dp}{du} = 2hu$, $\frac{d^2p}{du^2} = 2h$;

En ſubſtituant dans la ſeconde équation, l'on aura $h\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d^2\alpha}{dx^2} = 0$;

d'où l'on tirera comme dans le premier exemple $\alpha = \frac{e^{-hx}-1}{e^{-ha}-1}$.

En ſubſtituant dans la première, on aura $(e^{-hx}-1)\frac{d\sigma}{dx} + he^{-hx}\sigma + (e^{-ha}-1)\frac{2S}{T}\sigma = 0$.

Soit $(e^{-ha}-1)\frac{2S}{T} = -2nh$; on aura $T = A(e^{ha}-1)^n$;

Et $(e^{-hx}-1)\frac{d\sigma}{dx} + he^{-ha}\sigma - 2nh\sigma = 0$;

ou $\frac{\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)}{\sigma} = -\frac{2nhe^{hx}}{e^{hx}-1} + \frac{he^{-hx}}{e^{-hx}-1}$; donc $\sigma = c\,e^{-hx}(e^{hx}-1)^{1-2n}$.

OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1767.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier de ce mois, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER 1767.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés*	*Degrés*	*pouc.*	*lign*	
1	S.	— 1 ½	½	0 ½	27.	8 ½	couvert, venteux & nébuleux.
2	O.	— 2	— 1	— 1	27.	3	*idem.*
3	N.	— 1	½	— 2	27.	3	couvert; la terre poudrée de neige.
4	N.	— 2	— 2	— 3 ½	27.	7	couvert & petite neige.
5	N. E.	— 4 ½	— 4	— 5	27.	8	*idem.*
6	S. O.	— 6 ½	— 2	— 2	27.	6	couvert, venteux & nébuleux.
7	N. E.	— 10 ¾	— 8 ¾	— 13 ½	27.	6	beau soleil.
8	S. E.	— 10	— 2	— 3	27.	4 ½	couvert & nébuleux.
9	S. E.	— 8 ½	— 4	— 5	27.	7	couvert avec petite neige.
10	S.	— 1	— 2	— 5	27.	6	couvert avec givre.
11	E.	— 9 ½	— 6 ½	— 11	27.	4	beau soleil.
12	E.	— 12 ¼	— 6	— 10	27.	3	*idem.*
13	E.	— 5 ½	0	— 1	26.	11 ¾	couvert & grand verglas.
14	S.	1	2	0	27.	3	couvert, venteux & nébuleux.
15	E.	2	1 ½	½	27.	4	couvert.
16	E.	0	1	— ½	27.	5 ½	grand brouillard.
17	N. E.	— 1	— 2	— 4	27.	6 ½	brouillard & givre.
18	N. E.	— 5 ½	— 4 ½	— 6 ½	27.	6	couvert & grand givre.
19	N. E.	— 9	— 5	— 7 ½	27.	7	brouillard & grand givre.
20	N. E.	— 10	— 5	— 8 ½	27.	10	beau soleil.
21	S. O.	— 9	— 3	1 ½	27.	10	grand brouillard & neige.
22	S. O.	0	— 3	3	27.	5 ½	variable avec pluie, bruine & vent.
23	O.	1 ½	2	1	27.	8 ½	couvert & bruine.
24	S. O.	0	2	0	27.	10	couvert.
25	S. E.	— 1	2	— 1 ½	27.	9 ½	beau temps; gelée blanche.
26	E.	— 2 ½	3	0	27.	9 ½	beau temps.
27	E.	— 2	5	2	27.	10	
28	S.	0	8	3	27.	9	
29	S.	2	9 ½	3	27.	10 ½	
30	S.	— ½	7	2	27.	11	
31	S.	1 ½	7	5	27.	10 ½	beau & nébuleux.

Ce

Ce mois a été très-froid, il a gelé tous les jours & preſque toujours aſſez fort: le plus grand froid a été le 7, il a fait deſcendre le thermomètre ici à 13 degrés $\frac{1}{2}$ au-deſſous de zéro; à Paris il n'a deſcendu qu'à 12 $\frac{1}{2}$, & à Lille à 14: il y a eu quelques jours de brouillard qui a produit un grand givre ſur les arbres & ſur la terre qui étoit auſſi blanche que s'il fût tombé de la neige; mais comme le ſoleil n'a pas paru, il s'eſt détaché de deſſus les arbres ſans faire un véritable verglas.

La terre étoit couverte de glace, ce qui a rendu les chemins impraticables, même pour les bêtes de charge qui ne pouvoient ſe ſoutenir; pluſieurs chevaux ont eu des écarts ou ſe ſont caſſé les jambes.

Le 4, il eſt tombé un peu de neige, mais il y a apparence qu'il en étoit tombé davantage dans le voiſinage; car le 5, veille des Rois, il y avoit une telle quantité d'alouettes, qu'un ſeul alouettier pendant la nuit, en a pris avec ſon filet quinze douzaines & il en auroit pris davantage s'il avoit eu des poches pour les mettre: la nuit ſuivante il n'en a pas pris une ſeule, parce que pendant le jour il étoit tombé aſſez de neige pour blanchir la terre, & les alouettes avoient paſſé plus loin; elles faiſoient route de l'oueſt à l'eſt, ſans doute pour gagner les grèves du bord de la Loire où elles ſubſiſtent quelque temps, devenant ſi maigres qu'elles ne ſont bonnes à rien.

Quoique la gelée ait été très-forte & qu'elle ait duré long-temps, cependant elle n'a pas pénétré plus d'un pied en terre, ce qui n'eſt pas, à beaucoup près, autant que l'année dernière, parce que le peu de neige qui étoit ſur terre en a diminué l'effet; la glace dans les mares n'avoit pas plus de 7 à 8 pouces d'épaiſſeur.

La petite vérole a continué tout le mois ſur les enfans, mais la plupart de ces petites véroles ont été bénignes & diſcrettes, cependant il y en a eu quelques-unes de confluentes qui ont fait mourir pluſieurs enfans.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc. lign.*	
1	S.	3 ½	8 ½	3	27. 11	beau avec nuages.
2	S. O.	1 ½	7 ½	2	27. 10	beau avec nuages & petite gélée.
3	E.	— ½	7	1	27. 9	*idem.*
4	S. O.	— ½	7	1	27. 7	gelée blanche.
5	E.	— ½	7 ½	0	27. 6	brouillard toute la journée.
6	S.	0	6 ½	5	27. 7	couvert & nébuleux.
7	S. E.	3	9 ½	6 ½	27. 5	variable avec pluie, vent & neige.
8	S.	5 ½	8	5	27. 3	couvert, grand vent & pluie le soir.
9	S.	5	8 ½	8	27. 4	variable avec pluie & bruine.
10	S. O.	5 ½	5	5 ½	27. 6	variable avec pluie, tonnerre & grêle.
11	S.	6	7	8 ½	27. 6	venteux & pluvieux.
12	S. O.	7	8	4	27. 6	variable avec grand vent sans pluie.
13	S.	4	8	8 ½	27. 5	couvert & venteux.
14	S.	8	12	9	27. 8	grand vent & nébuleux.
15	S.	8 ½	11 ½	8	27. 8	beau avec nuages.
16	S.	4	9	8	27. 8	beau & couvert avec nuages.
17	S. E.	6	15	9 ½	27. 6	beau avec vent.
18	S.	8	8 ½	6	27. 10	couvert & petite pluie.
19	S.	4	7 ½	3	27. 11	beau avec nuages.
20	S.	½	10	7 ½	27. 6	gelée blanche & bruine.
21	E.	6	5	6 ½	27. 5	grande pluie continue.
22	S.	4 ½	6	2 ½	28. 8	variable avec giboulées.
23	N. E.	2 ½	4 ½	1	27. 10	couvert & pluvieux.
24	S.	— 1	6 ½	5	27. 11	nébuleux & petite bruine.
25	S.	5	9 ½	7 ½	27. 10	couvert, pluvieux & venteux.
26	S. O.	4 ½	7 ½	8	27. 8	grand vent & pluvieux.
27	S. O.	5	10 ½	8 ½	27. 7	grand vent & bruine.
28	O.	5 ½	7	3	27. 10	giboulées.

Ce mois a été fort doux pour la saison, il n'y a eu que quelques gelées blanches; il a souvent tombé de petites pluies fines qui ressembloient à un brouillard & produisoient peu d'eau: on a commencé pendant ce mois à labourer les terres pour les mars; à l'égard des vignes, les uns commençoient à les tailler & les autres achevoient de leur donner cette façon qu'on nomme *parer;* elle a coutume de se donner avant l'hiver, mais quelques Vignerons ayant été surpris par la gelée, elle a été retardée jusqu'après le dégel.

Les perdrix ont commencé à s'appareiller dans les premiers jours du mois. Le 16, les perces-neige & les ellébores jaunes étoient en fleur, ainsi que le bois-gentil ou *mezereon* & le cornouiller; à la fin du mois les plaies des charmes pleuroient.

La petite vérole étoit beaucoup diminuée pendant ce mois; vers la fin il y a eu beaucoup d'érésipèles & plusieurs personnes âgées sont mortes d'apoplexie.

MARS.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre pouc.	lign.	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S.	1 ½	8	3	28.		variable ſans pluie.
2	S. O.	½	9	6	27.	8 ½	beau avec vent & nuages.
3	O.	4 ½	8	2	27.	10	vent froid & giboulées.
4	O.	3	4 ½	1 ½	27.	11 ½	couvert & petite pluie.
5	N. E.	— ½	5	4	28.	1	beau & nébuleux.
6	N. E.	2 ½	8 ½	3	28.		beau avec nuages.
7	N.	2 ½	8	5 ½	27.	10	*idem.*
8	N. E.	4	7	1 ½	27.	10	variable avec nuages.
9	N. E.	— 1	6	1 ½	27.	11	beau temps, gelée blanche.
10	N. E.	— 1	6 ½	1	27.	8	beau temps, gelée à glace.
11	N. E.	— 1	9 ½	3 ½	27.	6	*idem.*
12	N. E.	0	9 ½	3	27.	6	petite gelée blanche.
13	E.	— 1	8 ½	3	27.	6	beau temps.
14	S. E.	0	9	5	27.	5 ½	beau avec nuages.
15	O.	1 ½	8	— 1	27.	10	grand vent froid avec neige.
16	N. O.	— 2	5	½	28.		beau & vent froid.
17	S.	0	5	4	27.	6	couvert, vent, pluie & neige.
18	S. O.	4	7	7 ½	27.	6 ½	variable avec vent & bruine.
19	S. O.	3 ½	8	6	27.	7	grande pluie & vent.
20	S. O.	7	9	5	27.	8 ½	*idem.*
21	O.	4 ½	8	5	27.	9	beau & variable ſans pluie.
22	N. O.	1	7	2 ½	27.	7	beau temps, gelée blanche.
23	N.	1	3 ½	1	27.	8	gelée blanche, neige & grêle.
24	N.	— 1	6	¼	27.	8	beau avec nuages.
25	N. E.	— ½	6 ½	3	27.	6	*idem.*
26	E.	1 ½	9	4 ½	27.	3 ½	beau temps.
27	S. E.	2	13	8	27.	5	beau avec nuages.
28	O.	7	11	6 ½	27.	7	variable ſans pluie.
29	N. E.	6	13	7	27.	9	*idem.*
30	S. O.	6 ½	14 ½	9	27.	9	variable avec petite roſée.
31	S. O.	9 ½	12 ½	10	27.	11	couvert & petite bruine.

Ce mois a été froid & ſec; il a été très-favorable pour ſemer les avoines, on attendoit de l'eau pour les faire lever; l'avoine étoit toujours fort chère & valoit 8 livres ou 8 livres 10 ſous le ſac, qui eſt la moitié du ſetier de Paris; les blés étoient beaux & bien verds; le grain avoit diminué au marché pendant le courant de ce mois, le plus beau ne s'étoit vendu au dernier marché du mois que 16 livres 10 ſous; il y avoit même du petit blé à 14 livres le ſac peſant 240 livres; on commençoit à ſemer les pois, les veſces, &c.

Les Vignerons avançoient la taille de la vigne, & remarquoient qu'il y avoit beaucoup de bois de gâté dans des cantons & point dans d'autres, & que celles qui avoient le plus ſouffert étoient les vignes qui avoient été gelées d'automne & qui s'étoient dépouillées avant la vendange, parce que le bois n'étoit pas mûr.

Les oignons de ſafran n'avoient point été gelés, parce que le peu de neige qui étoit tombé, couvroit aſſez la terre pour empêcher la gelée de pénétrer fort avant.

L'hiver a été fort ſec & peut paſſer pour très-froid, mais il y a eu peu de givre & point de verglas ſur les arbres, c'eſt pourquoi ils ont peu ſouffert; cependant les lauriers-francs, les figuiers, la lavande, la petite ſauge, &c. ont été gelés en grande partie.

Le 12, les abricotiers étoient en fleur, & les pêchers commençoient à fleurir. Le 15, les crocus printanniers étoient fleuris, les narciſſes jaunes communs & les jacintes étoient en boutons. Le 28, on vit beaucoup d'hirondelles le long des vallées, mais point encore dans la plaine.

AVRIL.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	10	11 ½	10 ½	27.	11	variable avec pluie.
2	N. E.	10	14 ½	11	27.	11	variable sans pluie.
3	N. E.	9	11 ½	8	27.	11	variable avec pluie.
4	N. E.	6 ½	10 ½	5	27.	9	beau avec nuages.
5	N. E.	3 ½	11 ½	5 ½	27.	8	beau temps.
6	N. E.	5	15	8	27.	9	*idem.*
7	N. E.	6 ½	8	4	27.	10	variable avec pluie froide & vent.
8	N. E.	5	9 ¾	4	27.	10	orage & grand tonnerre.
9	N. E.	4 ½	11 ½	6 ½	27.	10	beau avec nuages.
10	N. E.	6 ½	13 ½	6 ½	27.	10	beau avec nuages & vent frais.
11	N. E.	7	14	9	27.	10	beau temps
12	N. E.	8 ½	15 ½	10	27.	10	beau avec nuages.
13	N.	8 ½	15	9 ½	27.	9	beau temps.
14	N. E.	7 ½	13	8	27.	8	variable avec nuage sans pluie.
15	N. E.	5	8 ½	2 ½	27.	9	beau soleil, vent froid.
16	N.	2 ½	8	1	27.	8	beau temps, gelée sèche, vent froid.
17	N.	— 1 ½	5	— ½	27.	9	giboulée de neige. *Ther. à 6^h m.* — 1 ½.
18	N.	— 1 ¼	6	½	27.	8 ½	beau avec nuages & vent.
19	N.	— ½	4	½	27.	7	venteux avec neige. *Th. à 6^h m.* — 2 ½.
20	O.	2	6 ½	2	27.	7	couvert.
21	E.	4	10 ½	5 ½	27.	5 ¾	couvert & pluvieux.
22	S.	6 ½	12 ½	5 ½	27.	6 ½	couvert, pluie & tonnerre.
23	S.	7	11	7	27.	5 ½	variable avec bruine.
24	N. O.	6	9	5	27.	9 ½	variable avec pluie par ondées.
25	N.	6	8	4	28.		beau avec nuages.
26	N. E.	7	13 ½	6	27.	9 ½	variable avec pluie & tonnerre.
27	N. O.	6 ½	10 ½	5	27.	9 ½	couvert & venteux.
28	N.	5	8 ½	4	28.	1	beau avec nuages & gelée blanche.
29	N. E.	4 ½	10	6	27.	2	*idem.*
30	N.	6 ½	12 ½	5	27.	2	eau temps.

Ce mois a été très-ſec & fort froid, depuis quinze jours la verdure ne faiſoit aucun progrès, les charmilles n'avoient point de feuilles, les boutons prêts à s'ouvrir leur donnoient un petit œil vert.

Les blés étoient toujours très-beaux, quoique le froid & le vent du nord euſſent un peu fatigué & jauni la feuille; leur progrès étoit retardé, ainſi que des autres productions de la terre, ils ne montoient pas encore en tuyau.

À l'égard des vignes, il n'y a eu que les jeunes plans qui étoient plus avancés qui ont ſouffert, & ſur-tout le plan de gouas; mais comme les vignes étoient en général peu avancées, on comptoit que s'il n'arrivoit point d'autre accident le contre-coſſon donneroit encore du fruit, même dans les cantons qui avoient été les plus gelés.

Le 3, on vit ſortir de terre les petits hannetons, qui tous les ans précèdent les hannetons ordinaires. Le 8, les pruniers étoient en fleur. Le 12, le roſſignol chantoit le matin dans le bois. Le 13, les poiriers étoient en pleine fleur.

Les trois jours de gelée qui ſont ſurvenues le 17, le 18 & le 19, ont fait prodigieuſement de tort aux fruits de toute eſpèce qui étoient en pleine fleur, & à preſque tous nos arbres étrangers, qui ont perdu leurs nouvelles pouſſes & ont eu peine à faire de nouvelles productions; il en a été de même des mûriers blancs, ce qui a mis ceux qui avoient des vers éclos dans un grand embarras; ils ont preſque tout perdu.

Les morilles ont été très-rares à cauſe du froid & de la ſéchereſſe.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc. lign.*	
1	N. E.	6	12	7 1/2	28. 1	beau soleil.
2	O.	7 1/2	10	7 1/2	27. 11	variable avec bruine.
3	N.	8	10 1/2	7 1/2	27. 7 1/2	beau avec nuages.
4	S.	7	10 1/2	6	27. 7	pluvieux.
5	N.	4 1/4	9	2 1/2	27. 8	le matin gelée, couvert & bruine.
6	N. O.	3 1/2	10 1/2	5	27. 9 1/2	beau temps, gelée à glace.
7	N. O.	5	13	8	27. 10	*idem.*
8	S. E.	8 1/2	17	12	27. 9	ciel enfumé tout le jour, un cercle autour du soleil.
9	S. O.	9 1/2	11 1/2	9 1/2	27. 9	variable avec pluie.
10	O.	9 1/2	13 1/4	8	27. 11	variable sans pluie, avec vent.
11	S. O.	8	15	10	27. 11	
12	S. O.	10 1/2	16	12 1/2	27. 9 1/2	beau avec nuages.
13	S. O.	13	21	13	27. 8 1/2	
14	S.	11 1/2	11 1/2	8	27. 10	variable & pluvieux.
15	E.	8 1/2	15	10	27. 8	gelée blanche, rosée.
16	S. O.	11	15 1/2	10	27. 9	variable.
17	S. O.	9	9 1/2	6	27. 8	couvert & pluvieux.
18	S. O.	10	12 1/2	9	27. 9	variable avec vent & bruine.
19	S. O.	9	16	10	27. 9	beau avec nuges.
20	E.	11	14 1/2	12	27. 8	beau avec gros nuages.
21	S. E.	12	11	10	27. 8 1/2	variable avec pluie.
22	S. E.	11	12 1/2	10	27. 8	*idem.*
23	N.	10	13	8 1/2	27. 9 1/4	beau avec nuages, vent froid.
24	N.	8 1/2	13	6 1/2	27. 11	*idem.*
25	N. O.	7 1/2	14	11	27. 10	beau avec nuages, gelée blanche.
26	S. O.	11 1/2	14 1/2	10 1/2	27. 9 1/2	couvert.
27	S. O.	9 1/2	11	8 1/2	27. 8	pluie & vent.
28	O.	7 1/4	9 1/2	15	27. 9	variable avec pluie froide & grêle.
29	S.	7 1/2	9 1/2	9 1/2	27. 6	gelée blanche, variable avec pluie.
30	S.	10 1/2	10 1/2	10	27. 6	grande pluie. *Le barom. à midi 27. 5.*
31	S. O.	10	14 1/2	10	27. 7	couvert.

Ce

Ce mois a été fort ſec & très-froid, & on n'a pas pu ſe paſſer de feu dans les appartemens; il n'y auroit plus eu d'eau dans les marres ſans la pluie du 30 qui eſt tombée pendant preſque toute la journée.

Les blés ſe ſentoient de ce froid; les vents & les brouillards du matin avoient fait jaunir le bout des feuilles; à l'égard des avoines elles étoient fort belles.

Les ſainfoins commençoient à fleurir, mais ils étoient fort bas à cauſe du froid qui avoit retardé la végétation.

Le loriot étoit arrivé depuis quelques jours, mais le 4 on ne voyoit encore que peu d'hirondelles & l'on n'entendoit point le roſſignol, parce que le froid avoit contraint ces oiſeaux de ſe retirer aux abris le long des vallées où les roſſignols ſe ſont établis pour faire leur nid, il n'y en a eu qu'un ſeul qui ſoit reſté dans le parc pour y faire ſon nid auprès du boſquet d'hiver, qui, par ſa ſituation, eſt plus à l'abri du vent du nord; cependant il y en a ordinairement beaucoup dans tout le bois.

Le 5, on ſortit les orangers de la ſerre; cependant le 5, le 6 & le 7 il gela à glace pendant la nuit, ces gelées gâtoient tous les jours quelques bourgeons de vignes, ſur-tout le 5 il y eut des cantons dans le vignoble entièrement gelés, principalement dans les terres légères, & indépendamment de ces déſordres, les vignes montroient peu de raiſins.

Les figuiers, les lauriers ont été gelés juſqu'au raz de terre; les cyprès expoſés au vent du nord ont été fort fatigués & pluſieurs ont été gelés.

Il a paru fort peu de hannetons & preſque point de chenilles, fort peu de mauviettes.

Les eaux étoient fort baſſes, les puits tariſſoient & les meilleures ſources ne pouſſoient point.

JUIN.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés*	*Degrés.*	*pouc.* *lign.*	
1	S.	10 1/2	12 1/2	9	27. 10	variable & grande pluie par ondées.
2	S.	10 1/2	11	9	27. 4 3/4	couvert & pluvieux, il a tonné à midi.
3	S.	9	11	7	27. 7	gr. vent forcé, pluie par ondées, tonn.
4	S. O.	9	14	10	27. 10 1/2	beau avec nuages.
5	S. O.	10	15	12	27. 11 1/2	
6	S. E.	15	22	15	27. 10 1/2	
7	N.	13	18	12	28. 1 1/2	
8	N.	11 1/2	18	12	28. 1	beau temps.
9	N. E.	12 1/2	16 1/2	10 1/2	27. 11 1/2	beau avec vent.
10	N. E.	12	16 1/2	12	27. 10	beau avec nuages.
11	N. E.	10	11	10	27. 8 1/2	pluie tout le jour par averſes & tonnerre.
12	N. E.	11	14	13	27. 9	beau avec nuages.
13	N. E.	11 1/2	13	12 1/2	27. 8	couvert avec brouillard ſec.
14	N. E.	8 1/2	14	8	27. 8	beau avec nuages.
15	N. E.	9	12	9	27. 8 1/2	couvert & variable avec bruine.
16	N. E.	9	11	9 1/2	27. 10 1/2	couvert avec bruine & vent froid.
17	N.	9 1/2	14	8	27. 11 1/2	couvert, le matin gelée blanche.
18	O.	9	15 1/2	10	27. 11	*idem.*
19	O.	10 1/2	15 1/2	11 1/2	27. 10	beau avec nuages.
20	S. O.	12	16 1/2	12	27. 8 1/2	*idem.*
21	N. E.	13 1/2	16	12	27. 9 1/2	variable avec petite pluie.
22	N. E.	12	17 1/2	13	27. 11	*idem.*
23	N. E.	13	21	13	27. 11 1/2	beau avec nuages.
24	S. O.	15	23	17	27. 11 1/2	
25	O.	16 1/2	24	18	28. 1/2	
26	S	18	25 1/4	18 1/2	27. 10	
27	N.	21	22	15 1/2	27. 9 1/2	beau avec nuages & tonn. *11h Th. 26d.*
28	N. E.	11 1/2	14 1/2	11 1/2	27. 10	variable avec pluie & tonnerre.
29	N. E.	12 1/2	14	11 1/2	27. 10	variable avec petite pluie par ondées.
30	N.	11	17	12 1/2	27. 10 1/2	beau temps.

On n'a ceſſé que le 20 de ce mois à faire du feu, & ſi les appartemens n'avoient pas été échauffés par les chaleurs qu'il a fait depuis le 23 juſqu'au 27, on auroit été obligé de ſe chauffer les derniers jours de ce mois.

Le 24, les blés étoient en pleine fleur, ils étoient bas, mais l'épi étoit plus beau par proportion dans les terres légères que dans les terres fortes; les avoines avoient bien épié, mais elles n'étoient pas hautes.

Le 15, on a commencé à faucher les ſainfoins, ils étoient bien garnis, mais fort bas.

Vers le milieu du mois la vigne a commencé à fleurir; les orangers n'ont fleuri que tard, la fleur a duré juſqu'à la fin du mois, mais il y en a eu très-peu.

Dès le commencement du mois les abeilles ont jeté, mais les eſſains ſortoient avec peine à cauſe du froid & par petits pelotons dont la plupart ont péri, cependant on les ramaſſoit avec ſoin & on en mettoit pluſieurs dans une même ruche.

On a commencé vers le 7 Juin à ſervir des fraiſes, on voyoit auſſi des guignes & des ceriſes rouges qui n'étoient pas mûres.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	13	17	14 1/2	27.	10	beau avec nuages.
2	S.	15 1/2	11 1/2	11 1/2	27.	8	variable & pluvieux.
3	S.	10	13	11	27.	5	pluie à verſe toute la nuit & tonn. le mat.
4	S. O.	11	14	11	27.	7 1/2	variable avec pluie & vent.
5	S.	11 1/2	17	14	27.	6	beau avec nuages.
6	S.	13	17	14 1/2	27.	9	
7	E.	13 1/2	20	16	27.	9 1/2	
8	S. O.	18	24	17	27.	9	beau avec nuages & vent.
9	S. O.	15	18	12 1/2	27.	9	gr. vent avec nuages & ondées de pluie.
10	O.	12 1/2	16 1/2	11 1/2	27.	8	*idem.*
11	S. O.	12	15	12	27.	8	variable avec ondées.
12	S. O.	11	15	10	27.	10	*idem.*
13	S. O.	12 1/2	17	13	27.	10	beau avec nuages.
14	S. O.	14	18 1/2	13	27.	9 1/2	*idem.*
15	E.	15 1/2	20	15	27.	8	beau avec nuages & le temps lourd.
16	N.	12 1/2	16	13	27.	10	pet. pluie, le ſoir beau avec gros nuages.
17	E.	15	23	16	27.	9	beau avec gros nuages.
18	O.	15	19	15	27.	11	tonn. la nuit, le jour beau avec nuages.
19	S. E.	15 1/2	22 1/2	16 1/2	27.	9	beau avec nuages.
20	S. O.	18	24	15 1/2	27.	8 1/2	venteux, beau avec nuages, le ſ. éclairs.
21	S. O.	14	18	12	27.	8	variable avec petites ondées & tonnerre.
22	S. O.	13	14	14	27.	10	variable avec vent & petites ondées.
23	S. O.	13 1/2	15	12	27.	1/2	couvert & pluvieux.
24	S. O.	13 1/2	15	12 1/2	27.	9	variable avec gros nuages & ondées.
25	S. O.	12 1/2	17	12	27.	9	variable avec vent & petites ondées.
26	S. O.	13	12 1/2	13 1/2	27.	10 1/2	couvert & pluvieux. Il a tonné au loin.
27	S. O.	14	19	14 1/2	27.	11	variable avec nuages & ondées.
28	S. O.	13	19	14	27.	11	beau avec nuages.
29	S. O.	14	17 1/2	14	27.	10	*idem.*
30	S. O.	14	18 1/2	15	27.	8	variable avec nuages ſans pluie.
31	S. O.	14 1/2	16	9	27.	9	variable avec pluie, vent & tonnerre.

Pendant ce mois le temps a été variable, & ſi l'on en excepte quelques jours de chaleur, il a toujours fait froid.

Le 7, les abeilles ont commencé à tuer les bourdons ou groſſes mouches, & les marchands faiſoient ſortir les mouches des paniers.

Le 28, on a commencé à couper les ſeigles, & on a diſcontinué à cauſe de la pluie; à la fin du mois il y en avoit encore la moitié ſur pied: on craignoit que les pluies ne continuaſſent, car comme il y avoit beaucoup de blés de verſés, ils auroient germé.

AOUST.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc. lign.*	
1	N.	12	16 ½	11 ½	28. ½	beau avec quelques nuages.
2	E.	12	18	12	27. 10	beau temps.
3	E.	13	21	16	27. 8	*idem.*
4	S. O.	16	22 ½	17 ½	27. 9	beau avec nuages.
5	S. O.	17	24	18 ½	27. 10	*idem.*
6	S. E.	18	26 ½	17 ½	27. 8	variab. avec tonn. éc. & gr. vent la nuit.
7	S. O.	15 ½	15 ½	15	27. 9	couvert tout le jour, tonnerre le soir.
8	S. O.	14	18 ½	16	27. 10	variable avec nuages.
9	S. O.	15	22	16 ½	27. 10	beau temps.
10	S. O.	16 ½	24 ½	18	27. 11	beau temps fixe.
11	S.	17	26 ½	21 ½	27. 11	beau avec quelques nuages.
12	N.	15	22	16	28. ½	beau avec nuages & tonnerre.
13	E.	14	22	16	27. 10 ½	beau avec nuages.
14	S. E.	17 ½	22	15	27. 7	couvert, venteux & nébuleux.
15	S. O.	11	15 ½	11	27. 9	variable & froid avec pluie.
16	S.	12	16	13	27. 9	variable avec nuages & ondées.
17	S. O.	12 ½	16	11	27. 8 ½	variable avec ondées, le soir il éclaire.
18	S. O.	11 ½	13	10	27. 7	variable avec ondées.
19	O.	10	13	10	27. 7 ½	variable avec bouraſque de vent.
20	N. E.	11	14 ½	10	27. 6	variable avec gros nuage, il a gelé.
21	O.	10	15 ½	10	27. 10	*idem.*
22	S.	10	17 ½	13	27. 10	beau avec nuages.
23	S. O.	13	17 ½	13	27. 9 ½	variable avec nuages & bruine.
24	N.	11 ½	16 ½	12	27. 11	beau avec nuages.
25	N. O.	13	18 ½	11	28. ½	*idem.*
26	N. E.	12 ½	15 ½	11 ½	28. 1	beau temps.
27	N. E.	12	20 ½	13	28. 1	*idem.*
28	E.	14	19 ½	14 ½	27. 10	beau fixe & venteux.
29	E.	13	21 ½	16 ½	27. 8 ½	beau fixe.
30	O.	16 ½	19 ½	14 ½	27. 9	variable avec petite bruine.
31	N. O.	11	12	11	27. 10	gr. pluie le mat. pluv. le reſte du jour.

Ce mois a été extrêmement frais, on peut même dire froid pour le mois d'Août, car excepté quelques jours de chaleur, il a toujours été ſi froid qu'il a gelé pluſieurs jours de ſuite; il peut auſſi paſſer pour ſec, parce qu'il n'eſt point tombé d'eau par orage; les mares ont tari, ainſi que les ſources: la rivière d'Eſſonne a été à ſec, c'eſt pourquoi la pluie abondante qui a tombé le 31 a fait grand plaiſir.

Le lundi 3 de ce mois, les Fermiers qui avoient achevé de ſerrer leurs ſeigles, commencèrent à faire couper les fromens; la moiſſon a été finie le 29, & ſur le champ on a commencé à lever les avoines les premières fauchées : le temps frais qu'il a fait pendant la moiſſon a été très-favorable pour les moiſſonneurs, & les petites pluies qui ne l'ont point interrompue, ont fait beaucoup de bien au grain, qui paroiſſoit de bonne qualité; il n'y avoit pas tant de paille que l'année dernière, cependant il n'y a point de Fermiers qui n'aient été obligés de faire des gerbiers, mais les gerbes étoient légères, ce qui annonçoit peu de grain.

Il n'y avoit encore à la fin du mois aucun grain de verjus de tourné.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	10	14 1/2	11	27.	10	couvert avec nuages.
2	S. O.	12 1/2	17	13	27.	9	variable avec nuages & petite pluie.
3	S.	13	19	13 1/2	27.	9	beau avec nuages.
4	S.	15	24 1/2	18	27.	9	beau fixe, le soir éclairs & tonnerre.
5	S. E.	16 6/4	24 1/2	18	27.	9	beau avec vent.
6	S. E.	14 1/2	15 1/2	12 1/2	27.	9 1/2	grande pluie & tonnerre.
7	S. O.	12	15	12 1/2	27.	9	beau avec nuages.
8	S. O.	9 1/2	15	11	27.	9 1/2	*idem.*
9	S.	10	12 1/2	10	27.	6	var. avec grande pluie & gelée blanc.
10	O.	10 1/2	15	9 1/2	27.	11	beau avec nuages, vent & gelée blanche.
11	E.	10	18	12	27.	11 1/2	beau avec nuages.
12	E.	11	20	14	27.	10	*idem.*
13	O.	14	17	12	28.	1/2	couvert & tonnerre.
14	S. O.	9	15	12	28.		beau avec nuages.
15	O.	9 1/2	14 1/2	11	27.	11 1/2	couvert.
16	S. O.	11 1/2	15 1/2	11	27.	11 1/2	brouillard & petite bruine.
17	S.	12	19 1/2	13 1/2	27.	11 1/2	beau fixe.
18	E.	14	20 1/2	15	28.	1	beau temps.
19	N. E.	13	19 1/2	14	27.	2	beau avec nuages.
20	N. E.	12 1/2	18 1/2	12	27.	2 1/2	beau temps.
21	N. E.	10 1/2	15 1/2	10 1/2	27.	11 1/2	beau & venteux.
22	N. E.	11	16	10	27.	11	
23	N. E.	9	16	11 1/2	27.	9 1/2	
24	N. E.	8 1/2	13	11	27.	11	beau temps.
25	N. E.	10	15 1/2	13	28.		couvert.
26	N. E.	11 1/2	15	12	28.	1	*idem.*
27	S. O.	11	16	13	27.	11	beau avec nuages.
28	O.	13	15	10 1/2	27.	11 1/2	pluvieux & venteux.
29	S. O.	12 1/2	15 1/2	11 1/2	27.	7	variable avec nuages sans pluie.
30	N. O.	8	11 1/2	6	27.	10	couvert & venteux.

Ce

Ce mois a été froid, mais très-ſec, ce qui fait qu'on mangeoit encore de fort bons melons quoiqu'ils euſſent manqué de chaleur; on peut dire en général qu'il n'y a point eu d'été & qu'il a été très-ſec: toutes les ſources, même les plus baſſes, ont tari, c'eſt pourquoi la rivière d'Eſſonne étoit à ſec; des puits très-anciens qui avoient toujours fourni beaucoup d'eau, en manquoient; il y avoit apparence que les eaux ſeroient encore baſſes, parce que n'y ayant pas eu de chaleur pendant l'été, les neiges n'ont point fondu dans les montagnes; c'eſt pour cette raiſon qu'il n'y a point eu de crûe dans la rivière de Loire.

A la fin du mois les raiſins étoient en partie noirs, en partie rouges, & il y avoit des grains verds & encore en verjus; pluſieurs cantons de vigne ont été gelés la nuit du 23 au 24.

On a travaillé pendant tout ce mois à donner aux terres à blé le dernier labour qu'on nomme *à demeure.*

Sur la fin du mois, on ne voyoit plus d'hirondelles; il eſt mort pendant l'été quantité de petits hirondeaux dans les nids, ſoit à cauſe du froid, ſoit faute de trouver des moucherons pour leur nourriture.

On commençoit à voir quelques grives.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	4	12 1/2	10	27.	11 1/2	gelée blanche, beau avec nuages.
2	S. O.	8	14	10 1/2	27.	11	beau avec nuages.
3	S. O.	10	14	11	27.	5	couvert & grand vent.
4	O.	6 1/2	10	4	27.	3	couvert, pluvieux & grand vent.
5	O.	4	9	5 1/2	27.	7	beau & venteux avec nuages.
6	S. O.	6	13	11 1/2	27.	10	variable & venteux avec bruine.
7	S. O.	10 1/2	15 1/2	11	27.	9 1/2	beau avec nuages.
8	S. O.	9	15	14 1/2	27.	7 1/2	beau avec nuages & pluvieux.
9	N. O.	12	14 1/2	7	27.	9	variable avec pluie & vent.
10	N.	4	8	4	27.	11	pluie la nuit, beau avec nuages & vent.
11	N. O.	1 1/2	7	3 1/2	27.	10 1/2	variable & gelée blanche.
12	N.	2	5 1/2	5	28.		variable & couvert avec petite bruine.
13	N. E.	5	7 1/2	6 1/2	28.		couvert.
14	N. E.	5 1/2	5 1/2	6	27.	9	couvert & pluvieux.
15	N. E.	3 1/2	7 1/2	3	27.	11	beau avec nuages.
16	S. O.	1	7 1/2	3 1/2	27.	8 1/2	gel. à glace, couv. & pluv. après-midi.
17	N. O.	5	11	3	27.	10	beau avec nuages.
18	S. O.	8 1/2	11 1/2	10	27.	10 1/2	couvert & bruine.
19	S.	9	11	8	27.	11 1/2	*idem.*
20	S.	8	15	10	28.		beau soleil.
21	S.	8	11 1/2	10	28.	1	couvert & humide, brouillard le matin.
22	E.	8	15 1/2	11	27.	11	le matin brouillard, beau soleil.
23	E.	8	15 1/2	11	27.	11	beau soleil.
24	S. O.	9	14 1/2	11	28.	1	couvert & pluvieux.
25	S. O.	9 1/2	15 1/2	12	28.	1	beau temps.
26	S. O.	11 1/2	16	12	28.	1/2	couvert.
27	O.	11	13	7	28.	2	variable avec bruine.
28	E.	4 1/2	10 1/2	10	27.	10 1/2	couvert & pluvieux.
29	S. O.	9 1/2	12	7 1/2	27.	11	beau avec nuages.
30	S.	6 1/2	15 1/2	12	27.	7	couvert.
31	S.	7	9	5 1/2	27.	8	variable avec pluie & vent.

Ce mois a été variable & la fin très-pluvieuſe, cependant le baromètre a toujours été aſſez haut.

Le 12, on a commencé la vendange, les vignes qui ont été vendangées le 20, ont commencé le 21 à pouſſer un petit bouillon, & le 22 la cuve étoit en pleine fermentation couleur de roſe; on s'attendoit que le vin n'auroit point de qualité: tous les vins ont été entonnés vers le 26: il y en a eu très-peu & moins encore que l'on ne comptoit; les meilleures vignes n'ont donné qu'une pièce par arpent; le vin avoit peu de couleur & étoit verd à l'excès, ce qui a fait prodigieuſement augmenter le prix du vin vieux.

À la fin du mois de Septembre il y avoit beaucoup de fleurs mâles ſur les cèdres du Liban, tant au jardin du Roi à Paris qu'à Denainvilliers: vers le 20 on a vu les premières fleurs de ſafran, ils ont très-peu donné & à la fin du mois on n'en voyoit preſque plus.

Il a règné dans les derniers jours de Septembre & pendant tout le courant d'Octobre des dyſſenteries épidémiques dans toute la Province, pluſieurs en ſont morts & les autres ont été long-temps à ſe rétablir.

Beaucoup de chevaux ont été attaqués de la toux; les poules ont eu la pepie, & les dindons ont eu des chancres ſur la langue.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S.	3 1/2	7	5	27.	8	pluie par ondées le jour & la nuit.
2	S. O.	6	9	11	27.	8	couvert & bruine.
3	S. O.	10	12 1/2	11	27.	9	couvert, humide & venteux.
4	S. O.	9 1/2	11 1/2	10	27.	9	couvert.
5	S. O.	10 1/2	12	10 1/2	27.	9	couvert & pluvieux.
6	S.	6	10	5	27.	11	beau avec nuages.
7	S.	6	10 1/2	9	27.	10 1/2	couvert, pluvieux & venteux.
8	S.	6	11	10 1/2	27.	11	grand brouillard, couvert & humide.
9	S. O.	10	12 1/2	10 1/2	28.		couvert.
10	S. O.	8	12 1/2	8 1/2	27.	11	variable & couvert sans pluie.
11	S. O.	9 1/2	9 1/2	6 1/2	28.	1 1/2	beau avec nuages.
12	S. O.	5 1/2	11	10 1/2	27.	9 1/2	couvert.
13	S.	8	7	5	27.	9	pluvieux.
14	S. O.	6	8	7	27.	4	pluie & vent.
15	S. O.	5	6 1/2	5	27.	4 1/2	pluvieux & venteux.
16	S.	6	7	6	27.	3	*idem.*
17	S. O.	5	6	4	27.	7	couvert & bruine.
18	S.	0	4 1/2	1	28.		beau avec nuages & bruine.
19	S. O.	— 1/2	2 1/2	2 1/2	28.	2	couvert, brouillard & verglas.
20	E.	3	6 1/2	1	28.	3	beau soleil.
21	N. E.	— 1 1/2	4 1/2	0	28.	1	*idem.*
22	E.	— 1 1/2	4 1/2	1	28.	1/2	beau avec nuages.
23	E.	1	5	1	28.		brouillard.
24	E.	1/2	2	1	27	11 1/2	grand brouillard.
25	E.	0	3	1/4	28.	1	*idem* le matin; beau l'après-midi.
26	S. O.	1	5	5	28.	1	couvert & bruine.
27	S. O.	6	9	8	28.		couvert.
28	N.	3	6	2	28.	2	beau soleil.
29	E.	— 1/2	3	— 2	27.	11 1/2	variable avec bruine.
30	S. O.	— 1 1/2	2 1/2	3	27.	11	couvert & bruine.

Ce mois a été pluvieux & le temps a preſque toujours été couvert; il y a cependant eu quelques beaux jours & du froid.

Les dyſſenteries ont beaucoup diminué pendant ce mois, mais ceux qui en avoient été attaqués ont eu de la peine à ſe rétablir.

La toux des chevaux eſt devenue preſque générale, mais elle n'a point eu de mauvaiſes ſuites.

Les dindons étoient attaqués de pluſieurs maladies qui en ont fait mourir un grand nombre; les uns ont eu des dévoiemens & ſont morts en langueur, d'autres ont eu des fluxions ſur la tête; les ganglions s'endurciſſoient, la tête enfloit, les yeux ſe fermoient, la langue & le bec étoient couverts de chancre, on leur a lavé la tête avec une leſſive & le bec avec du ſel, du poivre, de l'ail ou de l'eau vulnéraire, & on leur a fait manger à la main du ſon détrempé avec une décoction de rue, d'abſinthe & de lavande; malgré tous ces remèdes & d'autres qu'on a tentés, il en eſt mort beaucoup; d'autres ne paroiſſant point malades mouroient tout d'un coup pendant la nuit; j'en ai fait ouvrir qui avoient le foie & le géſier très-ſains, mais la membrane intérieure du géſier ſe détachoit & ſe déchiroit aiſément comme ſi elle eut été attaquée de la gangrène.

Comme cette maladie a continué tout l'hiver, le détail s'en trouvera dans le Journal de 1768.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N.	3 ½	4	— 1	27.	9 ½	variable ſans pluie.
2	N.	0	2	— 2 ½	28.		variable & beau avec grêle.
3	N.	— 4	— 1	— 3 ½	28.	2	beau & venteux.
4	E.	— 6	0	— 1	28.	½	beau avec nuages & greſil.
5	S.	½	3	3	27.	7	brouillard & bruine froide.
6	O.	2 ½	4 ½	3 ½	27.	8	couvert & humide.
7	S.	4	6 ½	6 ½	27.	9	*idem.*
8	S.	5	7	7	27.	10 ½	couvert & venteux avec bruine.
9	S.	6 ½	7 ½	6 ½	27.	10 ½	couvert & humide.
10	S.	4 ½	5	5	27.	9	couvert.
11	E.	4	5	3 ½	27.	11	beau avec nuages.
12	N. E.	— 1 ½	3	— ½	27.	11 ½	beau & brouillard le ſoir.
13	S.	— 3	— 1	0	27.	11 ½	givre & brouillard.
14	S.	3	3	1 ½	28.		couvert, brouillard & bruine.
15	E.	1 ½	3 ½	2	27.	11 ½	variable ſans pluie.
16	N. E.	0	3	— ½	27.	10	brouillard & beau ſoleil l'après-midi.
17	N. E.	— 1 ½	3 ½	0	27.	7 ½	beau ſoleil.
18	S.	0	6	— 2	27.	4 ½	beau temps.
19	E.	2	8	2 ½	27.	3	beau avec nuages.
20	E.	2	4 ½	3 ½	27.	4	beau avec nuages & vent.
21	N. E.	— 1	1 ½	— 1 ½	27.	6	*idem* avec nuages.
22	N. E.	— 3	— 1	— 4	27.	8	*idem.*
23	N. E.	— 6	— 3 ½	— 6	27.	9	beau & venteux.
24	N. E.	— 8 ½	— 5	— 7	27.	9 ½	beau ſoleil.
25	N. E.	— 9 ½	— 5 ½	— 8	27.	6 ½	*idem.*
26	N.	— 8 ½	— 4	— 5 ½	27.	4 ½	couvert; neige le ſoir.
27	E.	— 5 ½	— 2	— 4 ½	27.	4 ½	le matin, la terre eſt couverte de neige.
28	N. E.	— 4 ½	— 3	— 2 ½	27.	5	neige toute la journée.
29	S.	— 5	— 1 ½	— 2	27.	8	beau ſoleil.
30	S.	— 8	— 4	— 8	27.	8	*idem.*
31	S. O.	— 12	— 8 ½	— 9	27.	8	beau, grand givre.

Ce mois a été très-froid; la grande gelée n'a commencé que le 21, mais le froid a toujours été en augmentant jusqu'à la fin.

Il est peu tombé d'eau & la terre étoit sèche lorsque la gelée a commencé.

IDÉE GÉNÉRALE DES PRODUCTIONS DE LA TERRE, pendant l'année 1767.

FROMENS.

Les bonnes terres blanches de la Beauce ont moins rapporté cette année que les terres légères, parce que n'y ayant point eu de chaleurs pour échauffer les terres blanches qui sont froides, le blé a monté trop tard en tuyau & a été rouillé; dans les terres légères il y a eu assez de fourrage, mais il faut vingt-quatre à vingt-six gerbes pour remplir une mine qui contient 80 livres de grain; au lieu que dans les bonnes années il ne faut que douze gerbes pour remplir cette mesure; de plus il y a dans le grain au moins un quart de petits grains retraits qui ne donnent point de farine; ainsi l'année ne peut au plus être estimée que le tiers ou le quart d'une bonne année: le blé valoit 24 à 25 livres le setier, mesure de Paris.

AVOINES ET ORGES.

Il n'y a eu que médiocrement d'avoine, mais elle étoit de bien meilleure qualité que celle de l'année dernière; les orges ont été très-belles & ont donné beaucoup de grain.

GROS LÉGUMES.

Les pois, les vesces, les lentilles & autres plantes légumineuses ont bien réussi & leur fourrage a été de bonne qualité.

VINS.

Les vignes ont été gelées au printemps & le peu qu'il en est resté n'a pu mûrir que très-imparfaitement, parce qu'il n'y a point eu de chaleur; les vignes, l'une dans l'autre, n'ont pas rapporté un quart de vin par arpent, & ce vin n'a aucune qualité, point

de couleur & eſt très-verd, cependant la plupart des Vignerons l'ont paſſé ſur leur vin vieux.

L'eau-de-vie eſt très-chère, & les vins de cette année ne ſont propres ni à brûler ni à faire du vinaigre.

FRUITS.

Il n'y a eu aucune eſpèce de fruit, ni à noyau ni à pepin; pas même de fruits ſauvages, de cénelles, de prunelles, de glands, ni de noix, je ne dis pas *peu*, je dis *point du tout;* depuis long-temps il n'y a eu une année auſſi ſtérile; les melons ont eu très-peu de qualité & il n'y en a eu que fort peu de paſſables, & ceux-là ont été les tardifs.

FOINS ET SAINFOINS.

Les ſainfoins ont été bas; la récolte n'en a pas été abondante, mais ils ont été de bonne qualité; la récolte des foins a été aſſez abondante.

SAFRANS.

On ſe rappellera que l'année dernière la gelée ayant pénétré avant en terre, & ayant duré preſque tout l'hiver, les oignons de ſafran qui ſe forment dans cette ſaiſon, étoient reſtés fort petits & incapables de donner de la fleur.

Il n'y a guère eu plus de fleur de ſafran cette année que l'année dernière 1766; on a recueilli environ une livre ou cinq quarterons par arpent, qui ne s'eſt vendu que 40 francs la livre.

CHANVRES.

Les chanvres ont été abondans & de bonne qualité.

GIBIER.

Il y a eu aſſez de perdrix & de lièvres, mais beaucoup plus de cailles qu'on n'en avoit vu depuis long-temps; on n'a point vu cette année de groſſes grives, parce qu'il n'y a point eu de cénelles; les mauviettes ou grives de vendange, n'ont paru que pendant peu de temps, mais elles étoient en grande quantité.

Il y a eu beaucoup d'allouettes dans les commencemens de leur

leur arrivée, mais elles étoient maigres & ne valoient rien; il n'y a point eu d'oiſeaux de rivière d'aucune eſpèce, parce qu'il n'y avoit point d'eau dans les prés ni dans la rivière; on a très-peu vu de corneilles pendant l'hiver.

ABEILLES.

Elles ont très-bien fait pour la récolte du miel, parce que les fleurs légumineuſes ont été long-temps en fleur, mais elles ont jeté leurs eſſaims par petits pelotons dont il a fallu mêler pluſieurs enſemble pour remplir les ruches.

INSECTES.

Il y a eu peu de hannetons & il n'y a eu d'aucune eſpèce de chenilles, quoiqu'on vit beaucoup de fourreaux pendant l'hiver; mais il y a eu une quantité prodigieuſe de ſouris dans les granges & qui ont conſommé beaucoup de blé & d'avoine.

SEMIS ET PLANTATIONS.

Les lauriers francs & les figuiers ont été gelés d'hiver; la gelée a peu endommagé les autres arbres, ſi ce n'eſt les cyprès qui ſe ſont trouvés expoſés au vent du nord; ce ſont les gelées du mois d'Avril qui ont perdu tous les fruits & endommagé les jeunes pouſſes des autres arbres, cependant nous n'avons preſque perdu aucun de nos arbres étrangers.

Les arbres qui ont été plantés cette année ont très-bien repris; & la pouſſe a été belle, parce qu'il n'y a point eu de chaleur pendant l'été.

MALADIES DES HOMMES.

Il y a eu peu de fièvres intermittentes, mais beaucoup de dyſſenteries cet automne dont pluſieurs étoient accompagnées d'un caractère de putridité qui ont fait périr beaucoup de monde; cependant il n'y a eu de fruits d'aucune eſpèce qui ait pu occaſionner cette maladie, ni les vers qui les accompagnoient preſque toutes.

MALADIES DES BESTIAUX.

Il n'y a point eu de maladies épidémiques ſur les beſtiaux; quantité de chevaux ont eu la toux cet automne, mais elle s'eſt paſſée ſans accident.

Il eſt bon de ſe rappeler ici un évènement qui a penſé être funeſte à pluſieurs troupeaux, quoiqu'il ſoit connu de preſque tous les Fermiers; les pluies qui ſurvinrent un peu avant les ſemailles, & qui avoient été précédées de ſéchereſſe, firent germer beaucoup de ſemences, ſur-tout du ponceau; les Bergers qui eurent l'imprudence de mener leurs troupeaux ſur les guérets dans cette circonſtance, virent leurs bêtes qui enfloient à vue d'œil; ils coururent en avertir le Fermier qui ſortit avec tous ſes domeſtiques & ſes chiens pour, à coups de fouet, faire courir le troupeau, & cela pendant quatre ou cinq heures ſans diſcontinuer; c'eſt le ſeul remède qu'on connoiſſe à cet accident, mais il eſt très-bon & deux de nos Fermiers, dont les troupeaux ont été attaqués de cette maladie, n'ont perdu que les bêtes qui, à l'arrivée du ſecours, ne pouvoient prendre cet exercice, étant déjà trop enflées: malheureuſement ce remède eſt très-fatigant pour ceux qui le donnent, un de nos Fermiers y a gagné une pleuréſie.

Cette maladie attaque quelquefois les vaches, & le remède eſt le même, un exercice violent; quelques-uns prétendent que cette maladie eſt produite par les jeunes ponceaux, quand les beſtiaux en mangent en trop grande quantité; des Vignerones m'ont dit qu'elles avoient eu des vaches malades pour leur avoir donné dans l'étable, du ponceau en trop grande quantité; mais d'autres croient que toute eſpèce de plante fort jeune, produit le même accident: ils ſoupçonnent même qu'il dépend de ce que les bêtes en mangent en trop grande quantité & s'engorgent; je n'ai ſur cela aucune expérience déciſive.

MALADIES SUR LES VOLAILLES.

Il n'y a point eu de baſſe-cour où il ne ſoit mort beaucoup de poules; il y en a qui les ont perdu toutes, d'autres la moitié, d'autres un quart; vers la fin de cet automne, les dindons ont

été attaqués d'une maladie épidémique ſur la tête, dont la ſuite ſe trouvera dans les obſervations de 1763 ; mais la maladie n'a pas été générale.

Niveau des Eaux.

Les eaux ont été très-baſſes toute l'année, les ſources ont tari & la rivière a été à ſec; cependant il a peu péri de poiſſon parce qu'il s'étoit retiré dans les foſſes où il ſe conſerve beaucoup d'eau, mais la gelée en a fait mourir beaucoup; il a fallu fouiller preſque tous les puits, même les plus anciens: il y a eu des fermes en Beauce où on a été obligé d'envoyer chercher de l'eau à trois lieues, & pluſieurs ont été dans la néceſſité d'y envoyer leurs vaches & leurs moutons, parce qu'il n'y avoit point d'eau dans les mares ni dans les puits.

Laines.

Compte de trois toiſons, dont deux de moutons Anglois & une du Gâtinois.

La laine du bélier Anglois peſant en ſuin 6 livres 7 onces, a rendu lavée 3 livres 3 onces : celle de la brebis Angloiſe peſant en ſuin 6 livres, a rendu lavée 3 livres.

La laine de la brebis du Gâtinois, peſant en gras 4 livres 10 onces, a rendu lavée 2 livres; ainſi le tout s'eſt réduit à 8 livres.

La livre de laine angloiſe a été vendue vingt ſous, ainſi trois livres de cette laine ont été vendues.....	3[l]	0[s]
La livre de laine de Gâtinois a été vendue 17 ſous, ainſi les deux livres.....	1.	14
	4.	14.
À déduire, port de Pithiviers à Orléans & lavage.....		18
Reſte net....	3[l]	16[s]

Nota. Le bélier & la brebis angloiſe nous avoient été donnés par M. le Préſident de Malesherbes; ces deux bêtes ont été miſes dans un troupeau très-ſain, & recommandées au Berger qui eſt très-bon & qui en a eu un ſoin particulier; mais ces deux bêtes étoient attaquées de la

pourriture; la brebis trop foible n'a point donné d'agneau; le bélier a ſervi dix brebis du pays, & l'un & l'autre ſont morts de la pourriture; les agneaux ſont pris de cette même maladie, quoiqu'aucune bête du troupeau n'en ſoit attaquée, & les pâturages de cette ferme ne produiſent point cette maladie. On voit que malgré la maladie la laine des bêtes angloiſes valoit mieux que celle des bêtes françoiſes.

Quoique les gelées d'hiver aient été très-fortes & de longue durée, on voit qu'elles n'ont pas fait de tort conſidérable aux productions de la terre, mais les gelées qui ſont ſurvenues les 17, 18 & 19 Avril, lorſque la vigne & les arbres avoient commencé à pouſſer, ont perdu tous les fruits, & le peu de raiſin qui a échappé à ces gelées n'a pu mûrir faute de chaleur: cette raiſon a fait auſſi qu'il y a eu plus de paille que de froment, mais beaucoup de menus grains. Si l'on joint à cela les dyſſenteries épidémiques qui ont règné dans beaucoup de Provinces, on peut dire que cette année 1767 a été des plus fâcheuſes, & bien des Seigneurs ont été dans la néceſſité de venir au ſecours de leurs Vaſſaux & de les nourrir juſqu'aux premières récoltes.

RECHERCHE
DE
L'ÉQUATION DU CENTRE DE JUPITER,
Et de quelques autres élémens de la théorie de cette Planète.

Par M. BAILLY.

C'EST un élément très-important pour la théorie des ſatellites de Jupiter que l'équation du centre de la planète principale. Cette équation influe directement ſur le cacul des éclipſes des Satellites, puiſqu'on y ſuppoſe donnée la longitude vraie de Jupiter; mais cet élément eſt encore eſſentiel dans le cas où l'on cherche les dimenſions de l'orbite du Satellite; les effets de ſon excentricité peuvent ſe combiner avec les effets de l'excentricité de Jupiter, de manière que l'on ne puiſſe les démêler les uns des autres, ſi l'on eſt incertain de la vraie quantité de l'équation du centre de Jupiter. En effet ſi l'axe de l'orbite d'un Satellite ne s'éloigne pas beaucoup de l'axe de l'orbite de Jupiter, l'équation du centre de ce Satellite croîtra comme celle de Jupiter, qui en paroîtra augmentée ou diminuée; & ſi l'équation du centre du Satellite eſt aſſez conſidérable pour être aperçue par l'obſervation des éclipſes, on ſera du moins dans le doute ſi l'inégalité obſervée doit être attribuée toute entière à l'excentricité du Satellite ou ſi elle ne renferme pas quelque correction à faire à l'équation du centre de Jupiter. M. Maraldi remarqua dans les *Mémoires de l'Académie de 1732*, que M. Caſſini, en preſcrivant d'ajouter un trentième à l'équation du centre de Jupiter dans le calcul des éclipſes du 1.er Satellite, ſuppoſoit tacitement une équation du centre au Satellite même, qui ſembloit être d'environ 11 minutes, mais comment décider ſi cette correction étoit dûe toute entière à l'excentricité du Satellite, ou ſi l'équation du centre de Jupiter n'étoit pas trop petite.

Ce ſont les raiſons qui m'ont engagé à examiner quelle eſt aujourd'hui la vraie quantité de l'équation du centre de Jupiter, quelle étoit ſa vraie quantité dans les deux ſiècles précédens, & enfin ſes variations, ſi elle eſt dans le cas d'en avoir: je ſais que pluſieurs habiles Aſtronomes ſe ſont occupés de cette recherche, mais leurs réſultats diffèrent; j'ai voulu diſcuter ces réſultats pour m'éclairer ſur le choix que je devois faire entre eux.

Bouillaud en 1645 établiſſoit l'équation du centre de.....	5ᵈ	34′	0″
M. de la Hire en 1702.....	5.	36.	54
M. Halley en 1719.....	5.	31.	36
M. Caſſini en 1740.....	5.	31.	17

Ces quatre Aſtronomes ſuppoſoient l'équation conſtante; M. Jeaurat ayant examiné la ſuite des obſervations, en appliquant au calcul les petites équations que feu M. Mayer a déduites de la théorie de M. Euler, remarqua que les obſervations ne permettoient pas qu'on fit uſage de ces petites équations, mais il crut apercevoir que l'équation du centre étoit ſujette à des variations qui revenoient les mêmes au bout de ſoixante ans; il établit donc dans ſes Tables, publiées en 1765, l'équation du centre de 5ᵈ 36′ 20″, avec une variation de 7′ 20″ en plus & en moins, qui a lieu dans une période de ſoixante ans.

M. Wargentin dont on connoît la ſagacité pour diſcuter & concilier les obſervations, employa les petites équations de M. Mayer & dreſſa en 1767 des Tables de Jupiter qu'il a communiquées à M. de la Lande; il trouve qu'on doit ſuppoſer en 1760 l'équation du centre de 5ᵈ 34′ 1″, avec un accroiſſement de 2′ 15″ par ſiècle.

Voilà aſſurément des différences remarquables, & qui laiſſent dans une grande incertitude, puiſque parmi ces Aſtronomes, pluſieurs ſuppoſent l'équation conſtante, les uns lui donnent des accroiſſemens & des diminutions périodiques, tandis que les autres la font croître conſtamment; l'hypothèſe de M. Wargentin me ſembloit préférable, parce que, 1.° il a fait uſage des petites équations de feu M. Mayer, qui étant déduites de la théorie,

paroiſſent devoir être employées; 2.° parce que cet accroiſſement conſtant de l'équation du centre eſt encore conforme à la théorie; 3.° enfin parce que les obſervations ſont toutes très-bien repréſentées par les ſuppoſitions & les élémens de M. Wargentin.

J'ai penſé qu'un nouvel examen de ces élémens ne pouvoit pas être inutile, & que mes réſultats fourniroient un nouveau degré de certitude à celui des Aſtronomes avec leſquels ils s'accorderoient, de plus j'avois lû un Mémoire de M. de la Grange ſur la théorie de Jupiter & de Saturne, dans le *III.e volume des Mémoires de l'Académie de Turin*, & il me paroiſſoit intéreſſant de connoître juſqu'à quel point les obſervations pouvoient s'accorder avec les déterminations de ce célèbre Géomètre.

Je me ſuis ſervi dans cette recherche de la ſuite des oppoſitions calculées par M. Jeaurat, qui ſe trouvent dans ſon Mémoire imprimé dans le volume de l'Académie pour 1765 & dans mon Eſſai ſur la théorie des Satellites, en ſuppoſant que toutes les longitudes de Jupiter fuſſent corrigées de l'aberration & comptées ſur le plan de l'orbite de Jupiter.

La méthode dont je me ſuis ſervie eſt celle qui eſt connue de tous les Aſtronomes, & par laquelle on détermine l'excentricité, le lieu de l'aphélie, le temps du paſſage par la ligne des apſides & l'erreur de la longitude moyenne, au moyen de trois obſervations dont deux ſont placées vers les moyennes diſtances, & la troiſième près de la ligne des apſides.

En conſéquence j'ai choiſi & combiné trois à trois, un certain nombre d'obſervations, je rapporterai de ſuite les trois obſervations dont je me ſuis ſervi & les réſultats que j'en ai tirés.

	Longitude vraie de ♃.
9 Juillet 1759 à 19^{h} 4′	9^{s} 17^{d} 35′ 17″
21 Sept. 1761 à 6. 19.	11. 28. 54. 10
4 Janvier 1765 à 23. 26.	3. 15. 30. 1
Équation déduite	5. 33. 23
Lieu de l'aphélie	6. 10. 15. 50
Époque du paſſage par le périhélie, le 22 Janvier 1762 à 8^{h} 43′.	
Erreur de la longitude moyenne	— 1′ 33″.

	Longitude vraie de ☿ :
4 Juillet 1747 à 20^{h} 2′	9^{f} 12^{d} 46′ 29″
15 Sept. 1749 à 21. 1.	11. 23. 33. 8
31 Déc. 1752 à 9. 54.	3. 10. 45. 20
Équation du centre	5. 33. 32
Lieu de l'aphélie	6. 10. 26. 30
Époque.... 17 Mars 1749, 18^{h} 34′	
Erreur de la longitude moyenne.....	— 2′ 39″

L'époque eſt toujours celle d'un paſſage à l'aphélie ou au périhélie, & l'erreur de la longitude moyenne eſt marquée négative lorſque les Tables donnent une longitude trop petite.

26 Déc. 1740 à 18^{h} 49′.....	3^{f} 5^{d} 56′ 54″
29 Mars 1744 à 5. 23.....	6. 9. 20. 35
4 Juillet 1747 à 20. 2.....	9. 12. 46. 29
Équation du centre.....	5. 33. 23
Lieu de l'aphélie.....	6. 10. 4. 24
Époque..... 8 Avril 1744, 1^{h} 52′	
Erreur de la longitude.....	2′ 36″
30 Juin 1739 à 1^{h} 38′.....	9^{f} 8^{d} 7′ 48″
18 Oct. 1738 à 9. 51.....	0. 25. 18. 28
62 Déc. 1740 à 18. 49.....	3. 5. 56. 54
Équation du centre.....	5. 34. 13
Lieu de l'aphélie.....	6. 10. 16. 16
Époque..... 7 Mai 1738, 9^{h} 51′	
Erreur de la longitude.....	1′ 32″
25 Juin 1723 à 4^{h} 2′.....	9^{f} 3^{d} 21′ 21″
13 Oct. 1726 à 5. 46.....	0. 20. 4. 45
22 Déc. 1728 à 3. 9.....	3. 1. 6. 52
Équation du centre.....	5. 34. 53
Lieu de l'aphélie.....	6. 10. 12. 44
Époque..... 28 Juin 1726, à 9^{h} 7′	
Erreur de la longitude.....	0′ 35″

14 Juin 1699 à $9^h\ 42'$	$8^s\ 23^d\ 51'\ 18''$
2 Oct. 1702 à 17. 10	0. 9. 28. 44
14 Janv. 1706 à 16. 25	3. 24. 41. 48
Équation du centre	5. 33. 14
Lieu de l'aphélie	6. 9. 26. 15
Époque... 1.er Oct. 1702, à $17^h\ 10'$	
Erreur de la longitude	$-\ 2'\ 17''$
13 Juillet 1688 à $14^h\ 53'$	$9^s\ 22^d\ 20'\ 54''$
26 Sept. 1690 à 8. 28	0. 4. 6. 3
9 Janvier 1694 à 3. 42	3. 20. 0. 30
Équation du centre	5. 31. 46
Lieu de l'aphélie	6. 9. 18. 0
Époque.... 20 Nov. 1690, à $18^h\ 58'$	
Erreur de la longitude	$-\ 0'\ 56''$
4 Janv. 1682 à $12^h\ 50'$	$3^s\ 15^d\ 12'\ 28''$
6 Avril 1685 à 9. 13	6. 17. 38. 36
9 Juin 1687 à 15. 20	8. 19. 12. 4
Équation du centre	5. 31. 15
Lieu de l'aphélie	6. 9. 4. 44
Époque..... 14 Déc. 1684 à $5^h\ 30'$	
Erreur de la longitude moyenne	$+\ 0'\ 51''$
3 Juillet 1664 à $19^h\ 12'$	$9^s\ 12^d\ 47'\ 26''$
15 Sept. 1666 à 23. 44	11. 23. 44. 33
30 Déc. 1669 à 23. 24	3. 10. 28. 8
Équation du centre	5. 32. 21
Lieu de l'aphélie	6. 8. 42. 58
Époque.... 27 Févr. 1667 à $7^h\ 27'$	
Erreur de la longitude	$+\ 2'\ 11''$
27 Janv. 1659 à $11^h\ 32'$	$4^s\ 8^d\ 8'\ 22''$
15 Sept. 1666 à 23. 44	11. 23. 44. 33
5 Juin 1675 à 0. 19	8. 14. 42. 4
Équation du centre	5. 31. 28

Lieu de l'aphélie.....	6ˢ 8ᵈ 42′ 46″
Époque.... 27 Fév. 1667 à 9ʰ 18′	
Erreur de la longitude.....	+ 2′ 23″
26 Déc. 1657 à 11ʰ 11′.....	3ˢ 5ᵈ 47′ 40″
28 Mars 1661 à 17. 57.....	6. 8. 58. 53
3 Juillet 1664 à 19. 12.....	9. 12. 47. 46
Équation du centre.....	5. 32. 9
Lieu de l'aphélie.....	6. 8. 48. 46
Époque.... 26 Mars 1661 à 7ʰ 38′	
Erreur de la longitude moyenne.....	+ 2′ 29″
21 Déc. 1586 à 16ʰ 6′.....	3ˢ 10ᵈ 19′ 4″
25 Mai 1592 à 16. 19.....	8. 14. 25. 1
27 Sept. 1607 à 11. 1.....	0. 4. 10. 0
Équation du centre.....	5. 29. 14
Lieu de l'aphélie.....	6. 7. 27. 2
Époque.... 2 Nov. 1607 à 8ʰ 20′	
Erreur de la longitude.....	+ 6′ 10″
21 Déc. 1586 à 16ʰ 6′.....	3ˢ 10ᵈ 19′ 4″
23 Mars 1590 à 12. 24.....	6. 12. 54. 30
29 Juin 1593 à 10. 24.....	9. 17. 20. 57
Équation du centre.....	5. 31. 53
Lieu de l'aphélie.....	6. 7. 22. 18
Époque.... 8 Janv. 1590 à 22ʰ 31′	
Erreur de la longitude.....	+ 7′ 45″
15 Mai 133 à 23ʰ 3′.....	7ˢ 23ᵈ 22′ 30″
1 Sept. 136 à 4. 10.....	11. 7. 47. 33
8 Oct. 137 à 3. 18.....	0. 14. 19. 6
Équation du centre.....	5. 12. 10
Lieu de l'aphélie.....	5. 15. 20. 49
Époque.... 24 Nov. 136 à 4ʰ 15′	
Erreur de la longitude.....	+ 5′ 2″

Ces déterminations vont servir de base à la recherche des principaux élémens de la théorie de Jupiter, tels que l'équation

du centre, ſes variations, le mouvement de l'aphélie, le mouvement moyen & ſon accélération.

De l'Équation du centre.

Pour déterminer quelle eſt actuellement l'équation du centre de Jupiter, je me ſervirai des obſervations les plus récentes, & conſéquemment je prendrai les trois premières déterminations

1762.... 5^d 33′ 23″..... 5^d 33′ 23″
1750.... 5. 33. 32.....réd. à 1762.... 5. 33. 39
1744.... 5. 33. 23.....réd. à 1762.... 5. 33. 34

que j'ai réduites à l'époque de 1762, en ſuppoſant que l'équation du centre crût uniformement de 7 ſecondes $\frac{1}{2}$ par révolution, ainſi que je l'établirai par la ſuite; en prenant un milieu, on aura donc en 1762 l'équation du centre de Jupiter, de 5^d 33′ 32″.

Des variations de l'Équation du centre.

Je préſenterai d'abord le tableau des différentes équations du centre, qui ont été déterminées pour chaque époque.

Avant d'examiner ces déterminations, je ferai obſerver qu'elles ſont fondées ſur deux ſuppoſitions, 1.° que les obſervations ſont exactes, 2.° que les petites équations de M. Mayer le ſont auſſi: nous ignorons comment M. Mayer a déterminé ces petites équations; ſi c'eſt par la théorie ſeule de M. Euler, ou ſi c'eſt par la théorie corrigée à l'aide des obſervations. Il eſt aiſé de ſe convaincre par l'examen des obſervations, que ces équations doivent être employées; mais il n'eſt pas ſi facile de diſtinguer ſi leur quantité eſt exacte, & ſi quelqu'une de ces équations ne pourroit pas être ou plus petite ou plus grande. Il ſuffit donc qu'il y ait une erreur d'une minute & demie dans l'obſervation & dans les petites équations pour que cette erreur ſe montre dans les déterminations de l'équation du centre.

1762..... 5^d 33′ 23″.
1750..... 5. 33. 32.
1744..... 5. 33. 34.

1738	5ᵈ	34′	13″
1726	5.	34.	53.
1702	5.	33.	14.
1690	5.	31.	46.
1684	5.	31.	15.
1667	5.	32.	21.
	5.	31.	28.
1661	5.	32.	9.
1607	5.	29.	14.
1590	5.	31.	53.
136	5.	12.	10.

Le Tableau que je viens de mettre ſous les yeux, fait voir que juſqu'ici l'équation du centre a crû conſtamment; car 1.° cette équation eſt plus petite de 21 minutes en 136 qu'en 1762, & quoique les obſervations de Ptolémée ſoient ſuſceptibles de très-grandes erreurs, elles peuvent cependant ſervir de preuves quand elles concourrent à donner les mêmes réſultats que les obſervations modernes; 2.° toutes les obſervations faites depuis 1700, donnent une équation du centre, qui excède 5ᵈ 33′, & celles du ſiècle dernier ne donnent que 5ᵈ 32′ & au-deſſous.

Deux obſervations ſeulement paſſent un peu le terme que nous aſſignons ici; l'une eſt celle de 1661, mais ce n'eſt que de 9 ſecondes, l'autre eſt celle de 1667; mais nous avons pour cette époque deux réſultats, dont l'un donne 5ᵈ 32′ 21″, & l'autre 5ᵈ 31′ 28″, on ne peut préférer l'un à l'autre, & l'on doit prendre un milieu entre les deux qui ſera 5ᵈ 31′ 54″.

Je me crois donc bien fondé à conclure que dans ce ſiècle l'équation eſt au-deſſus de 5ᵈ 33′, & que dans le ſiècle dernier elle n'excédoit pas 5ᵈ 32′; ainſi il me paroît prouvé qu'il y a eu d'un ſiècle à l'autre au moins une minute de variation.

Et je ſuis d'autant mieux fondé qu'il ne paroît pas poſſible que cette différence puiſſe être attribuée à l'erreur des obſervations, 1.° parce que les obſervations faites depuis l'établiſſement de l'Obſervatoire, l'invention du pendule & depuis que les lunettes ont

été adaptées aux quarts-de-cercle, ces obſervations, dis-je, ne ſont pas ſuſceptibles d'une erreur d'une minute & plus; 2.° parce qu'il n'eſt pas vraiſemblable que toutes ces obſervations concourent à donner la même erreur.

M. de la Grange, dans le *III.e volume des Mémoires de Turin*, établit que l'équation du centre de Jupiter, en vertu des perturbations de Saturne, doit croître uniformément de $7'',4254$ par révolution de Jupiter, ce qui fait $1'\ 2'',63$ par ſiècle.

Maintenant que la variation de l'équation du centre eſt conſtatée par les obſervations, il s'agit de déterminer la quantité de cette variation par les mêmes obſervations.

Si l'on prend les obſervations de 1690, 1684, 1667 & 1661, réduites à une même époque, on pourra déterminer plus exactement l'équation du centre à cette époque; je ſuppoſerai, comme j'ai déjà fait, que l'équation du centre croît de $7''\frac{1}{2}$ par révolution.

1690 réduite à 1661.....	$5^h\ 31'\ 27''$	
1684.....	5. 31. 0.	
1667.....	5. 31. 50.	
1661.....	5. 32. 9.	
Milieu.....	5. 31. 36	en 1661
	5. 33. 32	en 1762
	1. 56.	

Donc on aura par ces obſervations $1'\ 56''$ par ſiècle.

1607 réduite à 1590.....	$5^d\ 29'\ 14''$	
1590.....	5. 31. 53.	
	5. 30. 34	en 1590.
	5. 33. 32	en 1762.
	2. 58	en 172 ans.

donc on aura par ces obſervations $1'\ 43''$ par ſiècle.

Si l'on compare l'équation du centre de 1762 à celle de 136, on aura 21′ 22″ en seize cents vingt-six ans ou 1′ 19″ environ par siècle; ces trois résultats diffèrent assez, & si les observations étoient assez précises pour qu'on put regarder ces résultats comme exacts, ils indiqueroient dans l'équation du centre une augmentation inégale & croissante: mais comme les observations de la fin du XVI.me siècle & du commencement du XVII.me ne sont pas susceptibles de cette précision, il s'ensuit qu'elles suffisent pour prouver l'augmentation de l'équation du centre, mais non pour en déterminer exactement la quantité, il faut qu'il s'écoule encore quelques siècles; M. Wargentin la suppose de 2′ 15″, mais il fait en 1762 l'équation du centre plus grande de 29″ que celle que je viens d'établir; si l'on ajoute ces 29″ à 1′ 43″, on a 1′ 56″ que les observations modernes donnent pour l'augmentation dans un siècle, on aura 2′ 12″ ou 2′ 25″ ou à très-peu près la quantité que trouve M. Wargentin; quant à ces 29″ dont son équation du centre est plus grande, il est clair que cette différence dépend, soit des différentes observations dont nous nous sommes servis, soit de ces légères erreurs de calcul que l'on ne peut éviter: je remarque ceci, parce que je me fais honneur de montrer que mes résultats ne s'éloignent pas des siens.

La Table suivante contient 1.° les équations du centre qui ont été déduites des observations rangées suivant leurs différentes époques, 2.° les équations du centre déduites de l'hypothèse de 1′ 2″,6 d'augmentation par siècle, en supposant que celle de 1762 ait été de 5d 33′ 32″; 3.° ces mêmes équations, en supposant la même équation pour 1762, & l'augmentation de 1′ 43″; 4.° enfin les équations du centre déduites de l'hypothèse d'une augmentation de 2′ 15″ par siècle, & d'une équation du centre de 5d 34′ 3″ pour 1762, comme la donne M. Wargentin.

Époque.	Équation observée.	Équation suivant la 1.re hypoth.	Équation suivant la 2.e hypoth.	Équation suivant la 3.e hypoth.	Erreur de la 1.re hypot.	Erreur de la 2.e hypoth.	Erreur de la 3.e hypot.
1762	5d 33′ 23″	5d 33′ 32″	5d 33′ 32″	5d 34′ 3″	+ 0′ 9″	+ 0′ 9″	+ 0′ 40″
1750	5. 33. 32	5. 33. 25	5. 33. 20	5. 33. 47	— 0. 7	— 0. 12	+ 0. 15
1744	5. 33. 34	5. 33. 21	5. 33. 14	5. 33. 39	— 0. 13	— 0. 20	+ 0. 5
1738	5. 34. 13	5. 33. 17	5. 33. 8	5. 33. 51	— 0. 56	— 1. 5	— 0. 42
1726	5. 34. 53	5. 33. 10	5. 32. 55	5. 33. 15	— 1. 43	— 1. 58	— 1. 38
1702	5. 33. 14	5. 32. 55	5. 32. 30	5. 32. 43	— 0. 19	— 0. 44	— 0. 31
1690	5. 31. 46	5. 32. 47	5. 32. 18	5. 32. 26	+ 1. 2	+ 0. 32	+ 0. 40
1684	5. 31. 15	5. 32. 43	5. 32. ∎	5. 32. 18	+ 1. 28	+ 0. 47	+ 1. 3
1667	5. 32. 21	5. 32. 33	5. 31. 54	5. 31. 56	+ 0. 12	— 0. 27	— 0. 25
	5. 31. 28	5. 32. 33	5. 31. 54	5. 31. 56	+ 1. 5	+ 0. 26	+ 0. 28
1661	5. 32. 9	5. 32. 29	5. 31. 48	5. 31. 47	+ 0. 20	— 0. 21	— 0. 22
1607	5. 29. 14	5. 31. 55	5. 30. 22	5. 30. 34	+ 2. 41	+ 1. 38	+ 1. 20
1590	5. 31. 53	5. 31. 44	5. 30. 35	5. 30. 12	— 0. 9	— 1. 18	— 1. 11
133	5. 12. 10	5. 16. 39	5. 5. 36	4. 57. 27	+ 4. 29	— 6. 34	— 14. 43

En jetant les yeux sur ces trois colonnes d'erreur, on verra que les erreurs ne diffèrent pas considérablement de l'une dans l'autre, mais que cependant l'hypothèse de M. Wargentin d'une augmentation de 2′ 15″ par siècle, est celle qui représente le mieux, & que par cette raison elle semble mériter la préférence; cependant je remarquerai qu'excepté l'observation de 1607 où je trouve une différence de 2′ 41″, toutes les autres observations sont à peu près aussi bien représentées dans la première hypothèse que dans la troisième; que les erreurs des équations du centre, calculées pour 1738, 1726, 1690, 1684 sont à la vérité de 15 à 20 secondes plus petites dans la troisième que dans la première, mais que ces diminutions ne sont pas assez fortes pour être décisives; à l'égard des observations de 1607, qui ont été faites par Tycho * & Longomontanus, avec des pinnules, elles peuvent très-bien être assujetties à une erreur de 2 à 3 minutes.

* Cette équation du centre pour l'époque de 1607, a été déterminée, comme on l'a vu, par trois observations dont les deux premières ont été faites en 1586 & 1592, par Tycho, & la troisième en 1607 par Longomontanus.

En conſéquence, je préférerois la première hypothèſe, parce qu'elle eſt fondée ſur la théorie, & que d'ailleurs elle repréſente les obſervations à peu près auſſi-bien que toute autre hypothèſe, en attendant que pluſieurs ſiècles d'obſervations aient mieux décidé la queſtion; cette hypothèſe a d'ailleurs l'avantage de repréſenter l'équation du centre de l'année 133 à 4 minutes près, & cet avantage ajoute quelque degré de force aux raiſons de préférence.

Du mouvement de l'aphélie.

Pour déterminer le mouvement de la ligne des apſides de Jupiter, nous allons reprendre les lieux de l'aphélie que nous avons déduit des obſervations, & en les réduiſant tous à cinq différentes époques, nous en obtiendrons quatre réſultats pour le mouvement de l'aphélie.

22 Janv. 1762.	$6^{f}\ 10^{d}\ 15'\ 50''$ réd. 1.er Janv. 1762.	$6^{f}\ 10^{d}\ 15'\ 50''$ milieu	$6^{f}\ 10^{d}\ 25'\ 5''$
17 Mars 1750.	6. 10. 26. 39.	6. 10. 38. 0	
8 Avril 1744.	6. 10. 4. 24.	6. 10. 21. 24	
2 Oct. 1702.	6. 9. 26. 15.	1.er Janv. 1703. 6. 9. 26. 29.	6. 9. 26. 1
20 Nov. 1690.	6. 9. 18. 0.	6. 9. 29. 34	
14 Déc. 1684.	6. 9. 4. 44.	6. 9. 22. 0	
27 Fév. 1667.	6. 8. 42. 57.	1.er Janv. 1661. 6. 8. 37. 4.	6. 8. 42. 50
26 Mars 1661.	6. 8. 48. 56.	6. 8. 48. 37	
2 Nov. 1607.	6. 7. 27. 2.	1.er Janv. 1590. 6. 7. 9. 57.	6. 7. 16. 7
8 Janv. 1590.	6. 7. 22. 18.	6. 7. 22. 18	
24 Nov. 136.	5. 15. 20. 49.		5. 15. 20. 49

D'où l'on tire le mouvement de l'aphélie de $25^{d}\ 4'\ 16''$ en ſeize cents vingt-ſix ans, de $3^{d}\ 8'\ 58''$ en cent ſoixante-douze ans, de $1^{d}\ 42'\ 15''$ en cent un ans, enfin de $59'\ 3''$ en cinquante-neuf ans; j'en ai conclu, à raiſon de ces intervalles de temps, les mouvemens annuels ſuivans.

De 133 à 1762.	55",508.
De 1590 à 1762.	65",918.
De 1661 à 1762.	60",743.
De 1703 à 1762.	60",051.

Les

Les Aſtronomes ne ſe ſont pas mieux accordés juſqu'ici ſur le mouvement des apſides que ſur les autres élémens; ce mouvement eſt

ſelon { M. Caſſini..... 57″,42
M. Halley..... 72″,00
M. Wargentin..... 62″,00

M. de la Grange trouve qu'en partant d'une époque où le mouvement de l'aphélie a été déterminé, il eſt aſſujetti à une accélération croiſſante comme le carré des temps. Suppoſant que le nombre des révolutions de Jupiter, qui ſe ſont écoulées depuis cette époque, ſoit n, l'aphélie aura avancé d'une quantité $0'',0262\,n^2$, outre l'eſpace qu'il aura parcouru par ſon mouvement moyen; mais cette accélération, qui dans l'intervalle de l'an 133 à 1762 ne produit que 8′ 12″, ne peut encore être aperçue par les obſervations.

Entre ces quatre réſultats que donnent les obſervations pour le mouvement de l'apſide, il me ſemble qu'on doit préférer celui qui eſt déduit des obſervations les plus éloignées, ou du moins s'en tenir à celui de M. Caſſini, qui n'étant que d'environ 57″ par an, ne s'en écarte pas beaucoup.

La théorie de M. de la Grange établit ce mouvement de 86″,6, par rapport aux étoiles fixes pour chaque révolution, ce qui fait 7″,2 par an, ou 57″,2 par rapport aux équinoxes.

De l'accélération du moyen mouvement.

M. Caſſini avoit déterminé le moyen mouvement de Jupiter en comparant les obſervations anciennes faites en 133, 136 & 137, avec les obſervations du commencement de ce ſiècle, & il en avoit déduit le moyen mouvement annuel de 30ᵈ 20′ 34″, nous allons examiner ſi les obſervations faites depuis 1590 juſqu'à préſent, n'indiquent pas quelque changement à faire dans cet élément, & pour y parvenir nous allons préſenter ici les corrections que les obſervations paroiſſent exiger.

M. de la Grange trouve que le moyen mouvement eſt aſſujetti à une accélération qui croît comme le carré des temps écoulés

depuis une époque où la longitude a été déterminée, ſi le nombre des révolutions de Jupiter eſt n, cette accélération ſera $2'',7402\ n^2$.

Nous allons donc réduire à quatre époques différentes les erreurs des Tables de M. Caſſini, & examiner ſi elles répondent à la loi de l'accélération établie par M. de la Grange.

8 Janv. 1590.	+ 7′ 45″	1.er Janv. 1590.	+ 7′ 45″ milieu + 7′ 0″
2 Nov. 1607.	+ 6. 10		+ 6. 16
26 Mars 1661.	+ 2. 29	1661.	+ 2. 29 + 2. 21
27 Fév. 1661.	+ 2. 23		+ 2. 23
27 Fév. 1667.	+ 2. 11		+ 2. 11
	+ 0. 51		
14 Déc. 1684	+ 0. 51	1703.	+ 0. 45 — 0. 50
26 Sept. 1690.	— 0. 56		— 0. 59
2 Oct. 1702.	— 2. 17		— 2. 17
29 Mars 1744.	— 2. 36	1762.	— 2. 42 — 2. 19
17 Mars 1750.	— 2. 39		— 2. 42
22 Janv. 1762.	— 1. 33		— 1. 33

Nous avons donc de 1590 à 1762, 9′ 19″ d'accélération; de 1661 à 1762, 4′ 40″; & de 1703 à 1762, 1′ 29″, & en calculant l'accélération ſuivant la quantité & la loi déterminée par M. de la Grange, on formera la comparaiſon ſuivante.

De 1590 à 1762	9′ 19″	9′ 36″
De 1661 à 1762	4. 40	3. 18.
De 1703 à 1762	1. 29	0. 54.

Cet accord eſt ſingulier, mais ſi l'on étend la comparaiſon juſqu'aux obſervations anciennes, il ne ſubſiſtera plus; nous avons les trois obſervations de Ptolémée faites en 133, 136, 137, qui ont ſervi juſqu'ici à déterminer le moyen mouvement, nous allons comparer les époques fixées pour 1762, 1690, 136, & en déduire le moyen mouvement & ſon accélération.

On a vu précédemment que les obſervations de 133, 136, 137, ſeroient repréſentées par les Tables de M. Caſſini, pourvu qu'on fit les corrections indiquées à l'équation du centre & au

lieu de l'aphélie; la correction de la longitude moyenne n'eſt que de 5′ 2″, il s'enſuit donc qu'avec le moyen mouvement annuel de M. Caſſini de 30ᵈ 20′ 34″, ſuppoſé uniforme, on peut repréſenter fort bien les obſervations anciennes, pourvu que l'on retranche 5′ 2″ des longitudes moyennes en 133, & qu'on y ajoute 2′ 19″ en 1762, ce qui fait 7′ 21″ ou 441″ pour l'intervalle de ſeize cents vingt-neuf ans, d'où l'on peut conclure qu'il faut ajouter un quart de ſeconde au moyen mouvement de M. Caſſini.

Maintenant, ſi l'on compare les obſervations de 1592 à celles de 1762, on trouve que dans cet intervalle de cent ſoixante-dix ans, le mouvement moyen eſt trop petit de 9′ 19″ ou de 559″, qui, diviſées par 170, donnent 3″ 18‴ dont le mouvement moyen annuel paroît augmenté; voilà donc une accélération bien prouvée dans le moyen mouvement de Jupiter, on ne pourra point objecter que les obſervations de 1592 & ſuivantes, ſont aſſujetties à une incertitude de pluſieurs minutes parce qu'en examinant en détail les obſervations faites dans ce temps, on verra qu'elles s'accordent toutes à demander une correction de 6 à 7 minutes pour la longitude moyenne, & quoique ces obſervations ne ſoient pas fort exactes, cet accord unanime eſt une forte preuve.

Cependant, après avoir diſcuté toutes les obſervations, j'ai remarqué qu'en augmentant le moyen mouvement de M. Caſſini de 3″ 18‴, on repréſentoit mieux les obſervations de la fin du XVI.ᵐᵉ ſiècle que celles du ſiècle préſent, & comme les plus modernes doivent être préférées, je crois qu'il faut fixer le moyen mouvement à 30ᵈ 21′ 36″ ſeulement.

Mais en établiſſant ce moyen mouvement, il faudra ſuppoſer une équation ſéculaire ſi l'on veut repréſenter les obſervations anciennes, & cette équation ſéculaire ſera dûe à l'accélération.

On trouvera cette équation ſéculaire en multipliant 2 ſecondes par 1629, ce qui donne 54′ 8″, & comme dans cet intervalle de ſeize cents vingt-neuf ans il y a environ cent trente-ſept révolutions, & que l'on peut ſuppoſer que l'accélération croît à très-peu près comme le carré des temps, il s'enſuit qu'en diviſant 54′ 8″ par le carré de 137, on aura la quantité de l'accélération

de $0'',1733$ que l'on diſtribuera enſuite, en partant d'une époque quelconque, en multipliant cette quantité par le carré des révolutions écoulées depuis cette époque.

La quantité que nous venons de trouver $0'',1733$, diffère beaucoup de celle que M. de la Grange a trouvée par la théorie qui eſt de $2'',7402$; c'eſt à cet excellent Géomètre à voir d'où peut venir cette énorme différence entre la théorie & l'obſervation, nous lui donnons ce réſultat avec d'autant plus de confiance que nous ne nous éloignons pas beaucoup des déterminations de pluſieurs célèbres Aſtronomes.

M. Halley fait cette équation ſéculaire de $3^d\ 49'$ en deux mille ans ou en cent ſoixante-ſept révolutions, ce qui fait à peu près $2^d\ 34'$ en cent trente-ſept révolutions ; cette quantité eſt plus grande que celle que j'ai trouvée, mais elle eſt infiniment plus petite que celle que donne la théorie ; M. Halley n'a point rapporté les calculs ſur leſquels il a établi cette accélération.

M. Wargentin, dans ſes Tables de Jupiter, ne fait cette équation que de $1^d\ 16'\ 48''$ en ſeize cents ans, ce qui feroit en ſeize cents vingt-neuf ans à peu près $1^d\ 19'\ 8''$.

On voit par ces différens réſultats que les Aſtronomes s'accordent à déduire des obſervations une accélération beaucoup plus petite que celle que donne la théorie : ce moyen mouvement de M. Wargentin & ſon équation ſéculaire, repréſente mieux les obſervations faites entre 1580 & 1600, que le moyen mouvement & l'équation ſéculaire que j'ai établis ; mais comme je l'ai dit, j'ai préféré de repréſenter mieux les obſervations faites depuis 1660, & mon but a été que les erreurs n'excédaſſent jamais 3 minutes, effectivement depuis 1660 je n'ai que deux erreurs qui aillent à 3 minutes.

Je fixerai donc le moyen mouvement annuel de Jupiter à $30^d\ 20'\ 36''$, avec une accélération de $0'',1733$, proportionnelle au carré des temps écoulés depuis 1762 ; & comme j'ai trouvé que la longitude moyenne étoit trop petite en 1762 de $2'\ 19''$, j'ajouterai $2'\ 19''$ à l'époque de M. Caſſini.

Et l'époque de 1762 ſera dans $0^f\ 8^d\ 25'\ 4''$.

On demandera comment il eſt poſſible que M. Jeaurat, qui a

diſcuté les élémens de cette théorie avec beaucoup de ſoin & de ſagacité, ait pu parvenir à des réſultats ſi différens des réſultats de M. Wargentin & des miens.

M. Jeaurat établit une variation de 3 minutes en plus & en moins dans la longitude moyenne qui a lieu dans une période de ſoixante années.

Une variation de 49 minutes dans le lieu de l'aphélie, qui ſe rétablit dans la même période, enfin une variation de 7′ 20″ en plus & en moins dans l'équation du centre qui s'accomplit dans la même période.

Il avoit d'abord eſſayé d'appliquer les équations de Mayer aux longitudes calculées ſur les Tables, & il avoit été frappé de l'inégalité des réſultats qu'il en avoit tirés; il étoit dans l'erreur ſans le ſavoir, les équations de Mayer qu'il employoit, ſont inſérées dans *la Connoiſſance des Temps de 1763**; j'ai découvert qu'il y a une erreur de ſigne dans les Tables de deux de ces équations, dont les argumens ſont $2\,\omega - p$ & $3\,\omega - p$, de manière qu'en les employant M. Jeaurat retranchoit des quantités qui devoient être ajoutées, ou en ajoutoit qui devoient être retranchées, & comme la ſomme de ces équations monte à 3 minutes, il s'enſuit qu'il pouvoit commettre des erreurs de 6 minutes, ſans qu'on put lui reprocher aucune faute; je rends ici à mon Confrère avec grand plaiſir la juſtice qui lui eſt dûe, j'ai eu le même ſort que lui, car j'ai travaillé pendant plus de ſix ſemaines en employant les mêmes Tables, & c'eſt le haſard qui m'a fait découvrir cette erreur.

Je donnerai ici la ſuite des équations du centre que j'avois trouvées pour différentes époques avant d'avoir aperçu cette erreur.

1762. 5ᵈ 35′ 54″ erreur de la Longitude.. + 0′ 27″
1750. 5. 34. 8..... — 1. 29.
1744. 5. 34. 16..... — 1. 31.

* Dans les Tables de M. Wargentin, elles ſont affectées du ſigne que je leur reſtitue ici, & c'eſt même cette différence entre les Tables de M. Wargentin & celles de *la Connoiſſance des Temps*, qui a fait apercevoir de l'erreur; de plus, j'ai calculé les coëfficiens de ces deux termes par la théorie, & j'ai trouvé les mêmes quantités & les mêmes ſignes que ces deux équations ont dans les Tables de M. Wargentin.

1738. 5^d 32′ 0″..... ... + 0′ 15″
1726. 5. 32. 21..... + 3. 32.
1702. 5. 35. 54..... + 2. 36.

Je n'en rapporterai pas davantage, mais on y voit clairement ce qui a fondé M. Jeaurat à établir ſa période de ſoixante années; en 1702 & en 1762, l'équation du centre eſt de 5^d 35′ 54″, & en 1726 & 1738, elle n'eſt plus que de 5^d 32′; il étoit difficile d'attribuer ces différences aux obſervations, & il me paroît naturel d'avoir pris le parti qu'a pris M. Jeaurat; une choſe digne d'être remarquée, c'eſt que ſes Tables, malgré la différence des élémens établis doivent repréſenter aſſez bien les obſervations; en voici la raiſon, ω étant la différence de Longitude entre Jupiter & Saturne, p l'anomalie moyenne de Jupiter, q celle de Saturne, les argumens des cinq équations ſont ω, $2\omega - p$, $3\omega - p$, $\omega - q$, $2\omega - q$.

ω fait à peu près	3 révolutions dans	59,019 ans.
$2\omega - p$.....	1	60,919.
$3\omega - p$.....	4	59,944.
$\omega - q$.....	6	60,132.
$2\omega - q$.....	8	59,184.

D'où l'on voit qu'il a fallu beaucoup d'adreſſe pour démêler dans les obſervations cette période de ſoixante ans, qui renferme à peu près les périodes des cinq équations.

Maintenant, on remarquera que la ſomme de ces cinq petites équations eſt de 10′ 14″; or M. Jeaurat fait varier ſon équation du centre de 7′ 21″, & ſi l'on y ajoute les 3′ de variation qu'il attribue à la longitude moyenne, on aura 10′ 20″ qui diffèrent très-peu de 10′ 14″.

Mais la correction que M. Jeaurat faiſoit à l'équation du centre ne pouvoit plus compenſer l'effet de l'action de Saturne ſur Jupiter, lorſque Jupiter ſe trouve dans la ligne de ſes apſides; c'eſt pourquoi M. Jeaurat a imaginé de faire varier la poſition de cette ligne de 49 minutes en plus & en moins dans la période de ſoixante ans; en effet, cette correction dans l'anomalie

moyenne peut produire jusqu'à 5 minutes de différence dans l'équation du centre, ce qui, joint aux 3 minutes de correction qu'il faisoit à la longitude moyenne, donne en tout 8 minutes, qui pouvoient tenir la place des équations de Mayer, excepté dans quelques cas qui ne peuvent être que très-rares.

Maintenant, il n'est pas douteux que les meilleures Tables dont on puisse se servir pour calculer la longitude héliocentrique de Jupiter & les conjonctions des Satellites, sont les Tables de M. Wargentin ou celles qu'on pourra construire sur les élémens que je donne ici, élémens qui ne diffèrent que très-peu de ceux de ce célèbre Astronome; j'attendrai pour construire mes Tables, que j'aie vérifié par la théorie les équations de Mayer, & que j'aie examiné s'il a employé toutes les équations qui doivent l'être; ce travail est déjà fort avancé & j'en rendrai compte incessamment; j'ai entrepris cette vérification par la théorie du célèbre M. Euler & par les formules de mon Essai sur la théorie des Satellites de Jupiter qui s'appliquent très-bien au cas de Jupiter troublé par l'action de Saturne.

NOUVELLES RECHERCHES SUR LA COMBINAISON DE L'ACIDE CONCRET DU TARTRE AVEC L'ANTIMOINE.

Par M. DE LASSONE.

PARMI les ſubſtances du règne minéral, l'antimoine traité avec différens agens dans la vue de l'altérer, de le diſſoudre & de le ſoumettre à de nouvelles combinaiſons, paroît être une de celles qui préſentent les faits les plus intéreſſans, parce qu'il n'y a preſque pas un de ces faits où le Phyſicien ne rencontre des phénomènes curieux & remarquables, en même-temps que l'art de guérir peut en tirer de nouveaux & puiſſans ſecours. En effet, dit un Chimiſte des plus célèbres, la Nature ſemble offrir à nos travaux ce minéral comme une ſource abondante de remèdes énergiques & très-efficaces contre les maux les plus rébelles. La combinaiſon de la partie réguline de l'antimoine avec l'acide concret du tartre, eſt ſans doute celle qui mérite le plus d'attention, relativement aux phénomènes chimiques & aux uſages médicinaux. J'ai donc cru devoir la ſoumettre à un nouvel examen & en faire un objet de recherches intéreſſantes en faiſant uſage des grands principes ſur l'appropriation, ſi bien établis & développés par Henckel. Les détails, les réſultats & les comparaiſons de mes expériences, en expoſant aux Chimiſtes certains faits ignorés ou conteſtés, ou qui n'ont pas été examinés ni développés avec aſſez de ſoin, en montreront l'étiologie exacte, offriront aux Médecins pluſieurs nouveaux remèdes, dont l'origine & le caractère peuvent ſeuls indiquer l'importance.

On ſait qu'en uniſſant l'acide tartareux avec l'antimoine par les méthodes ordinaires & actuellement pratiquées, on obtient une eſpèce de ſel neutre métallique bien connu ſous le nom de *tartre ſtibié*, ou de *tartre émétique*, d'une utilité & d'un uſage infinis

infinis dans l'art de guérir; la formation de ce ſel, comme on le prépare aujourd'hui, exige que la ſubſtance réguline de l'antimoine ſoit en partie dépouillée de ſon phlogiſtique: & quoiqu'alors les deux corps à combiner ſoient dans un état d'appropriation, c'eſt-à-dire qu'ils ſoient plus diſpoſés à l'union réciproque; cependant l'acide tartareux n'attaque encore l'antimoine qu'aſſez foiblement, puiſque M. Geoffroi a obſervé qu'une once de tartre ſtibié le plus actif, c'eſt-à-dire chargé d'antimoine autant qu'il eſt poſſible, ne contient qu'environ deux gros de ce minéral; d'où il réſulte qu'en admettant la plus forte action de cet acide tartareux ſur la baſe métallique dans la compoſition de ce ſel neutre minéral, il faut au moins trois parties de l'acide concret du tartre pour diſſoudre une partie d'antimoine.

D'après ces expériences qui ſont bien faites, on ſe croiroit ſuffiſamment autoriſé, 1.° à déterminer avec préciſion la plus grande action poſſible de l'acide tartareux ſur l'antimoine, en conſidérant cet acide comme diſſolvant; 2.° à établir que ce ſel quoique parfaitement neutraliſé, ne ſe fondant pas facilement dans l'eau, & exigeant une aſſez grande quantité de ce fluide pour s'y tenir ſuſpendu, le tartre en général eſt rendu peu ſoluble par l'antimoine; 3.° que ce ſel neutre métallique pouvant être décompoſé avec la plus grande facilité, en verſant ſur ſa diſſolution un alkali fixe en liqueur, l'acide tartareux contracte peu d'adhérence, ou ne ſe combine que foiblement avec la baſe métallique; que par conſéquent on voudroit vainement compoſer un tartre ſtibié plus ſoluble, en eſſayant de combiner l'antimoine avec le tartre neutraliſé par une baſe alkaline, comme Nicolas Lémery l'a tenté dans ſon grand Traité de l'Antimoine, tentative qu'on a cru mal conçue, en partant des faits déjà connus que je viens d'expoſer.

Mais ces propoſitions reçues comme des vérités réſultantes de ces premières obſervations, ſeroient pourtant des aſſertions peu exactes, en les avançant d'une manière trop générale & ſans modification. A chaque pas qu'on fait en Phyſique dans la carrière de l'obſervation, on eſt confirmé dans ce grand principe, déjà bien établi, qu'on ne ſauroit être aſſez réſervé pour tirer des inductions générales de quelques faits particuliers.

En effet je montrerai, que l'acide tartareux adapté à l'antimoine par les moyens d'appropriation les plus favorables, en peut diſſoudre une quantité bien plus conſidérable que M. Geoffroi ne l'a obſervé; 2.° que l'antimoine eſt une des ſubſtances qui peut rendre le tartre le plus ſoluble; 3.° qu'on peut tellement unir à l'acide tartareux la baſe métallique, qu'elle ne ſoit preſque plus dérangée de ſa combinaiſon par l'alkali fixe le plus capable d'opérer cette déſunion; 4.° qu'en admettant le concours de l'acide tartareux & d'une baſe alkaline, ce qui conſtitue une eſpèce de ſel neutre végétal, on attaque très-bien l'antimoine, on le diſſout mieux même qu'avec le ſeul acide tartareux, & on compoſe ainſi un ſel métallique très-ſoluble, dont les propriétés, relativement à la Chimie & à la Médecine, ſont intéreſſantes.

5.° Enfin on verra que ſi les nouveaux ſels antimoniaux, que je vais plus particulièrement faire connoître dans ce Mémoire, diffèrent eſſentiellement en pluſieurs points des autres ſels analogues déjà connus, quoique pour leur formation je n'emploie ſouvent que les mêmes agens, ce n'eſt que parce que les agens ſont ici mieux adaptés.

Or voulant procéder avec ordre pour rechercher les combinaiſons les plus exactes & les plus remarquables, je conſidérerai d'abord ce que produit dans les divers cas, l'appropriation ſeule de l'antimoine; j'examinerai enſuite les divers effets dépendans de l'appropriation combinée de l'antimoine & de l'acide tartareux.

Depuis que le tartre ſtibié a été enfin reconnu & adopté comme un remède du premier ordre, on s'eſt plus attaché à perfectionner la compoſition de ce ſel métallique, & on s'eſt aſſuré que les diverſes préparations d'antimoine faites par le feu, telles que le foie ou le ſafran des métaux & le verre, ſont reſpectivement plus ou moins diſſolubles par l'acide tartareux, ſelon que la terre métallique eſt plus à nu, c'eſt-à-dire qu'elle eſt plus ou moins privée d'une portion du phlogiſtique, en ſorte que le verre d'antinoine bien plus déphlogiſtiqué que le ſafran des métaux, ſe combine mieux avec l'acide tartareux; d'où réſulte un ſel neutre plus chargé de la terre réguline, & par conſéquent un tartre émétique beaucoup plus ſûr & plus

puiſſant que celui qui eſt préparé avec le ſafran des métaux.

À l'égard du diaphorétique minéral, qui eſt la terre réguline de l'antimoine dépouillée de ſon phlogiſtique autant qu'il eſt poſſible, nul Chimiſte, pas même Nicolas Lémery dans ſon grand ouvrage ſur l'Antimoine, n'a fait mention de ſa diſſolution par l'acide tartareux, & n'a eu en vue de rechercher les phénomènes de cette combinaiſon. On s'eſt borné en employant ce diaphorétique minéral comme remède, de le donner ſous la forme qu'il a d'une terre ou chaux aride, réfractaire & inſoluble dans l'eſtomac, & par conſéquent douée de peu de vertu, comparée à celle qu'elle auroit pu avoir étant réduite en ſel très-ſoluble & capable de pénétrer dans le ſang avec la plus grande facilité. Je ne connois qu'une obſervation conſignée dans le *Journal de Médecine, du mois de Novembre 1760*, où il ſoit parlé de la diſſolution de l'antimoine diaphorétique par l'acide tartareux; mais cette opération eſt énoncée d'une manière vague: on n'entre dans aucun détail ſur le réſultat de cette combinaiſon; & l'auteur pour déſigner ce ſel, ne fait mention que de quelques petits criſtaux ſoyeux, à peine ſenſibles, qu'il remarqua au fond de la liqueur employée à opérer la diſſolution & qui ne fut pas même évaporée. Or ces criſtaux ne ſont pas, comme on le verra, le vrai ſel produit par l'union de l'acide tartareux & de la terre antimoniale, car il ne criſtalliſe pas; ce n'eſt qu'un peu de crême de tartre ſurabondante précipitée & légèrement altérée. Je ferai mieux connoître ce ſel métallique ſingulier, tel qu'il eſt réellement, en expoſant les détails & les phénomènes de mon opération.

Pour me conformer à l'ordre que je me ſuis propoſé, je vais donc examiner d'abord l'action que l'acide tartareux eſt capable d'exercer, 1.° ſur le foie d'antimoine, beaucoup moins dépouillé de phlogiſtique que les autres préparations, 2.° ſur une chaux antimoniale imparfaitement déphlogiſtiquée, parce qu'en faiſant la détonation je n'emploie que deux parties de nitre contre une d'antimoine crud; cette chaux ne conſerve plus qu'un degré d'éméticité à peine ſenſible; il m'a paru que ſon action étoit preſque toujours bornée à purger doucement, & par-là ſa réduction en l'état ſalin, eſt intéreſſante; 3.° ſur le diaphorétique minéral ordinaire;

je rapporterai enſuite mes expériences ſur la plupart des autres préparations antimoniales.

Sans ſoumettre à des lotions, comme on le pratique ordinairement, ces trois premières préparations d'antimoine, je leur joins tout de ſuite l'acide concret du tartre dans la proportion d'une partie de cet acide contre deux d'antimoine, je combine le tout par l'ébullition. Les liqueurs chargées de toute l'extraction ayant donné d'abord par le premier degré de l'évaporation tous les ſels capables de criſtalliſer, ſont enfin réduites par la concentration abſolue, en gelées très-viſqueuſes ou gommes ſalines très-difficiles à deſſécher, diſpoſées à s'humecter à l'air, d'une ſaveur fade & nauſéabonde, & plus ou moins colorées, ſelon que l'antimoine a été plus ou moins déphlogiſtiqué. Chacun des deux ſels gommeux réſultant de la combinaiſon de l'acide tartareux avec les deux chaux antimoniales, eſt moitié plus abondant que celui qui eſt fourni par le foie d'antimoine; effet dépendant de la plus grande facilité que l'acide tartareux trouve à ſe combiner avec la terre réguline, plus ouverte, plus atténuée & plus dépouillée de phlogiſtique.

Or me bornant ici à indiquer ſommairement ces produits, je n'examinerai en détail que les principales propriétés qui caractériſent ces ſels ſinguliers gommeux dont on n'a point parlé, & qui méritent une attention plus particulière.

En effet, leur formation & leur état gommeux ne pouvant réſulter de la combinaiſon ſeule de l'acide tartareux avec un ſel alkali, on doit en conclure que c'eſt l'union réciproque & plus intime de l'acide tartareux & de l'antimoine, qui contribue à les rendre l'un & l'autre auſſi ſolubles qu'ils le deviennent.

Cependant la préſence & le concours d'une ſubſtance alkaline comme intermède, paroît ici abſolument néceſſaire, puiſqu'on ſait que l'union de l'acide tartareux avec la ſeule baſe antimoniale, au lieu de produire un ſel gommeux, ſemblable à ceux dont il s'agit ici, ne fait qu'un ſel métallique terreux, qui criſtalliſe & qui n'eſt pas des plus ſolubles.

Il paroîtroit réſulter de-là que le ſel alkali dont le foie d'antimoine & les deux autres chaux antimoniales ſont encore chargés,

lorſque je les combine avec l'acide tartareux dans les opérations précédentes, eſt cet intermède ſans lequel on n'obtiendroit pas les ſels gommeux ; mais on va voir que ce ſel alkali étant encore ſous une forme ſaline & dont on peut par des lotions dépouiller l'antimoine, n'y coopère en rien. L'expérience ſuivante me paroît le prouver ; & en montrant l'étiologie exacte du fait, elle donne lieu à d'autres remarques nouvelles & intéreſſantes.

Deux onces d'antimoine diaphorétique très-blanc, préparé avec le régule & parfaitement édulcoré ou dépouillé de tous les ſels par l'eau bouillante renouvelée pluſieurs fois, ont été mêlées avec une once de crême de tartre; ce mélange a été ſoumis à l'ébullition dans une ſuffiſante quantité d'eau, qui étant filtrée & lentement évaporée, n'a point donné de criſtaux, mais elle s'eſt peu à peu épaiſſie, & enfin il s'eſt formé une maſſe très-viſqueuſe, tout-à-fait ſemblable à la gomme arabique par la couleur, par la tranſparence, même par la ſaveur fade ou l'eſpèce d'inſipidité, & qui n'a plus la même diſpoſition que les gommes ſalines précédentes à s'humecter à l'air.

Cette maſſe gommeuſe, ſéchée autant qu'il eſt poſſible, peſoit 2 onces 2 gros, & il s'eſt trouvé ſur le filtre 6 gros d'une terre blanche qui n'a point été diſſoute; huit parties de crême de tartre ſe ſont donc combinées par une diſſolution intime avec dix parties de la terre réguline du diaphorétique minéral. Avec les 6 gros de cette chaux antimoniale reſtée ſur le filtre, j'ai encore mêlé, en obſervant les mêmes proportions que ci-devant, 3 gros de crême de tartre : l'eau bouillante a extrait de ce mélange une ſubſtance ſaline, qui par une évaporation graduée, n'a fourni que très-peu de ſel gommeux confondu avec une aſſez grande quantité de criſtaux ſemblables à ceux du tartre ſtibié ordinaire; le tout formant un *magnia* ſalin, blanchâtre & opaque *(a)*.

(a) Le peu de ſel gommeux qu'ont encore fourni ces 6 gros de chaux antimoniale par la ſeconde diſſolution, prouve que la quantité de crême de tartre employé dans la première diſſolution, n'étoit pas tout-à-fait ſuffiſante pour la formation de tout le ſel gommeux que les 2 onces de diaphorétique minéral pouvoient donner; il paroît qu'en employant environ une once & demie d'acide tartareux contre 2 onces de diaphorétique minéral, la proportion ſeroit plus juſte pour obtenir d'abord par une ſeule diſſolution, tout le ſel gommeux qu'on peut avoir avec 2 onces de diaphorétique minéral.

D'où il réſulte que les 6 gros de chaux antimoniale nouvellement ſoumis à l'action de l'acide tartareux, n'ont plus fourni le même ſel gommeux, parce que cette chaux, par l'effet de ſa première réaction avec le même acide, s'eſt trouvée preſque entièrement dénuée de l'intermède qui ſert à lier & à combiner plus intimement l'acide concret du tartre avec la terre réguline de l'antimoine & les réduire en ſels gommeux.

Or cet intermède ne peut être qu'une terre alkaline, qui s'unit très-intimement avec les molecules de la terre antimoniale, lorſque la déflagration alkaliſe & détruit le nitre : en voici la preuve.

La chaux antimoniale qui ne peut plus être réduite en ſel gommeux par la raiſon que je viens d'expoſer, étant mêlée avec la crême de tartre & une portion de nitre; ſi le tout eſt projeté dans un creuſet embraſé, en ajoutant quelques pincées de poudre de charbon pour faciliter & pour augmenter la déflagration, on obtient la chaux antimoniale encore rechargée de ſels alkaliſés, qui étant enlevés par des lotions réitérées, laiſſent cette chaux d'antimoine tout auſſi appropriée par la portion de terre alkaline qu'elle retient fortement, c'eſt-à-dire auſſi diſpoſée à ſe combiner avec l'acide tartareux en formant le même ſel gommeux ſans mélange d'autre ſel; de ſorte que par la répétition de ce procédé je réduis entièrement en ſel purement gommeux une quantité donnée de diaphorétique minéral.

On obtient un ſel gommeux tout pareil, & qui préſente les mêmes phénomènes, en combinant ſelon les mêmes proportions avec l'acide tartareux, une chaux antimoniale bien lavée ou édulcorée & préparée par la déflagration de deux parties de nitre & d'une partie d'antimoine crud; cette chaux n'étant pas auſſi bien déphlogiſtiquée que le vrai diaphorétique minéral, donne un ſel gommeux, dont il m'a paru que l'action eſt le plus ſouvent bornée à purger très-doucement.

Je dois placer ici une autre expérience qui prouve encore que ſans l'intermède de la terre alkaline on n'obtient point de ſel gommeux. Si je mêle une partie de crême de tartre avec deux parties de fleurs argentées du régule d'antimoine, qui ne ſont qu'une eſpèce de diaphorétique minéral ſans aucun mélange, ou la terre

réguline pure exceſſivement diviſée, & que je les traite par l'ébullition dans l'eau : les deux ſubſtances qui ſe combinent, ne forment qu'un ſel criſtalliſable & tout pareil au tartre ſtibié ordinaire, ſans le moindre veſtige de ſel gommeux.

Je ferai obſerver en paſſant, que ce ſel des fleurs régulines, qui contient une partie d'antimoine combinée avec quatre parties d'acide tartareux, étant mis ſur un charbon embraſé, on obſervoit très-diſtinctement les grains de régule qui ſe reviviſient à meſure que le tartre brûle & que le ſel métallique ſe décompoſe en bourſouflant comme le borax. Voilà donc un moyen bien ſimple de démontrer la réduction des fleurs régulines, qui avoit été généralement regardée comme impoſſible, juſqu'à ce que M. Rouhault, Chimiſte françois, nous eût prouvé il y a onze ou douze ans, par un procédé tout différent de celui-ci, la poſſibilité de cette réduction.

Ces fleurs régulines peuvent être appropriées ou diſpoſées de manière qu'elles ſoient beaucoup plus diſſolubles par l'acide tartareux. Deux gros de fleurs & un gros de poudre de ſel de ſoude bien deſſéché, mêlés & mis dans un creuſet au grand feu, ont donné un verre opaque ou émail citron très-compact, dont la ſurface étoit couverte d'une couche verte, ce qui pourroit faire ſoupçonner ici un principe cuivreux. Un gros & demi de cet émail en poudre, a été mêlé avec un gros de crême de tartre & traité par l'ébullition dans l'eau; tout, à l'exception de quelques grains, a été diſſous & a donné un ſel très-gommeux.

L'analogie que j'ai remarquée entre ces différentes gommes ſalines, ſur-tout entre celle du diaphorétique minéral lavé & celle qui réſulte de la combinaiſon de la crême de tartre avec la terre de l'alun précipitée par un ſel alkali, & que M. Margraff a été le premier à obſerver & à décrire, m'a paru trop frappante pour que je me diſpenſe de comparer ici ces deux maſſes ſalines; car dans ce ſel de M. Margraff, je me ſuis aſſuré, que la terre alumineuſe ne forme avec l'acide concret du tartre un ſel gommeux que par le moyen de la terre alkaline dont cette terre de l'alun ſe charge & ſe ſaiſit lorſqu'on en fait la précipitation,

puiſqu'étant une fois dépouillée de la terre alkaline par une première combinaiſon avec l'acide tartareux, j'ai vu qu'elle ne donne plus enſuite de ſel gommeux avec le même acide lorſqu'on veut refaire cette combinaiſon.

L'analogie n'eſt pas moins remarquable, peut-être même l'eſt-elle encore davantage entre les ſels gommeux antimoniaux & la gomme ſaline réſultant de la combinaiſon de la crême de tartre & du borax, par un procédé différent de celui de Lefévre, & dont je parlerai ailleurs.

Une autre propriété du ſel gommeux antimonial, bien digne d'attention, c'eſt l'union ou l'adhéſion plus complète & plus forte de ſes principes : deux choſes la caractériſent eſſentiellement ; 1.° la ſaveur preſque inſenſible ou l'inſipidité du ſel, ce qui ne peut dépendre que d'une combinaiſon plus intime des ſubſtances. 2.° en verſant l'alkali fixe en liqueur ſur une diſſolution de ce ſel, le mélange reſte clair & limpide, & ce n'eſt qu'après vingt-quatre heures qu'il ſe fait une précipitation incomplète par la déſunion des principes.

Enfin j'obſerve que parmi ces différens ſels gommeux antimoniaux, les premiers dont j'ai parlé dans ce Mémoire, & qui ſont préparés avec la terre réguline encore chargée de tout le ſel alkali produit par la déflagration, s'humectent un peu à l'air & ſont un peu déliqueſcens; tandis que le ſel gommeux fait avec le diaphorétique minéral exactement lavé ou édulcoré, ne forme qu'une gomme sèche & nullement diſpoſée à s'humecter à l'air; d'où il réſulte que les ſels antimoniaux déliqueſcens, ne ſont tels, que parce que l'acide tartareux en ſe combinant avec la terre antimoniale par l'intermède de la terre alkaline avec laquelle il paroît avoir un plus grand rapport, laiſſe preſqu'à nu le ſel alkali, qui dès-lors conſerve ſa propriété de s'humecter à l'air & d'humecter en même temps toute la maſſe avec laquelle il eſt confondu ou ſuperficiellement uni.

Je terminerai ce premier article du Mémoire qui regarde l'appropriation particulière de l'antimoine, en rapportant deux expériences intéreſſantes qui prouvent, qu'avec le concours des acides

acides minéraux on peut auſſi approprier tellement la terre réguline de l'antimoine qu'elle devienne très-diſpoſée à ſe combiner abondamment avec l'acide tartareux, mais ſans former de ſel gommeux, qui ſuppoſe toujours l'intermède de la terre alkaline, & ce ſera ici une nouvelle preuve qui juſtifie ma théorie ſur la formation de ces gommes ſalines.

1.° Le bézoard minéral, qui eſt la terre réguline encore chargée & pénétrée d'une certaine quantité des acides marins & nitreux, concentrés & profondément engagés, ne peut contracter aucune union avec l'acide tartareux. Mais ayant diſſous le régule d'antimoine avec l'eau régale compoſée, comme M. Geoffroi le preſcrit (*Mémoires de l'Acad. 1735.*) pour faire cette diſſolution bien claire & chargée; ſi j'y verſe le *deliquium* du ſel alkali de tartre, je précipite une terre réguline d'une fineſſe extrême, qui après avoir été lavée, ſe combine très-bien alors avec l'acide tartareux, mais elle ne forme qu'un ſel qui criſtalliſe; & ce ſel eſt une autre eſpèce de diaphorétique minéral & ſoluble, c'eſt le bézoard minéral réduit en ſel.

2.° Sur le *deliquium* du beurre d'antimoine, j'ai verſé peu à peu juſqu'à ſaturation le *deliquium* de l'alkali du tartre: les deux liqueurs en ſe mêlant deviennent laiteuſes & s'épaiſſiſſent, parce que la poudre d'algaroth ſe dégage entièrement des entraves de l'acide marin. Cette poudre d'algaroth ainſi précipitée par l'alkali, diffère entièrement de la poudre d'algaroth ordinaire, précipitée par l'eau ſimple diſtillée; celle-ci ne ſe combine pas plus que le bézoard minéral avec l'acide tartareux, à cauſe de la petite quantité d'acide marin très-concentré qui y reſte intimement engagé; elle ne devient ſoluble qu'autant qu'elle eſt bien édulcorée en la lavant exactement avec de l'eau légèrement alkaline; mais ces lotions, quoique répétées, n'approprient pas ſi bien cette poudre d'algaroth & ne la diſpoſent pas à une diſſolution ſi complète, que lorſque le beurre d'antimoine eſt tout de ſuite décompoſé avec le *deliquium* de l'alkali de tartre, comme je l'ai pratiqué; car ma poudre réguline ainſi précipitée & bien lavée, eſt d'une diviſion & d'une ténuité ſurprenantes, & c'eſt par-là ſans doute qu'elle eſt ſi bien diſpoſée à s'unir avec l'acide concret du tartre,

puiſqu'en mêlant en parties égales ces deux ſubſtances pour les diſſoudre dans l'eau bouillante, leur union eſt intime, entière & complète, & j'ai obtenu par ce procédé le tartre ſtibié le plus énergique & d'un degré d'émétiçité le plus conſtant, le plus uniforme & le plus invariable, conformément aux réflexions & aux vues ſi bien expoſées par le ſavant Auteur du nouveau Dictionnaire de Chimie (art. *Tartre ſtibié*) à qui doit être rapporté tout le mérite de cette opération.

Juſqu'ici j'ai examiné ce que peut produire l'appropriation de l'antimoine pour en faciliter la diſſolution, pour favoriſer l'union avec l'acide concret du tartre, & pour opérer des combinaiſons ſalines plus intimes de ces ſubſtances : il faut voir ce qui réſulte de l'appropriation combinée de l'acide tartareux & de l'antimoine.

Nous avons remarqué, d'après M. Geoffroi, qu'il falloit au moins trois parties de l'acide concret du tartre pour diſſoudre une partie du verre d'antimoine, & que c'eſt-là ce qui a paru être le *maximum* de l'action diſſolvante que cet acide tartareux peut exercer ſur cette préparation d'antimoine dans la compoſition du tartre ſtibié ordinaire. L'expérience ſuivante apprend un nouveau moyen d'augmenter l'intenſité d'action de l'acide tartareux, de manière que deux de ſes parties en puiſſent diſſoudre une de verre d'antimoine, & par conſéquent former un tartre ſtibié gommeux, plus chargé de la ſubſtance réguline & en même temps beaucoup plus ſoluble.

En mêlant une once de crême de tartre avec demi-once de ſel ſédatif, je compoſe une eſpèce de tartre ſoluble, que j'ai fait connoître dans un Mémoire particulier, & qui conſerve toute l'acidité naturelle du tartre ; je croirois même être en état de prouver que par ce moyen l'acidité acquiert un nouveau degré d'intenſité.

Or, ſi je mêle cet acide ainſi diſpoſé dans la proportion de trois parties, avec une de verre d'antimoine, & que le mélange ſoit traité par l'ébullition dans l'eau, toute la quantité du verre d'antimoine, excepté quelques grains, eſt diſſoute, ſe combine avec le tartre ſoluble, & ces deux matières donnent par leur union un ſel très-gommeux, qui étant doucement deſſéché, ſe

réduit en poudre d'un blanc jaunâtre, & forme un tartre ſtibié d'une ſolubilité & d'une énergie ſupérieures à celles du tartre émétique ordinaire *(b)*.

Le ſel ſédatif, en qui on a reconnu depuis peu par des expériences déciſives bien des propriétés d'un acide, agiroit-il ici comme tel, ou bien n'augmenteroit-il l'action diſſolvante de l'acide concret du tartre qu'en le rendant plus ſoluble? c'eſt ce qui mérite un nouvel examen.

Quoique cette appropriation de l'acide tartareux qui le diſpoſe à diſſoudre une plus grande quantité du verre d'antimoine, ne m'ait pas paru procurer un effet auſſi marqué à l'égard des autres préparations d'antimoine, telle que le ſafran des métaux & le diaphorétique minéral lavé; cependant certains ſels gommeux, réſultans de ces combinaiſons, ont quelques caractères qui les différencient & qui les diſtinguent de ceux qui ſont préparés avec la crême de tartre ſeule.

Celui qui eſt fait avec le ſafran des métaux, eſt une eſpèce de tartre ſtibié, gommeux, très-ſoluble, & qui doit agir d'une manière douce; il contient une partie de terre réguline, combinée avec huit parties de l'acide tartareux. Sa couleur qui eſt jaune-foncée, depend ſans doute du plus grand développement du principe ſulfureux, ce qui peut-être lui donne quelques propriétés eſſentielles que les autres tartres ſtibiés n'ont pas.

J'obtiens avec le même ſafran des métaux, en appropriant à la fois par le borax, l'antimoine & la crême de tartre, un ſel gommeux moitié plus chargé de la ſubſtance réguline, où le principe ſulfureux paroît encore plus développé que par l'opération précédente, & qui même ſemble participer beaucoup de la nature du kermès minéral; voici le procédé.

Demi-once de borax calciné & demi-once de ſafran des métaux, mêlés & mis dans un creuſet au grand feu, ont donné un émail couleur de foie, peſant cinq gros. A peine la poudre

(b) En verſant l'alkali fixe en liqueur ſur la diſſolution de ce tartre ſtibié, on précipite tout de ſuite la terre réguline, comme il arrive avec le tartre ſtibié ordinaire; ce qui prouve que l'union des ſubſtances eſt ici moins intime que dans les autres ſels gommeux.

ſubtile de cet émail mêlée avec une once de crême de tartre, a été projetée dans l'eau pour diſſoudre, que le mélange eſt devenu d'une très-belle couleur de kermès minéral. La diſſolution filtrée étoit d'un jaune foncé; elle a donné par l'évaporation un ſel rougeâtre gommeux; le réſidu arrêté ſur le filtre & deſſéché, conſervoit la belle couleur de kermès minéral : il peſoit deux gros. Une once de crême de tartre s'eſt donc chargée de deux gros de la ſubſtance du ſafran des métaux.

Ce même acide tartareux rendu ſoluble par le ſel ſédatif, qui agit ſi bien ſur le verre d'antimoine, n'a ſur le régule ni ſur les fleurs régulines, ni ſur l'antimoine crud, nulle action ſupérieure à celle de la crême de tartre ſeule: peut-être même par une comparaiſon bien exacte trouveroit-on qu'elle en a moins.

Mais, ſi au lieu du ſel ſédatif je me ſers du borax, pour rendre la crême de tartre ſoluble en lui conſervant ſon acidité, alors cet acide ainſi approprié & adapté à l'antimoine crud, l'attaque d'une manière très-ſenſible, & forme avec lui un ſel gommeux tranſparent & ambré, qui contient une partie d'antimoine combiné avec huit parties de crême de tartre. Il eſt vraiſemblable que la partie alkaline du borax contribue à favoriſer cette combinaiſon ſingulière, en appropriant de ſon côté l'antimoine crud ; cependant cette ſubſtance alkaline ou tout autre alkali, combinés ſeuls avec l'acide tartareux, ne ſuffiſent pas pour déterminer & pour favoriſer cette diſſolution: il faut admettre l'action réunie de tous les principes; car ni le ſel végétal ni le ſel de ſeignette ne m'ont paru agir ni ſur l'antimoine crud ni ſur le régule, ni ſur le ſafran des métaux: ils n'ont un peu attaqué que le verre d'antimoine & le diaphorétique minéral, plus dépouillés l'un & l'autre du phlogiſtique. Une once de chacun des deux ſels neutres étant traitée par l'ébullition dans l'eau avec pareille quantité de ces deux préparations antimoniales, il en a réſulté un ſel gommeux qui contenoit, à très-peu près, une partie de terre antimoniale combinée avec huit parties de chacun des deux ſels neutres; & les ſels gommeux ſont un peu déliqueſcens à cauſe de l'alkali qui entre dans leur compoſition, comme je l'ai déjà fait remarquer.

Il me reſte à jeter un coup d'œil rapide ſur les avantages & les propriétés de tous ces nouveaux ſels, conſidérés comme remèdes.

1.° Il eſt certain que leur grande ſolubilité & leur état gommeux les mettent dans la claſſe des médicamens les plus pénétrans, & par-là plus propres à s'inſinuer dans toutes les voies de la circulation.

2.° On trouve ici le bézoard antimonial, les fleurs régulines & le diaphorétique minéral transformés en ſels. Quoique l'antimoine diaphorétique ordinaire édulcoré par les lotions, ne ſoit qu'une terre métallique inſoluble dans l'eſtomac; cependant les Médecins qui en ont fait un grand uſage, ont été forcés d'y admettre une efficacité marquée: elle a été reconnue & avouée par des Praticiens dont le témoignage eſt d'un grand poids. Que n'eſt-on pas en droit d'attendre du nouveau diaphorétique minéral gommeux & ſoluble, tant de celui qui eſt préparé avec la chaux antimoniale lavée, que de celui qui retient encore le ſel alkali dont la chaux n'a point été dépouillée, qui par cette raiſon reſte un peu déliqueſcent, comme je l'ai fait obſerver, & qui doit avoir dans certains cas plus d'action & plus de vertus?

3.° Le ſel gommeux formé par la diſſolution du diaphorétique minéral incomplet, dont la chaux n'eſt pas ſi exactement privée du phlogiſtique, purge aſſez conſtamment d'une manière douce; ce qui pourroit le mettre au rang des remèdes très-commodes & très-utiles.

4.° Enfin parmi tous ces ſels antimoniaux, émétiques, purgatifs & diaphorétiques d'action & d'énergie ſi différentes, il y en a qui réuniſſent tous les avantages qu'on peut deſirer pour ces ſortes de médicamens; il y en a même qui paroiſſent devoir être doués de vertus particulières; mais c'eſt à l'expérience ſeule & aux obſervations multipliées & variées, à bien conſtater l'efficacité & l'uſage de ces nouvelles préparations. Les épreuves que j'en ai déjà faites ne me permettent pas de douter que l'art de guérir ne puiſſe en profiter.

EXPÉRIENCES POUR CONNOÎTRE LA FORCE DES BOIS.

Par M. DU HAMEL.

Mrs PARENT, Muſſchenbroeck, de Buffon & moi, avons fait des expériences pour connoître la force des bois: pluſieurs Mathématiciens ont donné ſur cela des théories ingénieuſes, mais inſuffiſantes; tous ces travaux ſont utiles, mais rien n'eſt plus avantageux pour la pratique que de multiplier les expériences.

La qualité & la force des bois ſont bien différentes de ce qu'elles étoient au commencement du ſiècle; on en a aſſez communément cherché la cauſe dans les effets des grandes gelées de 1709: je ne dis pas que cette cauſe doive être entièrement miſe à l'écart; il eſt certain que les fortes gelées, ſur-tout quand elles arrivent dans certaines circonſtances, font fendre les arbres, & endommagent auſſi pluſieurs couches ligneuſes, d'où il réſulte des plaies ou des vices intérieurs qui rendent les bois ſuſceptibles d'une plus prompte corruption, en même-temps qu'elles altèrent leur qualité & les rendent incapables d'une grande réſiſtance; mais je crois qu'il y a des cauſes différentes de celles-là qui influent plus généralement ſur la force & la durée des bois: premièrement, depuis un temps très-conſidérable on a toujours abattu des bois & on ne s'eſt preſque point occupé de reſemer, ce qui fait que la plupart de nos futaies étant ſur vieilles ſouches, les arbres ſont le produit de racines uſées & d'un terrein épuiſé; les baliveaux ſont à peu près dans le même cas; ainſi il n'y a que quelques arbres des haies ou de palis avec quelques bois marmanteaux qui ſe trouvent de bonne qualité: ſecondement, la diſette des gros bois oblige d'employer ceux que nos prédéceſſeurs n'ont point abattus, parce qu'ils étoient dans des terreins marécageux, & leur qualité eſt d'autant

plus mauvaiſe qu'ayant été abandonnés depuis long-temps, ils ſont tombés en retour: troiſièmement, on va chercher des bois dans des lieux inacceſſibles, & qu'y trouve-t-on? des bois ſi vieux qu'ils ſont gras & tendres, & ne peuvent ſervir que pour les menuiſeries dans l'intérieur des maiſons.

Mais quelle qu'en ſoit la cauſe, les Ingénieurs remarquent que des écluſes qui duroient anciennement quarante & cinquante ans, n'en durent aujourd'hui que dix à douze; les Architectes ſont déſolés de voir, malgré les attentions qu'ils apportent à choiſir les poutres qu'ils emploient dans les grands édifices, qu'il en faut changer une partie au bout de quelques années: j'ai vu des Vaiſſeaux qui avoient quarante ans de conſtruction, & dont la plupart des membres étoient encore ſains, pendant qu'ils ſont preſque tous pourris au bout de dix ans dans les Vaiſſeaux de nouvelle conſtruction.

Il ſeroit bien injuſte de s'en prendre à la négligence de ceux qui emploient les bois; je crois avoir très-bien prouvé dans mon Traité complet des Forêts, qu'il n'y a aucun arbre de gros échantillon qui n'ait dans le cœur un vice eſſentiel & un commencement de corruption qui n'eſt quelquefois pas ſenſible dans les bois nouvellement abattus, mais qui ſe manifeſtera au bout d'un très-court eſpace de temps.

Je conclus de tout ce que je viens de dire, qu'on s'abuſeroit ſi on vouloit établir la force des bois qu'on emploie aujourd'hui ſur des expériences qui auroient été faites dans le ſiècle dernier. C'eſt ſans doute de pareilles réflexions qui ont engagé M. le Comte de Roquefeuil, Commandant de la Marine à Breſt, M. Marchais, Commiſſaire général ordonnateur, & M.rs les Ingénieurs, à faire les expériences que je vais rapporter, pour fixer avec connoiſſance de cauſe les dimenſions des poutres qu'on devoit employer à un bâtiment conſidérable qu'on y conſtruiſoit.

I.re EXPÉRIENCE.

Une poutre de bois de chêne de 24 pieds 6 pouces de longueur, de 10 pouces de largeur, 9 pouces d'épaiſſeur, a été placée ſur deux chevalets, en ſorte qu'il ne lui reſtoit que 23 pieds de portée.

On a ſuſpendu au milieu de cette poutre un canon de 36,

pesant 7591 livres; ce poids lui a fait prendre 3 pouces & demi d'arc.

Comme on a jugé que cette poutre ne pourroit pas supporter un second canon de 36, on l'a seulement chargée du poids de 18 saumons de fer & de deux hommes; sous cette charge elle a rompu vers le milieu.

Ces différens poids réunis faisoient ensemble 8901 livres, & on a reconnu après la rupture que cette poutre avoit quelques défauts.

II.e EXPÉRIENCE. Une poutre de bois de chêne bien saine & de droit fil, de 24 pieds six pouces de longueur, 10 pouces de largeur, & 11 pouces & demi d'épaisseur, ayant été placée sur des chevalets, il lui restoit 23 pieds de portée.

On a suspendu au milieu de cette poutre un canon de 36, pesant 7591 livres; ce poids lui a fait prendre 2 pouces & demi d'arc : à 8 pieds de l'extrémité à droite on a suspendu un autre canon de 36, pesant 7678 livres, ce qui lui a fait prendre un arc de 4 pouces trois quarts; trois minutes après, cet arc étoit de 5 pouces.

À pareille distance de l'autre extrémité on a suspendu un pareil canon de 36, pesant 7491 livres, qui a fait sur le champ rompre la poutre à 9 pieds & demi de l'extrémité à droite; cette poutre alors étoit chargée de 22760 livres qu'elle n'a pu supporter, quoique ces poids fussent distribués à différens points de sa longueur.

III.e EXPÉRIENCE. Une poutre de bois de chêne, bien saine & de droit fil, de 24 pieds & demi de longueur, ayant 12 pouces de largeur & 13 pouces d'épaisseur a été placée sur deux chevalets de manière qu'il ne lui restoit que 23 pieds de portée.

On a suspendu au milieu de cette poutre un canon de 36, pesant 7591 livres, ce poids lui a fait prendre un pouce d'arc.

On a suspendu à 3 pieds du milieu, de chaque côté, deux autres canons, l'un pesant 7544 & l'autre 7716 livres; ce poids de 22861 livres a fait prendre à la poutre un arc de 4 pouces & demi, & 4 minutes après cet arc a augmenté d'un demi pouce; on pouvoit conclure de-là que cette poutre étoit déjà surchargée.

Cependant

Cependant on a élevé deux autres canons de 36, l'un pesant 7491 livres, l'autre 7678 livres, ayant attention de les placer l'un à droite & l'autre à gauche, à 6 pieds de distance du milieu de la poutre; à peine a-t-elle eu ressenti le poids d'un de ces canons, de celui qui pesoit 7491, qu'elle a éclaté à l'endroit où le canon alloit être suspendu, & lorsqu'on a voulu lui faire supporter le poids total de ce canon, elle a rompu sur le champ à 4 pieds du milieu, elle avoit alors 7 pouces d'arc.

On a évalué que cette poutre, au moment de sa rupture, étoit chargée de 26606 livres; comme elle étoit très-saine, & que dans le nombre de celles qu'on emploie il doit s'en rencontrer qui auront des défauts cachés ou d'un bois plus tendre, il paroît que, l'une dans l'autre, on ne doit pas les charger de plus de la moitié du poids qui les a fait rompre, & qu'ainsi d'après cette expérience on ne doit pas les charger de plus de 13500 livres.

Ce qui prouve que M.rs les Officiers du port de Brest ont très-bien fait de s'assurer de la force des bois qu'ils devoient employer avant que de les mettre en œuvre; car assurément on auroit jugé qu'une poutre de cet échantillon auroit été capable d'une plus grande force.

MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

SECOND MÉMOIRE SUR PLUSIEURS SUJETS D'HISTOIRE NATURELLE ET DE CHIMIE.

Par M. MONTET.

CE Mémoire doit être regardé comme une ſuite de celui qui eſt imprimé à la fin du volume de l'Académie de 1762; il préſente des objets du même genre, & de nouveaux détails ſervant d'addition à la deſcription lithologique de la partie des Sévennes qui avoiſine les montagnes de l'Eſperou, de l'Aigoual, &c. Ce pays que j'ai ſouvent parcouru, eſt ſitué au couchant de Montpellier & à dix grandes lieues de cette ville; il offre aux Naturaliſtes des pierres de différentes eſpèces, parmi leſquelles les granits ſemblent dominer; j'y en ai vu de quatre différentes ſortes, trois deſquelles étoient dures & la quatrième molle; il y a

encore deux autres granits d'une nature molle, mais à la dureté près, ils ſont ſemblables à la première & à la troiſième eſpèce dont nous parlerons dans la ſuite. Celui qu'on trouve le plus communément eſt repréſenté dans la *figure 1.re*; il y en a des blocs très-conſidérables, les plus durs ſont d'une figure oviforme, iſolés & hors de terre, n'y touchant abſolument que par leur baſe. Ne pourroit-on pas ſoupçonner, & avec aſſez de raiſon, que ces groſſes maſſes de granit ont été originairement enſévelies dans les terres, & que peu à peu les eaux pluviales tombant ſur le terrein qui a une très-grande pente, les ont découverts en entraînant les terres qui ſont fort légères, & que l'air, le ſoleil, &c. ont par ſucceſſion de temps contribué à leur plus grande dureté? Ce qui ſemble le prouver, c'eſt que cette dureté eſt moindre dans le granit de la même eſpèce qu'on trouve dans ſa propre carrière, à quelques pieds ſous terre; on obſervera cependant que ſi par quelque cauſe extraordinaire, comme une grande inondation, ou l'éboulement d'une portion de montagne, une groſſe maſſe de granit dur avoit été enſévelie, ſa dureté ne prouveroit rien contre mon aſſertion: or cette ſuppoſition eſt d'autant moins forcée que les inondations & les éboulemens ne ſont pas rares dans ces cantons. Mandagout, le Vigan, Aulas, Valleraugue, Saint-André de Magencoules & autres paroiſſes du diocèſe d'Alais, ſont arroſés par pluſieurs ruiſſeaux ou petites rivières qui ne tariſſent preſque jamais en été; dans ces petites rivières & principalement dans celles dont la pente eſt très-conſidérable, on voit des maſſes énormes de ce granit, d'une forme preſque ovale, & poli à ſa ſurface, qui paroiſſent avoir été détachées des terreins par où elles ont paſſé, & entraînées dans les fortes inondations à près d'une lieue. On ne ſe perſuaderoit jamais que les eaux d'une petite rivière euſſent pu rouler de ſi groſſes maſſes, ſi l'on n'avoit vu nombre de fois le même phénomène; en effet on pourroit s'imaginer que ces gros blocs ont pris naiſſance dans les endroits où on les trouve dans cette rivière, mais une preuve bien poſitive du contraire, c'eſt qu'on en rencontre dans le lit de la rivière, fort loin de ſa ſource, & où la nature du ſol, ſoit à droite, ſoit à gauche, eſt fort différente; les montagnes qui bordent les

endroits où on les trouve, étant de ſchiſtes ou de talc depuis le haut juſqu'en bas.

Il y a dans la paroiſſe de Mandagout, au-deſſus d'un hameau qu'on appelle *la Curée*, un eſpace occupé par pluſieurs petites montagnes, toutes plantées de châtaigners, où l'on voit de ces rochers de granit entièrement hors de terre; ils ſont ſi près l'un de l'autre qu'ils ſe touchent preſque; il y en a de 10 juſqu'à 30 pieds de haut, (à compter de la ſurface du terrein) & de pluſieurs toiſes de diamètre; ils affectent différentes figures, cependant la plupart ont une forme ovale, ronde & oblongue: il eſt naturel de penſer que lors de la formation des montagnes, tous ces rochers étoient enſévelis dans la terre, autrement les matériaux qui les compoſent n'auroient pu ſe pétrifier, ſe joindre, s'unir par l'eau, qui eſt le diſſolvant de preſque tous les corps de la Nature; éclaircifſons cette idée. Tous les rochers de quelque eſpèce qu'ils ſoient, ne ſont autre choſe, ſelon moi, qu'une criſtallifation opérée lentement dans le grand laboratoire de la Nature, au moyen de l'eau qui en eſt le principal agent; ce fluide étant chargé le plus ſouvent de certains principes, qui concourent tous à la pétrification. On me demandera pourquoi pluſieurs de ces rochers ſont opaques & les autres diaphanes? je répondrai que l'opacité peut venir de pluſieurs cauſes; que l'eau ou les autres agens diſſous dans cet élément, ayant une diſpoſition à diſſoudre certains corps plutôt que d'autres, quand la diſſolution eſt parfaite, il en réſulte ces beaux criſtaux diaphanes & réguliers (qu'on trouve au milieu d'un grand nombre de pierres dures) dont la ſubſtance dans l'état de liquidité, a coulé à travers la partie opaque du rocher, que je regarde ici comme un vaiſſeau ſervant de filtre à la diſſolution la plus intime du ſuc pétrifiant. Suppoſons donc que nos rochers de granit ſe ſoient formés dans le temps de la création, & lorſqu'ils étoient couverts de terre; peu à peu les eaux pluviales les auront découverts en conſéquence de la grande pente & de la qualité de la terre qui les environnoit, terre toujours légère & facile à emporter, leur figure ou forme d'aujourd'hui ſera donc à peu près la même que la primordiale; car ſi ces rochers avoient été originairement mous, les eaux pluviales en les découvrant

les auroient ſucceſſivement altérés, & ce qui peut étayer cette conjecture, c'eſt que l'on voit communément à côté de ces groſſes maſſes de granit très-dur, du granit mou de la même eſpèce que le dur, en maſſes aſſez groſſes, élevées à quelques pieds du ſol, & qui a la propriété de ſe décompoſer; je me ſers de ce mot chimique pour marquer qu'on ſépare aiſément avec les mains, ou par un léger coup de marteau, les différens corps dont il eſt formé, comme ſpath fuſible, mica, ſable, &c. J'ai remarqué que le ſpath fuſible affectoit le plus ſouvent la figure parallèlipipède & rhomboïde; je n'ai jamais trouvé dans cette ſorte de granit un atome de quartz : une grande partie de ce ſpath fuſible, traité comme la pierre de Bologne, devient ſouvent phoſphorique.

Cette eſpèce de granit qui a moins de dureté que la première, & qui, pour me ſervir du terme que j'ai adopté, ſe décompoſe au moindre coup de marteau, accompagne toujours le granit dur & forme communément le ſol des gros blocs de celui qui eſt repréſenté dans la *figure 1.re*; voilà pourquoi les habitans de cette partie des Sévennes qui ſont extrêmement laborieux, & qui n'ont preſque que des rochers à cultiver, détachent aiſément les petits & quelquefois les gros blocs de granit dur iſolés, aſſis pour la plupart ſur d'autres granits qui s'émiettent aiſément; on a la facilité par-là de les placer & de les rapprocher les uns des autres, pour en conſtruire des murailles qui ſervent à retenir les terres, leſquelles ſans cela ſeroient bientôt emportées par les inondations.

Dans toutes les courſes lithologiques que j'ai faites dans les différentes paroiſſes qui avoiſinent le Vigan, j'ai toujours ſuivi le cours des petites rivières & des ruiſſeaux qui ſont en grand nombre dans ces contrées montagneuſes; je commençois par le haut, & en deſcendant, je voyois dans l'eſpace d'une ou deux lieues que comprend le cours de ces rivières, ces gros blocs de granit de l'eſpèce de la *figure 1.re*; j'en détachois à coups de marteau, de petits morceaux qui étoient de la même nature & de la même dureté, affectant à peu près la même figure, tantôt ovale, tantôt ronde, &c. La couleur de ce granit eſt un

fond blanc tacheté de gris & de noir : une choſe remarquable c'eſt que je n'ai jamais aperçu la moindre coquille ni même l'empreinte, ni le *teſt* d'aucune eſpèce ; je puis même aſſurer que dans toutes mes recherches, & ſur les montagnes de l'Eſpérou & de l'Aigoual, & dans toute cette partie des Sévennes qui comprend une aſſez grande étendue de pays, & qui a pour rocher les granits, les ardoiſes, le talc, les ſchiſtes, &c. je n'ai jamais aperçu la moindre coquille ; en vain ai-je cherché dans les excavations & les fondrières que les eaux font ſi communément dans ce pays, tellement ſujet aux inondations, qu'il y a quelquefois des éboulemens de 30 pieds de haut de terrein ou d'un quartier de montagne ; ces excavations & ces fondrières ne m'ont jamais offert aucun veſtige de coquille.

Les différens marbres & les pierres dont on y fait la chaux, examinés à la loupe, n'en paroiſſent pas moins dépourvus ; les pierres dont on fait la chaux aux environs de Montpellier, ſont encore dans le même cas, je n'y ai jamais aperçu de coquille. Ces pierres ne ſont, pour l'ordinaire, compoſées que d'une terre limonneuſe très-fine, le plus ſouvent parſemée de criſtaux de ſpath calcaire, dont la plupart ſont des marbres colorés, pour l'ordinaire, en rouge de ſanguine ; tandis qu'il y en a d'autres dont on fait la chaux d'une couleur griſe, unie ſans criſtaux, & compoſées d'une pâte fine, où on n'aperçoit pas la moindre coquille.

Je me propoſe de donner dans un autre Mémoire, la deſcription minéralogique des environs de Montpellier ; en attendant, je me contenterai d'obſerver que les pierres calcaires où l'on trouve toutes les eſpèces de coquilles de notre mer, ne ſervent point à Montpellier à faire la chaux, n'étant pas propres à cet uſage : elles forment de magnifiques pierres de taille de quatre ou cinq eſpèces, différant toutes entre elles par la nature de leur grain, de leur peſanteur & de leur couleur : les moins pétrifiées ſervent de moëllon pour nos bâtimens. Toutes ces pierres ne ſont compoſées que d'un *detritus* de coquilles, & très-ſouvent de coquilles entières ; les autres ne ſont qu'un amas de madrépores, de mouſſe marine, de tuyaux vermiculaires, &c. comme nous le dirons en ſon lieu.

Je ne rapporte tous ces faits, que pour appuyer ce que je viens d'avancer, qu'on ne trouve dans cette partie des Sévennes, dont je parle, & ſur les montagnes de l'Eſpérou & de l'Aigoual aucune eſpèce de coquilles, tandis qu'on en rencontre aux environs de Montpellier des amas très-conſidérables, & la plupart bivalves; on les trouve à 5 ou 6 pieds de profondeur, & quelquefois même davantage, entre deux couches de ſable, dont les chaînes vont quelquefois aſſez loin; beaucoup d'autres ſe trouvent dans la terre glaiſe; toutes les parties en ſont très-bien conſervées, & il ne manque pour le complément de la démonſtration que l'animal vivant. Ces coquilles ſont toujours de la même eſpèce, tandis que dans un autre canton on en trouve des amas, d'un ou deux pieds d'épaiſſeur, d'une eſpèce toute différente; on ſait qu'encore aujourd'hui, telle côte de la mer Méditerranée donne d'une ſorte de coquillages, tandis qu'une autre n'en donne point; comme l'on voit que des poiſſons affectent certains parages, & qu'on les pêchent ſur une côte & non ſur une autre: ces obſervations nous conduiſent naturellement à croire que la mer a été autrefois dans tous les lieux où ſe trouvent ces amas de coquilles, dont à peine le verni eſt détruit.

Je n'ai trouvé de ces amas de coquilles, ni de ces pierres qui en ſont compoſées, qu'à une, deux, trois, quatre & cinq lieues de la mer, du côté du couchant de Montpellier; &, comme je l'ai dit plus haut, je n'en ai vu nulle trace dans cette partie des Sévennes que j'ai parcourue, ni ſur la montagne de l'Eſpérou. D'après toutes ces obſervations ne pourroit-on pas être bien fondé à dire, 1.° que la mer ne s'eſt étendue ſur nos côtes, dans certains endroits, qu'à une, deux ou trois lieues? tandis que dans d'autres elle a été plus loin, & qu'elle n'a jamais pénétré juſqu'aux montagnes dont il eſt ici queſtion; 2.° que les eaux pluviales de ces montagnes ayant entraîné une partie des terres légères qui les recouvrent, ont formé ſucceſſivement ces grands atterriſſemens, qui obligent la mer de ſe retirer; ajoutons que dans la groſſe mer, le ſable, le limon étant jeté tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, les coquillages qui foiſonnent dans notre mer ſe ſont trouvés enſévelis dans ce ſable ou ce limon, où ils ont péri

lorſque la mer s'eſt retirée, & ont reſté des ſiècles entiers, juſqu'à ce que dans la ſuite des temps la fouille les ait fait découvrir. Je puis citer ici un illuſtre écrivain, M. de Buffon, qui rapporte dans ſon Hiſtoire naturelle, que les Académiciens envoyés pour déterminer la Figure de la Terre, ne trouvèrent aucune eſpèce de coquilles ſur les hautes montagnes des Cordelières.*

Fig. 2. Je reviens à une autre eſpèce de granit qui n'eſt pas à beaucoup près auſſi commune que celle dont je viens de donner la deſcription. Dans tous ces cantons le granit dont il eſt ici queſtion eſt d'un gris ſale, tirant ſur le jaune lavé; il eſt rarement en blocs, excepté au haut de la montagne; on le trouve communément par chaînes, & ces chaînes ne ſont pas larges; il eſt très-dur, d'un grain ſerré, & les paillettes de mica jaunes & blanches dont il eſt en partie compoſé, ſont tellement unies avec les autres matières qui entrent dans ſa compoſition, qu'on a peine à les apercevoir à la vue ſimple, on ne les voit bien que quand le ſoleil donne deſſus: je ferai remarquer encore que les autres ſubſtances dont ce granit eſt compoſé, comme le quartz, le ſpath fuſible, le ſable, ſont d'une aſſez grande fineſſe & ſi bien liés enſemble par un *gluten*, qu'on a beaucoup de peine à apercevoir leur criſtalliſation. Le granit de cette eſpèce eſt dur, du moins je n'en ai point vu de mou; les blocs que l'on en trouve au haut de la montagne, comparés à ceux du premier granit, ne ſont pas conſidérables; le granit de la ſeconde eſpèce & qu'on trouve par chaînes, ſe délite quelquefois comme l'ardoiſe, mais les tables en ont communément une épaiſſeur plus conſidérable, elle va d'un demi-pied juſqu'à un pied; on aperçoit ſouvent dans la partie qui ſe ſépare, de petites ramifications qui forment divers payſages. Toutes ces chaînes ſe ſuivent parallèlement & n'ont pas beaucoup

* Je dois obſerver cependant que M. de la Condamine a fait mettre dans un Journal une lettre écrite du Pérou, dans laquelle on marque qu'on a trouvé *des cornes d'Ammon* ſur les plus hautes montagnes de cette contrée. Je l'ignorois lorſque j'ai fait ce Mémoire: L'Hiſtoire naturelle, comme les autres Sciences, dépend du temps, & ce ne ſera qu'après bien des ſiècles que nous pourrons affirmer avec certitude tel ou tel fait ſur les matières qu'on trouve dans différentes parties de notre globe.

de

de largeur; on ſe ſert de ce granit dans le pays pour bâtir des murailles en pierre sèche, parce que ſe ſéparant carrément, & ſes ſurfaces étant unies par la nature de ſon grain, toutes ſes parties s'appliquent exactement les unes ſur les autres: ce granit ſeroit le plus ſuſceptible de poli, les parties qui le compoſent, comme je l'ai déjà dit, étant extrêmement fines & combinées de façon que le poli n'y peut occaſionner aucun dérangement, mais il ne s'en trouve que rarement d'aſſez gros blocs, d'ailleurs il n'eſt pas fort commun. Fig. 3.

La troiſième eſpèce de granit que je vais décrire & que j'ai obſervé auſſi dans ce canton, eſt d'un rouge de ſanguine clair, ou couleur de chair; on n'en voit communément qu'à Peireſiche, dans la paroiſſe de Mandagout: ce granit me frappa par ſa couleur, on peut en voir l'échantillon que j'en ai fait deſſiner; on en trouve de différentes conſiſtances, les uns mous, les autres durs, ces granits durs ne ſe trouvent qu'au haut de la montagne en maſſes aſſez irrégulières, le mou ſe trouvant toujours au milieu ou au bas de la montagne; les habitans de ce pays ſe ſervent de ce dernier pour couvrir d'une bonne couche la voûte des fours où ils font cuire leur pain; eſpèce d'enduit qui eſt très-durable & qui vaut mieux que l'argile.

Le granit dur que j'ai fait deſſiner, tel que je le détachai d'un coup de marteau, me paroît être par ſa couleur & par la nature de ſon grain, parfaitement ſemblable à celui dont parlent les Hiſtoriens, & dont ſont formés ces ſuperbes obéliſques que l'on voit à Rome & qui y furent tranſportés d'Égypte du temps des Empereurs. J'ai vu à Niſmes, dans le cabinet de M. Seguier, Membre de cette Société, un aſſez gros morceau de ce granit égyptien employé par les Romains dans leurs plus beaux monumens: ce morceau que M. Seguier a rapporté d'Italie, eſt poli ſur toutes ſes faces, il m'a paru entièrement le même que celui dont je donne la deſcription; la reſſemblance eſt parfaite, même couleur, même dureté, &c; il entre dans la compoſition de l'un & de l'autre un quartz criſtallin, & en général j'ai obſervé que le granit où l'on aperçoit beaucoup de quartz, eſt ordinairement fort dur. Fig. 4.

La quatrième eſpèce de granit dont je dois parler, a été

déterrée dans l'exploitation d'une partie de montagne dont on a formé une espèce d'amphithéâtre pour une plantation de mûriers: tout le granit de cette espèce qu'on en a retiré, a environ deux toises d'épaisseur; il est mou, d'un gris sale tacheté de jaune; ce granit s'émiettoit aisément quand le soleil l'avoit desséché, on eut dit en le regardant, lorsque cet astre donnoit dessus, qu'il étoit enduit d'une légère couche de fleurs de soufre; à mesure que le soleil le pénétroit, le jaune disparoissoit. Ayant examiné cela de plus près, je vis que cette couleur jaune appartenoit à un mica d'une finesse extrême qui n'étoit pas par parcelles, mais qui formoit un enduit continu, ayant dans les interstices une petite teinte de terre ocreuse; il paroissoit qu'on avoit dérangé la Nature dans la formation de ce mica, car je pense que cet enduit léger auroit augmenté par l'accretion d'une nouvelle couche, & qu'il se seroit séparé par le laps du temps si on n'eût pas dérangé le terrein; en effet, à une vingtaine de toises plus bas on creusa à une toise de profondeur ou aux environs, & on trouva de la même espèce de granit, dont l'enduit étoit de mica jaune par petites parcelles, plus épaisses que celles dont je viens de parler, séparées les unes des autres, parce qu'elles étoient parvenues à leur dernier accroissement.

ARTICLE I.er

Sur le Mica.

On trouve dans tous ces cantons différens micas; savoir, le jaune, le noir & le blanc, on en ignore encore la composition; ils sont unis pour la plupart à différens granits, & à une autre pierre très-dure, qui est une espèce de schist qui se trouve abondamment dans le lit d'une petite rivière qui passe au village de Costubague, paroisse de Mandagout. Le mica joint à cette pierre est blanc & fort transparent, il donne à la pierre un brillant fort agréable dans sa cassure; on pourroit à cause de la dureté de cette pierre & du beau poli qu'elle prend, en faire tout ce qu'on fait avec nos marbres & avec plus d'avantage, attendu qu'elle n'est pas calcinable ne faisant aucune effervescence avec les acides: cette pierre ressemble beaucoup pour le fond de la couleur à celle qu'on appelle *écaille de mer* qui vient

d'Afrique, & qui eſt une eſpèce de porphire dont les Apothicaires & les Peintres ſe ſervent; les premiers pour broyer leurs pierres, & les autres leurs couleurs; la différence que j'y trouve, c'eſt que l'écaille de mer eſt d'une pâte fine, uniforme; tandis que l'autre eſt un mélange de cette baſe reſſemblante à l'écaille de mer avec le mica blanc, le quartz & peut-être un peu de criſtal de roche.

Sur la terre d'Ombre.

ARTICLE II.

Dans une de mes courſes lithologiques, je découvris près d'un hameau appelé *la Curée*, dans la paroiſſe de Mandagout, une mine de terre d'*ombre*, nom qu'on lui donne dans le commerce. Cette terre eſt fort en uſage dans la Peinture pour les bâtimens, je veux dire pour peindre les portes, les murs, &c. ſoit en détrempe, ſoit à l'huile, & leur donner une couleur brune tirant quelquefois ſur le jaune: cette mine ſe trouve auprès d'une petite rivière dans une châtaigneraie, elle n'a qu'un demi-pied d'épaiſſeur, & que 3 ou 4 pieds de bonne terre au-deſſus; la partie de cette mine qui eſt à découvert au bas d'un ravin, s'étend horizontalement à pluſieurs toiſes; cette terre d'ombre eſt d'une couleur brune & tirant un peu ſur le jaune, elle eſt peſante, fort diviſée, prenant un peu à la langue quand on la goûte, ſans donner cependant aucune marque de ſtipticité, & toujours humide comme la boue épaiſſe: j'en fis retirer quelques quintaux, elle s'eſt vendue chez l'Épicier ſans aucune difficulté; j'en ai moi-même employé beaucoup aux portes de ma maiſon, à l'huile de noix cuite & en détrempe, l'ayant auparavant fait paſſer au tamis de ſoie.

J'ai reconnu par les épreuves chimiques, que cette terre d'ombre n'eſt uniquement que du fer entièrement dépouillé de ſon phlogiſtique, la pierre d'aiman préſentée au-deſſus n'en attire aucune parcelle, elle ne fait aucune effervescence avec les acides; expoſée à l'action du feu dans un creuſet d'eſſai couvert, avec parties égales de flux noir & de corne de cerf rapée, j'en ai retiré du fer pur; cette terre reſſemble aſſez bien par la couleur au ſafran de mars des boutiques, qu'on prépare en expoſant la limaille de fer à la roſée, ou en l'humectant avec de l'eau de pluie.

J'examinai par les moyens connus, les eaux qui avoiſinent cette mine, aucune ne contient un atome de fer; quoique la Chimie nous apprenne qu'une très-petite quantité de fer ſe diſſout dans l'eau la plus pure, il n'eſt pas étonnant que je n'en aie pas trouvé par le moyen de la noix de galle & de l'alkali phlogiſtiqué dont je me ſuis ſervi pour cette épreuve, & que ces réactifs, quelque temps que je les aie laiſſés, n'aient rien précipité; on ſait que le fer qui a perdu totalement ſon phlogiſtique n'eſt preſque pas ſoluble dans l'eau. Cette terre d'ombre pourroit être placée parmi les ocres, j'y trouve ſeulement cette différence que les véritables ocres ſont toutes d'un jaune tirant ſur le rouge; & la terre d'ombre dont je parle ici n'eſt pas fort colorée, l'eau par le concours de l'air peut lui donner cette nuance de couleur: mais je puis aſſurer que je n'ai jamais obtenu un beau ſafran de mars bien jaune ou d'un beau rouge ſanguin, qu'il n'ait été l'ouvrage de la calcination dans les vaiſſeaux ouverts ou fermés; les terres d'ombre, les ocres n'étant que des chaux ferrugineuſes dépouillées de phlogiſtique, ont une parfaite identité avec le ſafran de mars, je penſe que celles qui ſont extrêmement colorées en jaune & en rouge, pourroient être l'ouvrage de quelque feu ſouterrain & non les autres, comme celles dont j'ai parlé qui n'eſt pas aſſurément l'ouvrage du feu.

ARTICLE III.

Sur les Fungus.

Voici quelques obſervations ſur les *fungus* qui croiſſent ſur les différens arbres dans ces contrées. M. de Fouchy en a rapporté dans l'*Hiſtoire de l'Académie de 1762, page 73 & ſuivantes*, quelques-unes que j'avois faites ſur celui qui croît ſur le hêtre qui prend la forme du pied de cheval & dont on fait l'amadou: j'ai remarqué que tous les *fungus* qui croiſſent ſur d'autres arbres comme ſur le pommier, le tremble blanc, le mûrier, le griottier, &c. prennent tous à peu près la même forme de *pedis equini*, même le *fungus*, qui croît ſur le larix qui ne vient qu'au pied des Alpes, & qui eſt l'agaric des boutiques: j'ai obſervé auſſi que la décoction d'un grand nombre de ces *fungus*, précipite le fer du vitriol vert, & forme une encre aſſez noire; ce qui

leur donneroit la propriété d'être employés pour la teinture en noir; ils ſeroient d'autant meilleurs que la partie terreuſe de ces *fungus*, qui eſt le corps précipitant, eſt d'une fineſſe extrême; ils ſont tous propres à faire l'amadou, j'entends ceux qui ne ſont pas entièrement ligneux ou pulvérulens comme l'Agaric des boutiques, & ils ont tous également la propriété d'arrêter le ſang; mais ce n'eſt que quand on les a préparés comme le *fungus* du hêtre ou du chêne, & qu'on leur a ôté toute la partie ligneuſe: le *fungus* qui croît ſur le pommier de l'eſpèce qui porte la pomme de reinette, eſt toujours mou; tous ces *fungus* croiſſent, comme M. de Fouchy l'a rapporté d'après mes obſervations, ſur le tronc ou ſur quelque partie de l'arbre mort, ou du moins menacé d'une mort prochaine.

Sur les Rivières.

ARTICLE IV.

Dans mes différentes courſes ſur la montagne de l'Eſperou, je n'ai pas manqué d'obſerver les petites rivières qui ſont ſur le haut de cette montagne, les unes vont groſſir les eaux de la rivière d'Herault, qui ſe jette, comme on ſait, dans la Méditerranée; les autres ſe déchargent dans la rivière de Dourbie, d'où elles vont dans le Tarn à Milhaud, de-là dans la Garonne, & enfin dans l'Océan. Parmi ces petites rivières, celles dont le lit ou les côtés ſont formés de pierres calcaires & talqueuſes, offrent une ſingularité remarquable; il m'eſt ſouvent arrivé de faire un demi-quart de lieue, un quart de lieue & même une demi-lieue, ſans trouver d'eau dans leur lit, leur ſource étoit cependant aſſez abondante pour qu'elles puſſent couler ſans interruption: ces rivières ſe perdent ſous terre & reparoiſſent aſſez loin du lieu où l'on a ceſſé de les voir couler; on appelle dans ce pays les endroits où elles ſe perdent, un *aven;* voici un autre phénomène d'un autre genre. La rivière qui paſſe à Sumene, petite ville au diocèſe d'Alais, eſt aſſez conſidérable; cependant elle ſe perd en été dans un gravier ſablonneux à un demi-quart de lieue de cette ville, & on ne ſait point où elle va ſortir. Quelques habitans de ces cantons diſent qu'elle va former de petites fontaines qui ſe déchargent dans l'Herault, dans cette gorge de montagnes

qui eſt entre Saint-Bauzeli & la Roque de Ganges, au diocèſe de Montpellier; l'élévation des rochers calcaires, priſe du ſol de la rivière de l'Herault, eſt au moins de 300 pieds, & la diſtance du lieu où la rivière de Sumene ceſſe de couler, à cet endroit, eſt d'environ deux lieues : d'autres habitans prétendent qu'elle forme la ſource de la fontaine de la ville de Sauve, qui eſt encore bien plus éloignée que cette gorge, de la rivière d'Herault : tout ce que je viens de dire, d'après les habitans de Sumene, eſt avancé ſans preuve, c'eſt pourquoi nous ne nous y arrêterons pas, nous nous contentons de rapporter le fait.

Je n'ai rien obſervé de pareil dans les rivières qui ont pour rocher le granit, celles-ci coulent ſans interruption; toutes ces petites rivières qui ſont ſur la montagne de l'Eſperou, n'ont d'autre poiſſon que de petites truites preſque noires, excellentes à manger, très-fermes & dont la plus groſſe ne pèſe pas 6 onces; il s'en trouve quelquefois d'un peu plus peſantes, mais cela eſt rare & même celles-ci ne ſe trouvent que quand la rivière a commencé à dépaſſer la montagne. On ſait que les truites ſont fort voraces; je rapporterai une obſervation qui m'a paru aſſez ſingulière, le haſard me l'a fourni; j'étois à Saint-Bauzeli, village où paſſe l'Herault; on me fit préſent d'une truite qui peſoit environ trois livres, je m'aperçus qu'elle avoit un gros ventre, je la fis éventrer & je fus bien ſurpris d'y trouver une douzaine de cigales entières, dont un petit nombre ſeulement commençoient à être digérées: on me dit que la truite les avoit attrapées en s'élevant fort haut dans l'inſtant où elles voloient d'un bord de la rivière à l'autre; c'eſt ce que je ne prétends pas garantir.

ARTICLE V. *Sur quelques ſujets d'Hiſtoire naturelle.*

Toutes ces parties des Sévennes ſont remplies de grottes aſſez curieuſes & qui mériteroient d'être décrites comme celle d'Angeu près Saint-Laurens, celle de Mondardier, celle de Breau près du Vigan, celle de Meyrueis, celle de Bramebioou près de Canrieu; toutes ces grottes ſont dans le diocèſe d'Alais; elles feront la matière d'un autre Mémoire, je dirai ſeulement que celle de Bramebioou a cela de remarquable, qu'elle eſt formée par bancs,

toutes les autres que je viens de citer ayant un rocher calcaire continu, de la même pâte de limon. Une rivière coule au dedans, y parcourt un eſpace de près d'un quart de lieue, & ſort par une ouverture qui a environ 40 ou 50 pieds de haut : cette grotte ſingulière, & dont je n'ai jamais vu la pareille, étant formée par bancs de pierre calcaire me parut être l'effet d'un éboulement ; & ce qui ſemble le prouver, c'eſt ce qui arriva à la fin de l'année 1766, lors des grandes pluies qui tombèrent dans cette partie du bas Languedoc, particulièrement ſur la montagne de l'Eſperou & ſur la partie de cette montagne qui verſe ces eaux dans l'océan ; l'inondation fut ſi prodigieuſe que de mémoire d'homme on n'en avoit vu de pareilles, & la rivière de Tarn groſſit tellement qu'elle faillit à emporter un des faubourgs de la ville de Montauban.

En effet, dans cette grande inondation une partie de la montagne, appellée *Beſeucles*, & oppoſée à celle où ſe trouve la grotte de Bramebioou, s'éboula 200 toiſes au-deſſous de l'endroit où tombe la rivière de cette grotte & remplit la gorge, entre les deux montagnes, d'une maſſe ſi conſidérable, qu'elle forma une chauſſée qui arrêta les eaux de la rivière pendant plus d'une heure ; elles ne reprirent leur cours que lorſqu'elles eurent gagné le haut de la chauſſée : depuis, cette rivière s'eſt trouvée comme engravée pendant plus de quatre lieues, mais ſon lit n'a pas été changé, parce qu'elle eſt ſi reſſerrée & ſi encaiſſée, ſi cela ſe peut dire, dans tout ſon cours, qu'un tel changement n'eſt pas poſſible. Dans le même temps pluſieurs fentes ſe ſont formées dans la montagne de Beſeucles, dont la principale qui a ſon origine au haut de cette montagne, s'étend à pluſieurs lieues, elle ſe dirige du couchant au levant & eſt beaucoup plus large dans certains endroits que dans d'autres, comme à Feruſac, village près de Meyrueis, à Fraiſinet de Fourgues à deux lieues au-delà, &c. Les perſonnes les plus ſenſées du canton, prétendent que c'eſt l'effet d'un tremblement de terre qui s'y fit ſentir pendant un orage des plus violens, où le tonnerre tomba pluſieurs fois ſur ces rochers ; en effet ils s'éboulèrent tout-à-coup, & l'effet fut ſi extraordinaire qu'il fit ouvrir la terre dans une étendue de pluſieurs lieues, & produiſit la fente dont nous parlons ; ſa direction eſt tout-à-fait oppoſée au

cours de la rivière qui ſort de la grotte de Bramebioou. Quand on examine les environs de cette grotte, on ne voit de toutes parts que précipices d'une hauteur prodigieuſe & qui ne paroiſſent tous que l'effet des éboulemens.

Près de la grotte, il y a un village qu'on appelle Canrieu; j'y arrivai par le côté du chemin qui borde la rivière de Treveſel, j'étois à cheval, & il faiſoit un beau ſoleil; je fus ſurpris d'obſerver que le ſoleil donnant ſur toutes les parties du terrein, je ne voyois ſur ce terrein, que des pierres taillées à facettes, brillantes comme le diamant, détachées pour la plupart & offrant une criſtalliſation bien régulière; cela m'obligea de deſcendre de cheval; j'examinai ces pierres dont tout le terrein étoit couvert, ce n'étoit qu'un quartz criſtallin, taillé à facettes & fort brillant, qui me parut être du criſtal de roche; il ſe trouve encore dans cette contrée des rochers agatifiés. Avant de finir cet article, je dois remarquer que je ne me ſuis pas attaché à décrire d'une manière fort exacte les endroits où ſe trouvent tels ou tels granits, ou telles ou telles pierres ou coquilles, parce qu'une deſcription de cette nature m'auroit entraîné dans des détails infinis & étrangers à mon ſujet.

ARTICLE VI. *Sur la manière dont on sèche les châtaignes.*

J'ai cru devoir donner à la fin de ce Mémoire la manière de bien sècher les châtaignes, opération plus difficile qu'on ne penſe, & ſur laquelle j'ai été conſulté dans les Sévennes où ce fruit fait la principale nourriture des habitans de la campagne; il s'agit de préparer les châtaignes par la deſſication, de manière qu'elles puiſſent ſe conſerver des années entières: voici en peu de mots comment on y procède.

Chaque habitant, ſuivant la quantité de châtaignes qu'il recueille, fait un bâtiment carré, ou à peu près, au rez de chauſſée attenant ſa maiſon, ou iſolé dans les champs: ce bâtiment a quelquefois deux ou trois toiſes de largeur ſur autant de longueur, & environ trois toiſes de hauteur, on n'y entre que par une porte étroite, ſeule ouverture du rez de chauſſée, qu'on peut appeler à juſte titre la *chambre obſcure*; c'eſt au milieu de cette chambre, &

toujours

toujours ſur le terrein qu'on met le feu. On établit dans l'intérieur du bâtiment à 8 ou 12 pieds de haut, une eſpèce de plancher fait de petits ſoliveaux, ordinairement d'une forme triangulaire, ou avec une claie formée de gaules tirées du ſauvageon de châtaigner, bien entrelacées les unes dans les autres & bien ferrées, mais aujourd'hui il n'y a guère que les payſans qui ſe ſervent de ces claies * : les habitans aiſés font ces planchers avec des ſoliveaux, parce qu'ils ſont moins ſujets aux accidens du feu. Ces ſoliveaux ne ſont diſtans l'un de l'autre que de 4 ou 5 lignes ou à peu près, afin que les châtaignes poſées au-deſſus ne puiſſent pas paſſer au travers; le plancher eſt éclairé par des ouvertures faites exprès dans le bâtiment, ou par des fenêtres: on fait en dehors & à un des côtés de la muraille, une ouverture un peu au-deſſus du plancher ou de la claie, pour y verſer les châtaignes à meſure qu'on les apporte dans des ſacs de la châtaigneraie: ce plancher ou cette claie ſont plus ou moins grands ſuivant la quantité de châtaignes qu'on recueille par an, ou que la récolte eſt abondante; on y met un, deux ou trois pieds de châtaignes, & quelquefois davantage, qu'on étend bien également, enſuite on commence à mettre un peu de feu au milieu de la chambre. On ne brûle dans le commencement que la pouſſière ou l'écorce qu'on a ramaſſée les années précédentes, en dépouillant les châtaignes bien ſéchées par les moyens dont nous parlerons plus bas: ce feu n'eſt uniquement qu'une fumée qu'on entretient nuit & jour pendant quelque temps; & dont la chaleur fait ſuer (ſi je puis m'exprimer ainſi) la châtaigne qui eſt ſur la claie; ayant entretenu cette eſpèce de feu pendant quelques jours, on ajoute à cette pouſſière de gros troncs de châtaigners qu'on y enſévelit afin que le bois ne flambe pas; on continue cette opération trente, quarante & juſqu'à ſoixante jours. Dans les quinze premiers jours on voit les châtaignes recouvertes d'eau de tous les côtés : tant qu'elles ſont dans cet état on ne les remue pas, mais dès que

* On appelle dans la langue vulgaire du pays, l'endroit ou l'on fait ſécher les châtaignes, *la clede*, c'eſt ſans doute la claie que l'on fait avec les gaules des châtaigners, qui a donné ce nom à ce bâtiment; anciennement elles étoient toutes faites de gaules.

l'eau a disparu de leur surface, il faut les remuer en tout sens, avec une pelle de bois, car il faut observer de ne donner le feu que par degré. Cette opération est parfaitement la même que celle que feroit en petit un Chimiste exercé dans l'analyse végétale, s'il vouloit ôter par l'action du feu bien entendue, toute l'eau d'une plante fraîche ou de telle autre substance végétale, (dans une cornue à feu nu) afin qu'elle se conservât, & sans altérer les autres principes, que cette même action du feu, poussée trop fort, ne pourroit attaquer sans détruire toute la vertu de la plante & sans former un nouveau composé. Il en est de même des châtaignes, si on donne trop de feu, tout est perdu; l'art de sècher par les moyens artificiels, est exactement une distillation en grand, je veux dire qu'on ôte de la châtaigne toute l'eau surabondante, qui feroit l'instrument de sa destruction, en y excitant une fermentation qui feroit tout gâter.

J'ai remarqué que dans les années abondantes, les particuliers qui font cette opération, mettent sur leurs claies, qui souvent se trouvent trop petites, un tas de châtaignes beaucoup plus considérable qu'à l'ordinaire & quelquefois jusqu'à 3 ou 4 pieds; qu'arrive-t-il ? l'action du feu & de la fumée n'agissant que sur une partie, il faut le pousser davantage pour que ce gros tas soit pénétré par la chaleur: en conséquence de quoi la première couche de châtaignes qui est le plus près du feu, s'échauffant trop, la chaleur quelque bien ménagée qu'elle soit, attaque, après que l'eau surabondante s'est évaporée, les autres principes de la châtaigne, & pour peu qu'elle les mette en mouvement, le corps doux, sucré en est altéré, & la châtaigne prend une couleur roussâtre tirant sur le rouge, ce que les habitans du pays appellent *affougua*. La châtaigne dans cet état est amère, de mauvais goût, sur-tout quand elle est cuite, ce qui fait que les habitans ne la mangent qu'avec dégoût, & bien souvent ils la rejettent: j'en ai vu de si mal préparées & dont le goût étoit si désagréable que les animaux mêmes, qui en sont fort avides, n'en vouloient pas manger.

J'ai observé que le plus de châtaignes qu'on devoit mettre sur les claies, étoit un pied & demi ou tout au plus deux pieds d'épaisseur, ayant soin de bien régler le feu par degré; & plus-

habitans des Sévennes à qui j'ai fait pratiquer cette règle, s'en ſont bien trouvés; le thermomètre, dans cette circonſtance, ſeroit d'un grand ſecours, mais dans les opérations en grand, les moyens les plus ſimples doivent être préférés; il vaut mieux ſécher en deux fois les châtaignes qu'on a, ou bien agrandir les claies, que de s'expoſer à les mal ſécher.

On a attention, quand on n'aperçoit plus d'humidité ſur la peau des châtaignes, de les remuer de deux en deux jours avec une pelle de bois; par cette manœuvre toutes les châtaignes préſentent leur ſurface à l'action de la chaleur. Pour reconnoître enſuite quand elles ſont bien préparées, on ôte la peau de quelques-unes, on voit ſi elles ſont bien ſéchées, ce qu'on reconnoît par la réſiſtance qu'elles font quand on veut les partager entre les dents; la châtaigne ainſi préparée, doit être bien blanche & ridée à ſa ſurface. Pour les dépouiller de leur écorce on les met dans un ſac de bonne toile griſe, ouvert par les deux bouts, on y met trente ou quarante livres de châtaignes ſéchées, & deux hommes tenant chacun un bout du ſac, les battent ſur un billot, pendant quelque temps; enſuite ils regardent ſi elles ſont bien dépouillées de leur écorce, après l'un d'eux les jette ſur un crible, & on les monde comme le blé, à travers ce crible; on ſépare par-là les groſſes de celles qui ſont briſées, enſuite on les vanne & on ſépare par cette ſeconde manœuvre l'écorce de la châtaigne groſſe & petite: c'eſt cette écorce ou pouſſière qu'on met en tas dans un endroit ſec, & qu'on réſerve pour faire, comme nous l'avons dit, le feu dans la même opération l'année ſuivante.

Ce fruit ainſi deſſéché & bien dépouillé de ſon écorce, fait la principale nourriture, comme je l'ai déja dit, des habitans des Sévennes, & principalement de ceux de la campagne; ſon prix augmente ou diminue ſelon les différentes eſpèces, & ſelon leur bonne ou mauvaiſe préparation; celles qui ſont bien préparées ſont fort recherchées, elles ſont fort nourriſſantes; les châtaignes briſées ſervent à engraiſſer les cochons & la volaille, on en donne encore dans ce pays aux mulets & aux chevaux, &c. Le corps doux ou ſucré eſt fort abondant dans la châtaigne; j'ai retiré par le ſecours de l'eſprit-de-vin, de celles qui ſont bien préparées, de

très-beau sucre & en assez grande quantité; c'est ce corps doux, sucré & mucilagineux, qui forme dans le règne végétal la partie alimenteuse: d'où l'on doit conclure que plus une matière végétale contient de ce corps, plus elle est nourrissante; les châtaignes en contenant beaucoup, comme l'expérience me l'a démontré, elles doivent en conséquence être fort nourrissantes & engraisser, comme elles font, les animaux qui en mangent.

Je finirai par une réflexion qui ne sera point étrangère à cet article: depuis près de trente ans les habitans des Sévennes, comme tous les gens de la campagne qui ne se conduisent guère que par l'intérêt du moment, arrachent les châtaigners pour planter des mûriers, & cela dans les meilleures terres; ils croient y trouver leur avantage, mais l'homme d'État & le Philosophe qui combinent toutes les circonstances du présent & de l'avenir, en jugeront je crois différemment: le profit des mûriers est plus prompt, il est vrai, que celui des châtaigners, mais ce dernier est de plus longue durée, l'un est fondé sur le luxe, l'autre sur la subsistance, le premier de tous les biens, dans des temps de disette tels que ceux dont le bas Languedoc est affligé depuis quelques années. Le fruit des châtaigners est par sa nature capable de suppléer au défaut du blé & de fournir un aliment & un soutient à la vie que la Nature semble alors nous refuser; ces avantages méritent qu'on y fasse attention.

FIN.

BRITISH MUSEUM

Fig. 2

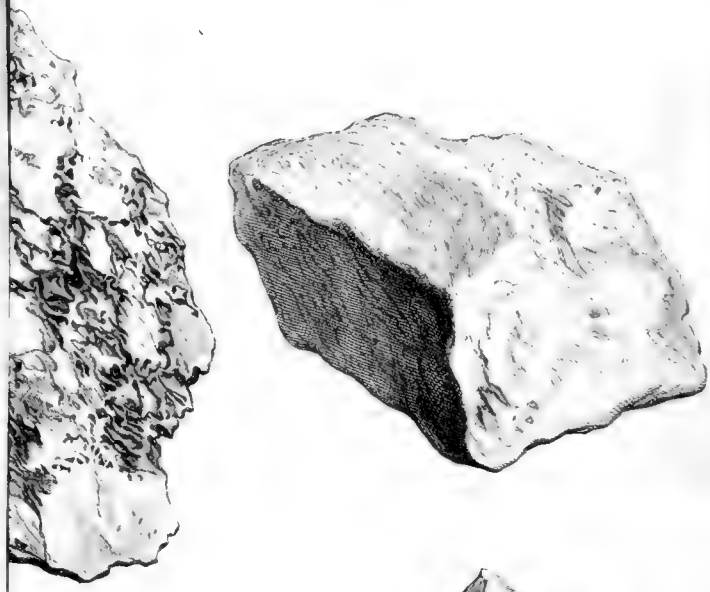


Fig. 3

4

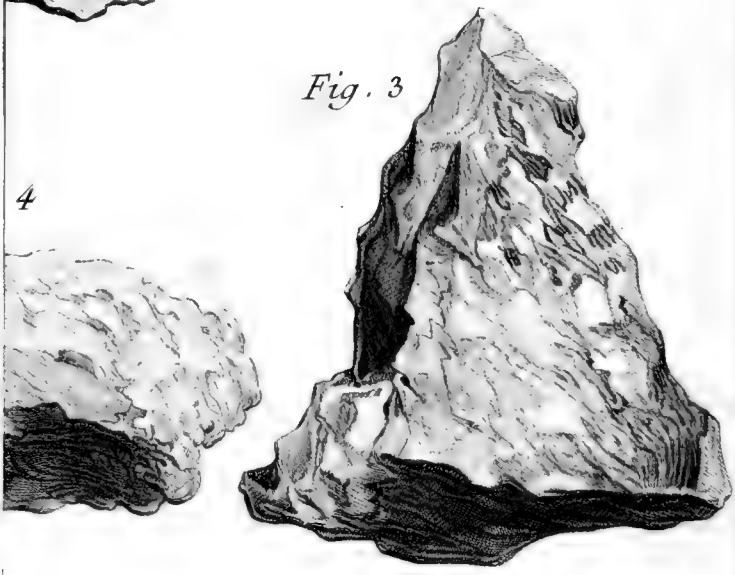


Fig. 1

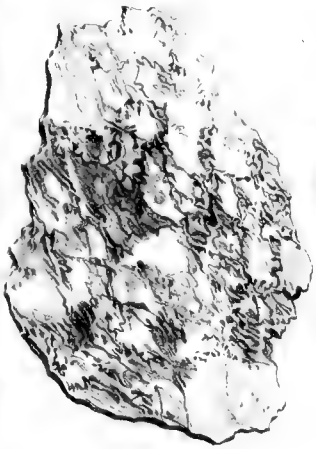


Fig. 2

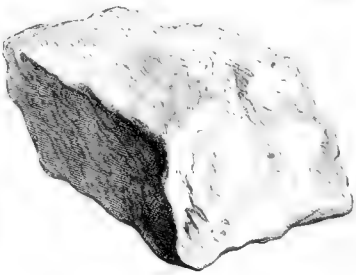
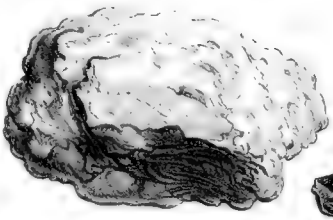


Fig. 3

Fig. 4



J. F. del. et sc.